Стационарное осесимметричное пространство-время с нарушенной P-четностью, допускающее главную конгруэнцию

Зафар Туракулов

11 июня 2024 г.

Аннотация

Явление нарушения пространственной четности или P-четности, как его называют в физике элементарных частиц, рассмотрено как чисто геометрическое и выражающее свойства пространства-времени. Определение этого свойства возможно при условии, что пространствство-время обладает по крайней мере вращательной симметрией. При этом условии удается определить аналог зеркального отражения как дискретной операции симметрии. Применяя эти определения, все модели пространства-времени, построенные в общей теории относительности, можно разделить на четные и нечетные по отношению к этому преобразованию симметрии. Показана связь нечетности пространства-времени с кротовыми норами и гравимагнитным зарядом.

1 Введение

Нарушение пространственной четности известно как явление из физики элементаных частиц, присущее только слабому взаимодействию. Вместе с тем, оно явно выражает свойства пространства-времени и поэтому его проявления не могут ограничиваться микроскопическими масштабами. В общей теории относительности это нарушение выражается, в частности, в том, что зеркальное отражение геодезического потока не является геодезическим потоком [1]. Известное решение Тауба-НУТ описывает стационарный сферически-симметричный вакуум с нарушенной четностью ([2]). В отличие от решения Шварцшильда, содержащего одну произвольную постоянную m, являющуюся по смыслу массой источника гравитационного поля, решение Тауба-НУТ содержит две, m и l, являющиеся по смыслу массой и гравимагнитным зарядом. Собственно гравимагнитный заряд и является нарушителем пространственной четности. Следовательно, частицы, в присутствии которых пространственная четность нарушается, в частности, нейтрон, являются носителями гравимагнитного заряда. А это, в свою очередь, означает, что вся материя астрофизических объектов, кроме чистого водорода, обладает гравимагнитным зарядом. Особенно большим уделным гравимагнитным зарядом обладают нейтронные звезды.

Наши исследования показали, что гравимагнитный заряд не только нарушает пространственную четность, но и существует только в форме кротовой норы [3]. Кроме того, исследование пространства-времени Тауба-НУТ показало, что оно в чистом виде не может служить моделью пространства-времени, т.к. описывает кротовую нору, соединяющую две внешние области и соответственно, две дыры, обладающие противоположными свойствами. Так, оказалось, что одна из них притягивает материю, а другая ее отталкивает [4]. Поскольку такая модель явно физически неразумна, от идеи черной дыры необходимо отказаться в пользу идеи кротовой норы покрытой слоем материи и соединяющей две идентичные внешние области, т.е. только притягивающие. Приближенная модель такого пространства-времени с материальным источником гравитационного поля построена в нашей работе [3].

Таким образом, в процессе гравитационного коллапса материя проходит процесс нейтронизации и образует кротовую нору, покрытую, возможно, относительно тонким слоем материи, на внутренней границе которой расперделен гравимагнитный заряд. Таким нам предствляется единственный возможный финал эволюции коллапсирующей материи. Однако до сих пор рассматривались только сферически-симметричные модели такого рода, тогда как особенный интерес могли бы представить осесимметричные решения. Геометрия внешней области в таком решении представляется решением Керра-НУТ и ход его построения вцелом аналогичен тому, который был применен в нашей работе [3], и требует прежде всего построения наиболее общей модели стационарного осесимметричного пространства-времени с нарушенной пространственной четностью, аналогичному тому, которое приведено в нашей работе . Целью настоящей работы является решение этой предварительной задачи.

2 Понятие P-четности в римановом пространстве размерности три

Понятие зеркального отражения как преобразования симметрии привязано к евклидовому пространству и декартовы коорднатам, в которых оно получает алгебраическое представление. Однако интересны не столько его глобальные, сколько локальное свойство изменять ориентацию локального репера с правого на левый или наоборот, что недостижимо никакими другими преобразованиями симметрии. Столь сильная привязка этого преобразования к евклидовости и декартовым координатам не позволяет прямо перенести его на римановы пространства, хотя в них оно точно также интересно, как и вевклидовом. Использовать одновременно его глобальное определение и локальные свойства позволяет его сочетание с непрерывными симеетриями пространства, позволяющими проводить и ориентировать плоскость отражение где произвольно. В римановом пространстве в общем случае это невозможно, поэтому само понятие зеркального отражения применительно к ней требует некоторого обобщения.

Сформулируем в общих чертах это понятие для риманового пространства размерности три $\mathbb{M}^3$. Очевидно, что именно зеркальным отражением в прямом смысле искомая операция быть не может. Более общим и не привязанным к евклидовости и декартовым координатам является понятие, никак не связанное с отражением в какой-либо плоскости или иной поверхности. Оно может даже не быть отображением этого пространства на себя. Различаются, прежде всего, два основных случая, когда рассматриваемое пространство обладает какими-либо симметриями и когда оно не обладает никакими.

Рассмотрим риманово пространство $\mathbb{M}^3$ с введенными на нем координатами $\{x^i\}$ и соответствующим полем ко-реперов $\{\mathrm{d}x^i\}$. Если оно не обладает никакими симметриями, то существует другое пространство $\mathbb{M}'^3$, изометричное данному, но отличающееся от него ориентацией. В нем могут быть введены точно такая же система координат и соответствующее поле ко-реперов с той же самой метрикой $g^{ij} = \langle \mathrm{d}x^i, \mathrm{d}x^j \rangle$ но отличающееся ориентацией ко-реперов. Так, если в пртстранстве $\mathbb{M}^3$ ко-репер $\{\mathrm{d}x^i\}$, скажем, правый, то в пространстве $\mathbb{M}'^3$ он же – левый. Для этих двух пространств зеркальное отражение является не внутренним отображением, а отображением одного на другое $\mathbb{M}^3 \to \mathbb{M}'^3$. Если же оно обладает симметриями, то аналог зеркального отражения для него – это отображения его на себя, при котором ориентация ко-реперов менятеся на обратную. В настоящей работе рассматривается пространство, обладающее осевой симметрией, и следовательно, в нем естественно пользоваться системой координат $\{u, v, \varphi\}$, в которой вектор Киллинга имеет вид $\dfrac{\partial}{\partial\varphi}$. В нем аналогов зеркального отражения может быть два. Один – это замена направления отсчета азимутального угла, т.е. координатное преобразовавние $\varphi \to -\varphi$, другой переворачивает ось симметрии. Если пространство неинвариантно относительнотаких отражений, но инвариантно относительно двух, то оно четно.

3 Пространственная четность и главные конгруэнции

В физике элементарных частиц важную роль играют как непрерывные, так и дискретные симметрии пространства-времени, и, в частности, его симметрия относительно зеркального отражения. До открытия нарушения четности в слабых взаимодействиях вся физика считалась пространственно четной, т.е. инвариантной относительно этого преобразования. Идея этого преобразования, явно принесенная из плоского пространства, привязана к какому-то плоскому зеркалу, отражение в котором имеется ввиду. В общей теории относительности ее не следует понимать буквально как отражение в каком-то зеркале, под ним мы подразумеваем некоторое дискретное пространственное преобразование, которое в плоском пространстве оказалось бы отражением в какм-то плоском зеркале.

Определим теперь понятие P-четности в стационарном осесимметричном пространстве-времени. В таком пространстве-времени естественно использовать систему координат $\{t, u, v, \varphi\}$, в котором векторами Киллинга являются $\dfrac{\partial}{\partial t}$ и $\dfrac{\partial}{\partial \varphi}$, которые в общем случае неортогональны. В нем пространством является координатная поверхность $t = \mathrm{const}$, оснащенная системой координат $\{u, v, \varphi\}$. Аналог зеркального отражения в нем определен выше. Хотя само пространство $t = \mathrm{const}$ инвариантно относительно этого преобразования, пространство-время может таковым не являться из-за неортогональности пространства направлению времени, заданному времени-подобным вектором Киллинга. Собственно неортогональным этому направлению является направление преобразования вращения, т.е. пространственно-подобный вектор Киллинга. Следовательно, в таком пространстве-времени четность может быть нарушена.

Рассмотрим случай пространства-времени Керра. В этом пространстве-времени действуют три дискретных преобразования: обращения времени $t \to -t$, азимутального угла $\varphi \to -\varphi$ и переворот оси симметрии $v \to \pi - v$. Покажем, что оно инвариантно относительно этих преобразований, т.е. они являются ее преобразованиями симметриями. Для этого необходимо выбрать определенную ориентацию, скажем, считать, что направление вверх указывает полуось $v = 0$. Первые два изменяют направление вращения на противоположное, и следовательно, затрагивают вид метрики, а именно, меняют знак компоненты $g_{t\varphi}$. Однако третье делает в точности то же самое, т.к. переворот оси вращения тоже меняет направление вращения источника на противоположное. Следовательно, все три преобразования эквивалентны. Отметим теперь, что смена выбора этой ориентации не затрагивает свойств пространства-времени. Раз так, то ни одно из трех преобразований также свойств пространства-времени не затрагивает. В отличие от пространства-времени Керра, пространство-время Керра-НУТ не имеет симметрии верх-низ. Поэтому в нем переворот оси вращения не является преобразованием симметрии. Свести к нему два других преобразования невозможно, следовательно, в нем нарушены P- и T-четность.

4 Построение главной конгруэнции

Метрику системы координат $\{t, u, v, \varphi\}$ удобно представить в контравариантной форме

$$\begin{gathered}\langle \mathrm{d}\varphi, \mathrm{d}\varphi\rangle = -A,\ \langle \mathrm{d}t, \mathrm{d}t\rangle = B,\ \langle \mathrm{d}t, d\varphi\rangle = \Gamma,\\ \langle \mathrm{d}u, \mathrm{d}u\rangle = \frac{1}{\Sigma},\ \langle \mathrm{d}v, \mathrm{d}v\rangle = \frac{1}{\Sigma}.\end{gathered} \tag{1}$$

потому что именно эта форма появляется в уравнении Гамильтона-Якоби для геодезических. Неортогональность пространства и временного направления здесь выражена метрическим коэфициентом Γ, так что если он отличен от нуля то они неортогональны. Как было сказано выше, этого достаточно для того, чтобы в этом пространстве-времени P-четность была нарушена. Однако, предполагая в дальнейшем построение материального источника для гравитационного поля в этом пространстве-времени, мы строим такую геометрию, в которой существует главная конгруэнция.

Уравнение Гамильтона-Якоби для геодезических в метрике (1) имеет вид

$$-A(\partial_\varphi S)^2 + B(\partial_t S)^2 + 2\Gamma\partial_t S\partial_\varphi S - \Sigma^{-1}\left((\partial_u S)^2 + (\partial_v S)^2\right) = m^2. \tag{2}$$

Оно разделяется как обычно для искомой функции

$$S = Et + L\varphi + f(u) + g(v), \tag{3}$$

если метрические коэффициенты имеют вид

$$\begin{aligned} A\,\Sigma &= -U_{33}(u) + V_{33}(v),\ B\,\Sigma = U_{00}(u) - V_{00}(v), \\ \Sigma &= F(u) + G(v), \Gamma\,\Sigma = U_{03}(u) + V_{03}(v). \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $U_{ab}(u),\ V_{ab}(v),\ a, b = 0, 3$ и $F(u)$, $G(v)$ – это произвольные функции своих аргументов. Появившиеся в выражении (3) постоянные E и L – это интегралы движения, аналогичные энергии и угловоиму моменту. В дальнейшем нас интересуют только изотропные геодезические потоки $m = 0$, для которых разделение уравнения (2) ведет к обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\begin{gathered} U_{00}E^2 + 2U_{03}EL + U_{33}L^2 - f'^2 = C \\ V_{00}E^2 - 2V_{03}EL + V_{33}L^2 + g'^2 = C, \end{gathered} \tag{5}$$

где C – произвольная постоянная.

Искомой главной конгруэнции соответствует поток, каждая геодезическая которого полностью лежит на одной из коодинатных поверхностей $v = \mathrm{const}$. Это условие выполняется, только если функция g' представляет собой полный квадрат. Для этого необходимо, чтобы три функции V_{ab} выражались через две другие V_a как

$$V_{00} = V_0^2, \quad V_{03} = V_0 V_3, \quad V_{33} = V_3^2. \tag{6}$$

В результате метрика (1) принимает вид

$$\begin{aligned}\langle \mathrm{d}\varphi, \mathrm{d}\varphi \rangle &= \frac{-U_{33}(u) + V_3^2(v)}{F(u) + G(v)}, \quad \langle \mathrm{d}t, \mathrm{d}t \rangle = \frac{U_{00}(u) - V_0^2(v)}{F(u) + G(v)}, \\ \langle \mathrm{d}t, d\varphi \rangle &= \frac{U_{03}(u) + V_0(v) V_3(v)}{F(u) + G(v)}, \quad \langle \mathrm{d}u, \mathrm{d}u \rangle = \langle \mathrm{d}v, \mathrm{d}v \rangle = -\frac{1}{\Sigma}.\end{aligned} \tag{7}$$

Заметим, что изотропный геодезический поток, заданный тремя интегралами движения E, L и C определен только в областях, в которых компоненты импульса $p_u = f'$ и $p_v = g'$, где

$$\begin{aligned} f'^2 &= (U_{00}^2 E^2 + 2U_{03} EL + U_{33} L^2) - C \\ g'^2 &= C - (V_0^2 E^2 - 2V_0 V_3 EL + V_3^2 L^2) = C - (V_0 E - V_3 L)^2 \end{aligned} \tag{8}$$

принимают действительные значения. В частности, если положить интерграл движения C равным нулю потому, что в этом случае компонента g' оказывается почти всюду мнимой. Единственное значение координаты v, при котором это не так, это нуль выражения в круглых скобках. Соответствующий геодезический поток полностью лежит на координатной поверхности $v = \mathrm{const}$, где v – это решение уравнения $V_0 E = V_3 L$. Поскольку это значение координаты постоянно на каждой геодезической потока, а интегралы движения E и L соответствуют ему, их можно выразить через нее: $L = V_0 E / V_3$.

Каждый геодезический поток, лежащий полностью на одной из координатных поверхностей $v = \mathrm{const}$, представляет собой одну из частный конгруэнций искомого типа; все вместе она составляют искомую главную конгруэнцию, заданную полем импульса

$$\pi = E\mathrm{d}t \pm f'\mathrm{d}u + \frac{V_0 E}{V_3}\mathrm{d}\varphi,$$

где оба знака поответствуют одной конгруэнции, т.к. знак определяет только направление движения по геодезической. Величина интеграла движения E никакого значения не имеет, так что ее можно положить равной единице. В результате получается 1-форма, задающая главную конгруэнцию также, как это делает поле импульса:

$$\pi = \mathrm{d}t \pm f'\mathrm{d}u + \frac{V_0}{V_3}\mathrm{d}\varphi.$$

Отметим, что поток, полученный из данного изменением знака L, не является геодезическим. Это важно потому, что изменение знака L в этих выражениях соответствует замене направления отсчета азимутального угла φ и, тем самым – условно зеркальному отражению. Раз так, то это преобразование не сохраняет главную конгруэнцию и, следовательно, нарушает пространственную четность.

5 Заключение

Подобно пространству-времени Тауба-НУТ, пространство-время Керра-НУТ имеет две внешние области, обладающие противоположными свойствами и соединенные кротовой норой, из которых только одна адекватна геометрии реального пространства-времени. Также, как и в случае решения Тауба-НУТ, сделать решение Керра-НУТ адекватным реальности можно только заменив одну из внешних областей на копию другой и соединив их через кротовую нору, покрытую слоем материи. Эта кротовая нора представляет собой сфероподобную поверхность, на которой распределен весь гравимагнитный заряд. Постановка этой задачи требует решения некоторых вспомогательных задач, представленных ниже.

Эти задачи могли быть решены только в определенной последовтельности. Так, прежде всего, следовало определить понятие пространственной четности и ее нарушения. Оно было унаследовано от физики элементарных частиц как понятие инвариантности относительно зеркального отражения, которое было определено строго в рамках евклидовой геометрии и с использованием декартовых координат и явно требовало обобщения на случай риманового пространства. После этого требовалось распространение этого понятия на пространство-время, и только после этого обрело свой смысл. Искать наиболее общее определение стационарного осесимметричного пространства-времени с нарушенной четностью не было нашей целью, и мы ограничились интересовавшим нас случаем, в котором оно допускает полное разделение уравнения Гамильтона-Якоби для изотропных геодезических, и перешли к еще более специальному случаю, когда это позволяет построить главную конгруэнцию. Искомое пространство-время задано аналитически системой координат $\{t, u, v, \varphi\}$ с метрикой вида (7).

Список литературы

[1] Туракулов З. Я. 2024. Симметрии и четность пространства-времени. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3112986

[2] Туракулов З. Я. 2024. Стационарный сферически-симметричный вакуум с нарушенной четностью.
PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3112996

[3] Туракулов З. Я. 2024. Гравимагнитный заряд и структура пространства-времени.
PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3113030

[4] Туракулов З. Я. 2024. Критика теории черных дыр на примере решения Тауба-НУТ. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3113003