Симметрии и четность пространства-времени

Зафар Туракулов

21 февраля 2024 г.

Аннотация

Рассмотрен вопрос о возможности нарушения пространственной четности как свойства пространства-времени. Показано, что это нарушение достигается нетривиальным объединением алгебр Ли временных сдвигов и пространственных вращений. Геометрия стационарного сферически симметричного пространства-времени построена в общем виде. Нарушение пространственной четности в пространстве-времени построенного таким образом, продемонстрировано на свойствах геодезических потоков, а именно, показано, что зеркальное отражение такого потока не является геодезическим потоком. Построение, представленное в настоящей работе, показывает путь, на котором, по нашему мнению, была построена метрика Тауба-НУТ.

1 Введение

Все физические законы, открытые до определенного момента, обладают одним общим свойством, называемым пространственной четностью. Оно состоит в том, что все физические законы и следовательно, физический мир идентичны своему зеркльному отражению. Это свойство физического мира казалось вполне очевидным до тех пор, пока нарушение пространственной четности не было обнаружено экспериментально при исследовании свойств β-распада нейтрона, находящегося в связанном состоянии. Поскольку Янг Чжень-Нин, Ли Цзун Дао и Ву Цзянь Сюнь, проводили это исследование, прямо поставив своей целью обнаужить нарушение пространственной четности, предположение о том, что пространственная четность может быть нарушена, появилось раньше и имеет чисто теоретическое происхождение. Оно действительно присутствует в решении уравнения Эйнштейна, которое получил А. Тауб [5]. Однако идея нарушения четности у него тоже была еще до того, как он получил свое решение.

Наиболее естественным происхождением этой идеи нам представляется предположение у существовании гравимагнитного заряда. Это предположение выглядит единственным возможным мотивом поиска именно такого решения уравнения Эйнштейна. Но поскольку оно было построено, уже из него следует, что прстранственной четностью может обладать или не обладать само пространство-время. В настоящей работе рассматривается вопрос, каким образом сферически-симметричное пространство-время может не совпадать со своим зеркальным отражением. Метрика такого пространства-времени будет найдена в явном виде. Нарушение пространственной четности в таком пространстве-времени демонстрируется на примере свойств геодезических потоков. Делается вывод о том, что это нарушение имеет чисто геометрическую природу, а его проявление в слабом взаимодействии носит вторичный характер.

2 Симметрии и четность пространства-времени

По определению, стационарное сферически-симметричное пространство-время обладает тремя пространственно-подобными векторами Киллинга, образующим алгебру Ли группы вращений, и одним времени-подобным, генерирущим временные сдвиги. Это означает, что в нем можно ввести систему координат, в которой временная координата t, такова, что все пространства $t = \mathrm{const}$ идентичны, а остальные определены следующим образом. Поскольку пространство $t = \mathrm{const}$ обладает сферической симметрией, в нем можно ввести сферические координаты $\{r, \theta, \varphi\}$. Вместе они составляют систему $\{t, r, \theta, \varphi\}$.

В обычном, т.е. статическом случае, когда времени-подобный вектор Киллинга ортогонален всем пространственно-подобным, они выражены как

$$\vec{P} = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{L}_1 = \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot\theta \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi}, \tag{1}$$
$$\vec{L}_2 = \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cot\theta \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \vec{L}_3 = \frac{\partial}{\partial \varphi},$$

здесь и далее векторы идентифицируются с операторами дифференцирования [2]. Теперь задача состоит в том, чтобы внести в эту алебру Ли нарушение пространственной четности, т.е. найти такое обобщение этой алгебры, в котором они неортогональны, но подчиняются тем же коммутационным соотношениям. Для построения такой алгебры рассмотрим четверку векторов

$$\vec{P} = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{L}_1 = \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot\theta \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + a(\theta, \varphi) \frac{\partial}{\partial t},$$
$$\vec{L}_2 = \cos\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cot\theta \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + b(\theta, \varphi) \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{L}_3 = \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

и потребуем, чтобы все они удовлетворяли обычным коммутационным соотношениям $[\vec{L}_i, \vec{L}_j] = \epsilon_{ij}{}^k$, $[\vec{P}_0, \vec{L}_i] = 0$ и уравнению Киллинга [3] $k_{b;a} + k_{a;b} =$

0, где $k_{a;b}$ обозначает ковариантную производную компоненты вектора $\vec{k}$. Однако решать уравнение Киллинга не придется, поскольку до тех пор, пока метрика пространства-времени не установлена, его просто невозможно составить. Поэтому будет решаться обратная задача: сначала из коммутаторов будет установлен явный вид этих векторов, потом будет найдена ортонормированная тетрада, в которой они удовлетворяют этому уравнению.

Очевидно, вектор $\vec{P}$ коммутирует со всеми $\vec{L}_i$, так что остается найти коммутаторы пространственно-подобных векторов. Они вычисляются следующим образом:

$$
\begin{aligned}
[\vec{L}_1, \vec{L}_2] = \; & \sin\varphi \frac{\partial}{\partial\theta}\left[-\cot\theta \sin\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} + b(\theta,\varphi)\frac{\partial}{\partial t}\right] + \\
& + \cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} + b(\theta,\varphi)\frac{\partial}{\partial t}\right] - \\
& - \cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} + a(\theta,\varphi)\frac{\partial}{\partial t}\right] + \\
& + \cot\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} + a(\theta,\varphi)\frac{\partial}{\partial t}\right] = \\
& = \vec{L}_3 + \left[\left(\frac{\partial b}{\partial\theta}\sin\varphi - \frac{\partial a}{\partial\theta}\cos\varphi\right) + \left(\frac{\partial b}{\partial\varphi} + \frac{\partial a}{\partial\varphi}\right)\cot\theta\right]\frac{\partial}{\partial t}.
\end{aligned}
$$

Два других коммутатора вычисляются одинаково, поэтому достаточно рассмотреть одно из них:

$$
\begin{aligned}
[\vec{L}_2, \vec{L}_3] = \; & -\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\cos\varphi\frac{\partial\theta}{\partial -}\cot\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} + b\frac{\partial}{\partial t}\right) = \\
& \sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{\partial b}{\partial\varphi} = \\
= \; & \vec{L}_1 - \left(a(\theta,\varphi) + \frac{\partial b}{\partial\varphi}\right)\frac{\partial}{\partial t}.
\end{aligned}
$$

Они приводят к следующим дифференциальным уравнениям:

$$
\begin{aligned}
& \sin\varphi\frac{\partial b}{\partial\theta} - \cos\varphi\frac{\partial a}{\partial\theta} + \cot\theta(\cos\varphi\frac{\partial b}{\partial\varphi} + \sin\varphi\frac{\partial a}{\partial\varphi}) = 0, \\
& \frac{\partial b}{\partial\varphi} = -a, \; \frac{\partial a}{\partial\varphi} = b.
\end{aligned}
$$

Эти уравнения легко решаются:

$$
a = \frac{2l\cos\varphi}{\sin\theta}, \quad b = -\frac{2l\sin\varphi}{\sin\theta}, \quad l = \text{const}
$$

и их решение приводит к следующему обобщению:

$$\vec{P} = \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{L}_1 = \sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cos\varphi\left(\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right), \tag{2}$$
$$\vec{L}_2 = \cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} - \sin\varphi\left(\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right), \quad \vec{L}_3 = \frac{\partial}{\partial\varphi}.$$

Следующая задача состоит в том, чтобы построить такое пространство-время, в котором эти векторы генерируют преобразования симметрии, т.е. обратная задача на уравнение Киллинга.

3 Обратная задача на уравнение Киллинга

В отличие от прямой задачи, постановка которой очевидна, обратная допускает различные постановки, хотя ее решением в конечном счете является модель пространства-времени. Обычно такая модель задается римановой метрикой, однако эта постановка не является единственной возможной. Ее проще решить, поставив целью построить векторный базис, сохраняющийся при преобразованиях, генерируемых векторами Киллинга, который затем можно объявить ортонормированным. Ниже задача будет решена в этом подходе.

Пусть четверка векторов $\{\vec{n}_a\}$ образует ортонормированный репер, т.е. скалярные произведения этих векторов равны компонентам метрического тензора Минковского:

$$\langle\vec{n}_a, \vec{n}_b\rangle = \eta_{ab}. \tag{3}$$

Малое преобразование вектора $\vec{n}a$, генерируемое вектором Киллинга $\vec{k}$, задается производной Ли вектора $\vec{n}a$ по $\vec{k}$, обозначаемой $\mathfrak{L}_{\vec{k}}\vec{n}_a$,. Поскольку дифференцирование Ли подчиняется правилу Лейбница, малое преобразование скалярного произведения (3) имеет вид

$$\mathfrak{L}_{\vec{k}}\langle\vec{n}_a, \vec{n}_b\rangle = \langle\mathfrak{L}_{\vec{k}}\vec{n}_a, \vec{n}_b\rangle + \langle\mathfrak{L}_{\vec{k}}\vec{n}_b, \vec{n}_\rangle.$$

По определению, эти скалярные произведения инвариантны относительно преобразований симметрии. Следовательно, векторы $\vec{n}_a$ и их производные Ли по вектору $\vec{k}$ удовлетворяют уравнениям, эквивалентным уравнению Киллинга

$$\langle\mathfrak{L}_{\vec{k}}\vec{n}_a, \vec{n}_b\rangle + \langle\mathfrak{L}_{\vec{k}}\vec{n}_b, \vec{n}_a\rangle = 0.$$

В частности, производная Ли любого из них ортогональна ему самому. В данном случае, поскольку они ортогональны, достаточно, чтобы каждый из них был ортогонален этим производным. Ниже это условие называется просто условием ортогональности.

Для решения этих уравнений следует воспользоваться тем, что производная Ли одного вектора по другому – это в точности коммутатор этих векторов. Этот факт позволяет представить уравнение Киллинга в виде

$$\langle [\vec{k}, \vec{n}_a], \vec{n}_b \rangle + \langle [\vec{k}, \vec{n}_b], \vec{n}_a \rangle = 0, \tag{4}$$

где $\vec{k}$ означает любой из векторов (2). Наиболее вероятно, что решение этой задачи предшествовало построеию метрики Тауба-НУТ и следовательно, оно принадлежит А. Таубу. Ниже мы воспользуемся его решением как подсказкой, т.е. построим четверку векторов, аналогичную ортонормированному реперу в его решении:

$$\begin{aligned} \vec{n}_0 &= \frac{1}{\Phi(r)}\,\frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{n}_1 = \frac{1}{f(r)}\,\frac{\partial}{\partial r} \\ \vec{n}_2 &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \quad \vec{n}_3 = \left(-\frac{2l\cot\theta}{r}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{r\sin\theta}\,\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

и докажем, что все они удовлетворяют условию ортогональности.

Заметим, что вектор $\vec{P}$ коммутирует со всеми векторами репера, а векоры $\vec{n}_0$ и $\vec{n}_1$ коммутируют со всеми четырьмя векторами Киллинга, поэтому достаточно показать, что поставленному условию удовлетворяют два других. Рассмотрим сначала вектор $\vec{n}_2$. Его коммутаторы с векторами Киллинга, отличные от нуля, равны

$$\begin{aligned} [\vec{n}_2, \vec{L}_1] &= \vec{n}_2 \circ \vec{L}_1 = \frac{\cos\varphi}{r}\,\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\cot\theta\,\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\,\frac{\partial}{\partial t}\right), \\ [\vec{n}_2, \vec{L}_2] &= \vec{n}_2 \circ \vec{L}_2 = -\frac{\sin\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\cot\theta\,\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\,\frac{\partial}{\partial t}\right). \end{aligned}$$

Оба вектора в правых частях обоих равенств ортогональны вектору $\vec{n}_2$, следовательно, он удовлетворяет условию ортогональности. Теперь точно также рассмотрим вектор $\vec{n}_3$. Для этого построим коммутатор векторов $\vec{n}_3$ и $\vec{L}_1$, представив его в виде $[\vec{n}_3, \vec{L}_1] = \vec{n}_3 \circ \vec{L}_1 - \vec{L}_1 \circ \vec{n}_3$, где векторы понимаются как дифференциальные операторы, об этом подробнее сказано в следующем разделе. Теперь его можно построить по частям.

$$
\begin{aligned}
&\vec{n}_3 \circ \vec{L}_1 = \\
&= \left(-\frac{2l\cot\theta}{r}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \circ \left[\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cos\varphi\left(\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] = \\
&= -\frac{1}{r\sin\theta}\left[\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \sin\varphi\left(\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] = \\
&= -\frac{\sin\varphi}{sin\theta}\,\vec{n}_2 - \cot\theta\sin\varphi\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{r\sin\theta\cos\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right) = \\
&= -\cot\varphi\cdot\vec{n}_2 - \cot\theta\sin\varphi\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right) = \\
&= -\cot\varphi\cdot\vec{n}_2 - \cot\theta\sin\varphi\cdot\vec{n}_3 + \frac{2l[\cos^2\theta - 1]}{r\sin\theta}\,\vec{n}_0 = \\
&= -\cot\varphi\cdot\vec{n}_2 - \cot\theta\sin\varphi\cdot\vec{n}_3 + \frac{2l\sin\theta}{r}\,\vec{n}_0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\vec{L}_1 \circ \vec{n}_3 = \\
&= \left[\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cos\varphi\left(\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{2l}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] \circ \left(-\frac{2l\cot\theta}{r}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) = \\
&= \sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{2l\cot\theta}{r}\frac{\partial}{\partial t}\right) = \\
&= -\cot\theta\sin\varphi\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{2l}{r\sin\theta\cos\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right) = \\
&= -\cot\theta\sin\varphi\left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{2l\cos\theta}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial t}\right) = -\cot\theta\sin\varphi\cdot\vec{n}_3
\end{aligned}
$$

Складывая получившиеся выражния, получаем искомый коммутатор в виде

$$
\begin{aligned}
&[\vec{n}_3, \vec{L}_1] = \vec{n}_3 \circ \vec{L}_1 - \vec{L}_1 \circ \vec{n}_3 = \\
&-\cot\varphi\cdot\vec{n}_2 - \cot\theta\sin\varphi\cdot\vec{n}_3 + \frac{2l\sin\theta}{r}\,\vec{n}_0 + \cot\theta\sin\varphi\cdot\vec{n}_3 = \\
&= \frac{2l\sin\theta}{r}\,\vec{n}_0 - \cot\varphi\cdot\vec{n}_2.
\end{aligned}
$$

Здесь вектор в правой части ортогонален вектору $\vec{n}_3$ по определению векторов ортонормированного репера, и таким образом, он также удовлетворяет условию ортогональности. Тем самым показано, что ему удовлетворяют все четыре вектора (5), следовательно, этой четверкой векторов, как ортонормированным репером, можно задать метрику пространства-времени, преобразования симметрии которого генерируются векторами (2). Для наших целей удобнее располагать не компонентами метрического тензора, а ортонормированной тетрадой, дуальной к этому реперу. она имеет вид

$$\begin{aligned} \nu^0 &= \Phi(r)(\mathrm{d}t + 2l\cos\theta\mathrm{d}\varphi), \qquad & \nu^1 &= f(r)\mathrm{d}r, \\ \nu^2 &= r\mathrm{d}\theta, & \nu^3 &= r\sin\theta\mathrm{d}\varphi. \end{aligned} \tag{6}$$

Покажем теперь, что этом пространстве-вемени четность действительно нарушена.

4 Времени-подобные геодезические потоки

Нарушение четности в каком-либо пространстве-времени проявляется в свойствах геодезических в нем. Это выражается в свойствах геодезических потоков в нем, а именно, в том, что они не идентичны своим зерекальным отражениям. Иными словами, кривая, полученная зеркальным отражением геодезической, не является геодезической. В настящем разделе показано, что это явление наблюдается в пространстве-времени с ортонормированными взаимно-дуальными векторным (5) и ко-векторным (6) базисами. Для этого в нем будут построены геодезические потоки путем решения уравнения Гамильтона-Якоби.

Пара взаимно дуальных векторного и ко-векторного базисов обладает следующим свойством: компонентами градиента какой-либо скалярной функции f по ко-векторному базису (6 являются действия на нее векторов (5 как дифференциальных операторов $\vec{n}_a \circ f$. Дуальными друг другу являются, в частности, не ортонормированные в общем случае натуральные векторный $\{\partial_i\}$ и ко-векторный $\{\mathrm{d}x^1\}$ базисы, в которых это свойство выражается равенством

$$\mathrm{d}f = (\partial_i \circ f)\mathrm{d}x^i.$$

В ортонормированном базисе квадрат градиента функции равен

$$\langle \mathrm{d}f, \mathrm{d}f \rangle = (\vec{n}_0 f)^2 - (\vec{n}_1 f)^2 - (\vec{n}_2 f)^2 - (\vec{n}_3 f)^2.$$

Поэтому уравнение Гамильтона-Якоби для времениподобных геодезических рассматриваемом пространстве-времени имеет вид

$$\frac{1}{\Phi^2(r)}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{f^2(r)}\left(\frac{\partial S^2}{\partial r}\right) -$$
$$-\frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial S}{\partial \varphi} - 2l\cot\theta\,\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2\right] = 1.$$

Как обычно, это уравнение разделяется, если представить искомую функцию у в виде суммы функций единственной переменной:

$$S = Et + k\varphi + R(r) + \Theta(\theta).$$

В результате стандартной процедуры разделения оно распадается на два обыкновенных дифференциальных уравнения

$$R' = \pm f(r)\sqrt{\frac{E^2}{\Phi^2(r)} - 1 - \frac{L^2}{r^2}}$$

$$\Theta'(\theta) = \pm\sqrt{L^2 - \frac{(k - 2lE\cos\theta)^2)}{\sin^2\theta}},$$

где E, L, и k – постоянные разделения.

В данном подходе геодезические потоки заданы определенными значениями интегралов движения E, L, и k как поля градиентов соответствующих решений уравнения Гамильтона-Якоби $\mathrm{d}S$. Сами решения интересны тем, что с их помощью и применяя теорему Якоби, можно строить конкретные геодезические. Для наших целей достаточно поля градиентов этих решений:

$$\mathrm{d}S \equiv \pi = p_i \mathrm{d}x^i.$$

Оно совпадает с полем скоростей потока $v^i = g^{ij}p_i$:

$$p_t = E, \quad p_r = R' = \pm f(r)\sqrt{\frac{E^2}{\Phi^2(r)} - 1 - \frac{L^2}{r^2}}$$

$$p_\theta = \Theta'(\theta) = \pm\sqrt{L^2 - \frac{(k - 2lE\cos\theta)^2)}{\sin^2\theta}}, \quad p_\varphi = k.$$

Нас интересуют свойства этих полей.

5 Нарушение четности

Поскольку смысл имеют только строго действительные векторы скоростей, каждый такой геодезический поток задан только там, где все входящие подкоренные выражения неотрицательны. Сами эти потоки устроены так, что при приближении геодезической к границе ее компонента, ортогональная к этой границе приближается к нулю и на ней меняет знак, так что геодезическая, коснувшись этой границы, отходит от нее обратно в область строгой действительности. Этим ограничиваются пространственно-временные зоны, в которых заданы эти геодезические потоки. Такими границами являются координатные поверхности $r = \mathrm{const}$ и $\theta = \mathrm{const}$, заданные нулями соответствующих подкоренных выражений

$$\Phi(r) - \frac{E\sin\theta}{\sin^2\theta - 4l^2E^2\cos^2\theta} = 0 \qquad (7)$$

и
$$L^2 \sin^2\theta - (k - 2lE\cos\theta)^2 = 0. \tag{8}$$
Так, в частности, геодезическая проходит через начало координат $r = 0$, только еслиL. Это условие выполняется на чисто радиальных линиях, на которых $L = k = 0$. Но, оказывается, не только на них, там проходят также геодезические, на которых выполняются равенства $L = 0$ и $k - 2lE\cos\theta$. Обращает на себя внимание то, что зеркальное отражение такой геодезической, которое получается обращением знака φ-компоненты скорости k, через начало координат не проходит, а разворачивается при значении r, удовлетворяющем уравнению (7, в чем выражается нарушение четности в рассматриваемом пространстве-времени. В общем случае зеркальное отражение, заданное обращением знака этой компонентой скорости меняет границы носителя геодезического потока,
$$\cos\theta = \frac{klE \pm \sqrt{k^2l^2E^2 - L^2(L^2 - k^2)(1 + 4k^2E^2}}{(1 + 4k^2E^2}.$$
Таким оразом, времениподобные геодезические потоки в этом пространстве-времени не сохраняются при зеркальном отражении. Этого достаточно для того, чтобы утверждать, что пространственная четность в нем нарушена.

6 Заключение

До настоящего времени явление нарушения пространственной четности упоминалось только как свойство слабого взаимодействия без указания на то, что это явление имеет чисто геометрическую природу и поэтому его происхождение следует искать в геометрии пространства-времени. В настоящей работе приводится единственный по нашему мнению возможный путь, на котором была открыта метрика Тауба-НУТ[5]. Он состоит в том, что прежде всего было выдвинуто предположение о существовании гравимагнитного заряда, принадлежащее, скорее всего, С. Чандрасекхару, который оказал влияние на Янг Чжень-Нина и Ли Цзун Дао. Позже они привлекли экспериментатора Ву Цзянь Сюнь, которой удалось подтвердить существование явления. После этого нарушения пространственной четности стало упоминаться только всвязи со слабым взаимодействием, как если бы оно не имело никакого отношения к свойствам пространства-времени.

Тем не менее, идея нарушения пространственной четности проникла в общую теорию относительности, где ее разработкой занялся А. Тауб. В конечном счете он построил свое знаменитое решение уравнения Эйнштейна, однако на пути к нему он решил две вспомогательные задачи, которые имеют фундаментальное значение. Во-первых, он нашел нетривиальное объединение алгебр Ли групп временных сдвигов и вращения [4], а во-вторых –

смог поставить и решить обратную задачу на уравнение Киллинга. Эти два вспомогательных результата позволили ему построить общий вид метрики пространства-времени с нарушенной пространственной четностью. В нашей работе вместо метрики построены поля взимно-дуальных ортонормированных векторного и ко-векторного реперов. Поскольку они в равной степени пригодны как для представления геометрии пространства-времени, так и для решения уравнения Эйнштейна, подходы, основанные на них, эквивалентны. Таким образом, нарушение пространственной четности в пространстве-времени первично, а в слабых взаимодействиях – вторично.

Список литературы

[1] Цзян-дао Ли. Слабые взаимодействия и несохранение четности. УФН, 1958 г. сс. 89-97

[2] И.К. Козлов, Д.А. Федосеев. Дифференциальная геометрия и тензорный анализ в задачах – Изд-во МГУ, 2022,

[3] Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии — М.: Наука, 1981.

[4] Taub, A. H. (1951). "Empty space-times admitting a three parameter group of motions". Ann. Math. The Annals of Mathematics. 53 (3): 472–490.

[5] Крамер Д., Штефани Х., Мак-Каллум М., Херльт Э. Точные решения уравнений Эйнштейна — М.: Энергоиздат, 1982. 416 с.