

ГЕОМЕТРИЗИРОВАННАЯ ФИЗИКА ВАКУУМА. ЧАСТЬ IV. ДИНАМИКА ВАКУУМНЫХ СЛОЕВ

Михаил Батанов-Гахман¹

(1) Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Институт № 2 “Авиационные и ракетные двигатели и энергетические установки”,
ул. Волоколамское шоссе 4, Москва – Россия, 125993
(e-mail: alsignat@yandex.ru)

АННОТАЦИЯ

Данная статья является четвертой частью научного проекта под общим названием «Геометризированная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур». В первых трех статьях [1,2,3] были заложены основы Алгебры стигнатур и рассмотрены основные аспекты кинематики вакуумных слоев. В этой статье продолжается развитие математического аппарата предлагаемого проекта, в частности развивается динамика вакуумных слоев на основе Алгебры сигнатур. Развитие данного направления исследования (при упрощениях, относящихся к дифференциальной геометрии Римана) привело к возможности геометризированного представления полей электрической напряженности и магнитной индукции. Данный геометризированный математический аппарат позволяет интерпретировать электромагнитное поле как переплетение ускоренных и вращательных потоков смежных слоев вакуума. Предложенные динамические модели ускоренных движений и вращений вакуумных слоев могут послужить теоретическим основанием для развития «нулевых» (т.е. вакуумных) технологий.

ABSTRACT

This article is the fourth part of a scientific project under the general title “Geometrized vacuum physics based on the Algebra of Signatures”. In the first three articles [1,2,3], the foundations of the Algebra of Stignatures were laid and the main aspects of the kinematics of vacuum layers were considered. This article continues the development of the mathematical apparatus of the proposed project, in particular, the dynamics of vacuum layers is developed based on the Algebra of Signatures. The development of this direction of research (with simplifications related to Riemann's differential geometry) led to the possibility of a geometrized representation of the electric field strength and magnetic field induction. This geometrized mathematical apparatus allows one to interpret the electromagnetic field as an interweaving of accelerated and rotational flows of the adjacent layers of vacuum. The proposed dynamic models of accelerated movements and rotations of vacuum layers can provide a theoretical basis for the development of “zero” (i.e. vacuum) technologies.

Ключевые слова: вакуум, геометризированная физика вакуума, сигнатура, алгебра сигнатур, ускорение вакуумных слоев

Keywords: vacuum, geometrized vacuum physics, signature, algebra of signature, acceleration of the vacuum layer.

ПРЕДЫСТОРИЯ И ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является четвертой из цикла статей под общим названием «Геометрическая физика вакуума». В предыдущих трех статьях [1, 2, 3] были изложены основы Алгебры стигнатур и кинематика вакуумных слоев.

Напомним, что предметом изучения Алгебры сигнатур (сокращенно «Алсигны») является объем «вакуума», т.е. локальный 3-мерный участок пустоты [1, 2, 3].

В рамках Алсигны «вакуум» расслаивается на бесконечное количество вложенных друг в друга $\lambda_{m,n}$ -вакуумов, которые высвечиваются из пустоты посредством зондирования ее монохроматическими лучами света с длинами волн $\lambda_{m,n}$ из различных диапазонов $\Delta\lambda = 10^m \div 10^n$ см, где $n = m + 1$ (смотрите §§ 1 – 2 в [1]). При этом каждый $\lambda_{m,n}$ -вакуум – это $3D_{m,n}$ -ландшафт (или $3D_{m,n}$ -решетка), геодезическими линиями которого являются соответствующие лучи света (рис. 1).

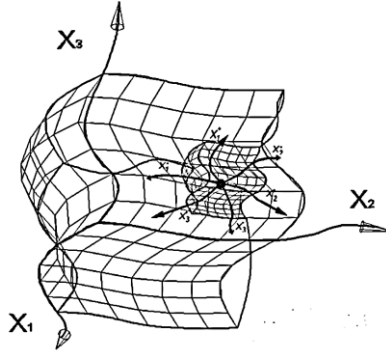


Рис. 1: $\lambda_{m,n}$ -вакуум вложен в $\lambda_{f,d}$ -вакуум, где $\lambda_{f,d} > \lambda_{m,n}$ (повторение рис. 3 в [3])

В данной статье рассматривается геодезические линии только одной искривленной области одного из $\lambda_{m,n}$ -вакуумов. Геодезические линии остальных $\lambda_{m,n}$ -вакуумов исследуются аналогично.

Напомним, что в рамках Алгебры сигнатур самым простым уровнем исследования является двухсторонне рассмотрение неискривленного локального участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума (смотрите §4 в [3] и рис. 2), которое задается совокупностью псевдоевклидовых метрик (83) в [3]

$$\begin{cases} ds_0^{(+)^2} = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = ds^{(+)} ds^{(+)} = c dt' c dt'' - dx' dx'' - dy' dy'' - dz' dz''; \\ ds_0^{(-)^2} = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^{(-)} ds^{(-)} = -c dt' c dt'' + dx' dx'' + dy' dy'' + dz' dz''. \end{cases} \quad (1)$$

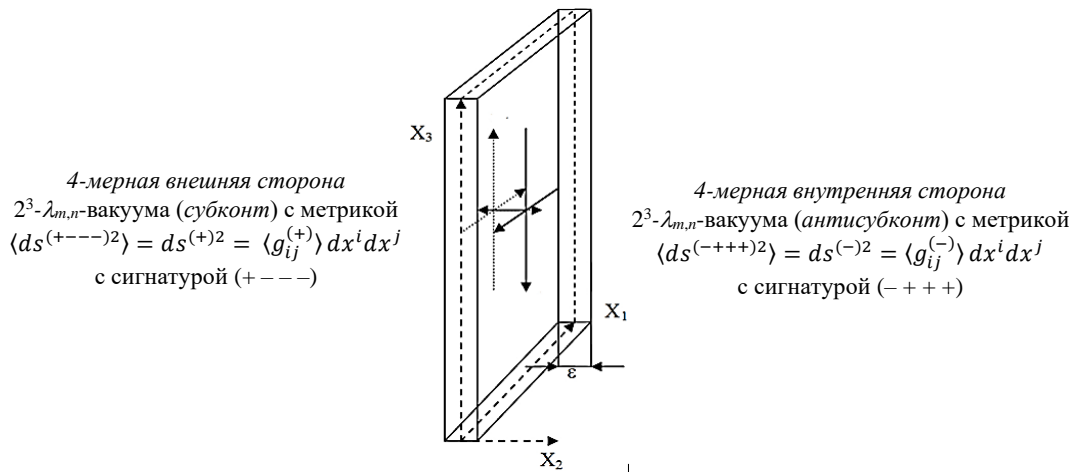


Рис. 2: Упрощенная иллюстрация двухстороннего участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума, внешняя сторона которого (субконт) описывается усредненной метрикой $\langle ds^{(+---)^2} \rangle$ с сигнатурой (+---), а его внутренняя сторона (антисубконт) описывается метрикой $\langle ds^{(-+++)^2} \rangle$ с противоположной сигнатурой (-+++), при $\epsilon \rightarrow 0$ (повторение рис. 7 в [3])

Метрико-динамическое состояние того же, но искривленного участка двухстороннего 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума описывается усредненной метрикой (61) в [3]

$$ds^{(\pm)^2} = \frac{1}{2} (ds^{(+---)^2} + ds^{(-+++)^2}) = \frac{1}{2} (ds^{(+)^2} + ds^{(-)^2}) = \frac{1}{2} (g_{ij}^{(+)} + g_{ij}^{(-)}) dx^i dx^j, \quad (2)$$

где
 $ds^{(+-+)-2} = ds^{(+)-2} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j$ с сигнатурой $(+--)$,

$$g_{ij}^{(+)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(+)} & g_{10}^{(+)} & g_{20}^{(+)} & g_{30}^{(+)} \\ g_{01}^{(+)} & g_{11}^{(+)} & g_{21}^{(+)} & g_{31}^{(+)} \\ g_{02}^{(+)} & g_{12}^{(+)} & g_{22}^{(+)} & g_{32}^{(+)} \\ g_{03}^{(+)} & g_{13}^{(+)} & g_{23}^{(+)} & g_{33}^{(+)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

– метрический тензор «внешней» стороны $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (т.е. *субконта*) (рис. 2);

$ds^{(-+++)-2} = ds^{(-)-2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j$ с сигнатурой $(-+++)$,

$$g_{ij}^{(-)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(-)} & g_{10}^{(-)} & g_{20}^{(-)} & g_{30}^{(-)} \\ g_{01}^{(-)} & g_{11}^{(-)} & g_{21}^{(-)} & g_{31}^{(-)} \\ g_{02}^{(-)} & g_{12}^{(-)} & g_{22}^{(-)} & g_{32}^{(-)} \\ g_{03}^{(-)} & g_{13}^{(-)} & g_{23}^{(-)} & g_{33}^{(-)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

– метрический тензор «внутренней» стороны $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (т.е. *антисубконта*) (рис. 2).

Условные понятия «субконт» (сокращение от «субстанциональный континуум») и «антисубконт» (сокращение от «антисубстанциональный континуум») были введены в §7 в [2] для обозначения соответственно внешней и внутренней сторон $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума, а также для облегчения визуализации переплетенных внутри-вакуумных процессов. Условно предполагается, что «субконт» формируется из ручейков (нитей) белого цвета, а антисубконт – из ручейков (нитей) черного цвета (смотрите рис. 3в и рис. 12 в [3]).

В § 5.2 в [3] было показано, что смежные отрезки «белых» линий $ds^{(+)}$ субконта и «черных» линий $ds^{(-)}$ антисубконта взаимно перпендикулярны $ds^{(+)} \perp ds^{(-)}$ (рис. 3а). Это возможно только если они повсеместно переплетены друг с другом (рис. 3б), и образуют единую 3-мерную аффинную ткань $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (рис. 3б,в).

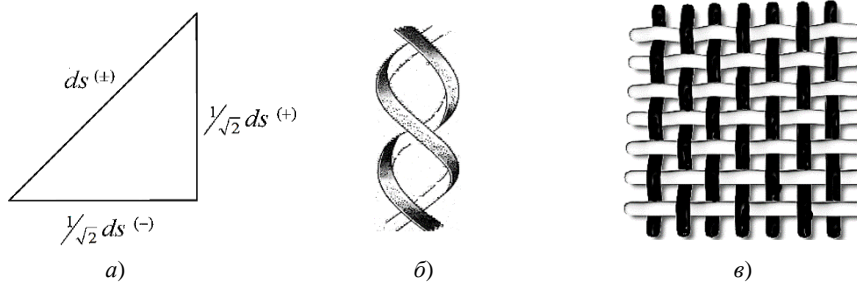


Рис. 3: а) Взаимно перпендикулярные смежные отрезки $(\frac{1}{2})^{1/2} ds^{(+)}$ и $(\frac{1}{2})^{1/2} ds^{(-)}$; б) Если спроецировать двойную спираль на плоскость, то в месте пересечения ее линии $ds^{(+)}$ и $ds^{(-)}$ всегда взаимно перпендикулярны (повторение рис. 10 в [3]); в) Условно «белые» линии $ds^{(+)}$ субконта и «черные» линии $ds^{(-)}$ антисубконта образуют единую переплетенную аффинную ткань $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Таким образом, усредненная метрика (2) соответствует отрезку 2-жгута, состоящего из двух взаимно переплетенных спиралей $s^{(-)}$ и $s^{(+)}$ (смотрите определение k -жгута в § 5.2 в [3]), который можно описать комплексным числом

$$ds^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (ds^{(-)} + i ds^{(+)}), \quad (7)$$

которое будем называть 2-спиралью. Квадрат модуля комплексного числа (7) (т.е. 2-спирали) равен длине отрезка 2-жгута (2) или выражению (61) в [3].

На основе Алгебры сигнатур, изложенной в [1,2,3] и отчасти повторенной в настоящем введении, в этой статье рассматривается общая динамика вакуумных слоев, из которой, при определенных условиях, вытекают «вакуумная электродинамика» и «вакуумная электростатика».

Как и три предыдущие статьи [1,2,3], данная статья в основном носит теоретический характер и направлена на дальнейшее развитие математического аппарата Алгебры сигнатур (сокращенно «Алсигны»).

Планируется, что в следующих статьях этого цикла математический аппарат Алсигны будет использован для прикладных задач, в частности, для развития вакуумной модели Вселенной, вакуумной модели элементарных частиц, для объяснения вакуумной природы гравитации и электромагнетизма, а так же для развития «нулевых» (вакуумных) технологий.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОД

1 Уравнение геодезической линии двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума

Кратчайшее расстояние между двумя бесконечно близкими точками p_1 и p_2 в искривленном участке двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума определяется как экстремаль функционала

$$S = \int_{p_1}^{p_2} ds^{(\pm)}, \quad (8)$$

где $ds^{(\pm)}$ – это 2-спираль (7), интегрирование производится от точки p_1 до точки p_2 .

Найдем уравнение данной экстремали, исходя из условия равенства нулю первой вариации

$$\delta S = \int_{p_1}^{p_2} ds^{(\pm)} = \delta \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{\sqrt{2}} (ds^{(+)} + i ds^{(-)}) = 0. \quad (9)$$

Представим выражение (9), в виде

$$\delta S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\delta \int_{p_1}^{p_2} ds^{(+)} + i \delta \int_{p_1}^{p_2} ds^{(-)} \right) = 0, \quad (10)$$

или с учетом метрик (3) и (5)

$$\delta S = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j} + i \delta \int_{p_1}^{p_2} \sqrt{g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j} \right) = 0. \quad (11)$$

Выражение (11) равно нулю при условии, что оба слагаемых равны нулю

$$\delta \int_{p_1}^{p_2} \sqrt{g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j} = 0 \quad \text{и} \quad \delta \int_{p_1}^{p_2} \sqrt{g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j} = 0. \quad (12)$$

В §2 в [3] было показано, что в наиболее общем случае метрика локального участка искривленного 4-мерного пространства с любой из 16-ти возможных сигнатур (22) в [3], может быть представлена в виде скалярного произведения двух векторов, заданных в искаженных аффинных пространствах с соответствующими стигматурами (смотрите выражения (18) – (20) в [3])

$$ds^{(q)2} = d\mathbf{s}^{(a)} d\mathbf{s}^{(b)} = g_{ij}^{(q)} dx^i dx^j = \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^i dx^j, \quad (13)$$

где

$$ds^{(a)} = \beta^{pm(a)} e_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i \quad \text{и} \quad ds^{(b)} = \beta^{ln(b)} e_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j \quad (14)$$

– векторы, заданные соответственно в a -ом и b -ом искривленном аффинном пространстве с соответствующей стигматурой (смотрите §2 в [3]);

$$\alpha_{ij}^{(a)} = dx^{i(a)} / dx^{j(a)} \quad (15)$$

– компоненты тензора удлинений осей искривленного участка a -го аффинного пространства с соответствующей стигматурой из матрицы (2) в [2]);

$$\beta^{pm(a)} = (e'_p{}^{(a)} \cdot e_m^{(a)}) = \cos(e'_p{}^{(a)} \wedge e_m^{(a)}) \quad (16)$$

– направляющие косинусы между осями искривленного участка a -го аффинного пространства с той же стигматурой;

$e_m^{(a)}$ – базисный вектор, задающий направление m -ой оси a -го аффинного пространства;

$dx^{j(a)}$ – бесконечно малый отрезок j -ой оси a -го аффинного пространства.

При переносе (трансляции), например, вектора $ds^{(a)}$ (или вектора $ds^{(b)}$) в сложно искривленном, скрученном и смещенном аффинном (т.е. векторном) пространстве по геодезической линии из точки p_1 в близлежащую точку p_2 (рис. 4б), следует учитывать, что величина и направление этого вектора могут зависеть от изменения всех четырех параметров $\alpha_{ij}^{(a)}$, $\beta^{pm(a)}$, $e_m^{(a)}$, $dx^{j(a)}$. То есть при переносе вектора $ds^{(a)}$ из точки p_1 в p_2 в наиболее сложном случае могут изменяться (рис. 4б): 1) длина базисных векторов $\alpha_{ij}^{(a)}$; 2) углы между базисными векторами $\beta^{pm(a)}$; 3) поворот всего 4-базиса в целом $e_m^{(a)}$; 4) смещение 4-базиса в целом $dx^{j(a)}$. Это связано с тем, что геодезическая линия между двумя точками p_1 и p_2 сложно искаженного пространства может быть не только искривлена, но и деформирована, смещена и скручена.

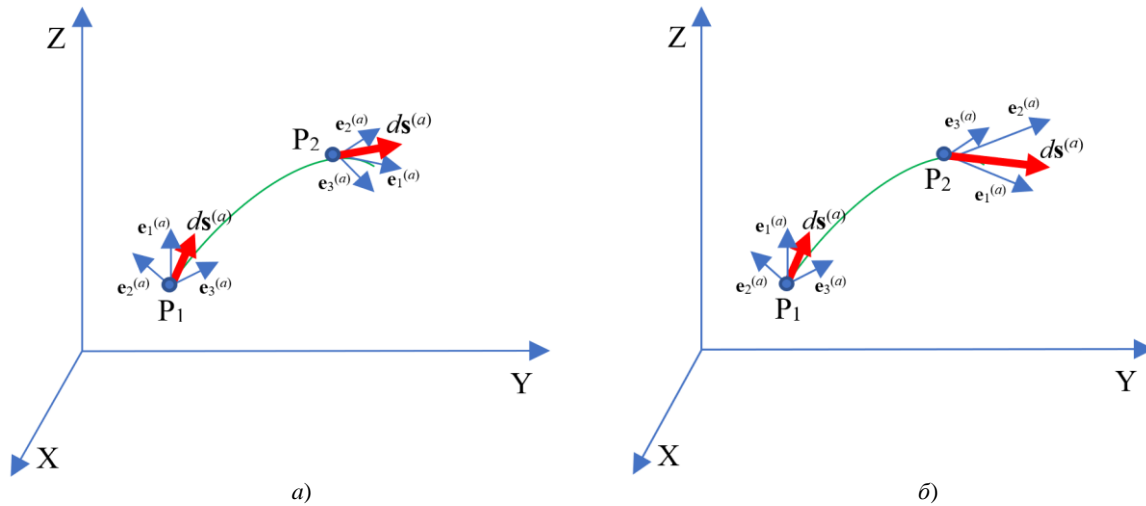


Рис. 4: а) В геометрии Римана перенос (т.е. трансляция) вектора $ds^{(a)}$ из точки p_1 в близлежащую точку p_2 осуществляется строго по касательной к геодезической линии, соединяющей эти точки. При этом меняется только направление этого вектора, а его величина остается неизменной. В этом случае при переносе вектора $ds^{(a)}$ величина базисных векторов $e_m^{(a)}$ и углы между ними не изменяются; б) В наиболее сложно искривленном, смещенном и скрученном пространстве при переносе (т.е. трансляции) вектора $ds^{(a)}$ из точки p_1 в близлежащую точку p_2 может измениться его направление, величина и смещение. При переносе вектора $ds^{(a)}$ в таком сложно искаженном пространстве величина базисных векторов $e_m^{(a)}$ и углы между ними могут изменяться, и сам 4-базис в целом может поворачиваться и смещаться, т.е. могут изменяться все четыре параметра 4-базиса $\alpha_{ij}^{(a)}$, $\beta^{pm(a)}$, $e_m^{(a)}$, $dx^{j(a)}$, что, согласно выражению (14), сказывается на изменении вектора $ds^{(a)}$ при его переносе.

В зависимости от того какие искажения, смещения и вращения векторов $ds^{(a)}$ и $ds^{(b)}$ учитываются при рассмотрении метрико-динамических свойств искривленного пространства, получаются различные дифференциальные геометрии: например, геометрия Римана (рис. 4а), геометрия Вейля, аффинная геометрия Эддингтона, геометрия с кручением Картана - Схоутена, геометрия абсолютного параллелизма Вайценбека - Витали - Шипова [5], и т.д.

1.1 Уравнение геодезической линии двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума в случае геометрии Римана

Вначале предположим, что внешняя и внутренняя 4-мерные стороны $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (т.е. *субконт* и *антисубконт*) только искривлены, т.е. описываются самой простой дифференциальной геометрией Риммана (рис. 4а). При этом экстремали функционалов (12) определяются одинаково, поэтому введем обобщённую метрику

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j \leftrightarrow \begin{cases} \text{или } ds^{(+)^2} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j, \\ \text{или } ds^{(-)^2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j. \end{cases}$$

рассмотрим общий случай

$$\delta \int_{p_1}^{p_2} ds = \delta \int_{p_1}^{p_2} \sqrt{g_{ij}dx^i dx^j} = 0, \quad (17)$$

при условии, что на концах искомой геодезической линии ds (т.е. в точках p_1 и p_2) вариации равны нулю

$$\delta ds_{(p_1)} = \delta ds_{(p_2)} = \delta x_{(p_1)} = \delta x_{(p_2)} = 0. \quad (18)$$

Воспользуемся выражением

$$\delta ds^2 = 2ds\delta ds, \quad (19)$$

откуда следует [4]

$$\delta ds = \frac{1}{2ds} \delta g_{ij} dx^i dx^j = \frac{1}{2ds} \left[\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\mu} \delta x^\mu dx^i dx^j + g_{ij} dx^j d\delta x^i + g_{ij} dx^i d\delta x^j \right], \quad (20)$$

где использована коммутативность операций варьирования и дифференцирования $\delta(dx^i) = d(\delta x^i)$.

Подставим выражение (20) под знак интеграла (17), при этом разделим и умножим данное выражение на ds , в результате получим [4]

$$\delta S = \frac{1}{2} \int_{p_1}^{p_2} \left\{ \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\mu} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} \delta x^\mu + \left(g_{\mu j} \frac{dx^j}{ds} + g_{i\mu} \frac{dx^i}{ds} \right) \frac{d(\delta x^\mu)}{ds} \right\} ds = 0. \quad (21)$$

Проинтегрируем выражение в круглых скобках по частям [4]:

$$\frac{1}{2} \int_{p_1}^{p_2} \left(g_{\mu j} \frac{dx^j}{ds} + g_{i\mu} \frac{dx^i}{ds} \right) \frac{d(\delta x^\mu)}{ds} ds = \frac{1}{2} \left(g_{\mu k} \frac{dx^k}{ds} + g_{i\mu} \frac{dx^i}{ds} \right) \delta x^\mu \Big|_{p_1}^{p_2} - \frac{1}{2} \int_{p_1}^{p_2} \delta x^\mu \frac{d}{ds} \left(g_{\mu j} \frac{dx^j}{ds} + g_{i\mu} \frac{dx^i}{ds} \right) ds. \quad (22)$$

Первое слагаемое в этом выражении, вследствие условий (18), обращается в ноль. Подставим оставшуюся часть выражения (22) в уравнение (21), и произведем дифференцирование, в результате получим [4]:

$$\delta S = \frac{1}{2} \int_{p_1}^{p_2} \left\{ \left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu j}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{i\mu}}{\partial x^j} \right) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} + 2g_{\mu j} \frac{d^2 x^j}{ds^2} \right\} ds \delta x^\mu = 0. \quad (23)$$

Из того, что интеграл (23) обращается в ноль при любых вариациях δx^μ , следует равенство нулю выражения, заключенного в фигурные скобки. Откуда, с учетом соотношения $g_{ij}g^{ij} = 4$, после несложных вычислений получим уравнение геодезической линии [4]:

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} + \Gamma_{ij}^l \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (24)$$

где $\Gamma_{ij}^l = \frac{1}{2} g^{l\mu} \left(\frac{\partial g_{\mu i}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\mu} \right)$ – символы Кристоффеля;

$x^i(s)$ – координаты кривой линии.

Уравнение (24) предназначено для определения экстремали функционала (17) при упрощениях, относящихся к геометрии Римана (рис. 4а). Это уравнение определяет наиболее оптимальную (геодезическую) линию, соединяющую две близкие точки p_1 и p_2 в искривленном 4-мерном пространстве. То есть это такая линия, которая, при вышеуказанных условиях, позволяет попасть из точки p_1 в близлежащую точку p_2 за кратчайшее время и с наименьшими энергетическими затратами.

Вместе с тем, уравнение (24) можно представить в виде

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = -\Gamma_{ij}^l \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}, \quad (26)$$

данное уравнение определяет поле 4-ускорений $d^2 x^l / ds^2$, которое можно интерпретировать как безмассовое силовое поле f^l

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = f^l / m_b,$$

где m_b – масса тела, которое подвергается силовому воздействию со стороны увлекающей его сплошной «среды», движущейся с ускорением $d^2 x^l / ds^2$.

На данном этапе исследования очень сложно объяснить, что подразумевается под силовым полем в физике вакуума. Тем не менее, можно сопоставить ускорение локального участка вакуумного слоя с ускоренным движением малого объема жидкости в общем потоке реки. Такой ускоренный поток увлекает с собой все, что попадает на его пути и заставляет двигаться с тем же ускорением. С точки зрения пост-ньютоновской физики если некоторое тело движется с ускорением, то на него действует сила. Поэтому ускоренное движение локального объема 3-мерной среды (в данном случае субконта, или антисубконта) можно интерпретировать как локальное силовое воздействие.

Проделывая по отдельности аналогичные операции (17) – (24) для вариаций (12), получим два уравнения

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} + \Gamma_{ij}^{l(-)} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (27)$$

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} + \Gamma_{ij}^{l(+)} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (28)$$

где соответственно

$$\Gamma_{ij}^{l(+)} = \frac{1}{2} g^{l\mu(+)} \left(\frac{\partial g_{\mu i}^{(+)}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}^{(+)}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}^{(+)}}{\partial x^\mu} \right) - \text{символы Кристоффеля субконта}; \quad (29)$$

$$\Gamma_{ij}^{l(-)} = \frac{1}{2} g^{l\mu(-)} \left(\frac{\partial g_{\mu i}^{(-)}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}^{(-)}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}^{(-)}}{\partial x^\mu} \right) - \text{символы Кристоффеля антисубконта}. \quad (30)$$

При рассмотрении вариации (11), с учетом полученных символов Кристоффеля (29) и (30), найдем, что искомая экстремаль функционала (8) при упрощениях, относящихся к геометрии Римана, определяется следующим уравнением геодезической линии в искривленном двухстороннем 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакууме

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} + \frac{1}{\sqrt{2}} (\Gamma_{ij}^{l(+)} + i \Gamma_{ij}^{l(-)}) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (31)$$

или

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Gamma_{ij}^{l(+)} + i \Gamma_{ij}^{l(-)} \right) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}. \quad (32)$$

Выражение (31) показывает, что геодезические линии *субконта* и *антисубконта*, т.е. двух взаимно противоположных сторон локального участка двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума скручивается в 2-спираль. Это подобно тому, как скручиваются ручейки в свободно падающей струе жидкости (рис. 5).

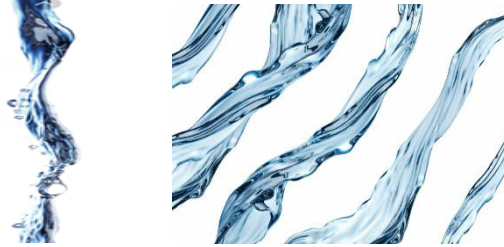


Рис. 5: Множество ручейков в свободно падающей струе жидкости скручивается в спираль

Продолжая аналогию с жидкостью, следует отметить, что в рамках Алгебры сигнатур двухсторонний $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуум можно представить как переплетение (перемешивание) двух жидкостей (субконта и антисубконта), которые условно можно «окрасить» в белый и черный цвета (рис. 6). Две эти сопряженные «жидкости» не могут по отдельности двигаться прямолинейно, они взаимосвязаны и могут двигаться в одном направлении, только скручиваясь в 2-спираль.



Рис. 6: Иллюстрации перемешивания белой и черной «жидкостей»

1.2 Уравнение геодезической линии 16-стороннего $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума в случае геометрии Римана

В предыдущем параграфе было рассмотрено самое упрощенное модельное представление о переплетении геодезических линий двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (что можно интерпретировать, как перемешивание и переплетение потоков двух жидкостей: условно «белой» и «черной»). При более детальном рассмотрении таких сопряженных «разноцветных» жидкостей должно быть 16. При еще более детальном рассмотрении этих жидкостей уже 256 и так далее до бесконечности.

Более глубинным и точным является шестнадцатистороннее рассмотрение локального участка $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума (смотрите §3 и §5.3 в [3]). В этом случае искривленное состояние $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума описывается суперпозицией (усреднением) не двух, как в предыдущем пункте, а шестнадцати 4-метрик (смотрите выражение (25) в [3]).

$$s_{(16)}^2 = \frac{1}{16} \sum_{q=1}^{16} g_{ij}^{(q)} dx_i dx_j = \frac{1}{16} [g_{ij}^{(1)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(2)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(3)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(4)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(5)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(6)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(7)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(8)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(9)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(10)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(11)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(12)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(13)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(14)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(15)} dx^i dx^j + g_{ij}^{(16)} dx^i dx^j] = 0, \quad (33)$$

где

$$g_{ij}^{(q)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(q)} & g_{10}^{(q)} & g_{20}^{(q)} & g_{30}^{(q)} \\ g_{01}^{(q)} & g_{11}^{(q)} & g_{21}^{(q)} & g_{31}^{(q)} \\ g_{02}^{(q)} & g_{12}^{(q)} & g_{22}^{(q)} & g_{32}^{(q)} \\ g_{03}^{(q)} & g_{13}^{(q)} & g_{23}^{(p)} & g_{33}^{(q)} \end{pmatrix} \quad (34)$$

– компоненты метрического тензора q -го метрического пространства с сигнатурой из матрицы (22) в [3]:

$$sign(g_{ij}^{(q)}) = \begin{pmatrix} (+ + + +)^1 & (+ + + -)^5 & (- + + -)^9 & (+ + - +)^{13} \\ (- - - +)^2 & (- + + +)^6 & (- - + +)^{10} & (- + - +)^{14} \\ (+ - - +)^3 & (+ + - -)^7 & (+ - - -)^{11} & (+ - + +)^{15} \\ (- - + -)^4 & (+ - + -)^8 & (- + - -)^{12} & (- - - -)^{16} \end{pmatrix}. \quad (35)$$

В рамках Алгебры сигнатур выражение (33) называется 16-жгутом, который образован аддитивным наложением шестнадцати 4-мерных метрических пространств (смотрите §5.3 в [3]). В этом случае участок 16-жгута формируется из шестнадцати переплетенных «цветных» линий (нитей спирали) $ds^{(q)}$, и описывается выражением (69) в [3]

$$ds_{(16)} = 1/\sqrt{16} (\eta_1 ds^{(+ - - -)} + \eta_2 ds^{(+ + + +)} + \eta_3 ds^{(- - - +)} + \eta_4 ds^{(+ - - +)} + \eta_5 ds^{(- - - +)} + \eta_6 ds^{(+ + - -)} + \eta_7 ds^{(- + - -)} + \eta_8 ds^{(+ - + -)} + \eta_9 ds^{(- + + +)} + \eta_{10} ds^{(- - - -)} + \eta_{11} ds^{(+ + + -)} + \eta_{12} ds^{(- + + -)} + \eta_{13} ds^{(+ + - +)} + \eta_{14} ds^{(- - + +)} + \eta_{15} ds^{(+ - + +)} + \eta_{16} ds^{(- + - +)}), \quad (36)$$

где η_m ($m = 1, 2, 3, \dots, 16$) – ортонормированный базис объектов (подобных мнимой единице), удовлетворяющих антикоммутативному соотношению алгебры Клиффорда (68) в [3]

$$\eta_m \eta_n + \eta_n \eta_m = 2\delta_{mn}, \quad (37)$$

где δ_{nm} – единичная 16×16 -матрица.

Для примера, представим отрезок 16-спирали (36) в виде суммы двух комплексно-сопряженных 8-спиралей (октонионов) со стигнатурами $\{+ - - -\}$ и $\{- + + +\}$

$$ds_{(16)} = 1/\sqrt{2} (ds_{(8)}^{(+)} + i ds_{(8)}^{(-)}), \quad (38)$$

где

$$ds_{(8)}^{(+)} = 1/\sqrt{8} (\zeta_1 ds^{(+ + + +)} + \zeta_2 ds^{(+ - - -)} + \zeta_3 ds^{(- - - +)} + \zeta_4 ds^{(+ - - +)} + \zeta_5 ds^{(- - + -)} + \zeta_6 ds^{(+ + - -)} + \zeta_7 ds^{(- + - -)} + \zeta_8 ds^{(+ - + -}), \quad (39)$$

$$ds_{(8)}^{(-)} = 1/\sqrt{8} (\zeta_1 ds^{(- - - -)} + \zeta_2 ds^{(- + + +)} + \zeta_3 ds^{(+ + + -)} + \zeta_4 ds^{(- + + -)} + \zeta_5 ds^{(+ + - +)} + \zeta_6 ds^{(- - + +)} + \zeta_7 ds^{(+ - + +)} + \zeta_8 ds^{(- + - +}), \quad (40)$$

где объекты ζ_r (где $r = 1, 2, 3, \dots, 8$), также как объекты η_m , удовлетворяют антикоммутативным соотношениям алгебры Клиффорда:

$$\zeta_m \zeta_k + \zeta_k \zeta_m = 2\delta_{km}, \quad (41)$$

где δ_{km} – символ Кронекера ($\delta_{km} = 0$ при $m \neq k$ и $\delta_{km} = 1$ при $m = k$).

Данным требованиям удовлетворяет, например, набор 8×8-матриц типа (65) в [1]:

$$\begin{aligned}
 \zeta_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \zeta_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\zeta_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\zeta_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \zeta_8 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{42}$$

В этом случае δ_{km} является единичной 8×8-матрицей:

$$\delta_{km} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \tag{43}$$

Аналогично, объекты η_m могут быть представлены шестнадцатью 16×16-матриц.

Рассмотрим функционал

$$S = \int_{p_1}^{p_2} ds_{(16)},
 \tag{44}$$

где $ds_{(16)}$ отрезок 16-спирали (36).

Приравняем первую вариацию данного функционала нулю

$$\begin{aligned} \delta S = 1/\sqrt{16} (\eta_1 \delta \int ds^{(----)} + \eta_2 \delta \int ds^{(++++)} + \eta_3 \delta \int ds^{(---+)} + \eta_4 \delta \int ds^{(+-+-)} + \\ + \eta_5 \delta \int ds^{(--+)} + \eta_6 \delta \int ds^{(+-+-)} + \eta_7 \delta \int ds^{(----)} + \eta_8 \delta \int ds^{(+-+-)} + \\ + \eta_9 \delta \int ds^{(++++)} + \eta_{10} \delta \int ds^{(---)} + \eta_{11} \delta \int ds^{(++++)} + \eta_{12} \delta \int ds^{(+-+-)} + \\ + \eta_{13} \delta \int ds^{(+-+-)} + \eta_{14} \delta \int ds^{(---)} + \eta_{15} \delta \int ds^{(+-+-)} + \eta_{16} \delta \int ds^{(+-+-)}) = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

С каждым слагаемым $\eta_q \delta \int_{p_1}^{p_2} ds^{(q)}$ из выражения (45) проделаем операции типа (17) – (24), в результате получим уравнение экстремали (т.е. геодезической линии) в искривленном 16-стороннего $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} + 1/\sqrt{16} (\eta_1 \Gamma_{ij}^{l(1)} + \eta_2 \Gamma_{ij}^{l(2)} + \eta_3 \Gamma_{ij}^{l(3)} + \dots + \eta_{15} \Gamma_{ij}^{l(15)} + \eta_{16} \Gamma_{ij}^{l(16)}) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (46)$$

$$\text{или } \frac{d^2 x^l}{ds^2} = -\frac{1}{\sqrt{16}} \left(\sum_{q=1}^{16} \eta_q \Gamma_{ij}^{l(q)} \right) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}, \quad (47)$$

$$\text{где } \Gamma_{ij}^{l(q)} = \frac{1}{2} g^{l\mu(q)} \left(\frac{\partial g_{\mu i}^{(q)}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}^{(q)}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}^{(q)}}{\partial x^\mu} \right) \quad (48)$$

– символы Кристоффеля q -го метрического пространства с компонентами метрического тензора

$$g_{ij}^{(q)} = \begin{pmatrix} g_{00}^{(q)} & g_{10}^{(q)} & g_{20}^{(q)} & g_{30}^{(q)} \\ g_{01}^{(q)} & g_{11}^{(q)} & g_{21}^{(q)} & g_{31}^{(q)} \\ g_{02}^{(q)} & g_{12}^{(q)} & g_{22}^{(q)} & g_{32}^{(q)} \\ g_{03}^{(q)} & g_{13}^{(q)} & g_{23}^{(p)} & g_{33}^{(q)} \end{pmatrix} \quad (49)$$

с соответствующей сигнатурой из матрицы (35).

Выражение (46) показывает, что на данном уровне рассмотрения искривленный участок $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума представляет собой сложное переплетение 16-ти «цветных» геодезических линий (рис. 7). При этом 16-деформации того же участка $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума описываются тензором деформаций (63) в [3].



Рис. 7: Фрактальная иллюстрация переплетения 16-ти «цветных» геодезических линий, (т.е. ускоренных ручейков или течений) формирующих ткань $2^6\text{-}\lambda_{m,n}$ -вакуума

В месте с тем, уравнение геодезических линий (46) можно представить в виде

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = -\frac{1}{\sqrt{16}} (\sum_{q=1}^{16} \eta_q \Gamma_{ij}^{l(q)}) \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}, \quad (50)$$

который определяет поле 4-ускорений $d^2 x^l / ds^2$, т.е. суммарное безмассовое силовое поле (рис. 7)

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = \frac{1}{\sqrt{16}} \sum_{q=1}^{16} \eta_q \frac{d^2 x^{l(q)}}{ds^2} = f^l / m_b, \quad (51)$$

где m_b – масса тела, которое увлекается суммарным (точнее усредненным) ускоренным течением.

Следующим уровнем рассмотрения является 2^{10} - $\lambda_{m,n}$ -вакуум, который рассматривается как результат переплетения уже не 16-ти, а 256-ти метрических внутри-вакуумных слоев (смотрите §9 в [2] и § 5.3 в [3]). При этом искривленный участок 2^6 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума является результатом усреднения 265-деформаций искривленного участка 2^{10} - $\lambda_{m,n}$ -вакуума, так же как искривленный участок 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума является результатом усреднения 16-деформаций искривленного участка 2^6 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Более утонченное рассмотрение искривления участка $\lambda_{m,n}$ -вакуума может быть продолжено до бесконечностикратно 2^k (смотрите § 9 в [2]). При этом каждый раз метрическая-динамика последующего поперечного уровня рассмотрения 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуума является результатом усреднения (т.е., по сути, закругления) метрической-динамики предшествующего, значительно более тонко и изящно устроенного уровня 2^{k+1} - $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

3 Различные направления развития динамики $\lambda_{m,n}$ -вакуумных слоев

В рамках развития общей динамики $\lambda_{m,n}$ -вакуумных слоев следует рассмотреть ряд других возможностей, которые могут оказаться полезными для решения различных метрико-динамических задач геометризированной физики вакуума.

В основе расширенной динамики двухстороннего 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума остается функционал вида (8)

$$S = \int_{p1}^{p2} ds^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{p1}^{p2} (ds^{(+)} + id s^{(-)}),$$

однако линейные формы $ds^{(+)}$ и $ds^{(-)}$ могут быть представлены по-разному, в зависимости от поставленной задачи и глубины рассмотрения. Ниже, приведены несколько вариантов возможного развития динамики вакуумных слоев.

1). Вернемся к самому простому уровню рассмотрения искривленного двухстороннего участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума. В этом случае, вместо системы метрик (1), внешняя и внутренняя стороны (т.е. *субконт* и *антисубконт*) искривленного участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума описывается, сопряженными метриками

$$\begin{cases} ds^{(+)^2} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+ - - -); \\ ds^{(-)^2} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (- + + +), \end{cases} \quad (52)$$

которые согласно (13) – (14) можно представить в виде скалярных произведений векторов $d\mathbf{s}^{(a)}$ и $d\mathbf{s}^{(b)}$

$$\begin{cases} ds^{(+)^2} = d\mathbf{s}^{(a)} d\mathbf{s}^{(b)} \text{ с сигнатурой } (+ - - -); \\ ds^{(-)^2} = d\mathbf{s}^{(c)} d\mathbf{s}^{(d)} \text{ с сигнатурой } (- + + +), \end{cases} \quad (53)$$

где, например,

$$\begin{aligned}
ds^{(a)} &= \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i \quad \text{с сигнатурой } \{----\} \\
ds^{(b)} &= \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j \quad \text{с сигнатурой } \{-+++\} \\
ds^{(c)} &= \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i \quad \text{с сигнатурой } \{++++\} \\
ds^{(d)} &= \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j \quad \text{с сигнатурой } \{-+++\}.
\end{aligned} \tag{54}$$

Найдем вариации всевозможных бинарных скалярных произведений векторов (54)

$$\begin{aligned}
\delta(ds^{(a)} ds^{(b)}) &= \delta(ds^{(a)}) ds^{(b)} + ds^{(a)} \delta ds^{(b)} \quad \text{с сигнатурой } (+---) \\
\delta(ds^{(c)} ds^{(d)}) &= \delta(ds^{(c)}) ds^{(d)} + ds^{(c)} \delta ds^{(d)} \quad \text{с сигнатурой } (-+++) \\
\delta(ds^{(a)} ds^{(c)}) &= \delta(ds^{(a)}) ds^{(c)} + ds^{(a)} \delta ds^{(c)} \quad \text{с сигнатурой } (----) \\
\delta(ds^{(c)} ds^{(b)}) &= \delta(ds^{(c)}) ds^{(b)} + ds^{(c)} \delta ds^{(b)} \quad \text{с сигнатурой } (-+++) \\
\delta(ds^{(a)} ds^{(d)}) &= \delta(ds^{(a)}) ds^{(d)} + ds^{(a)} \delta ds^{(d)} \quad \text{с сигнатурой } (+---) \\
\delta(ds^{(d)} ds^{(b)}) &= \delta(ds^{(d)}) ds^{(b)} + ds^{(d)} \delta ds^{(b)} \quad \text{с сигнатурой } (++++).
\end{aligned} \tag{55}$$

Среди них отличающимися являются только четыре вариации с разными сигнатурами

$$\begin{aligned}
\delta(ds^{(c)} ds^{(d)}) &= \delta(ds^{(c)}) ds^{(d)} + ds^{(c)} \delta ds^{(d)} \quad \text{с сигнатурой } (-+++) \\
\delta(ds^{(d)} ds^{(b)}) &= \delta(ds^{(d)}) ds^{(b)} + ds^{(d)} \delta ds^{(b)} \quad \text{с сигнатурой } (++++) \\
\delta(ds^{(a)} ds^{(b)}) &= \delta(ds^{(a)}) ds^{(b)} + ds^{(a)} \delta ds^{(b)} \quad \text{с сигнатурой } (+---) \\
\delta(ds^{(a)} ds^{(c)}) &= \delta(ds^{(a)}) ds^{(c)} + ds^{(a)} \delta ds^{(c)} \quad \text{с сигнатурой } (----).
\end{aligned} \tag{56}$$

Приравняем нулю вариации следующих функционалов

$$\begin{aligned}
\delta \int ds^{(a)} &= \delta \int \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i = \int (\delta \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \beta^{pm(a)} \delta \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \delta \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} \delta dx^i) = 0, \\
\delta \int ds^{(b)} &= \delta \int \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j = \int (\delta \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \beta^{ln(b)} \delta \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \delta \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} \delta dx^j) = 0, \\
\delta \int ds^{(c)} &= \delta \int \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i = \int (\delta \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \beta^{pm(c)} \delta \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \delta \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} \delta dx^i) = 0, \\
\delta \int ds^{(d)} &= \delta \int \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j = \int (\delta \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \beta^{ln(d)} \delta \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \delta \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} \delta dx^j) = 0.
\end{aligned} \tag{57}$$

Выражения (57) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
\delta \int ds^{(a)} &= \int \delta \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \int \beta^{pm(a)} \delta \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \int \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \delta \alpha_{pi}^{(a)} dx^i + \int \beta^{pm(a)} \mathbf{e}_m^{(a)} \alpha_{pi}^{(a)} \delta dx^i = 0, \\
\delta \int ds^{(b)} &= \int \delta \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \int \beta^{ln(b)} \delta \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \int \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \delta \alpha_{lj}^{(b)} dx^j + \int \beta^{ln(b)} \mathbf{e}_n^{(b)} \alpha_{lj}^{(b)} \delta dx^j = 0, \\
\delta \int ds^{(c)} &= \int \delta \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \int \beta^{pm(c)} \delta \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \int \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \delta \alpha_{pi}^{(c)} dx^i + \int \beta^{pm(c)} \mathbf{e}_m^{(c)} \alpha_{pi}^{(c)} \delta dx^i = 0, \\
\delta \int ds^{(d)} &= \int \delta \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \int \beta^{ln(d)} \delta \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \int \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \delta \alpha_{lj}^{(d)} dx^j + \int \beta^{ln(d)} \mathbf{e}_n^{(d)} \alpha_{lj}^{(d)} \delta dx^j = 0.
\end{aligned} \tag{58}$$

Здесь отдельно учтены все возможные изменения (искажения, деформации и смещения) 4-базисов $\mathbf{e}_m^{(a)}$, например, показанных на рис. 4б.

Подставляя вариации (58) в выражения (56), и находя уравнения для экстремалей этих функционалов получим 32 типа различных ускорений (или безмассовых силовых воздействий).

2). В §10 в [2] было рассмотрено спинтензорное представление метрик с различными сигнатурами.

Для примера, запишем диагональную квадратичную форму сигнатурой $(+---)$ в следующем виде

$$ds^{(+)^2} = g_{00}dx^0dx^0 - g_{11}dx^1dx^1 - g_{22}dx^2dx^2 - g_{33}dx^3dx^3 = \begin{pmatrix} q_0dx^0 + q_3dx^3 & q_1dx^1 + iq_2dx^2 \\ q_1dx^1 - iq_0dx^0 & q_0dx^0 - q_3dx^3 \end{pmatrix}_{det}, \quad (59)$$

где $q_i = \sqrt{g_{ii}}$.

Данная A_4 -матрица может быть представлена в виде линейной формы

$$A_4^{(+-)} = \begin{pmatrix} q_0dx^0 + q_3dx^3 & q_1dx^1 + iq_2dx^2 \\ q_1dx^1 - iq_0dx^0 & q_0dx^0 - q_3dx^3 \end{pmatrix} = q_0dx^0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - q_1dx^1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - q_2dx^2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - q_3dx^3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (60)$$

В этом случае динамика вакуумного слоя с сигнатурой $(+ - -)$ может быть определённая равенством нулю первой вариации функционала вида

$$\delta \int_{p_1}^{p_2} A_4^{(+-)} = \delta \int_{p_1}^{p_2} \left(q_0dx^0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - q_1dx^1 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - q_2dx^2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} - q_3dx^3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = 0, \quad (61)$$

Аналогично определяется динамика всех остальных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных слоев (смотрите таблицу 1 в §10 в [2]) с всевозможными сигнатурами из матрицы (35).

3). В §12 в [2] рассмотрено дираковское представление диагональной квадратичной формы, например, с сигнатурой $(+ + + +)$

$$ds^2 = g_{00}dx^0dx^0 + g_{11}dx^1dx^1 + g_{22}dx^2dx^2 + g_{33}dx^3dx^3 \quad (62)$$

в виде произведения двух аффинных (линейных) форм

$$ds^2 = ds'ds'' = (\gamma_0q_0dx^{0'} + \gamma_1q_1dx^{1'} + \gamma_2q_2dx^{2'} + \gamma_3q_3dx^{3'}) \cdot (\gamma_0q_0dx^{0''} + \gamma_1q_1dx^{1''} + \gamma_2q_2dx^{2''} + \gamma_3q_3dx^{3''}), \quad (63)$$

где $q_i = \sqrt{g_{ii}}$;

γ_μ – объекты, удовлетворяющие антикоммутивному соотношению алгебры Клиффорда

$$\gamma_\mu \gamma_\eta + \gamma_\eta \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\eta}. \quad (64)$$

Условию (64) удовлетворяет, например, следующий набор 4×4 -матриц Дирака:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \delta_{\mu\eta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Также диагональная квадратичная форма (62) с сигнатурой $(+ + + +)$ может быть представлена в виде

$$ds \equiv \sqrt{(ds_{ii}^2)} = \begin{pmatrix} \sqrt{ds_{00}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{ds_{11}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{ds_{22}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{ds_{33}^2} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\eta=0}^3 (\gamma_\mu \gamma_\eta + \gamma_\eta \gamma_\mu) dx^\mu dx^\eta}. \quad (65)$$

Вариация произведения двух линейных форм (63) равна

$$\delta(ds'ds'') = \delta(ds')ds'' + ds'\delta(ds''). \quad (66)$$

В этом случае динамика участка $\lambda_{m,n}$ -вакуумного слоя с сигнатурой $(+ + + +)$ определяется системой уравнений

$$\begin{cases} \delta ds' = \delta(\gamma_0 q_0 dx^{0'} + \gamma_1 q_2 dx^{1'} + \gamma_2 q_2 dx^{2'} + \gamma_3 q_3 dx^{3'}) = 0, \\ \delta ds'' = \delta(\gamma_0 q_0 dx^{0''} + \gamma_1 q_2 dx^{1''} + \gamma_2 q_2 dx^{2''} + \gamma_3 q_3 dx^{3''}) = 0. \end{cases} \quad (67)$$

Аналогично определяется динамика всех остальных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных слоев с всевозможными сигнатурами (35), смотрите §12 в [2].

Дальнейшее развитие различных вариантов динамики вакуумных слоев, основанные на разных способах представления квадратичных форм с различными сигнатурами (35) в виде двух линейных форм с различными стигнатурами (3) в [1] могут значительно обогатить математический аппарат Алгебры сигнатур для описания сложных внутри-вакуумных структур и процессов. Возможно, эти направления вариационного исчисления заинтересуют математиков с надеждой, что они будут востребованы физиками.

Забегая значительно вперед, отметим, что для геометризации большинства разделов современной физики на основе Алгебры сигнатур достаточно упрощений, относящихся к геометрии Римана (рис. 4а). Это будет показано в следующих статьях данного цикла. Однако для геометризации психофизических явлений необходимо развитие самого сложного варианта дифференциальной геометрии: – геометрии абсолютного параллелизма (смотрите рис. 4б) [5, 6] с использованием Алгебры сигнатур, т.е. с учетом совокупности искажений всех 16-ти типов аффинных пространств с различными стигнатурами (3) в [1]

$$stign(e_i^{(a)}) = \begin{pmatrix} \{++++\} & \{+++-\} & \{-++-\} & \{+-+ -\} \\ \{----+\} & \{-+++ \} & \{- - ++\} & \{- - + +\} \\ \{+ -- +\} & \{+ + - -\} & \{+ - - -\} & \{+ - + +\} \\ \{- - + -\} & \{+ - + -\} & \{- + - -\} & \{- - - -\} \end{pmatrix}. \quad (68)$$

4 Динамика двустороннего 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума в состоянии постоянного искривления

4.1 Стационарная метрика в геометрии Римана

Продолжим рассмотрение метрик (52)

$$\begin{cases} ds^{(+2)} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (+ - - -) \text{ – метрика субконта (внешней стороны } 2^3 - \lambda_{m,n} \text{ – вакуума);} \\ ds^{(-2)} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j \text{ с сигнатурой } (- + + +) \text{ – метрика антисубконта (внутренней стороны } 2^3 - \lambda_{m,n} \text{ – вакуума),} \end{cases} \quad (69)$$

Все, что изложено ниже относится к обоим метрикам (69) по отдельности, поэтому исследуем общий случай

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \leftrightarrow \begin{cases} \text{или } ds^{(+2)} = g_{ij}^{(+)} dx^i dx^j, \\ \text{или } ds^{(-2)} = g_{ij}^{(-)} dx^i dx^j. \end{cases} \quad (70)$$

Далее в этом параграфе частично повторим вывод нескольких уравнений из классического источника [4, стр. 250 – 251 в рус 340 - 341] в связи с тем, что эти уравнения имеют особо важное значение для развиваемой здесь вакуумной динамики. Кроме того, расширен и изменен порядок изложения, а также предложена несколько иная интерпретация полученных результатов.

Предположим, что все компоненты метрического тензора в метрике (70) не зависят от времени

$$g_{ij} = const. \quad (71)$$

Перепишем квадратичную форму (70), выделив компоненты с нулевыми индексами

$$ds^2 = c^2 g_{00} dt^2 + 2c g_{0\alpha} dx^\alpha dt + g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \leftrightarrow \begin{cases} \text{или } ds^{(+)^2} = g_{00}^{(+)} (dx^0)^2 + 2g_{0\alpha}^{(+)} dx^0 dx^\alpha + g_{\alpha\beta}^{(+)} dx^\alpha dx^\beta, \\ \text{или } ds^{(-)^2} = g_{00}^{(-)} (dx^0)^2 + 2g_{0\alpha}^{(-)} dx^0 dx^\alpha + g_{\alpha\beta}^{(-)} dx^\alpha dx^\beta, \end{cases} \quad (72)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2, 3$; $dx^0 = cdt$.

4.2 Скорость локального участка метрического пространства

Определим скорость движения локального участка метрического пространства (в частности, *субконта* или *антисубконта*), метрико-динамические свойства которого определяются стационарной метрикой (72).

Для этого к правой части обобщенной метрики (72) прибавим и вычтем величину

$$\left(\frac{g_{0\alpha} dx^\alpha}{\sqrt{g_{00}}} \right)^2 = \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}} dx^\alpha dx^\beta, \quad (73)$$

в результате получим

$$ds^2 = c^2 \left[\sqrt{g_{00}} dt + \frac{g_{0\alpha} dx^\alpha}{c\sqrt{g_{00}}} \right]^2 - \left[-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}} \right] dx^\alpha dx^\beta, \quad (74)$$

откуда для исследуемого участка пространства имеем аналог собственного времени [4]

$$d\tau = \sqrt{g_{00}} dt + \frac{g_{0\alpha} dx^\alpha}{c\sqrt{g_{00}}} \quad \text{или} \quad d\tau = \frac{\sqrt{g_{00}}}{c} \left(dx^0 + \frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} dx^\alpha \right). \quad (75)$$

Второе слагаемое в выражении (74) – это квадрат расстояния между двумя точками в 3-мерной метрическом пространстве (в данном случае в 3-мерном *субконте* или в 3-мерном *антисубконте*)

$$dl^2 = - \left[g_{\alpha\beta} - \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}} \right] dx^\alpha dx^\beta \quad \text{или} \quad dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (76)$$

где введен 3-мерный пространственный метрический тензор

$$\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}}. \quad (77)$$

Метрика (74) с учетом выражений (75) и (76) принимает вид

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - dl^2, \quad (78)$$

который соответствует системе отсчета, в которой исследуемый локальный участок одной из сторон 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума (в частности, *субконта* или *антисубконта*) покоится.

Теперь можно ввести 3-мерную скорость движения локального участка метрического пространства (в данном случае *субконта* или *антисубконта*), метрико-динамические свойства которого задаются компонентами метрического тензора из метрики (72). Разделим расстояние (76) на время (75), в результате получим модуль вектора скорости

$$|\vec{v}| = \frac{dl}{d\tau} = \frac{cdl}{\sqrt{g_{00}} \left(x^0 + \frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} dx^\alpha \right)} = \frac{c \sqrt{\left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha} g_{0\beta}}{g_{00}} \right) dx^\alpha dx^\beta}}{\sqrt{g_{00}} \left(x^0 + \frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} dx^\alpha \right)} \quad (79)$$

с компонентами [4, стр. 250]

$$v^\alpha = \frac{cdx^\alpha}{\sqrt{g_{00}}\left(x^0 + \frac{g_{0\alpha}}{g_{00}}dx^\alpha\right)}. \quad (80)$$

Ковариантные компоненты вектора скорости v_α определяются выражениями [4, стр. 250]

$$v_\alpha = \gamma_{\alpha\beta}v^\beta, \quad v^2 = v_\alpha v^\alpha,$$

С учетом выражения (79) стационарную метрику (72) можно представить в виде [4, стр. 250]

$$ds^2 = g_{00}(dx^0 - g_\alpha dx^\alpha)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (81)$$

где введен 3-мерный вектор

$$g_\alpha = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}}. \quad (82)$$

Компоненты 4-скорости $u^i = \frac{dx^i}{ds}$, с учетом выражения (81) равны [4, стр. 251]

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{g_\alpha v^\alpha}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (83)$$

4.3 Ускорение локального участка метрического пространства

Найдем ускорение локального участка метрического пространства (в частности *субконта* или *антисубконта*), метрико-динамические свойства которого определяются стационарной метрикой (72).

Как было показано в пункте 1.1 ускорение локального участка метрического пространства при упрощениях, относящихся к геометрии Римана, задается уравнением (26)

$$\frac{d^2x^l}{ds^2} = -\Gamma_{ij}^l \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds}, \quad (84)$$

Найдем символы Кристоффеля (25)

$$\Gamma_{ij}^l = \frac{1}{2}g^{l\mu} \left(\frac{\partial g_{\mu i}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\mu} \right) \quad (85)$$

для рассматриваемого стационарного случая.

Подставим компоненты метрического тензора из стационарной метрики (72) в выражение (85). В результате, с учетом условий (71), получим следующие не равные нулю компоненты данного псевдотензора [4, стр. 251]

$$\Gamma_{00}^\alpha = \frac{1}{2}g_{00}^{;\alpha}, \quad (86)$$

$$\Gamma_{0\beta}^\alpha = \frac{1}{2}g_{00}(g_{;\beta}^\alpha - g_\beta^{;\alpha}) - \frac{1}{2}g_\beta g_{00}^{;\alpha}, \quad (87)$$

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \lambda_{\beta\gamma}^\alpha + \frac{1}{2}g_{00}[g_\beta(g_\gamma^{;\alpha} - g_{;\gamma}^\alpha) + g_\gamma(g_\beta^{;\alpha} - g_{;\beta}^\alpha)] + \frac{1}{2}g_\beta g_\gamma g_{00}^{;\alpha}, \quad (88)$$

где, например, $g_{\gamma}^{i\alpha}$ – ковариантная производная, которая в этом случае совпадает с частной производной [4]:

$$g_{;\gamma}^{\alpha} = \frac{\partial g^{\alpha}}{\partial x^{\gamma}} + \Gamma_{k\gamma}^{\alpha} g^k = \frac{\partial g^{\alpha}}{\partial x^{\gamma}}; \quad (89)$$

$\lambda_{\beta\gamma}^{\alpha}$ – 3-мерный символ Кристоффеля, составленный из компонент метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ так же, как Γ_{ij}^l составляется из компонент g_{ij} .

В выражениях (86) – (89) все тензорные действия (ковариантное дифференцирование, подъем и опускание индексов) производятся в 3-мерном пространстве с метрикой $g_{\alpha\beta}$ над 3-мерным вектором g_{α} и скаляром g_{00} .

Подставим выражения (86) – (89) в уравнение движения (84), в результате получим [4, стр. 251]

$$\frac{du^{\alpha}}{ds} = -\Gamma_{00}^{\alpha} (u^0)^2 - 2\Gamma_{0\beta}^{\alpha} u^0 u^{\beta} - \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} u^{\beta} u^{\gamma}. \quad (90)$$

После преобразований выражения (90) с использованием компонент 4-скорости (83) и символов Кристоффеля (86) – (89), получим [4, стр. 251 (340)]

$$\frac{du^{\alpha}}{ds} = \frac{d}{ds} \frac{v^{\alpha}}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{g_{00}^{;\alpha}}{2g_{00} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} - \frac{\sqrt{g_{00}} (g_{;\beta}^{\alpha} - g_{\beta}^{;\alpha}) v^{\beta}}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} - \frac{\lambda_{\beta\gamma}^{\alpha} v^{\beta} v^{\gamma}}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}. \quad (91)$$

В общей теории относительности, базирующейся на геометрии Римана, сила, действующая на частицу с импульсом $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ (где m – масса частицы, \mathbf{v} – скорость потока, увлекающего частицу) определяется как 3-мерный ковариантный дифференциал [4, стр. 251].

$$f^{\alpha} = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{Dp^{\alpha}}{ds} = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{d}{ds} \frac{mv^{\alpha}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \lambda_{\beta\gamma}^{\alpha} \frac{mv^{\beta} v^{\gamma}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (92)$$

Разделим компоненты вектора силы (92) на массу частицы m . В результате получим компоненты вектора ускорения локального участка метрического пространства (в частности, *субконта* или *антисубконта*)

$$\frac{f^{\alpha}}{m} = a^{\alpha} = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{d}{ds} \frac{v^{\alpha}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{\lambda_{\beta\gamma}^{\alpha} v^{\beta} v^{\gamma}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (93)$$

компоненты вектора ускорения (93) с учетом выражения (91) можно представить в виде (для удобства индекс α опущен) [4, стр. 252 рис 341]

$$a_{\alpha} = \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left\{ -\frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}}}{\partial x^{\alpha}} + \sqrt{g_{00}} \left(\frac{\partial g_{\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \right) \frac{v^{\beta}}{c} \right\}, \quad (94)$$

или в обычных трехмерных векторных обозначениях [4, стр. 252 рис 341]

$$\vec{a} = \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left\{ -\text{grad}(\ln \sqrt{g_{00}}) + \sqrt{g_{00}} \left[\frac{\vec{v}}{c} \times \text{rot} \vec{g} \right] \right\}, \quad (95)$$

$$\text{где } \vec{g}(g_1, g_2, g_3) \text{ – 3-мерный вектор с компонентами } g_{\alpha} = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}}. \quad (96)$$

В примечании Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. отметили, что в трехмерных криволинейных координатах $\text{rot} \vec{g}$ нужно

понимать в том же смысле как вектор дуальный к тензору $\left(\frac{\partial g_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_\alpha}{\partial x^\beta}\right)$, так что его контравариантные компоненты следует записывать в виде [4, стр. 252 рис 341]

$$(\text{rot} \vec{g})^\gamma = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} e^{\alpha\beta\gamma} \left(\frac{\partial g_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_\alpha}{\partial x^\beta} \right), \quad (97)$$

где $\sqrt{\gamma}$ – определитель пространственного метрического тензора (77);
 $e^{\alpha\beta\gamma} = e^{123} = e_{123} = 1$, а при перестановке двух символов меняют знак.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{d\tau} = \frac{cd\vec{l}}{\sqrt{g_{00}} \left(dx^0 + \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{00}} dx^\alpha \right)} \quad (98)$$

– вектор 3-мерной скорости локального участка метрического пространства (в частности *субконта* или *антисубконта*) с компонентами (80)

$$v^1 = \frac{cdx^1}{\sqrt{g_{00}} \left(x^0 + \frac{g_{01}}{g_{00}} dx^1 \right)}, \quad v^2 = \frac{cdx^2}{\sqrt{g_{00}} \left(x^0 + \frac{g_{02}}{g_{00}} dx^2 \right)}, \quad v^3 = \frac{cdx^3}{\sqrt{g_{00}} \left(x^0 + \frac{g_{03}}{g_{00}} dx^3 \right)}. \quad (99)$$

Еще раз отметим, что формула для вектора ускорения (95) позаимствована из классического источника [4, стр. 250 – 251 в рис 340 – 341], где она была получена в рамках геометрии Римана (рис. 4а), и при условии стационарности метрики (72), т.е. при независимости компонент метрического тензора от времени (71) $g_{ij} = \text{const}$.

4.4 Ускорение локального участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Если с каждой из метрик (69) по отдельности проделать все операции (71) – (98), то получим два вектора ускорения:

$$\mathbf{a}^{(+)} = \vec{a}^{(+)} = \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^{(+)^2}}{c^2}}} \left\{ -\text{grad} \left(\ln \sqrt{g_{00}^{(+)}} \right) + \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left[\frac{\vec{v}^{(+)}}{c} \times \text{rot} \vec{g}^{(+)} \right] \right\} \quad (100)$$

– вектор ускорения локального участка *субконта* (т.е. внешней стороны 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума);

$$\mathbf{a}^{(-)} = \vec{a}^{(-)} = \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^{(-)^2}}{c^2}}} \left\{ -\text{grad} \left(\ln \sqrt{g_{00}^{(-)}} \right) + \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left[\frac{\vec{v}^{(-)}}{c} \times \text{rot} \vec{g}^{(-)} \right] \right\} \quad (101)$$

– вектор ускорения локального участка *антисубконта* (т.е. внутренней стороны 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума).

Ускорение локального участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума (32)

$$\frac{d^2 x^l}{ds^2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Gamma_{ij}^{l(+)} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} + i \Gamma_{ij}^{l(-)} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^j}{ds} \right), \quad (102)$$

можно представить в виде

$$a^{(\pm)l} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a^{(+l)} + i a^{(-l)}), \quad (103)$$

или с опущенными индексами

$$a_\alpha^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_\alpha^{(+)} + i a_\alpha^{(-)}), \quad (104)$$

где в рассматриваемом стационарном случае, согласно выражению (94),

$$a_{\alpha}^{(+)} = \frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^{(+)^2}}{c^2}}} \left\{ -\frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(+)}}}{\partial x^{\alpha}} + \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left(\frac{\partial g_{\beta}^{(+)}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha}^{(+)}}{\partial x^{\beta}} \right) \frac{v^{(+)\beta}}{c} \right\}, \quad (105)$$

$$a_{\alpha}^{(-)} = \frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^{(-)^2}}{c^2}}} \left\{ -\frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(-)}}}{\partial x^{\alpha}} + \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left(\frac{\partial g_{\beta}^{(-)}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha}^{(-)}}{\partial x^{\beta}} \right) \frac{v^{(-)\beta}}{c} \right\}. \quad (106)$$

При этом вектор ускорения локального участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума с учетом (100) – (101) имеет вид

$$\mathbf{a}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{a}^{(+)} + i\mathbf{a}^{(-)}), \quad (107)$$

$$\text{где } \mathbf{a}^{(\pm)} = \vec{a}^{(\pm)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^{(+)} + ia_1^{(-)}), \frac{1}{\sqrt{2}} (a_2^{(+)} + ia_2^{(-)}), \frac{1}{\sqrt{2}} (a_3^{(+)} + ia_3^{(-)}) \right).$$

5 Геометризированная сила Лоренца

5.1 Геометризированные векторы эклектрической напряженности и магнитной индукции

Рассмотрим векторное выражение (95)

$$\mathbf{a} = \vec{a} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} c^2 \left\{ -grad(\ln \sqrt{g_{00}}) + \sqrt{g_{00}} \left[\frac{\vec{v}}{c} \times rot \vec{g} \right] \right\}, \quad (108)$$

где $\vec{g}(-\frac{g_{01}}{g_{00}}, -\frac{g_{01}}{g_{00}}, -\frac{g_{01}}{g_{00}})$ – 3-мерный вектор.

Введем обозначения

$$\mathbf{E}_v = \vec{E}_v = -\gamma_c grad \varphi, \quad (109)$$

$$\mathbf{B}_v = \vec{B}_v = \gamma_c \sqrt{g_{00}} rot \frac{\vec{A}}{c}, \quad (110)$$

где

$$\varphi = \ln \sqrt{g_{00}} \text{ – геометризированный скалярный потенциал; } \quad (111)$$

$$\vec{A} = \vec{g} \text{ – геометризированный векторный потенциал; } \quad (112)$$

$$\gamma_c = \frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \text{ – лоренц-фактор, умноженный на } c^2. \quad (113)$$

С учетом обозначений (109) – (113), вектор ускорения (108) приобретает вид

$$\mathbf{a} = \mathbf{E}_v + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}_v], \quad (114)$$

Сравним данный вектор ускорения с силой Лоренца

$$\mathbf{F}_l = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \text{ или } \mathbf{F}_l/q = \mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (115)$$

где

\mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля;

\mathbf{B} – вектор индукции магнитного поля;

q – заряд частицы.

Очевидная аналогия выражений (114) и (115) позволяет рассматривать векторы (109) и (110) как:

\mathbf{E}_v – геометризованный вектор эклектрической напряженности с компонентами:

$$E_{v1} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}}}{\partial x^1}, \quad E_{v2} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}}}{\partial x^2}, \quad E_{v3} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}}}{\partial x^3}. \quad (116)$$

\mathbf{B}_v – геометризованный вектор магнитной индукции с компонентами:

$$B_{v1} = \gamma_c \sqrt{g_{00}} \left(\frac{\partial g_3}{\partial x^2} - \frac{\partial g_2}{\partial x^3} \right), \quad B_{v2} = \gamma_c \sqrt{g_{00}} \left(\frac{\partial g_1}{\partial x^3} - \frac{\partial g_3}{\partial x^1} \right), \quad B_{v3} = \gamma_c \sqrt{g_{00}} \left(\frac{\partial g_2}{\partial x^1} - \frac{\partial g_1}{\partial x^2} \right). \quad (117)$$

$$\text{где } g_1 = -\frac{g_{01}}{g_{00}}, \quad g_2 = -\frac{g_{02}}{g_{00}}, \quad g_3 = -\frac{g_{03}}{g_{00}}. \quad (118)$$

5.2 Смысл геометризованных векторов эклектрической напряженности \mathbf{E}_v и магнитной индукции \mathbf{B}_v

Для уточнения смысла векторов \mathbf{E}_v и \mathbf{B}_v рассмотрим произвольное движение аффинного пространства со стигматурой $\{++++\}$ (т.е. системы отсчета) $K'(t',x',y',z')$ относительно покоящегося аффинного пространства со стигматурой $\{++++\}$ (т.е. системы отсчета) $K(t,x,y,z)$ (рис. 8). Данная хорошо известная классическая (хрестоматийная) задача позаимствована из [7] в полном объеме, т.к. в противном случае установить смысл векторов \mathbf{E}_v и \mathbf{B}_v будет весьма проблематично.

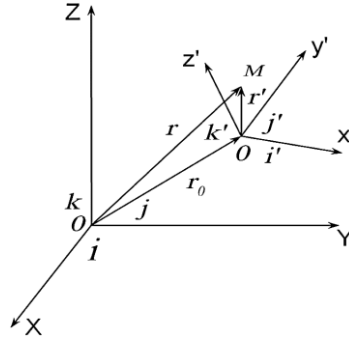


Рис. 8: Движение системы отсчета K' со стигматурой $\{++++\}$ относительно покоящейся системы отсчета K со стигматурой $\{++++\}$

Из рис. 8 видно, что радиус-векторы \mathbf{r} и \mathbf{r}' , задающие положение точки M в системах K и K' , связаны соотношением

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}' \quad (119)$$

$$\text{или } \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z = \mathbf{r}_0 + \mathbf{i}'x' + \mathbf{j}'y' + \mathbf{k}'z', \quad (120)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – ортогональные единичные векторы, задающие направления осей неподвижного аффинного пространства K со стигматурой $\{++++\}$;

$\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ – ортогональные единичные векторы, задающие направления осей подвижного аффинного пространства K' со стигматурой $\{++++\}$.

Скорость точки M (принадлежащей аффинному пространству K') относительно системы отсчета K при $t' = t$ получается в результате дифференцирования обеих сторон выражения (119) [7]

$$\mathbf{v}_a = d\mathbf{r}/dt = d\mathbf{r}_0/dt + d\mathbf{r}'/dt, \quad (121)$$

при этом с учетом выражения (120) имеем

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0 + (x'd\mathbf{i}'/dt + y'd\mathbf{j}'/dt + z'd\mathbf{k}'/dt) + (\mathbf{i}'dx/dt + \mathbf{j}'dy/dt + \mathbf{k}'dz/dt). \quad (122)$$

Пусть орты \mathbf{i}' , \mathbf{j}' и \mathbf{k}' подвижной системы отсчета K' могут изменяться относительно системы отсчета K только вследствие ее вращения вокруг точки O' с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$. Поэтому производные по времени от единичных векторов \mathbf{i}' , \mathbf{j}' и \mathbf{k}' равны скоростям концов этих векторов при вращении системы K' [7]

$$d\mathbf{i}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{i}'], \quad d\mathbf{j}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{j}'], \quad d\mathbf{k}'/dt = [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{k}']. \quad (123)$$

Подставляя выражения (123) в выражение (122), получим

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0 + [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}'] + (\mathbf{i}'dx/dt + \mathbf{j}'dy/dt + \mathbf{k}'dz/dt). \quad (124)$$

Ускорение точки M относительно системы отсчета K при $t' = t$ равно [7]

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}_a/dt = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_k, \quad (125)$$

$$\text{где } \mathbf{a}_r = (\mathbf{i}'d^2x/dt^2 + \mathbf{j}'d^2y/dt^2 + \mathbf{k}'d^2z/dt^2) - \text{относительное ускорение;} \quad (126)$$

$$\mathbf{a}_e = d\mathbf{v}_0/dt + [d\mathbf{\Omega}/dt \times \mathbf{r}'] + [\mathbf{\Omega} \times [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}']] - \text{переносное ускорение;} \quad (127)$$

$$\mathbf{a}_k = 2[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r] - \text{кориолисово ускорение.} \quad (128)$$

Перепишем выражение (125) для стационарного случая $d\mathbf{v}_0/dt = 0$ и $[d\mathbf{\Omega}/dt \times \mathbf{r}'] = 0$,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{pc} + 2[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r], \quad (129)$$

$$\text{где } \mathbf{a}_{pc} = (\mathbf{i}'d^2x/dt^2 + \mathbf{j}'d^2y/dt^2 + \mathbf{k}'d^2z/dt^2) + [\mathbf{\Omega} \times [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}']] \quad (130)$$

– стационарное относительно-переносное ускорение подвижной системы отсчета K' .

Принимая во внимание известное в аналитической геометрии соотношение

$$[\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_r] = -[\mathbf{v}_r \times \mathbf{\Omega}], \quad (131)$$

выражение (129) можно представить в виде

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{pc} - 2[\mathbf{v}_r \times \mathbf{\Omega}]. \quad (132)$$

При сравнении ускорения (132) с ускорением (114)

$$\mathbf{a} = \mathbf{E}_v + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}_v]$$

обнаруживаем следующую очевидную аналогию

$$\mathbf{E}_v \equiv \mathbf{a}_{pc}, \quad \mathbf{B}_v \equiv -2\mathbf{\Omega}, \quad \mathbf{v} \equiv \mathbf{v}_r. \quad (133)$$

Таким образом, выясняется, следующее:

- геометризованный вектор эклектрической напряженности вакуумного слоя \mathbf{E}_v тождественен стационарному переносному ускорению с кручением \mathbf{a}_{pc} (130) локального участка подвижного аффинного пространства K' в окрестности точки M относительно покоящегося аффинного пространства K ;
- геометризованный вектор магнитной индукции вакуумного слоя \mathbf{B}_v тождественен удвоенной стационарной угловой скорости вращения $\mathbf{\Omega}$ того же участка подвижной аффинной протяженности K' в окрестности точки M относительно покоящегося аффинного пространства K ;
- вектор скорости \mathbf{v} вакуумного слоя соответствует скорости постоянного перемещения \mathbf{v}_r того же участка аффинного пространства K' относительно аффинного пространства K .

В рамках Алгебры сигнатур каждая из систем отсчета $K'(t', x', y', z')$ и $K(t, x, y, z)$ может иметь любой из 16-ти возможных векторных базисов, показанных на рис. 7 в [1], с соответствующей сигнатурой из матрицы (68)

$$\text{stign}(e_i^{(a)}) = \begin{pmatrix} \{++++\} & \{+++-\} & \{-++-\} & \{+-+-\} \\ \{----\} & \{-+++\} & \{---+ \} & \{-+-+\} \\ \{+--+\} & \{+-+--\} & \{+---\} & \{+-++\} \\ \{-+--\} & \{+-+-\} & \{-+-+\} & \{----\} \end{pmatrix}.$$

Поэтому в рамках Алгебры сигнатур возможны 256 вариантов движения двух аффинных пространств относительно друг друга.

Отметим также данный, что полная аналогия между векторами (132) и (114) обусловлена тем, что они получены при одном и том же условии стационарности $d\mathbf{v}/dt = 0$ и $[d\mathbf{\Omega}/dt \times \mathbf{r}'] = 0$ и при одинаковых упрощениях, соответствующих геометрии Римана (рис. 4а), т.е. учтены только смещение и поворот системы отсчета K' при сохранении размеров базисных векторов $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ (или $\mathbf{e}_1^{(a)}, \mathbf{e}_2^{(a)}, \mathbf{e}_3^{(a)}$) и углов между ними.

Аналогичный анализ может быть выполнен для более сложных случаев, когда могут изменяться все четыре параметра $\alpha_{ij}^{(a)}, \beta_{pm}^{(a)}, \mathbf{e}_m^{(a)}, dx^{j(a)}$ как системы отсчета K' (рис. 4б), так и системы отсчета K , и это будет соответствовать более сложным вариантам дифференциальной геометрии, например, таким, как геометрия абсолютного параллелизма.

6 Геометризованные векторы эклектрической напряженности и магнитной индукции 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуума

6.1 Геометризованные векторы эклектрической напряженности и магнитной индукции 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума

Вернемся к рассмотрению стационарно искривленного участка двухстороннего 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума в рамках представлений Алгебры сигнатур при упрощениях, относящихся к геометрии Римана (рис. 4а).

В пункте 4.4 был получен вектор ускорения стационарного участка 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума (107)

$$\mathbf{a}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{a}^{(+)} + i\mathbf{a}^{(-)}), \quad (134)$$

где, согласно выражениям (100) – (101) и пункту 5.1,

$$\mathbf{a}^{(+)} = \vec{a}^{(+)} = \frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^{(+)^2}{c^2}}}} \left\{ -\text{grad} \left(\ln \sqrt{g_{00}^{(+)}} \right) + \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left[\frac{\vec{v}^{(+)}}{c} \times \text{rot} \vec{g}^{(+)} \right] \right\} = \mathbf{E}_v^{(+)} + [\mathbf{v}^{(+)} \times \mathbf{B}_v^{(+)}], \quad (135)$$

$$\mathbf{a}^{(-)} = \vec{a}^{(-)} = \frac{c^2}{\sqrt{1-\frac{v^{(-)^2}{c^2}}}} \left\{ -\text{grad} \left(\ln \sqrt{g_{00}^{(-)}} \right) + \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left[\frac{\vec{v}^{(-)}}{c} \times \text{rot} \vec{g}^{(-)} \right] \right\} = \mathbf{E}_v^{(-)} + [\mathbf{v}^{(-)} \times \mathbf{B}_v^{(-)}]. \quad (136)$$

Подставим вектора ускорения (135) и (136) в выражение (134), в результате получим

$$\mathbf{a}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \mathbf{E}_v^{(+)} + [\mathbf{v}^{(+)} \times \mathbf{B}_v^{(+)}] + i (\mathbf{E}_v^{(-)} + [\mathbf{v}^{(-)} \times \mathbf{B}_v^{(-)}]) \}, \quad (137)$$

или

$$\mathbf{a}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (\mathbf{E}_v^{(+)} + i \mathbf{E}_v^{(-)}) + ([\mathbf{v}^{(+)} \times \mathbf{B}_v^{(+)}] + i [\mathbf{v}^{(-)} \times \mathbf{B}_v^{(-)}]) \}. \quad (138)$$

где согласно выражениям (116) – (118):

$\mathbf{E}_v^{(+)}$ – геометризованный вектор эклектической напряженности *субконта* с компонентами:

$$E_{v1}^{(+)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(+)}}}{\partial x^1}, \quad E_{v2}^{(+)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(+)}}}{\partial x^2}, \quad E_{v3}^{(+)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(+)}}}{\partial x^3}. \quad (139)$$

$\mathbf{B}_v^{(+)}$ – геометризованный вектор магнитной индукции *антисубконта* с компонентами:

$$B_{v1}^{(+)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left(\frac{\partial g_3^{(+)}}{\partial x^2} - \frac{\partial g_2^{(+)}}{\partial x^3} \right), \quad B_{v2}^{(+)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left(\frac{\partial g_1^{(+)}}{\partial x^3} - \frac{\partial g_3^{(+)}}{\partial x^1} \right), \quad B_{v3}^{(+)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(+)}} \left(\frac{\partial g_2^{(+)}}{\partial x^1} - \frac{\partial g_1^{(+)}}{\partial x^2} \right). \quad (140)$$

$$\text{здесь } g_1^{(+)} = -\frac{g_{01}^{(+)}}{g_{00}^{(+)}}, \quad g_2^{(+)} = -\frac{g_{02}^{(+)}}{g_{00}^{(+)}}, \quad g_3^{(+)} = -\frac{g_{03}^{(+)}}{g_{00}^{(+)}}. \quad (141)$$

$\mathbf{E}_v^{(-)}$ – геометризованный вектор эклектической напряженности *антисубконта* с компонентами:

$$E_{v1}^{(-)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(-)}}}{\partial x^1}, \quad E_{v2}^{(-)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(-)}}}{\partial x^2}, \quad E_{v3}^{(-)} = \gamma_c \frac{\partial \ln \sqrt{g_{00}^{(-)}}}{\partial x^3}. \quad (142)$$

$\mathbf{B}_v^{(-)}$ – геометризованный вектор магнитной индукции *антисубконта* с компонентами:

$$B_{v1}^{(-)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left(\frac{\partial g_3^{(-)}}{\partial x^2} - \frac{\partial g_2^{(-)}}{\partial x^3} \right), \quad B_{v2}^{(-)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left(\frac{\partial g_1^{(-)}}{\partial x^3} - \frac{\partial g_3^{(-)}}{\partial x^1} \right), \quad B_{v3}^{(-)} = \gamma_c \sqrt{g_{00}^{(-)}} \left(\frac{\partial g_2^{(-)}}{\partial x^1} - \frac{\partial g_1^{(-)}}{\partial x^2} \right). \quad (143)$$

$$\text{здесь } g_1^{(-)} = -\frac{g_{01}^{(-)}}{g_{00}^{(-)}}, \quad g_2^{(-)} = -\frac{g_{02}^{(-)}}{g_{00}^{(-)}}, \quad g_3^{(-)} = -\frac{g_{03}^{(-)}}{g_{00}^{(-)}}. \quad (144)$$

Напомним, что в выражения (139) – (144) подставляются независимые от времени компоненты метрических тензоров $g_{ij}^{(+)} = \text{const}$ и $g_{ij}^{(-)} = \text{const}$ из сопряженных стационарных метрик (72):

$$\begin{cases} ds^{(+2)} = g_{00}^{(+)} (dx^0)^2 + 2g_{0\alpha}^{(+)} dx^0 dx^\alpha + g_{\alpha\beta}^{(+)} dx^\alpha dx^\beta & \text{— метрика стационарного субконта (рис. 2),} \\ ds^{(-2)} = g_{00}^{(-)} (dx^0)^2 + 2g_{0\alpha}^{(-)} dx^0 dx^\alpha + g_{\alpha\beta}^{(-)} dx^\alpha dx^\beta & \text{— метрика стационарного антисубконта.} \end{cases} \quad (145)$$

С учетом обозначений (139) – (144), компоненты 3-мерного вектора ускорений стационарно искривленного локального участка двухстороннего $2^3\text{-}\lambda_{m+n}$ -вакуума $\mathbf{a}^{(\pm)}$ (138) равны модулям комплексных чисел: $\mathbf{a}^{(\pm)} (|a_1^{(\pm)}|, |a_2^{(\pm)}|, |a_3^{(\pm)}|)$, где:

$$a_1^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (E_{v1}^{(+)} + i E_{v1}^{(-)}) + [(v_2^{(+)} B_{v3}^{(+)} - v_3^{(+)} B_{v2}^{(+)}) + i (v_2^{(-)} B_{v3}^{(-)} - v_3^{(-)} B_{v2}^{(-)})] \}, \quad (146)$$

$$a_2^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (E_{v2}^{(+)} + i E_{v2}^{(-)}) + [(v_3^{(+)} B_{v1}^{(+)} - v_1^{(+)} B_{v3}^{(+)}) + i (v_3^{(-)} B_{v1}^{(-)} - v_1^{(-)} B_{v3}^{(-)})] \},$$

$$a_3^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (E_{v3}^{(+)} + i E_{v3}^{(-)}) + [(v_1^{(+)} B_{v2}^{(+)} - v_2^{(+)} B_{v1}^{(+)}) + i (v_1^{(-)} B_{v2}^{(-)} - v_2^{(-)} B_{v1}^{(-)})] \}.$$

или согласно выражению (137)

$$\begin{aligned} a_1^{(\pm)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ [E_{v1}^{(+)} + (v_2^{(+)} B_{v3}^{(+)} - v_3^{(+)} B_{v2}^{(+)})] + i[E_{v1}^{(-)} + (v_2^{(-)} B_{v3}^{(-)} - v_3^{(-)} B_{v2}^{(-)})] \right\}, \\ a_2^{(\pm)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ [E_{v2}^{(+)} + (v_3^{(+)} B_{v1}^{(+)} - v_1^{(+)} B_{v3}^{(+)})] + i[E_{v2}^{(-)} + (v_3^{(-)} B_{v1}^{(-)} - v_1^{(-)} B_{v3}^{(-)})] \right\}, \\ a_3^{(\pm)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ [E_{v3}^{(+)} + (v_1^{(+)} B_{v2}^{(+)} - v_2^{(+)} B_{v1}^{(+)})] + i[E_{v3}^{(-)} + (v_2^{(-)} B_{v1}^{(-)} - v_1^{(-)} B_{v2}^{(-)})] \right\}. \end{aligned} \quad (147)$$

Напомним, что данные результаты получены для самого простого уровня рассмотрения, т.е. для двухстороннего 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума, при упрощениях, соответствующих геометрии Римана и в случае постоянства копанёт метрических тензоров *субконта* $g_{ij}^{(+)} = \text{const}$ and *антисубконта* $g_{ij}^{(-)} = \text{const}$.

6.2 Геометризированные векторы эклектрической напряженности и магнитной индукции 2^6 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума

На уровне рассмотрения 16-стороннего 2^6 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума при аналогичных упрощениях и условиях стационарности, на основании выражения (47) аналогично получим

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{\Sigma 16} &= 1/\sqrt{16} (\eta_1 \mathbf{a}^{(1)} + \eta_2 \mathbf{a}^{(2)} + \eta_3 \mathbf{a}^{(3)} + \eta_4 \mathbf{a}^{(4)} + \\ &\quad + \eta_5 \mathbf{a}^{(5)} + \eta_6 \mathbf{a}^{(6)} + \eta_7 \mathbf{a}^{(7)} + \eta_8 \mathbf{a}^{(8)} + \\ &\quad + \eta_9 \mathbf{a}^{(9)} + \eta_{10} \mathbf{a}^{(10)} + \eta_{11} \mathbf{a}^{(11)} + \eta_{12} \mathbf{a}^{(12)} + \\ &\quad + \eta_{13} \mathbf{a}^{(13)} + \eta_{14} \mathbf{a}^{(14)} + \eta_{15} \mathbf{a}^{(15)} + \eta_{16} \mathbf{a}^{(16)}), \end{aligned} \quad (148)$$

где

$$\mathbf{a}^{(q)} = \vec{a}^{(q)} = \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^{(q)2}}{c^2}}} \left\{ -grad \left(\ln \sqrt{g_{00}^{(q)}} \right) + \sqrt{g_{00}^{(q)}} \left[\frac{\vec{v}^{(q)}}{c} \times rot \vec{g}^{(q)} \right] \right\} = \mathbf{E}_v^{(q)} + [\mathbf{v}^{(q)} \times \mathbf{B}_v^{(q)}], \quad (149)$$

$$\text{где } g_{\alpha}^{(q)} = -\frac{g_{0\alpha}^{(q)}}{g_{00}^{(q)}},$$

при этом независимые от времени компоненты метрических тензоров $g_{ij}^{(q)} = \text{const}$ берутся из шестнадцати взаимосвязанных стационарных метрик

$$ds^{(q)2} = g_{00}^{(q)}(dx^0)^2 + 2g_{0\alpha}^{(q)} dx^0 dx^\alpha + g_{\alpha\beta}^{(q)} dx^\alpha dx^\beta \text{ с соответствующей сигнатурой из матрицы (35).} \quad (150)$$

Динамика следующего по глубине уровня стационарного 2^{10} - $\lambda_{m,n}$ -вакуума и динамики всех последующих более глубоких 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуумов (при k стремящегося к бесконечности) могут быть развиты аналогично.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В данной четвертой части научного проекта под общим названием «Геометризированная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур» рассмотрена динамика вакуумных слоев с привлечением Алгебры сигнатур (Алсигны), основы которой представлены в [1,2,3].

В этой статье продолжена разработка математического аппарата Алсигны для исследования ускоренных процессов в слоях вакуума на самых простых уровнях рассмотрения «пустоты»: 2^3 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума и 2^6 - $\lambda_{m,n}$ -вакуума. При этом основные результаты получены при упрощениях, относящихся к геометрии Римана.

Вместе с тем приведены способы расширения возможностей дифференциальной геометрии за счет усложнения учитываемых типов искажений метрических пространств с различными сигнатурами (т.е. топологиями), которые рассматриваются как смежные слои 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

В конце статьи рассмотрены ускорения слоев 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуума, находящегося в стационарном состоянии (т.е. неизменяющегося со временем). В этом случае, при упрощениях, относящихся к геометрии Римана, удалось показать, что стабильные переплетенные, ускоренные ламинарные и вращательные течения слоев 2^k - $\lambda_{m,n}$ -вакуума могут быть описаны в терминах вакуумной электрической напряженности и вакуумной магнитной индукции.

Этот результат может оказаться важным, так как позволяет наметить пути осознанного управления внутри-вакуумными процессами по средствам генерирования электромагнитных полей заданной конфигурации.

Таким образом, предложенные в этой статье стационарные динамические модели ускоренных и вращений движений вакуумных слоев могут послужить теоретическим основанием для развития «вакуумной электро-магнитной динамики» и в последствии к наращиванию возможностей «нулевых» (т.е. вакуумных) технологий.

В последующих статьях «Геометризованной физики вакуума» будет показано, что геометрии Римана с учетом Алгебры сигнатур может оказаться достаточной для создания геометризованных математических моделей, стандартной Вселенной, всех элементарных частиц, электромагнитных явлений, ядерных и гравитационных взаимодействий и многих других физических процессов. Другими словами проект, направленный на полную геометризацию неодухотворенной физики, не требует радикального усложнения исходной дифференциальной геометрии.

Вместе с тем, позднее выяснится, что невозможно создать полностью завершённую математическую модель Вселенной без развития самого сложного варианта дифференциальной геометрии, к которой учитываются все типы искажений (смотрите рис. 4б) переплетенных пространств с различными сигнатурами (т.е. топологиями). Некоторые направления развития дифференциальной геометрии указаны в §3. Многие шаги в этом направлении уже сделаны в геометриях Вейля, Эддингтона, Лобачевского, Клейна, Картана - Схоутена, Пенроуза, Финслера, Вайценбека - Витали - Шипова и т.д. Однако все охватывающей дифференциальной геометрии еще не создано, и это не позволяет физикам вырваться за пределы круга, очерченного упрощенными вариантами геометрий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть I. Алгебра сигнатур. *Препринты* 2023, 2023060765. <https://doi.org/10.20944/preprints202306.0765.v3>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. Geometrized Vacuum Physics. Part I. Algebra of Stignatures. *Preprints* 2023, 2023060765. <https://doi.org/10.20944/preprints202306.0765.v3>.
2. Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть II. Алгебра сигнатур. *Препринты* 2023, 2023070716. <https://doi.org/10.20944/preprints202307.0716.v1>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. Geometrized Vacuum Physics. Part II. Algebra of Signatures. *Preprints* 2023, 2023070716. <https://doi.org/10.20944/preprints202307.0716.v1>.
3. Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть III. Искривленная область вакуума. *Препринты* 2023, 2023080570. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.0570.v4>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. Geometrized Vacuum Physics. Part III. Curved Vacuum Area. *Preprints* 2023, 2023080570. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.0570.v4>.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (1971) Теория поля. Том 2. – М.: Наука, 1988. –509 стр. –ISBN 5-02-014420-7. Available in English: Landau L.D., Lifshitz E.M. (1971) The Classical Theory of Fields / Course of theoretical physics, V. 2 Translated from the Russian by Hamermesh M. University of Minnesota – Pergamon Press Ltd. Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig, p. 387.

5. Шипов Г. (1997). Геометрия абсолютного параллелизма, – М.: Наука, 134 с.
Shipov G. (1997). Geometry of absolute parallelism, – Moscow: Science, 134 p.
6. Шипов Г.И. (1998). «Теория физического вакуума». Москва СТ-Центр, Россия ISBN 5 7273-0011-8.
Shipov, G. (1998). "A Theory of Physical Vacuum". Moscow ST-Center, Russia ISBN 5 7273-0011-8.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. (2002) «Курс физики». – М.: Высшая школа, ISBN: 5-06-003556-5
Detlaf A.A., Yavorsky B.M. (1989) "Physics Course". – Moscow: Higher School, ISBN: 5-06-003556-5