

Применение волнового уравнения Шрёдингера к условиям чёрной дыры. Результаты исследования.

Автор Андрей Чернов

E mail: and8591@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-6461-5261>

Содержание

1. Аннотация – 2 стр.
2. Методы – 2-8 стр.
3. Результаты – 8 стр.
4. Заключение – 9 стр.
5. Декларация – 10 стр.

1. Аннотация.

В основе этого исследования лежит волновое уравнение Шрёдингера для функции ψ . Два частных случая этого уравнения, классическая формула гравитационной энергии и формула Эйнштейна $E = m_{\text{ра}} c^2$ были применены к экстремальным условиям чёрной дыры. В результате преобразования и решения этих уравнений была получена формула частицы массы чёрной дыры (эта частица в исследовании названа протоатомом). Полученная формула протоатома базируется на трёх независимых фундаментальных константах: величине элементарного заряда, величине гравитационной постоянной и скорости света в вакууме. Рассчитанная по этой формуле масса протоатома составила $m_{\text{ра}} = 1,630740013 \cdot 10^{-27}$ кг. Это на 2,3 % меньше массы атома водорода и на 1,8% меньше атомной единицы массы 1 а.е.м. Это малое расхождение объясняется дефектом массы атомов водорода (и других химических элементов) в результате гравитационного сжатия гигантских звёзд и последующей их эволюции в чёрные дыры.

В исследовании было определено максимальное значение стационарной энергии для протоатомов, где $E_{n=1} = -4,824514034 \cdot 10^{-15}$ эВ и минимально возможное расстояние между протоатомами в чёрных дырах, где $r_{n=1} = 2,29620792 \cdot 10^{-31}$ м. Полученное значение энергии $E_{n=1}$ уверенно согласуется с известными результатами астрофизических наблюдений гравитационных волн при слиянии чёрных дыр (см. 2 раздел).

Также в исследовании были получены другие результаты, которые имеют научное значение.

Ключевые слова. Уравнение Шрёдингера, чёрная дыра, протоатом, формула массы протоатома, стационарное значение энергии протоатома, расстояние между протоатомами, гравитон.

2. Методы.

2.1. Применение волнового уравнения Шрёдингера в условиях чёрной дыры невозможно без описания начальных условий. Начнём с того, что при

гравитационном сжатии гигантской звезды происходит дефект массы атомов, из которых состоит звезда. При этом звезда, состоящая в основном из атомов водорода, вначале превращается в нейтронную звезду, а при продолжении сжатия становится чёрной дырой. Если гравитационное сжатие чёрной дыры будет продолжаться дальше, то может наступить предел, когда дальнейшее сжатие вещества становится невозможным. В этих условиях массу чёрной дыры составляют нейтроны, которые в результате дефекта массы уменьшили свою массу до величины m_{pa} . В этой статье такие нейтроны получили название протоатомов. В протоатомах находятся два противоположных элементарных заряда $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19}$ Кл. В сумме эти заряды представляют единый заряд: $e_{pa} = 2e = 3,204353268 \cdot 10^{-19}$ Кл. Протоатомы очень плотно прижаты друг к другу. Расстояние между ними чрезвычайно мало и составляет r .

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = i\hbar \frac{d\psi}{dt} \quad (2-1)$$

Это волновое уравнение Шрёдингера, позволяет найти волновую функцию частицы, которая движется в заданном силовом поле. Частным случаем этого уравнения является хорошо известное уравнение Шрёдингера для стационарных состояний (для полноты информации приведём ссылку на вывод формулы <http://surl.li/pgnnq>) :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = E\psi \quad (2-2)$$

Это уравнение является опорной базой всего исследования, потому что на его основе получены все последующие уравнения и формулы. Первой такой формулой, полученной на основе ф. 2-2, является формула атома водорода при дискретных отрицательных значениях энергии. Эта формула широко известна в квантовой механике (для полноты информации приведём ссылку на вывод формулы <http://surl.li/oryio>):

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad \text{или} \quad E_n = -k^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n=1,2,3,4...) \quad (2-3)$$

где m_e – масса электрона, $m_e = 9,109383702 \cdot 10^{-31}$ кг

e – элементарный заряд, $1,602176634 \cdot 10^{-19}$ Кл

$\hbar$ – постоянная Дирака, $\hbar = 1,054571817 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

n – главное квантовое число.

k – коэффициент пропорциональности, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,988 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

Для цели дальнейшего исследования отметим, что значение $k = 8,988 \cdot 10^9$ относится к вакууму и является максимальной величиной для этого коэффициента. В диэлектриках коэффициент k меньше. При этом в некоторых из них этот коэффициент может уменьшиться больше, чем в 250 000 тысяч раз (это титанат меди и кальция <http://surl.li/pibzс>) по сравнению с $k = 8,988 \cdot 10^9$, вследствие появления значения ϵ в $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$.

Перед тем, как продолжить дальше, отметим, что формула 2-3 совпадает с полученной Бором формулой для энергии стационарных состояний атома водорода.

Теперь применим формулу 2-3 к уровням энергии протоатома в чёрной дыре. В результате получим следующую формулу:

$$E_n = -k^2 \frac{m_{pa} e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (2-4)$$

где m_{pa} – масса протоатома, кг.

e_{pa} – заряд протоатома, $e_{pa} = 2e = 3,204353268 \cdot 10^{-19}$ Кл

k – коэффициент пропорциональности заряда протоатома, где $k = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Коэффициент k в формуле 2-4 имеет номинальное значение и служит для перевода единиц измерений. (Значение $k = 1$ в условиях чёрной дыры подтверждено в этом исследовании результатами расчётов и проанализировано в разделе 3 «Результаты»).

1. При $n=1$ значение энергии E в формуле 2-4 является максимальным и равно энергии, необходимой для удаления двух протоатомов друг от друга. (Это аналогично энергии E_0 для ионизации атома водорода в модели атома водорода Бора).

2. Вокруг себя протоатомы образуют гравитационное поле с гравитационной постоянной $G = 6,6743 \cdot 10^{-11}$. Поэтому для того чтобы разделить два протоатома (здесь, разумеется, нельзя учитывать общее давление в чёрной дыре) необходимо затратить энергию:

$$E = -\frac{G m_{pa} m_{pa}}{r} = -\frac{G m_{pa}^2}{r} \quad (2-5)$$

где r – расстояние между протоатомами.

Исходя из **одинакового значения энергии в 1 и 2** получим равенство:

$$-k^2 \frac{m_{pa} e_{pa}^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{G m_{pa}^2}{r} \quad (2-6)$$

$$\text{Отсюда получим: } r = \frac{2\hbar^2 G m_{pa} n^2}{k^2 e_{pa}^4} \quad (2-7)$$

Дальше напишем формулу для стационарных состояний энергии частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Эта формула тоже является частным случаем решения уравнения Шрёдингера 2-2 и широко известна в квантовой механике (для полноты информации приведём ссылку на вывод формулы <http://surl.li/orygz>):

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m a^2} n^2 \quad (2-8)$$

где m – масса частицы, a – ширина потенциальной ямы.

В чёрной дыре протоатомы тоже находятся в одномерной потенциальной яме. Это позволяет применить формулу 2-8 к протоатому:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m_{pa} a^2} n^2 \quad (2-9)$$

При этом в **одномерном пространстве чёрной дыры** расстояние r (2-7) между протоатомами **численно равно** квадрату ширины потенциальной ямы: $r = a^2$ (2-10)

Также как основное уравнение Шрёдингера 2-1, равенство 2-10 не выводится, а постулируется. (Равенство 2-10 будет подтверждено конечными результатами этого исследования). Теперь с учётом $r = a^2$ получим из формулы 2-9 следующее уравнение:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2 m_{pa} r} \quad (2-11)$$

Подставим в формулу 2-11 значение $r = \frac{2\hbar^2 G m_{pa} n^2}{k^2 e_{pa}^4}$ из формулы

2-7. В результате получим:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2 m_{pa}} / \frac{2\hbar^2 G m_{pa} n^2}{k^2 e_{pa}^4} \text{ или } E_n = \frac{k^2 \pi^2 e_{pa}^4}{4 m_{pa}^2 G} \quad (2-12)$$

Все члены правой половины формулы 2-12 являются постоянными величинами. Следовательно энергия E_n тоже является постоянной величиной. Поэтому есть основание полагать, что такой постоянной энергией является энергия массы протоатома:

$$E_{pa} = \frac{k^2 \pi^2 e_{pa}^4}{4 m_{pa}^2 G} \quad (2-13)$$

Проверим это предположение. Для этого применим формулу Эйнштейна $E = m_{pa} c^2$ к энергии E_{pa} . В результате получим:

$$m_{pa} c^2 = \frac{k^2 \pi^2 e_{pa}^4}{4 m_{pa}^2 G} \quad (2-14)$$

После решения этого уравнения получим формулу массы протоатома:

$$m_{pa} = \sqrt[3]{\frac{k^2 \pi^2 e_{pa}^4}{4 G c^2}} \quad (2-15)$$

Подставим в эту формулу $\pi = 3,141592654$, $e_{pa} = 3,204353268 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2 \text{ кг}}$, $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $k = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

В результате получим: **$m_{pa} = 1,630740013 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$**

1. Как видим, масса протоатома оказалась меньше массы атома водорода на 2,3 %, где $m_h = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ и меньше атомной единицы массы на 1,8%, где $1 \text{ а.е.м.} = 1,660539066 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. **Это объясняется дефектом массы атомов водорода и других химических элементов при гравитационном сжатии гигантских звёзд.** (Заметим, что с позиций атомной физики расхождение на +2,3 % между m_h и m_{pa} является более

обоснованным, чем если бы в этом исследовании был получен результат $m_{pa} = m_h$ (не говоря уже о $m_h < m_{pa}$).

2. Необходимо отметить, что **масса протоатома была определена через три независимые фундаментальные константы: элементарный заряд e ($e_{pa} = 2e$), гравитационную постоянную G и скорость света в вакууме.** При этом в формуле 2-15 отсутствуют дополнительные коэффициенты (не считая $k = 1$), а константы отличаются между собой на большое число степеней. Поэтому с математических позиций вероятность случайного получения такой величины m_{pa} , которая оказалась меньше массы атома водорода всего на 2,3 %, составляет **ничтожно малую величину.**

На основании этих двух пунктов можно заключить, что формула 2-15 и полученный по ней результат m_{pa} являются верными. Из этого в свою очередь следует, что вошедшие в эту формулу коэффициент **$k = 1$** (2-4) и равенство **$r = a^2$** (2-10) тоже получили подтверждение.

Перед тем как перейти к следующему этапу исследования, необходимо подчеркнуть, что энергия E_n в формуле 2-4 и энергия E_{pa} в формуле 2-13 имеют разную физическую природу. В формуле (2-4) – это стационарная энергия заряда протоатома, в формуле (2-13) – это энергия массы протоатома.

Чёрные дыры отличаются между собой величиной стационарной энергии протоатомов E_n и величиной r_n . Эти значения **E_n и r_n являются единственными стационарными значениями для каждой конкретной чёрной дыры** и определяются через формулы: $E_n = k^2 \frac{m_{pa} e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$ (2-4) и $r_n = \frac{2\hbar^2 G m_{pa} n^2}{k^2 e_{pa}^4}$ (2-7). Как видим, в этих формулах единственной переменной величиной является квантовое число n (возможное изменение величины m_{pa} ничтожно мало по сравнению с изменением числа n). По этой причине

чёрные дыры можно классифицировать в соответствии с квантовым числом n их протоатомов. Таким образом, чёрная дыра, где $n=1$, будет иметь среди чёрных дыр наибольшее значение E_n и наименьшее значение r_n . Определим эти значения по формулам 2-4 и 2-7, где $m_{pa} = 1,630740013 \cdot 10^{-27}$ кг, $e_{pa} = 3,204353268 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\hbar = 1,054571817 \cdot 10^{-34}$ Дж · с, $G = 6,6743 \cdot 10^{-11}$, $k = 1 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$:

$$E_{n=1} = -7,729723656 \cdot 10^{-34} \text{ Дж или } E_{n=1} = -4,824514034 \cdot 10^{-15} \text{ эВ}$$

$$r_{n=1} = 2,29620792 \cdot 10^{-31} \text{ м}$$

Значения $E_{n=1}$ и $r_{n=1}$ являются предельными значениями среди чёрных дыр. Далеко не факт, что такие плотные чёрные дыры (где $r_{n=1} = 2,29620792 \cdot 10^{-31} \text{ м}$) могут существовать во Вселенной и тем более в большом количестве. Вероятней всего, что реальные значения E_n и r_n для протоатомов большинства чёрных дыр значительно меньше. На это указывают известные результаты астрофизических наблюдений слияния чёрных дыр. По результатам этих наблюдений была установлена верхняя граница массы гравитона $1,2 \cdot 10^{-22} \text{ эВ}/c^2$ <http://surl.li/pbanu> (это соответствует энергии $1,2 \cdot 10^{-22} \text{ эВ}$). Полученный исследователями результат свидетельствует о том, что в области столкновения чёрных дыр произошло сильное кратковременное сжатие вещества. В результате этого изменилась стационарная энергия протоатомов, вследствие чего произошёл выброс в космос энергии в виде гравитонов: $\varepsilon = E_{n2} - E_{n1}$ (2-16)

Величина энергии гравитона $\varepsilon = 1,2 \cdot 10^{-22} \text{ эВ}$ подтверждает результаты исследования, потому что $\varepsilon < |E_{n=1}|$. Здесь необходимо отметить, что непосредственно в области слияния чёрных дыр разница в величине между ε и $E_{n=1}$ должна быть намного меньше (возможно даже на несколько порядков). Это связано со значительным поглощением энергии гравитационных волн в космическом пространстве вследствие огромного расстояния от места события до места наблюдения.

3. Результаты.

В основе этого исследования находится волновое уравнение Шрёдингера для функции ψ . Два частных случая этого уравнения вместе классической формулой гравитационной энергии были применены к условиям чёрной дыры. В конечном результате была получена формула для определения массы структурной частицы чёрной дыры, которая в исследовании названа протоатомом. Рассчитанная по формуле 2-15 масса протоатома составила $m_{pa} = 1,630740013 \cdot 10^{-27}$ кг. Это на 2,3 % меньше массы атома водорода (где $m_h = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) и на 1,8% меньше атомной единицы массы 1 а.е.м. (1 а.е.м. = $1,660539066 \cdot 10^{-27}$ кг). **Это малое расхождение объясняется дефектом массы атомов водорода (и других химических элементов) в результате гравитационного сжатия гигантских звёзд и последующей эволюции этих звёзд в нейтронные звезды и чёрные дыры.**

Отдельно к результатам исследования следует отнести тот факт, что масса протоатома m_{pa} была определена по формуле 2-15 **через три независимые фундаментальные константы: элементарный заряд e ($e_{pa} = 2e$), гравитационную постоянную G и скорость света в вакууме.** Необходимо подчеркнуть, что в этой формуле отсутствуют дополнительные коэффициенты (не считая $k = 1$), а константы отличаются между собой на большое число степеней. Поэтому с математических позиций вероятность случайного получения такой величины m_{pa} , которая оказалась меньше массы атома водорода всего на 2,3 %, составляет **ничтожно малую величину.**

На основании всего вышеизложенного можно заключить, что формула 1-15 является верной. Из этого в свою очередь следует, что вошедшие в эту формулу коэффициент $k = 1$ (2-4) и равенство $r = a^2$ (2-10) тоже получили подтверждение.

Теперь отметим, что коэффициент пропорциональности в формуле 2-15 составляет $k = 1$, то есть целое число. Таким образом, наблюдается аналогия с целыми числами в формулах квантовой механики, где $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ (И хотя это напрямую не относится к теме исследования, но можно предположить, что коэффициент пропорциональности в формуле Кулона, где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$, тоже может быть представлен только целыми числами: 1, 2, 3, 4, ..., 8988000000. Уверенно доказать обратное (то есть, что в этом длинном ряду присутствуют дробные числа) – математически невозможно. Чтобы в этом убедиться, достаточно взглянуть на таблицу диэлектрической проницаемости материалов <http://surl.li/pibzc>. Из этой таблицы видно, что экспериментальные значения ϵ имеют мало знаков после запятой, чтобы можно было уверенно утверждать о присутствии дробных чисел в коэффициенте $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$).

В этом исследовании с помощью полученных формул 2-4 и 2-7, было определено максимально возможное значение стационарной энергии для протоатомов, где $E_{n=1} = -4,824514034 \cdot 10^{-15}$ эВ и минимально возможное расстояние между протоатомами внутри чёрных дыр, где $r_{n=1} = 2,29620792 \cdot 10^{-31}$ м.

Полученное значение энергии $E_{n=1}$ уверенно согласуется с известными результатами астрофизических наблюдений гравитационных волн при слиянии чёрных дыр (см. 2 раздел)

4. Заключение.

Отличительной особенностью этого исследования является то, что оно полностью базируется на фундаментальных физических константах.

5. Декларация.

Автор исследования: Андрей Чернов.