

Получение релятивистской дисперсионной формулы и практика её применения.

Автор: Чернов Андрей Владиславович

Содержание

1. Аннотация – 2 стр.
2. Вступление – 3 стр.
3. Методы – 3- 8 стр.
4. Результаты – 8-9 стр.
5. Заключение – 9 стр.
6. Ссылки – 10 стр.
7. Декларация – 10 стр.

1. Аннотация.

Целью этого исследования было получение дисперсионной формулы. В основу получения дисперсионной формулы была положена релятивистская формула Эйнштейна. После проведённых преобразований из этой формулы была получена новая дисперсионная формула.

По новой формуле были определены **42** показателя преломления света в **12** прозрачных веществах, находящихся в трёх агрегатных состояниях. Сравнение полученных показателей с лабораторными показателями преломления света показало высокую точность дисперсионной формулы, которая составила $\pm 10^{-6} - 10^{-5}$ в расчётных участках диапазонов волн **80-100 нм**. Эту формулу можно применять к такому же широкому кругу прозрачных веществ, как эмпирические формулы Гартмана, Коши и др.

Успешное применение новой формулы, основанной на релятивистской формуле Эйнштейна, позволило применить через метод аналогии для определения плотности энергии электронных облаков. В результате была получена рабочая формула и с её помощью были произведены выборочные расчёты. Расчёты показали высокую плотность энергии электронных облаков.

Ключевые слова. Новая дисперсионная формула, формула для определения полной энергии движущегося тела, показатель плотности электронных облаков, расчёт показателей преломления света.

2. Методы

2.1. Прежде, чем перейти к исследованию, приведу краткую информацию о существующих в настоящее время дисперсионных формулах. Эти формулы можно разбить на два вида: физические и эмпирические формулы. При этом область применения физических формул существенно ограничена. К примеру, физическая формула Лоренца-Лорентца, которая построена на зависимости показателя преломления света **от плотности вещества**, справедлива только для изотропных сред (газы, неполярные жидкости, кубические кристаллы) и не применима для

большинства прозрачных веществ. Поэтому на практике для расчёта показателей преломления света обычно используют эмпирические дисперсионные формулы. Эти формулы применяются к широкому кругу прозрачных веществ и дают достаточно точные результаты.

В этом исследовании высказывается предположение, что скорость распространения v_γ фотонов в прозрачном веществе зависит от плотности энергии электронных облаков: чем больше плотность энергии электронных облаков, тем меньше скорость фотонов и наоборот. При этом, чем больше энергия поступающих в вещество фотонов, тем больше «уплотняются» этой энергией электронные облака атомов вещества. Вследствие этого обстоятельства электромагнитные волны, имеющие разную энергию, распространяются с разной скоростью в одном и том же прозрачном веществе. Таким образом, между плотностью энергии электронных облаков вещества и скоростью распространения v_γ фотонов в веществе существует зависимость. Для нахождения этой зависимости используем релятивистскую формулу Эйнштейна для определения полной энергии движущегося тела:

$$E_{\text{полн.}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{или} \quad E_{\text{полн.}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1-1)$$

где $E_{\text{полн.}}$ – полная энергия движущегося тела.

E_0 – энергия покоящегося тела.

v – скорость тела.

Преобразуем формулу (1-1) и в результате получим:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E_{\text{полн.}}^2}} \quad \text{или} \quad v = c \sqrt{1 - Q_b^2} \quad (1-2)$$

где Q_b – показатель отношения энергии покоящегося тела к полной энергии движущегося тела. При этом $0 < Q_b < 1$.

Теперь применим формулу (1-2) к скорости распространения фотонов в электронных облаках вещества:

$$v_{\gamma} = c\sqrt{1 - Q_e^2} \quad (1-3)$$

где v_{γ} – скорость распространения фотонов в электронных облаках.

Q_e – безразмерный показатель плотности энергии электронных облаков,
 $0 < Q_e < 1$.

Преобразуем формулу (1-3) и получим:
$$\frac{c}{v_{\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{1-Q_e^2}}$$

В этой формуле выражение c/v_{γ} является показателем преломления света в веществе $n = c/v$ (где c – скорость света в вакууме, v – скорость света в веществе). Отсюда получим формулу:

$$n = \frac{1}{\sqrt{1-Q_e^2}} \quad (1-4)$$

где n – показатель преломления света в веществе, где $n = c/v_{\gamma}$ (также $n = \arcsin \alpha$).

Раскроем значение Q_e в формуле (1-4):

$$n = \frac{1}{\sqrt{1-(Q_0+\Delta Q_{\lambda})^2}} \quad (1-5)$$

где Q_0 – безразмерный базовый показатель плотности энергии электронных облаков.

ΔQ_{λ} – безразмерный показатель увеличения плотности энергии электронных облаков.

Показатель Q_0 является постоянной величиной (при постоянной температуре и давлении). Показатель ΔQ_{λ} напротив, является переменной величиной. Он зависит от энергии электромагнитной волны, где $e = h\gamma = h c/\lambda$. Отсюда получим формулу:

$$n = \frac{1}{\sqrt{1-(Q_0+k_{\gamma} e)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(Q_0+k_{\gamma} h c/\lambda)^2}} \quad (1-6)$$

где k_{γ} – коэффициент пропорциональности, Дж⁻¹.

e – энергия электромагнитной волны, Дж.

Заменим в формуле (1-6) выражение $k_{\gamma} h c$ на единый коэффициент k_{λ} . В результате получим дисперсионную формулу:

$$n = \frac{1}{\sqrt{1 - (Q_0 + k_{\lambda}/\lambda)^2}} \quad (1-7)$$

Где k_{λ} – коэффициент пропорциональности, нм.

λ – длина волны, нм.

Коэффициент k_{λ} является индивидуальным для каждого вещества и зависит от поглощения атомами электромагнитных волн. Он относительно стабилен в видимом диапазоне спектра электромагнитных волн. Но в ультрафиолетовом и инфракрасном диапазонах коэффициент k_{λ} может существенно изменять свою величину, вследствие изменения поглощения электромагнитных волн веществом. По этой причине, согласно ф. (1-7), величина показателя преломления n может резко меняться, вплоть до принятия аномальных значений. Это обстоятельство вносит ограничение на использование формулы (1-7) в этих диапазонах волн.

Протестируем полученную формулу. В таблице 1 представлены 79 лабораторных показателей преломления света в видимом диапазоне в 12 прозрачных веществах, находящихся в трёх агрегатных состояниях (Показатели преломления находятся в интернете в широком доступе. В шестом разделе этой статьи приведены источники этой информации).

Табл.1

	λ nm	k_{λ} nm	Calculated refractive index	Laboratory refractive index	Divergence
Krypton $Q_0 = 0,0228285$	450,4	0,2827625	1,0002752	1,0002752	10^{-7}
	556,4		1,0002724	1,0002724	
	565,1		1,0002722	1,0002722	
	587,3		1,0002718	1,0002719	
	605,8		1,0002715	1,0002716	
	645,8		1,0002708	1,0002711	
Helium	447,3	0,2804503	1,0002752	1,0002753	10^{-7}
	471,5		1,0002745	1,0002745	
	492,3		1,0002739	1,0002738	

Q₀ = 0,022829	501,7		1,0002736	1,0002736	
	587,7		1,0002717	1,0002719	
Water Q₀ = 0,649184 t= 20 °C	447,1	7,197 863	1,33942	1,33942	10⁻⁶ – 10⁻⁵
	471,3	7,151 601	1,33795	1,33793	
	486,1	7,123 309	1,33712	1,33712	
	501,6	7,114 003	1,33637	1,33635	
	546,1	7,087 286	1,33447	1,33447	
	577,0	7,097 803	1,33341	1,33338	
	587,6	7,101 769	1,33307	1,33304	
	656,3	7,124 793	1,33115	1,33115	
	670,8	7,129 728	1,33080	1,33080	
Trimethylpentane Q₀ = 0,687760 t= 20 °C	486,1	4,960 651	1,39639	1,39639	10⁻⁵
	501,6	4,877 871	1,39547	1,39544	
	546,1	4,640 212	1,39316	1,39316	
	589,3	4,497 612	1,39153	1,39145	
	656,3	4,276 451	1,38945	1,38945	
Methyleyllohexan Q₀ = 0,704 742 t= 20 °C	486,1	4,556 701	1,42847	1,42847	10⁻⁵
	501,6	4,460 476	1,42751	1,42744	
	546,1	4,184 218	1,42497	1,42497	
	589,3	4,009 663	1,42320	1,42312	
	656,3	3,738 941	1,42094	1,42094	
Tolnene Q₀ = 0,724 322 t= 20 °C	486,1	11,844 313	1,50847	1,50847	10⁻⁵
	501,6	11,800 169	1,50634	1,50620	
	546,1	11,673 434	1,50086	1,50086	
	589,3	11,727 017	1,49718	1,49693	
	656,3	11,810 119	1,49243	1,49243	
Heptane Q₀ = 0,683 582 t= 20 °C	486,1	5,967 364	1,39241	1,39241	10⁻⁵
	501,6	5,923 033	1,39153	1,39149	
	546,1	5,795 759	1,38930	1,38930	
	589,3	5,756 92	1,38773	1,38764	
	656,3	5,696 684	1,38572	1,38572	
Sylvin Q₀ = 0,727638 t= 18 °C	486,1	8,283 144	1,4983	1,4983	10⁻⁶ – 10⁻⁵
	508,6	8,238 743	1,4962	1,4961	
	546,1	8,164 741	1,4931	1,4931	
	589,3	8,191 868	1,4905	1,4904	
	643,8	8,226 091	1,4878	1,4877	
	656,3	8,233 94	1,4872	1,4872	
	670,8	8,243045	1,4866	1,4866	
Rock salt Q₀ = 0,747 682 t=18 °C	480,0	8,541 438	1,5541	1,5541	10⁻⁶ – 10⁻⁵
	486,1	8,533 486	1,5534	1,5534	
	508,6	8,504 154	1,5510	1,5509	
	546,1	8,455 266	1,5475	1,5475	
	589,3	8,485 05	1,5444	1,5443	
	643,8	8,522 624	1,5412	1,5412	
	656,3	8,554 25	1,5406	1,5407	
	670,8	8,590 936	1,5400	1,5400	
Fused quartz	467,8	5,850681	1,46435	1,46435	
	480,0	5,8377307	1,46356	1,46355	
	486,1	5,8312556	1,46318	1,46318	

Q₀ = 0,718008 t=18 °C	508,6	5,8238666	1,46193	1,46191	10⁻⁶ – 10⁻⁵
	533,8	5,8155909	1,46067	1,46067	
	546,1	5,82158	1,46014	1,46013	
	589,3	5,8426149	1,45845	1,45845	
	643,8	5,8969853	1,45675	1,45674	
	656,3	5,9094565	1,45640	1,45640	
Fluorite (fluorspar) Q₀ = 0,710975 t=18 °C	486,1	3,462 004	1,4369	1,4369	10⁻⁶ – 10⁻⁵
	508,6	3,421 062	1,4361	1,4362	
	540,1	3,363 743	1,4350	1,4350	
	589,3	3,337 833	1,4338	1,4339	
	643,8	3,309 132	1,4327	1,4327	
	656,3	3,314 376	1,4325	1,4325	
Calcareous Q₀ = 0,786 674 t=18 °C	486,1	6,626 515	1,6678	1,6678	10⁻⁶
	508,6	6,588 783	1,6653	1,6653	
	546,1	6,525 895	1,6616	1,6616	
	589,3	6,526 03	1,6584	1,6584	
	643,8	6,526 201	1,6550	1,6550	
	656,3	6,540 803	1,6544	1,6544	
	670,8	6,557 741	1,6537	1,6537	

Жирным шрифтом в таблице выделены известные показатели преломления света, обычным шрифтом – неизвестные показатели, которые надо определить. В первом столбце таблицы находятся показатели **Q₀** по каждому веществу. Показатели **Q₀** определяются методом подбора среди длин волн, взятых в середине всего диапазона волн с учётом того, что **Q₀** =

$$\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} - \frac{k_\lambda}{\lambda} \quad (1-8).$$

После определения **Q₀** вычисляются опорные

коэффициенты **k_λ** для расчётных диапазонов волн. Эти коэффициенты

определяются по формуле: **k_λ** = **λ_n** $\left(\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}} - Q_0 \right)$ (1-9) (**k_λ** выделены в таблице жирным шрифтом).

Как видно из таблицы, для инертных газов количество таких коэффициентов составило единицу на весь диапазон волн, для остальных веществ это количество больше. Это связано с разными амплитудами колебаний величины коэффициентов **k_λ** в веществах. Далее по формуле **k_λ** = $\frac{k_1(\lambda_n - \lambda_2) + k_2(\lambda_1 - \lambda_n)}{(\lambda_1 - \lambda_2)}$ (1-10) были вычислены коэффициенты **k_λ** для условно неизвестных показателей преломления света (эти коэффициенты

представлены в таблице обычным шрифтом). В итоге по формуле (1-7) были вычислены показатели преломления **n** и занесены в таблицу. После этого было произведено округление рассчитанных показателей, которое производилось в соответствии с числом цифр после запятой в лабораторных показателях преломления. В тех случаях, когда округление чисел привело к полному совпадению с лабораторными показателями, расхождение принималось 10^{-6} (за исключением инертных газов, где изначально было 7 знаков после запятой).

Для получения точных результатов для жидкостей и твёрдых веществ необходимо не более 3-х известных показателей преломления на диапазон 180-200 нм. Больше никаких дополнительных коэффициентов или таблиц для производства расчётов не требуется.

2.2. Успешное применение новой дисперсионной формулы, в основе которой лежит релятивистская формула Эйнштейна, предполагает, что в электронных облаках происходит искривление пространства-времени. Поэтому преломление света в веществе можно сравнить с отклонением света в гравитационном поле массивных тел в результате искривления пространства-времени. Искривление пространства-времени в веществе связано с **высокой плотностью энергии электронных облаков.**

В этом исследовании определение плотности энергии электронных облаков в веществе будет производиться методом аналогии. Для этого используем известную формулу ОТО, по которой Эйнштейн рассчитал **угол отклонения** света Солнцем: $\alpha_g = \arcsin \frac{4GM}{Rc^2} = 1,75''$. Где **G** = $6,6743 \cdot 10^{-11}$ – гравитационная постоянная, **M** = $1,989 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца, кг, **R** = $6,957 \cdot 10^8$ м – радиус Солнца, м, **c** – скорость света, 2,9979 м/с. Таким образом, углу отклонения $\alpha_g = 1,75''$ ($\sin \alpha_g = 0,00000849245$)

соответствует отношение «масса-радиус»: $\frac{M}{R} = \frac{1,989 \cdot 10^{30}}{6,957 \cdot 10^8} \text{ кг/м} \quad (1-11).$

Но размерность ОТО, выраженная в «кг/м», неприменима для атомного мира. Поэтому выражение (1-11) (для возможности его использования внутри вещества) необходимо перевести в «Дж/м³». В результате получим: $\rho_g = \frac{Mc^2}{R^3} = 5,955 \cdot 10^{20}$ Дж/м³, где ρ_g – показатель плотности энергии при $\sin \alpha_g = 0,00000849245$.

Угол отклонения $\alpha_g = 1,75''$ образуется в результате того, что свет, попав из вакуума в гравитационное поле Солнца, какое-то время искривляется в этом поле, перед тем как уйти обратно в вакуум. В оптике это явление можно сравнить с предельным полным **внутренним** отражением света на границе двух сред, имеющих разную оптическую плотность. При этом на границе перехода из **более плотной среды в менее плотную среду** тоже образуется угол отклонения $\alpha_{\text{откл.}}$ **между границей и отраженным от неё лучом**. В оптике этот угол $\alpha_{\text{откл.}}$ можно определить, если из 90° вычесть **предельный угол внутреннего отражения**: $\alpha_{\text{откл.}} = 90^\circ - \alpha_{\text{пр.}}$. Предельный угол внутреннего отражения, как известно, определяется по формуле: $\arcsin \alpha_{\text{пр.}} = \frac{1}{n}$, где **n** – показатель преломления среды, **1** – это показатель преломления света в вакууме. Далее определяем $\alpha_{\text{откл.}}$ и **sin $\alpha_{\text{откл.}}$** . С учётом основного тригонометрического тождества ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$), эти расчёты можно свести к одной формуле: **sin $\alpha_{\text{откл.}}$** $= \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$.

Теперь на основании пропорционального равенства, получим формулу для определения плотности энергии электронных облаков в

$$\text{веществе: } \rho = \rho_g \frac{\sin \alpha_{\text{откл.}}}{\sin \alpha_g} = \frac{\rho_g}{\sin \alpha_g} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \quad (1-12)$$

где $\rho_g = 5,955 \cdot 10^{20}$ Дж/м³, **sin $\alpha_g = 0,00000849245$**

(Для производства рабочих расчётов выражение $\frac{\rho_g}{\sin \alpha_g}$ надо свести к одному значению: **$7,01 \cdot 10^{25}$ Дж/м³**).

Для примерного расчёта возьмём из табл. 1 показатель преломления криптона, где $n=1,0002711$ ($\lambda = 645,8$ нм). Получим: $\rho = 1,63 \cdot 10^{24}$ Дж/м³.

Для воды, где $n=1,33002$ ($\lambda = 706,5$ нм): $\rho = 4,62 \cdot 10^{25}$ Дж/м³.

Для каменной соли, где $n=1,5400$ ($\lambda = 670$ нм): $\rho = 5,33 \cdot 10^{25}$ Дж/м³.

Это высокая плотность энергии.

Подобные расчёты плотности энергии электронных облаков можно произвести для других прозрачных веществ. Но это будет избыточно в рамках одного исследования.

3. Результаты.

По новой дисперсионной формуле были определены 42 показателя преломления света. Сравнение полученных показателей с лабораторными показателями показало следующее: **в инертных газах расхождение составило 10^{-7} , в жидких и твёрдых веществах $\pm 10^{-6} - 10^{-5}$** . При этом расчётные участки диапазона волн составляли **70-80 нм** (см. табл. 1).

Для сравнения. Наиболее точная эмпирическая формула Гартмана: $n = n_{\infty} + C/(\lambda - \lambda_0)^a$, определяет показатели преломления света с точностью $\pm 10^{-6} - 10^{-5}$. При этом расчётные участки диапазона волн **не должны превышать несколько десятков нм: $(\lambda - \lambda_0) < 30 - 40$ нм**.

Новая дисперсионная формула является физической формулой, потому что в её основе находится зависимость показателя преломления света **от показателя плотности энергии электронных облаков**.

Также к существенным результатам этого исследования следует отнести определение (методом аналогии) плотности энергии электронных облаков. Эта плотность составила $10^{24} - 10^{25}$ Дж/м³ в зависимости от показателя преломления вещества.

4. Заключение. В этом исследовании на основе релятивистской формулы Эйнштейна была получена новая дисперсионная формула с точностью $\pm 10^{-7} - 10^{-5}$ в расчётных участках диапазона волн **70-80 нм**.

Новую формулу можно применять к такому же широкому кругу прозрачных веществ, как известные эмпирические формулы Гартмана, Коши.

В этом исследовании методом аналогии была получена формула для определения плотности энергии электронных облаков прозрачных веществ и выборочно определены показатели плотности у некоторых веществ.

Декларация

1. Автор исследования: Андрей Чернов.