

# Давление гравитационного поля и вакуума определяет течение времени под поверхностью Земли.

В. Б. Беляев,

E-mail: [wbelayev@yandex.ru](mailto:wbelayev@yandex.ru)

Давление вакуума определяется из геометрии пространства вокруг локальной гравитационной системы согласно идее А. Д. Сахарова о «метрической упругости» пространства, т. е. возникновении обобщенной силы, предотвращающей его искривление. Предполагается, что энергия, эквивалентная гравитационному дефекту масс, расходуется на деформацию вакуума. Определяется гравитационное воздействие вещества на вакуум в случае слабо гравитирующего статического центрально-симметричного распределения вещества. Противоположное по знаку давление вакуума соответствует решению уравнений Эйнштейна для такого источника гравитации. Полученная метрика используется для определения течения времени под поверхностью Земли.

## 1. Введение

Согласно Эйнштейну, кривизна пространства-времени отвечает за гравитацию. Сахаров [1,2] предположил, что гравитация возникает из квантовой теории поля примерно в том же смысле, что и гидродинамика или теория упругости возникает из молекулярной физики. Он считал, что кривизна пространства «приводит к «метрической упругости» пространства, т. е. к обобщенным силам, противодействующим его искривлению. Действие в геометродинамике Эйнштейна отождествляется с изменением действия квантовых флуктуаций вакуума.

Из общей теории относительности следует что гравитационная масса тел, помещенных в замкнутый объем, меньше суммы гравитационных масс этих тел, разбросанных на бесконечное расстояние. Материя, расположенная более компактно, искажает пространство в локальной области в большей степени, однако, создавая меньшую гравитационную массу по сравнению с такое же количество вещества, распределенное по большему объему [3,4]. Этот феномен объясняется передачей энергии в гравитационное поле, которое приводит к деформации пространства. Затрачивание энергии при деформации, проявляющееся в гравитационном дефекте, является проявлением его упругости. Эти свойства используются при определении воздействия гравитационного поля на вакуум и компенсирующего его давления вакуума [5-8].

Экспериментально подтверждено замедление течения времени во внешней области вблизи поверхности Земли, которое соответствует метрике Шварцшильда [9]. Мы показываем, что полученное давление вакуума соответствует решению уравнений Эйнштейна для сферического источника гравитации [7-8]. С помощью этого решения определяется течение времени в центре Земли.

## 2. Решение уравнений Эйнштейна для сферического источника гравитации

Общий статический, сферически симметричный линейный элемент в сферических координатах  $x^i = (ct, r, \theta, \varphi)$  имеет вид

$$ds^2 = c^2 f(r) dt^2 - \frac{dr^2}{h(r)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (1)$$

при скорости света  $c$  и метрических функциях  $f(r)$  и  $h(r)$ . Тензор энергии-импульса сферически симметричного распределения статического вещества с плотностью  $\rho$  и изотропным давлением  $p$  описывается диагональной матрицей

$$T_i^i = \text{diag}(c^2 \rho, -p, -p, -p). \quad (2)$$

Метрические функции ищутся из уравнений Эйнштейна, которые [10] приносят выражающее закон сохранения равенство

$$\nabla_i G_k^i = \frac{dp}{dr} + \frac{p + \rho}{2f} \frac{df}{dr} = 0 \quad (3)$$

и уравнения

$$G_t^t = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r(1 - h)] = \chi T_1^1, \quad (4)$$

$$G_r^r = -\frac{h}{rf} \frac{df}{dr} + \frac{1}{r^2} (1 - h) = \chi T_2^2, \quad (5)$$

где постоянная  $\chi$  имеет следующее выражение:

$$\chi = \frac{8\pi\gamma}{c^4} \quad (6)$$

при гравитационной постоянной  $\gamma$ .

Интегрируя (4), получаем

$$h(r) = 1 - \frac{\chi}{r} \int_0^r T_1^1 y^2 dy, \quad (7)$$

где  $y$  - переменная. Если область, в которой тензор энергии-импульса имеет ненулевое значение, ограничена радиусом  $a$ , то при  $r \geq a$  имеем

$$h(r) = 1 - \frac{\chi}{r} \int_0^a T_1^1 y^2 dy. \quad (8)$$

Логарифм функции  $f(r)$  [5-8] имеет вид

$$\ln[f(r)] = \ln \left( 1 - \frac{\chi}{r} \int_0^r T_1^1 y^2 dy \right) - \chi \int_r^a \frac{(T_1^1 - T_2^2)z}{1 - \frac{\chi}{z} \int_0^z T_1^1 y^2 dy} dz, \quad (9)$$

где  $z$  - переменная.

## 3. Гравитационная масса сферического распределения статического вещества

Определим гравитационную массу ограниченной сферической области или тела. Поскольку в пустой области пространства метрические коэффициенты соответствуют метрике Шварцшильда

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) dt^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (10)$$

при

$$\alpha = \frac{2\gamma M}{c^2}, \quad (11)$$

то сопоставляя ее коэффициент при  $dr^2$  с (8), с учетом значения постоянной  $\chi$  (6) получаем значение массы

$$M = \frac{4\pi}{c^2} \int_0^a T_1^1 r^2 dr. \quad (12)$$

Отметим, что интегрирование здесь производится при элементе объема

$$dV_c = 4\pi r^2 dr, \quad (13)$$

соответствующего координатной системе отсчета, в то время как в собственной системе отсчета [11] данный элемент пространственного объема

$$V = \sqrt{\det \left[ \frac{g_{1p}g_{1q}}{g_{11}} - g_{pq} \right]} dx^2 dx^3 dx^4 \quad (14)$$

при  $p, q = 2, 3, 4$  есть

$$dV_p = 4\pi r^2 h^{-1/2} dr. \quad (15)$$

Поскольку  $h < 1$ , это означает, что гравитационная масса тел, расположенных в ограниченном объеме, меньше суммы гравитационных масс этих тел, взятых по отдельности. Это различие также называется гравитационным дефектом тела. В ограниченной гравитационной системе появляется отрицательная энергия связи [12]. При сближении частиц происходит обмен энергией между материей и гравитационным полем. Энергия свободно движущейся материальной частицы [5], соответствующая первой компоненте ее вектора энергии-импульса, в пространстве-времени Шварцшильда возрастает при приближении к центру гравитации. Однако в соответствии с теоремой Биркхофа [1] гравитационная масса сферической системы остается постоянной. Это является проявлением того, что материальная частица забирает энергию у вакуума через гравитационное поле [5], что согласуется с его сжатием, то есть, возрастанием отношения собственного объема вакуума области гравитационной системы к этому объему в координатной системе. При торможении сблизившихся частиц и переходе в статическое положение выделяется энергия в виде электромагнитных и гравитационных волн, которая, покидая систему, уменьшает ее гравитационную массу.

#### 4. Давление гравитационного поля и вакуума

Найдем вначале изменение объема пространства, вызываемое сферической массой [5]. Полагая  $R_V$  радиусом пространства, с учетом (12) и (14) получим разность между объемом в координатной системе отсчета и собственным объемом

$$\Delta V(R_V) = V^c - V^p = 4\pi \int_0^{R_V} r^2 (1 - h(r)^{-1/2}) dr. \quad (16)$$

Поскольку внешнее пространство сферического тела определяется метрикой Шварцшильда, то для достаточно больших  $R_V$  ввиду (2), (6), (8), (11), (12) находим

$$\Delta V(R_V) = \pi \alpha R_V^2, \quad (17)$$

то есть, величина изменения объема пространства, создаваемая любым телом, ограничивается только радиусом Вселенной. Этот результат не позволяет определить упругие свойства вакуума в достаточно малой области.

Гравитационное воздействие на вакуум будет определяться как отношение разности собственных энергий, эквивалентных собственным массам двух сферических тел, отличающихся радиусом в координатной системе отсчета на малое значение, к изменению собственного объема вокруг них [5-8]. При этом предполагается, что их гравитационные массы одинаковы.

Рассмотрим для случая слабой гравитации два сферических тела с одинаковой гравитационной массой в координатной системе отсчета и постоянными плотностями  $\rho_1, \rho_2$ , имеющих радиусы  $a_1, a_2$ . Эта масса составит

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho_1 a_1^3 = \frac{4}{3} \pi \rho_2 a_2^3. \quad (18)$$

Определим теперь суммарную массу элементов (15) в собственной системе отсчета, то есть, собственную массу каждого из тел. Объем сферического тела в этой системе отсчета с учетом (7) есть

$$V_{\text{int}}^p(a) = \int_0^a 4\pi r^2 h^{-1/2} dr = \int_0^a \frac{4\pi r^2}{\left(1 - \frac{\chi}{r} \int_0^r T_1^1 y^2 dy\right)^{1/2}} dr = \int_0^a \frac{4\pi r^2}{\left(1 - \frac{\chi}{3} c^2 \rho r^2\right)^{1/2}} dr. \quad (19)$$

Разложим выражение под интегралом в степенной ряд и запишем члены, содержащие  $a$  в степени не выше пяти. Подставляя значение константы  $\chi$  (6), получим

$$V_{\text{int}}^p(a) = \frac{4\pi}{3} a^3 + \frac{16\pi^2 \gamma}{15c^2} a^5 \rho + \dots \quad (20)$$

При слабом искривлении пространства внутри сферы:

$$\frac{\gamma \rho a^2}{c^2} \ll 1 \quad (21)$$

первые два члена этого разложения составят приблизительный объем сферического тела в собственной системе отсчета. Поскольку плотность вещества постоянна, то масса тела в этой системе отсчета или собственная масса будет

$$M^p = V_{\text{int}}^p(a)\rho. \quad (22)$$

Разница между собственными массами рассматриваемых тел с учетом (18) есть

$$\Delta M^p = M_1^p - M_2^p = \frac{16\pi^2\gamma}{15c^2}(a_1^5\rho_1^2 - a_2^5\rho_2^2) = \frac{16\pi^2\gamma}{15c^2}a_1^6\rho_1^2\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right). \quad (23)$$

Положим  $a_1 < a_2$ . Ввиду одинаковости гравитационных масс обоих тел искривление пространства в области  $r > a_2$ , создаваемое ими, будет одинаковым. Найдем разницу между объемами в собственной системе отсчета, которые в координатной системе задаются условием  $r < a_2$ . Для первого тела этот объем является суммой объема самого тела и внешней области  $a_1 < r < a_2$ , а именно,

$$V_1^p = V_{\text{int}}^p(a_1) + V_{\text{ext}}^p(a_1, a_2), \quad (24)$$

где второй член обозначает

$$V_{\text{ext}}^p(a_1, a_2) = \int_{a_1}^{a_2} 4\pi r^2 h^{-1/2} dr. \quad (25)$$

Проинтегрируем его:

$$V_{\text{ext}}^p(a_1, a_2) = \int_{a_1}^{a_2} \frac{4\pi r^2}{\sqrt{1-\frac{\alpha}{r}}} dr. \quad (26)$$

Раскладывая подынтегральное выражение (26) в степенной ряд, при  $\alpha/r \ll 1$  получим

$$V_{\text{ext}}^p(a_1, a_2) = \frac{4\pi}{3}(a_2^3 - a_1^3) + \pi\alpha(a_2^2 - a_1^2). \quad (27)$$

В результате с учетом (20) объем (24) составит

$$V_1^p = \frac{4\pi}{3}a_2^3 + \frac{8\pi^2\gamma\rho_1 a_1^3}{3c^2}(a_2^2 - a_1^2) + \frac{16\pi^2\gamma}{15c^2}a_1^5\rho_1 = \frac{4\pi}{3}a_2^3 + \frac{8\pi^2\gamma\rho_1 a_1^3}{15c^2}(5a_2^2 - 3a_1^2). \quad (28)$$

Область  $r < a_2$  ограничивает второе тело, собственный объем которого для слабого гравитационного поля согласно (20) есть

$$\tilde{V}_1^p = V_{\text{int}}^p(a_2) = \frac{4\pi}{3}a_2^3 + \frac{16\pi^2\gamma}{15c^2}a_2^5\rho_2. \quad (29)$$

Разность между собственными объемами, ограниченными в координатной системе радиусом  $a_2$ , будет

$$\Delta V^p = V_1^p - V_2^p = \frac{8\pi^2\gamma\rho_1 a_1^3}{5c^2}(a_2^2 - a_1^2). \quad (30)$$

Определим отношение изменения собственной энергии сферического тела

$$\Delta E^p = c^2 \Delta M^p \quad (31)$$

к изменению его объема при малом  $\Delta a = a_2 - a_1$  при сохранении его гравитационной массы в случае слабого гравитационного поля. Оно составит

$$\wp = \frac{\Delta E^p}{\Delta V^p} = \frac{1}{3} c^2 \rho. \quad (32)$$

Правая и левая части этого равенства вместе совпадают с уравнением состояния вещества в ультрарелятивистском пределе [3] и с соотношением [13] между плотностью и давлением фотонного газа. С увеличением дефекта массы разность между собственным объемом сферы и ее объемом в удаленной системе координат

$$\Delta V = (V_1^p - V^c) - (V_2^p - V^c) = \Delta V^p \quad (33)$$

увеличивается. В теории упругости  $\wp$  соответствует давлению идеального газа. Являясь положительной, эта величина характеризует гравитационное воздействие материи на вакуум, которое заключается в его сжатии. Соответственно, давление вакуума в соответствии с идеей Сахарова о «метрической упругости» направлено в противоположную сторону и в статическом случае будет

$$p_v = -\wp \quad (34)$$

и может рассматриваться как среднее давление вакуума внутри сферы  $r < a$  при условии, что  $\rho$  является суммарной плотностью вещества и негравитационных полей.

Рассмотрим пространство-время, описываемое метрикой

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad (35)$$

и содержащее источник гравитации с плотностью  $\rho$ , которое можно считать локально статическим с изотропным давлением. Выделим его достаточно малую сферическую область, в которой метрические коэффициенты и плотность в первом приближении могут считаться постоянными. Тогда гравитационное поле, создаваемое материей в ней, соответствует метрике (1). Предполагается, что оно может быть описано рассмотренным случаем для слабой гравитации. Будем считать сферу достаточно большой, чтобы не учитывать дискретность вещества.

Возьмем теперь пространство-время без источника гравитации в этой сфере. Его метрические коэффициенты будут слабо отличаться от  $g_{ij}$ . Перейдем к локально геодезической системе координат [3], связанной с центром этой области. Поместим затем отсутствующий источник гравитации в пустую сферу и проведем расчеты, аналогичные сделанным для сферического тела, положив радиус выделенной сферы за больший радиус. Таким образом, мы определим давление гравитационного поля  $\wp$  для данного случая. В локальной области пространства-времени, в которой источник гравитации статичен в собственной системе отсчета, давление вакуума в этой системе отсчета согласно (32) и (34) есть

$$p_v = -\frac{1}{3} c^2 \rho. \quad (36)$$

Будучи отрицательным, оно направлено на расширение пространства. Предполагается, что именно давление вакуума является источником гравитации и входит в тензор энергии-импульса (2).

Непосредственное перенесение результатов вычисления давления вакуума для слабо гравитирующей сферы в произвольную точку пространства в выбранной системе отсчета обеспечивается соблюдением постоянства физических констант, определяющих значение плотности материи, как источника гравитационного поля. Это предполагает выполнение так называемого сильного принципа эквивалентности, согласно которому в каждой точке пространства-времени в произвольном гравитационном поле можно выбрать локально-инерциальную систему координат, такую, что в достаточно малой окрестности рассматриваемой точки законы природы будут иметь форму, которая не зависит от расположения этой точки.

## 5. Решение уравнений Эйнштейна для сферы с давлением $p = -(1/3)c^2\rho$

При постоянной плотности и давлении, соответствующим соотношению (36), уравнения (3)-(5) имеют [7,8] решение

$$h(r) = 1 - \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho r^2, \quad (37)$$

$$f(r) = \text{const}. \quad (38)$$

Метрические функции  $f$  и  $h$  должны удовлетворять внешнему решению Шварцшильда (10) в вакууме

$$f_{\text{ext}}(r) = h_{\text{ext}}(r) = 1 - \frac{\alpha}{r}, \quad \alpha = \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho a^3, \quad r \geq a. \quad (39)$$

Таким образом, мы имеем граничные условия

$$f(a) = h(a) = 1 - \frac{\alpha}{a} = 1 - \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho a^2, \quad (40)$$

и поскольку функция  $f$  является постоянной внутри сферы (38), она будет иметь значение

$$f(r) = 1 - \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho a^2, \quad r \leq a. \quad (41)$$

Пространство-время внутри сферы следующее:

$$ds^2 = c^2 \left( 1 - \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho a^2 \right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{8\pi\gamma}{3c^2}\rho r^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (42)$$

Полученная метрика соответствует метрике Фридмана с постоянным масштабным коэффициентом длины, с постоянной кривизны пространства

$$k = (1/3)\chi c^2\rho \quad (43)$$

и временем

$$\tau = \left( 1 - \frac{\chi c^2}{3}\rho a^2 \right)^{1/2} t. \quad (44)$$

Внутри сферы время во всех точках течет одинаково.

## 6. Определение течения времени под поверхностью Земли

Внутри Земля состоит из нескольких областей, плотность в которых существенно отличается, см. Рис. 1.

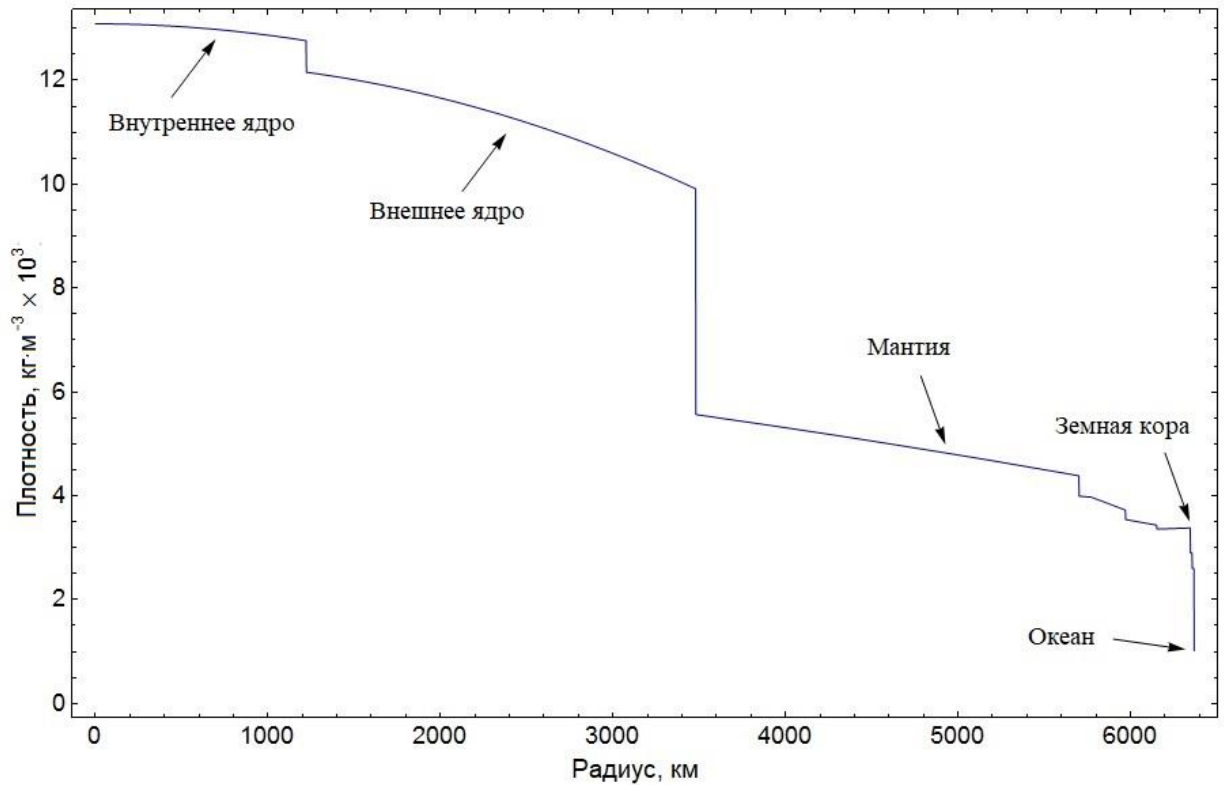


Рис. 1. График построен по данным из [14].

Определим вначале течение времени в центре Земли. Мы считаем приблизительно плотностью ядра  $\rho_{\text{я}} = 11000 \text{ кг/м}^3$  и плотностью внешней области, включающей мантию и кору,  $\rho_{\text{внеш}} = 4400 \text{ кг/м}^3$ . В этом случае гравитационное поле внутри Земли будет представлять собой сумму полей двух сфер с плотностью и радиусами  $\rho_1 = \rho_{\text{внеш}}$ ,  $a_1 = a_{\text{Земл}} = 6378 \text{ км}$  и  $\rho_2 = \rho_{\text{я}} - \rho_{\text{внеш}} = 6600 \text{ кг/м}^3$ ,  $a_2 = a_{\text{я}} = 3488 \text{ км}$ . Эффект замедления времени в центре Земли будет результатом суперпозиции полей двух сфер. Ввиду (44) и (6) время в нем составит

$$\tau = \left[ 1 - \frac{4\pi\gamma}{3c^2} (a_1^2 \rho_1 + a_2^2 \rho_2) \right] t. \quad (45)$$

Относительная разница между промежутками времени в отсутствие гравитации и в центре Земли будет  $(t_0 - \tau_{\text{ц}})/t_0 = 8,05 \cdot 10^{-10}$ . Течение времени в центре будет мало отличаться от течения времени во всей области ядра. Относительная разница между показаниями часов в центре Земли и на поверхности составит  $(t_{\text{пов}} - \tau_{\text{ц}})/t_{\text{пов}} = 1,1 \cdot 10^{-10}$ . Если считать возраст Земли  $T_3 = 4.54 \cdot 10^9 \text{ лет}$  [15], то центр Земли будет моложе ее поверхности на 1/2 года. Этот результат примерно в 5 раз меньше величины, полученной с использованием ньютоновских потенциалов [15].

Найдем, как будет меняться время в земной коре. Ее средняя плотность определена  $\rho_{\text{к}} = 2800 \text{ кг/м}^3$ . Рассмотрим гравитационное поле, создаваемое двумя сферами, одна из которых имеет радиус Земли и плотность  $\rho_{\text{к}}$ , а масса второй равна оставшейся части Земли  $M_2 = 2.94 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  и ее радиусом является радиус Земли, уменьшенный на среднюю толщину коры  $a_{\text{к}}$ . Замедление времени в этой системе в пределах коры будет суммарным результатом гравитационного поля, создаваемого первой сферой, с метрикой (42) и создаваемого второй сферой поля Шварцшильда (10):



$$\Delta\tau = \left[ 1 - \frac{\gamma}{c^2} \left( \frac{4\pi}{3} a_1^2 \rho_k + \frac{M_2}{r} \right) \right] \Delta t, \quad (46)$$

где расстояние до центра Земли находится в пределах  $a_1 \geq r \geq a_1 - a_k$ . В пределах земной коры оно может быть переписано в виде

$$\Delta\tau = \left[ 1 - \frac{\gamma}{c^2} \left( \frac{4\pi}{3} a_1^2 \rho_k + \frac{M_2}{a_1} + \frac{M_2 l}{a_1^2} \right) \right] \Delta t, \quad (47)$$

где  $l$  это расстояние до земной поверхности. Таким образом, разница промежутков времени, измеренных на поверхности Земли и в ее коре составит

$$\Delta\tau_{\pi} - \Delta\tau_k = \frac{\gamma}{c^2} \frac{M_2 l}{a_1^2} \Delta\tau_{\pi} \quad (48)$$

ввиду приближенного равенства  $\Delta\tau_{\pi} \approx \Delta t$ . В численном выражении это будет

$$\Delta\tau_{\pi} - \Delta\tau_k = (5.36 * 10^{-17} \text{ м}^{-1}) l \Delta\tau_{\pi}. \quad (49)$$

Согласно результатам, полученным в [15] с использованием линейной зависимости времени от гравитационного потенциала численный коэффициент в этой формуле составляет около  $1.1 * 10^{-16} \text{ м}^{-1}$ .

Большая часть земной поверхности покрыта океаном, и если в качестве плотности в (46) подставить плотность воды  $\rho_v = 1020 \text{ кг/м}^3$ , рассматривая ее как плотность первой сферы, то масса второй сферы составит  $\tilde{M}_2 = 4.86 * 10^{24} \text{ кг}$ . Разница промежутков времени на поверхности и глубине составит

$$\Delta\tau_{\pi} - \Delta\tau_{\text{гл}} = (8.86 * 10^{-17} \text{ м}^{-1}) l \Delta\tau_{\pi}. \quad (50)$$

## 7. Выводы

Возможный механизм возникновения давления вакуума основан на гравитационном дефекте масс и предположении об упругости пространства в соответствии с законом сохранения энергии. Сферические источники гравитации с постоянными плотностями и одинаковыми гравитационными массами рассматриваются в сферах с одинаковым объемом в удаленной системе отсчета. Разница между собственным объемом сфер и их объемом в удаленной системе отсчета увеличивается с увеличением дефекта массы, что дает положительное давление гравитационного поля. В статическом случае давление вакуума уравнивает воздействие гравитации на вакуум согласно теории упругости. Получено уравнение состояния для слабогравитирующей сферы в собственной системе отсчета. Оно может быть распространено на локально изотропный статический источник гравитации. Распределенная в пространстве материя возбуждает вакуум, в результате чего он приобретает ненулевое давление. Оно соответствует решению уравнений Эйнштейна, в котором течение времени одинаково во всех точках внутри сферы с постоянной плотностью и давлением. Полученную метрику можно использовать, чтобы определить ход времени в недрах Земли.

Точность определения течения времени с помощью атомных часов [16] позволяет определить эффект замедления времени под поверхностью земной коры или океана. На результат может влиять отклонение плотности от среднего в различных районах.

## Литература

1. А. Д. Сахаров, “Вакуумные квантовые флуктуации в искривленном пространстве и теория гравитации”, Докл. АН СССР, 177:1 (1967), 70–71.
2. S. E. Karam, Sakharov Curvature in Rowlands Duality Spacetime: Do vacuum 'spacetime forces' curve matter? J. Phys.: Conf. Ser. 1051 012017 (2018).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, 6-е издание, Наука, Москва, 1973.
4. Ч. Миснер, К. Торн, Дж. Уилер, Гравитация, Мир, Москва, 1977 (C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, Gravitation, W. H. Freeman and Company, San-Francisco, 1973.)
5. В. Б. Беляев, Динамика в общей теории относительности: Вариационные методы URSS. 2017. 216 с
6. D. Yu. Tsipenyuk, W. B. Belyaev, Dependence of universe deceleration parameter on cosmological constant: mechanism of vacuum pressure excitation by matter. Rom. Rep. Phys. 2020;72:113.
7. D. Yu. Tsipenyuk, W. B. Belyaev, Homogeneous Sphere with Excited Vacuum Pressure, Applications in Extended Space Model and Cosmology. In: Dong S-H, editor. New Trends in Physical Science Research Vol. 6. Hong Kong: BP International; 2022. p. 144-155. DOI: 10.9734/bpi/ntpsr/v6/2558A
8. V. Belayev, (2022). The vacuum pressure inside a sphere with a substance of constant density and the corresponding space-time metric. Cambridge Open Engage. Preprint, <https://www.cambridge.org/engage/coe/article-details/626268b288636c75591b4880>, doi:10.33774/coe-2022-5j50g
9. C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, & D. J. Wineland, Optical clocks and relativity. Science 329, 1630–1633 (2010).
10. P. O. Mazur, E. Mottola, Surface tension and negative pressure interior of a non-singular 'black hole'. Class. Quantum Grav. 2015;32:215024. arXiv:1501.03806
11. П. К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ, 3-е изд., Наука, Москва, 1967.
12. D. Yu. Tsipenyuk, W. B. Belyaev, Astrophysical and microcosm's applications of 2hv photon gravitational mass, Indian J. Phys. 96, 1607–1611 (2021).
13. Р. Толмен, Относительность, термодинамика и космология, Наука, Москва, 1974 (R.C. Tolman, Relativity, Thermodynamics and Cosmology, Oxford: At the Clarendon Press, 1969).
14. A. M. Dziewonski and D. L. Anderson, Preliminary reference Earth model, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 25 (1981) 297-356.
15. U. I. Uggerhøj, R. E. Mikkelsen and J. Faye, The young centre of the Earth, 2016 Eur. J. Phys. 37 035602, arXiv:1604.05507.
16. B. L. Schmittberger, D. R. Scherer, A review of contemporary atomic frequency standards, arXiv:2004.09987.