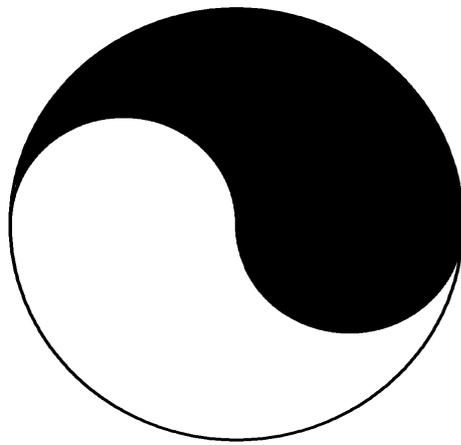


В.Т. САРЫЧЕВ

**МИРАЖИ
И РЕАЛЬНОСТЬ**



Томск

2024

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Глава 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОРЕНЦА	6
1.1. Параллельные преобразования Лоренца и прецессия Томаса.....	7
1.2. Сокращение Фитцджеральда-Лоренца.....	11
1.3. Эффект Доплера и аберрация света.....	15
1.3.1. Эффект Доплера при движении наблюдателя.....	16
1.3.2. Эффект Доплера при движении относительно ИСО S_0 источника излучения....	18
1.3.3. Эффект Доплера при движении относительно ИСО S_0 и источника излучения, и наблюдателя.....	20
1.4. Синфазные поверхности.....	22
1.5. Относительная скорость.....	26
1.6. Непосредственное измерение интервалов времени распространения света между двумя точками.....	29
1.7. Соотношение средней энергии и температуры релятивистского идеального газа....	33
1.8. Дрейфовые и асимптотические формы движения заряженных частиц в постоянных однородных электрических и магнитных полях.....	37
1.8.1. Методы исследования.....	38
1.8.2. Уравнения движение заряженных частиц в однородном постоянном электромагнитном поле.....	40
1.8.3. Дрейфовое движение.....	41
1.8.4. Асимптотическое движение.....	42
1.9. Сила Лоренца.....	43
1.10. Масса, энергия покоя и энергия движения.....	45
1.11. Лоренц-инвариантность волнового уравнения.....	47
1.12. Список литературы к Главе 1.....	49
Глава 2. ГРАВИТАЦИЯ	51
2.1. Плотность массы гравитационного поля однородного шара.....	53
2.2. Система единиц.....	54
2.3. Гравитационное взаимодействие двух шаров.....	55
2.4. Нелинейное уравнение гравитационного поля в стационарном случае.....	56
2.5. Гиперболическая модель Солнца.....	60
2.6. Стрелец A^*	64
2.7. Прецессия орбит планет.....	67
2.8. Орбиты звезды S2 SgrA [*] и Меркурия и их прецессии.....	71
2.9. Три альтернативы потенциальной функции гравитационного поля.....	73
2.10. Белые карлики.....	75
2.11. Дыры – они чёрные или белые?.....	76
2.12. Понятие массы.....	79
2.13. Список литературы к Главе 2.....	83
Глава 3. КОМПЛЕКСНОЕ ПОЛЕ	85
3.1. Силы и их источники.....	85
3.2. Комплексное поле.....	888
3.3. Сферически симметричное решение.....	890
3.4. Модель, в которой поле E обладает сферической симметрией, а поле H имеет осевую симметрию.....	91
3.5. Модель частиц с осевой симметрией комплексного поля.....	94
3.6. Преобразование уравнений в частных производных в систему обыкновенных дифференциальных уравнений.....	98
3.7. Скалярное волновое уравнение.....	103
3.8. Единство физической картины мира и комплексные поля.....	104

3.9. Инертная масса, гравитационный и электрический заряды и энергия	105
3.10. Список литературы к Главе 3	107
Глава 4. СВЕТ	109
4.1. Понятие энтропии в термодинамике	109
4.2. Чёрное излучение и осцилляторы Планка	112
4.3. Эволюция математического и физического смысла постоянной Планка.....	115
4.4. Нулевая энергия осцилляторов Планка.....	119
4.5. Статистика Больцмана осцилляторов Планка	122
4.6. Плотности числа фотонов различных уровней	123
4.7. Четыре формы спектральной плотности энергии излучения черного тела.....	125
4.8. Луи де Бройль	130
4.9. О термодинамическом равновесии	131
4.10. Теплоёмкость излучения.....	134
4.11. Аннигиляция	139
4.12. Нулевая энергия и виртуальные фотоны	140
4.13. Статистика Бозе и статистика Больцмана.....	141
4.14. Закон смещения Вина.....	143
4.15. Механизмы и место рождения фотонов	145
4.16. Список литературы к Главе 4	146

ПРЕДИСЛОВИЕ

«...механика была снимком с медленных
реальных движений, а новая физика есть
снимок с гигантски быстрых
реальных движений.»

1908 г. *В.И. Ленин*

Мираж в природе является одновременно и реальностью и обманом. Изображение объекта – это реальность, обман заключается в том, что это изображение смещено относительно положения реального объекта на десятки, иногда даже сотни километров. Миражи это сравнительно безобидная форма аберрации, причиной которой являются атмосферные процессы, в результате которых траектории фотонов перестают быть прямолинейными.

Но даже когда фотон движется прямолинейно, аберрация может возникнуть при наличии движения источника и наблюдателя. Кажется, что понятие движения не требует объяснения. Это далеко не так. И. Ньютон писал: - *«Распознавание истинных движений отдельных тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно, ибо части того неподвижного пространства, о котором говорилось, и в котором совершаются истинные движения тел, не ощущаются нашими чувствами. Однако это дело не вполне безнадежно»* [1]. Новая физика отвергла понятие абсолютного пространства и времени Ньютона. Она предлагает строить физические теории на основе постулата эквивалентности всех инерциальных систем.

Хотя постулат считается истинной, не требующей доказательства, проверять его можно и нужно хотя бы на отсутствие противоречий и на наличие здравого смысла. Ключевую роль в истории принятия постулата относительности сыграл отрицательный результат эксперимента Майкельсона и появление теории *последовательных* преобразований Лоренца.

Как указывал А. Лоренц [2], эксперимент Майкельсона в принципе не мог обнаружить движение Земли, поскольку в интерферометре происходит усреднение интервалов времени, соответствующих прямому и обратному движению света, а ожидаемый квадратичный эффект не наблюдается из-за сокращения плеч интерферометра в направлении вектора скорости движения Земли.

Большую услугу СТО, сам того не желая, оказал А. Пуанкаре, он дополнил преобразования Лоренца группой вращения, не подтвердив правомочность такого

дополнения [3]. Как указывалось выше, у Лоренца исходной всегда являлась инерционная система отсчёта (ИСО), покоящаяся относительно эфира. Далее эта ИСО обозначается символом S_0 . Однородность эфира позволяли считать скорость распространения света в нём изотропной. Эту истину можно рассматривать как постулат. Синхронизация времени – приём, который позволяет решать задач навигации с приемлемой точностью без знания скорости движения Земли относительно ИСО S_0 . Правда, порой возникают непредвиденные ошибки. Их появление приписывается влиянию гравитации, вращению Земли и различным релятивистским эффектам. Ошибок можно бы было избежать, если бы была измерена скорость движения Земли относительно ИСО S_0 . В первой главе описан эксперимент для измерения этой скорости. К сожалению, мне не удалось найти желающих провести эти измерения. Учитывая, научную и практическую значимость подобных измерений, полагаю, что в ближайшие годы они будут реализованы.

Абerrации света это лишь один из списка миражей, представляющих современную физическую картину мира. Если следовать совету Лоренца - *мыслить частички материи как некоторые местные изменения в состоянии эфира*, то можно показать, что энергия движущейся относительно эфира частицы определяется выражением: $E = mc^2V_0$. При этом частица и соответствующие ей *изменения в состоянии эфира* представляются комплексным 4-вектором потенциала, подчиняющегося Лоренц инвариантному волновому уравнению.

ГЛАВА 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОРЕНЦА

Принцип относительности в понимании современных релятивистов отрицает существование абсолютной системы покоя. Однако физическая картина мира до XX века создавалась с учётом наличия такой системы. К началу прошлого столетия физика оказалась на распутье. Необходимо было сделать выбор между механикой Ньютона и новой релятивистской механикой. Выбор был сделан в пользу релятивистской механики. Ниже будет показано, что выбор основывался на ошибочных положениях.

В большинстве работ, посвященных преобразованиям Лоренца (ПЛ), рассмотрение математического формализма проводится в ущерб рассмотрению их физического содержания. При этом происходит непрерывное усложнение математического формализма и исчезновение физического смысла этих преобразований. В то время как вся математика преобразований Лоренца без вращений может быть изложена на одной странице. Более того, математическую суть этих преобразований можно выразить короткой фразой – эти преобразования являются формальной заменой переменных, позволяющей сохранять форму волнового уравнения, описывающего распространение волн в упругой среде. Основное свойство ПЛ заключается в сохранении значений скалярных произведений 4-векторов, определенных в различных инерциальных системах отсчета.

Ниже приводятся примеры использования преобразований Лоренца для интерпретации физических явлений, таких как абберация света, прецессия Томаса, электромагнитные процессы, эксперимент Майкельсона. Кроме того, приводится описание эксперимента для измерения абсолютных скоростей движения инерциальных систем.

Согласно Э. Уиттекеру [4], первое упоминание о наблюдении абберации содержится в письме О. Ремера Х. Гюйгенсу, датированное 30 дек. 1677 г. В 1725-26 гг. абберацию наблюдал профессор астрономии Оксфорда Дж. Брайдей, о чем он сообщил в докладе королевскому астроному Э. Галею в 1728 г. Абберация предполагает конечность скорости света и наличие относительного движения наблюдателя и источника света. Юнг объяснял абберацию, представляя свет волновым процессом в неподвижном эфире [4].

Прецессия Л. Томаса была обнаружена в 1926 г. [5]. Согласно К.Мёлеру [6] прецессия возникает при последовательных преобразованиях Лоренца. Суть этого явления в том, что в цепочке ИСО, содержащей три системы, над которыми производятся последовательные преобразования Лоренца, нарушается равенство $\mathbf{w}'' = -\mathbf{w}$. Здесь \mathbf{w}'' – вектор скорости движения третьей ИСО относительно первой, а \mathbf{w} – скорость первой относительно третьей.

В работе Г.Б. Малыкина [7] приводится 10 различных выражений частоты прецессии Томаса, проводится анализ сложившейся ситуации и дается обширный список публикации по данной проблеме. Однако правомочность применять ПЛ *последовательно* здесь даже не рассматривается.

1.1. Параллельные преобразования Лоренца и прецессия Томаса

В настоящее время интерпретации явлений аберрации и прецессии Томаса базируются на последовательных преобразованиях Лоренца. Преобразования Лоренца без вращений, в отличие от последовательных преобразований, не используют группу вращения. Аргументация в пользу дополнения преобразований Лоренца группой вращения, приводимая А. Пуанкаре в работе [3], не является безупречной.

В работе [8] в качестве альтернативы последовательным преобразованиям Лоренца предлагаются параллельные преобразования Лоренца (ППЛ). Ниже излагается алгоритм этих преобразований.

Используются следующие обозначения: V , U – 4-векторы абсолютной скорости движений ИСО S_v и S_u относительно ИСО S_0 . Компоненты любого 4-вектора X , определенного в ИСО S_0 , в ИСО S_v будут определяться следующим выражением: $X_v = L(V)X$, где $L(V)$ – матричное представление ППЛ. Соответственно, если U – 4-вектор абсолютной скорости частицы, то 4-вектор скорости этой частицы относительно ИСО S_v будет определяемый преобразованием $W_u = L(V)U$.

Далее обозначения $R=(t,\mathbf{r})$, $R_v=(t_v,\mathbf{r}_v)$, $R_u=(t_u,\mathbf{r}_u)$ используются для 4-векторов времени-пространства в ИСО S_0 , S_v и S_u , соответственно. Скорость света здесь принимается равной единице, и символ скорости света c перед символом времени t , как правило, опускается.

Основное требование, предъявляемое к преобразованиям Лоренца, – это сохранение скалярного произведения любых 4-векторов. Выполнение этого требования обеспечивает сохранение интервала событий и, соответственно, формы волнового уравнения.

В традиционных последовательных преобразованиях Лоренца используется предположение, что синхронизация времени определяется вектором относительной скорости между любыми инерциальными системами. Именно в этом предположении замаскирован принцип относительности. Однако предположение не является бесспорным.

Действительно, если рассматривать преобразования Галилея: $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$, $t' = t$, то \mathbf{v} в этом преобразовании представляет собой вектор скорости движения штрихованной системы координат относительно не штрихованной. Совсем иная ситуация в

преобразованиях Лоренца – здесь изменяются и пространственные координаты, и время. Причём в общем случае $\mathbf{r}' \sim \mathbf{v}t$, $t' \sim (\mathbf{r} \cdot \mathbf{u})$. Вектор \mathbf{v} определяет относительную скорость систем координат, а скалярное произведение $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{u})$ ответственно за синхронизацию времени в различных точках координатного пространства. При последовательных преобразованиях Лоренца полагается, что для любых двух ИСО преобразование координат и времени определяется только одним вектором скорости относительного движения этих систем, т.е. считается $\mathbf{v} \equiv \mathbf{u}$. Однако это предположение нуждается в уточнении и проверке.

Заменяем указанное предположение менее жестким: существует, по крайней мере, одна инерциальная система S_0 , для которой указанное тождество выполняется, и переход к любой другой инерциальной системе может быть произведен на основе выражений:

$$R_u = L(U)R, \quad R_v = L(V)R. \quad (1.1)$$

Матрица $L(U)$ для 4-вектора скорости U имеет симметричный вид:

$$L(U) = \begin{pmatrix} U_0 & -U_1 & -U_2 & -U_3 \\ -U_1 & 1 + \frac{U_1^2}{1+U_0} & \frac{U_1 U_2}{1+U_0} & \frac{U_1 U_3}{1+U_0} \\ -U_2 & \frac{U_1 U_2}{1+U_0} & 1 + \frac{U_2^2}{1+U_0} & \frac{U_2 U_3}{1+U_0} \\ -U_3 & \frac{U_1 U_3}{1+U_0} & \frac{U_2 U_3}{1+U_0} & 1 + \frac{U_3^2}{1+U_0} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Здесь $U_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\mathbf{U} = U_0 \mathbf{u}/c$, $\beta = |\mathbf{u}|/c$, где \mathbf{u} – обычный 3-вектор скорости движения ИСО S_u , относительно ИСО S_0 . Поскольку ИСО S_0 играет роль системы абсолютного покоя, то скорость \mathbf{u} следует называть абсолютной скоростью движения относительно неё ИСО S_u .

Записанные в явном виде преобразования (1.1) представляются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} t_v &= V_0 t - \mathbf{V} \cdot \mathbf{r}, \quad \mathbf{r}_v = \mathbf{r} + \mathbf{V} \left(\frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}}{1+V_0} - t \right); \\ t_u &= U_0 t - \mathbf{U} \cdot \mathbf{r}, \quad \mathbf{r}_u = \mathbf{r} + \mathbf{U} \left(\frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{r}}{1+U_0} - t \right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Соответственно преобразования между ИСО S_v и S_u определяются произведениями прямой и обратной матриц, аргументами которых являются абсолютные скорости движения этих ИСО:

$$R_u = L(U, V)R_v = L(U)L^{-1}(V)R_v, \quad R_v = L(V, U)R_u = L(V)L^{-1}(U)R_u. \quad (1.4)$$

Как, указывалось выше, относительные скорости движения систем S_v и S_u определяются преобразованием их абсолютных скоростей:

$$W_u = L(V)U, W_0 = V_0U_0 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{U}, \mathbf{W}_u = \mathbf{U} - \mathbf{V} \frac{U_0 + W_0}{1 + V_0}. \quad (1.5)$$

Соответственно обратное преобразование имеет вид

$$U = L^{-1}(V)W_u, U_0 = V_0W_0 + \mathbf{V} \cdot \mathbf{W}_u, \mathbf{U} = \mathbf{W}_u + \mathbf{V} \frac{U_0 + W_0}{1 + V_0}. \quad (1.6)$$

Это преобразование представляет собой закон сложения скоростей в векторной форме. Сложение скоростей позволяет найти абсолютную скорость ИСО S_u , если известны абсолютная скорость ИСО S_v и скорость движения ИСО S_u относительно S_v .

Аналогично определяется скорость системы S_v относительно системы S_u :

$$W_v = L(U)V, W_0 = V_0U_0 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{U}, \mathbf{W}_v = \mathbf{V} - \mathbf{U} \frac{V_0 + W_0}{1 + U_0}. \quad (1.7)$$

С учетом определений относительных скоростей движения ИСО S_v и S_u выражение (1.3) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} t_u &= W_0 t_v - \mathbf{W}_u \cdot \mathbf{r}_v, & \mathbf{r}_u &= \mathbf{r}_v + \mathbf{W}_v t_v + \frac{\mathbf{V}}{1 + V_0} \mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_v + \frac{\mathbf{U}}{1 + U_0} (\mathbf{W}_u - \mathbf{V}) \cdot \mathbf{r}_v; \\ t_v &= W_0 t_u - \mathbf{W}_v \cdot \mathbf{r}_u, & \mathbf{r}_v &= \mathbf{r}_u + \mathbf{W}_u t_u + \frac{\mathbf{U}}{1 + U_0} \mathbf{U} \cdot \mathbf{r}_u + \frac{\mathbf{V}}{1 + V_0} (\mathbf{W}_v - \mathbf{U}) \cdot \mathbf{r}_u. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Трансформация времени между ИСО S_v и S_u определяется относительными скоростями систем: \mathbf{W}_u и \mathbf{W}_v , которые в общем случае не коллинеарны. Трансформация пространственных векторов требует знания не только относительных скоростей ИСО: W_u и W_v , но и абсолютных: U и V .

Таким образом, преобразования координат и времени (1.8) между двумя движущимися ИСО существенно отличаются от преобразований (1.3) между системой покоя S_0 и движущихся относительно неё систем. В этом отличии заключается принципиальная разница параллельных и последовательных преобразований Лоренца.

Последовательные преобразования координат и времени в цепочке $S_0 \rightarrow S_v \rightarrow S_u$ должны реализоваться следующими операциями:

$$R_v = L(V)R, R_u = L(W_u)R_v. \quad (1.9)$$

Второе выражение предполагает, что преобразование между двумя ИСО, движущимися относительно ИСО S_0 с различными скоростями, определяется лишь относительными скоростями этих систем, причем выполняется условие $\mathbf{W}_u = -\mathbf{W}_v$. Именно это предположение приводит к явлению, именуемого прецессией Томаса. При параллельных преобразованиях прецессия Томаса есть объективное явление, а не кинематический

эффект последовательных преобразований. Она возникает, когда производятся преобразования Лоренца между двумя ИСО, движущимися относительно ИСО S_0 с различными скоростями. В общем случае, когда $V \neq U$, $\mathbf{W}_u \neq -\mathbf{W}_v$. Лишь при $\mathbf{U} \parallel \mathbf{V}$, $\mathbf{W}_u = -\mathbf{W}_v$. В этом случае и при последовательных преобразованиях в цепочке ИСО $S_0 \rightarrow S_v \rightarrow S_u$ прецессия Томаса отсутствует, поскольку $\mathbf{W}_u = -\mathbf{W}_v$.

Вообще, в данном случае термин прецессия нельзя считать удачным, поскольку он применяется к умозрительному процессу, вызванному серией последовательных преобразований Лоренца.

На рис. 1 для случая, когда

$$U_0 = V_0 = \sqrt{1+A^2}, \quad \mathbf{U} = (A, 0, 0), \quad \mathbf{V} = (0, A, 0),$$

представлена зависимость угла между векторами \mathbf{W}_v и $-\mathbf{W}_u$. Этот пример показывает, что относительно движению двух ИСО соответствует два вектора скорости. Угол между этими векторами определяется абсолютными скоростями этих ИСО. В данном случае

$$\cos \theta = -\mathbf{W}_u \cdot \mathbf{W}_v / (W_0^2 - 1) = \frac{U_0 + V_0}{U_0 \cdot V_0 + 1} = \frac{2\sqrt{1+A^2}}{2+A^2}. \quad (1.9)$$

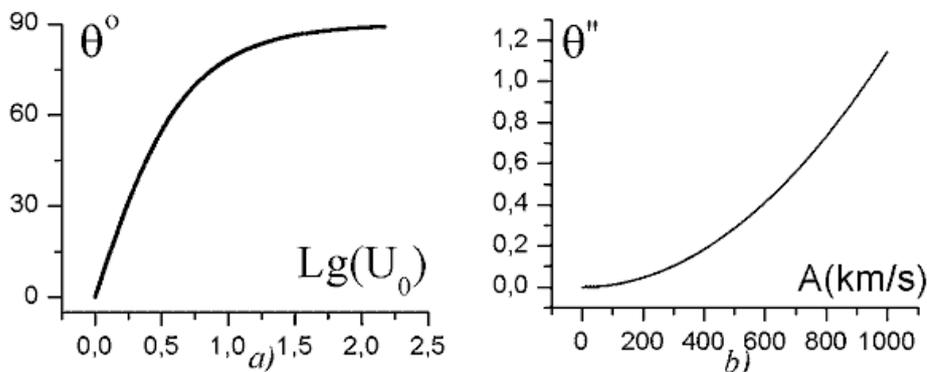


Рис. 1 Зависимость угла между скоростями систем, движущихся относительно ИСО S_0 в ортогональных направлениях с равными по абсолютной величине скоростями.

Понимание физического смысла и научного значения преобразований Лоренца существенно различается даже у авторов этих преобразований. В чем же состоит это различие?

А. Пуанкаре в работе «О динамике электрона» указывает, «что преобразование Лоренца образуют группу» [3]. Действительно последовательные ПЛ образуют группу лишь в результате дополнения их группой вращения. Именно эту операцию включил в ПЛ Пуанкаре. В некотором смысле это событие следует считать вынужденной мерой. На тот момент было известно представление ПЛ, в котором трансформации подвергалось только время и продольная по отношению к скорости движения ИСО пространственная

координата. ПЛ без вращения появились в печати только в начале 50-х прошлого века в работах К. Мёлера [6] и В.А. Фока [13]. (Возможно, были и другие работы, то мне они не известны).

ППЛ тоже являются группой, поскольку произведением любых матриц $L(V,U)$ и $L(V',U')$ является матрица, которая сохраняет скалярное произведение любых 4-векторов. Но физическим смыслом обладают лишь произведения матриц $L(V,U)$ и $L(U,W)$. Это произведение определяет цепочку преобразование 4-векторов $X_W \rightarrow X_U \rightarrow X_V \dots$

1.2. Сокращение Фитцджеральда-Лоренца

1881 г. А.Майкельсон проводит эксперимент с целью обнаружить движение Земли относительно эфира. Результат оказался отрицательным. При повороте интерферометра ожидаемое смещение интерференционных линий не было обнаружено. Такой же результат имел место в эксперименте, проведенным Майкельсоном совместно с Морли спустя 6 лет. Для объяснения отрицательного результата эксперимента Фитцджеральд и Лоренц независимо друг от друга выдвигают гипотезу о сокращении размеров материальных тел в направлении скорости их движения [10].

Фитцджеральд и Лоренц считали, что только в ИСО, покоящейся относительно эфира, интервалы времени распространения света между двумя пунктами в прямом и обратном направлении одинаковы. В движущихся ИСО эти интервалы различаются, но при интерференционном опыте происходит усреднение этих интервалов. Однако, если при изменении ориентации плеч интерферометра их длина остаётся неизменной, то интерференционная картина должна меняться. Амплитуда этих изменений определяется длиной плеч интерферометра и квадратом отношения скорости движения ИСО к скорости света. Лоренц считает, что отрицательный результат эксперимента Майкельсона следует рассматривать как доказательство наличие сокращения длины материальных тел в направлении скорости их движения, а не как отсутствие этой скорости.

Пусть длин плеча интерферометра, ориентированных в продольном и поперечном направлениях относительно скорости его движения \mathbf{v} , равны соответственно L_x и L_y . Каким должно быть отношение L_x / L_y , чтобы интервалы времени прохождения света по этим плечам были одинаковы? Для наблюдателя ИСО S_0 интервал времени прохождения света по плечу X в прямом и обратном направлении определяется выражением

$$\Delta t_x = \frac{L_x}{c} \left(\frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta} \right); \beta = \frac{v}{c} = \frac{V}{V_0}. \quad (2.1)$$

Здесь первое слагаемое соответствует времени распространения света в направлении скорости движения интерферометра относительно эфира, а второе – в противоположном направлении. Интервалы времени распространения света в прямом и обратном направлении по плечу L_y будут равными и определяться движением по гипотенузе прямоугольного треугольника, один из катетов которого равен L_y , а другой равен пути пройденному интерферометром за время распространения света по этой гипотенузе. В соответствии с теоремой Пифагора, значение суммы интервалов времени прямого и обратного распространения света по плечу L_y определяются выражением

$$\Delta t_y = \frac{2L_y}{c\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.2)$$

Из условия $\Delta t_y = \Delta t_x$ следует $L_x / L_y = \sqrt{1-\beta^2}$. Это выражение представляет сокращение Фитцджеральда-Лоренца. При его выводе учитывалось лишь, что интерференционная картина не изменялась при повороте интерферометра, и что только в ИСО S_0 время распространения света не зависит от направления, а определяется расстоянием, пройденным светом в этой ИСО.

В таблице 1 приводятся пространственно-временные интервалы, соответствующие распространению света по каждому из плеч интерферометра в прямом и обратном направлениях. Левая половина таблицы соответствует случаю, когда интерферометр покоится относительно ИСО S_0 . Его плечи ортогональны друг другу и имеют одинаковую длину L . Следуя гипотезе Лоренца, согласно которой эфир всегда остаётся в покое, а материальные частицы, включая частицы света, представляют собой «некоторые местные модификации в состоянии эфира», и полагая, что эфир является однородной и изотропной средой, можно считать интервал времени Δt , необходимый свету на преодоление расстояния L , равен этому расстоянию (полагается скорость света $c=1$). Поскольку интерферометр покоится, то все интервалы времени для распространения света в прямом и обратном направлении по обоим плечам интерферометра будут одинаковы.

Другая ситуация наблюдается для движущегося интерферометра. Соответствующие этой ситуации пространственно-временные интервалы представлены в правой половине таблицы, которая строилась с учетом сокращения Фитцджеральда-Лоренца. Использовались обозначения: $L=L_y$, $L_x=L/V_0$. Согласно выражению (2.1) при распространении света в прямом направлении относительно скорости движения интерферометра интервал ΔX определяется следующим выражением.

$$\Delta X_+ = \frac{L_x}{1-\beta} = \frac{L_x V_0}{V_0 - V} = L(V_0 + V). \quad (2.3)$$

При распространении света в обратном направлении по этому же плечу интервал ΔX будет короче и определяется выражением

$$\Delta X_- = \frac{L_x}{1+\beta} = L(V_0 - V). \quad (2.4)$$

Если распространение света по плечу интерферометра, ориентированного вдоль скорости его движения, в прямом и обратном направлении происходит вдоль оси X , то распространение по плечу ортогональному к вектору скорости происходит по гипотенузе прямоугольного треугольника с длиной катетов L и V , а время этого распространения равно L/V_0 .

Интерференционная картина определяется суммой интервалов времени прямого и обратного путей по каждому из плеч интерферометра. Для покоящегося интерферометра эти суммы у каждого из двух плеч равны $2L$, а у движущегося они увеличиваются в V_0 раз. СТО это увеличение интерпретирует как замедление времени, тогда как с точки зрения теории Лоренца это увеличение связано с реальным увеличением пути пройденного светом вдоль движущихся плеч интерферометра.

Таблица 1

Интерферометр покоится относительно ИСО S_0			Интерферометр движется относительно ИСО S_0 вдоль оси X со скоростью V		
Δt	ΔX	ΔY	Δt	ΔX	ΔY
L	L	0	$L(V_0+V)$	$L(V_0+V)$	0
L	$-L$	0	$L(V_0-V)$	$-L(V_0-V)$	0
L	0	L	L/V_0	L/V	L
L	0	$-L$	L/V_0	L/V	$-L$

Движущийся со скоростью V относительно ИСО S_0 интерферометр покоится относительно ИСО S_v . Преобразование Лоренца $R_v = L(V)R$ пространственно-временных интервалов правой половины таблицы 1 позволяет получить значения этих интервалов в ИСО S_v . Легко убедиться, что эти значения оказываются идентичны значениям, приведенным в левой половине таблицы.

С другой стороны, покоящийся относительно ИСО S_0 интерферометр движется относительно ИСО S_v со скоростью $-V$. Преобразование Лоренца $R_v = L(-V)R$ пространственно-временных интервалов левой половины таблицы 1, трансформируют их к значениям, представленным в правой половине таблицы 2. Результаты трансформации

пространственно-временных интервалов ИСО S_0 в соответствующие интервалы ИСО S_v , представлены в таблице 2. Наблюдается почти полная идентичность таблиц. Исключение составляют значения ΔX_v в двух нижних строчках правой половине таблицы 2 – эти значения поменяли знак.

Таблица 2

Интерферометр покоится относительно ИСО S_v			Интерферометр движется относительно ИСО S_v вдоль оси X со скоростью $-V$		
Δt_v	ΔX_v	ΔY_v	Δt_v	ΔX_v	ΔY_v
L	L	0	$L(V_0+V)$	$L(V_0+V)$	0
L	$-L$	0	$L(V_0-V)$	$-L(V_0-V)$	0
L	0	L	LV_0	$-LV$	L
L	0	$-L$	LV_0	$-LV$	$-L$

Идентичность значений интервалов Δt и Δt_v , представленных в таблицах 1 и 2 вызывает вопросы. Действительно ли, значения местного и физического времени, показываемое покоящимися относительно ИСО S_v часами, одинаковы? Существует ли разница интервалов времени, соответствующая прямому и обратному распространению света в ИСО S_v ? Если существует, то можно ли измерить эту разность, и как её значение зависит от скорости движения ИСО S_v ?

Оппоненты Лоренца относят гипотезу сокращения Фитцджеральда-Лоренца к разряду ad hoc. С их мнением трудно согласиться. Они совершенно упускают из вида, что Лоренц «... мыслит частички материи как некоторые модификации в состоянии эфира». Движение материальной частицы относительно эфира не есть движение в нём инородного тела, а есть перемещение состояния эфира, представляющего частицу. Эти состояния у движущихся и покоящихся частиц отличаются по форме.

Лоренц показал, что сферически симметричному решению волнового уравнения в ИСО S_0 соответствует формально такое же решение в движущейся относительно эфира ИСО S_v . Формальное сходство заключается в том, что в этом решении вместо пространственно-временных координат ИСО S_0 фигурируют новые координаты ИСО S_v . Относительно этих переменных решение тоже обладает сферической симметрией. Но эта симметрия мираж – если совершить преобразование Лоренца и вернуться к

пространственно-временным координатам ИСО S_0 , то обнаружится, что сферическая форма эквипотенциальных поверхностей нарушается. Сферы ИСО S_v превращаются в эллипсоиды вращения в ИСО S_0 , малая ось которых ориентирована в направлении движения электрона.

Основной аргумент оппонентов Лоренца против реальности эффекта сокращения состоит в том, что Лоренц не смог привести убедительного объяснения причин возникновения сокращения. Его модель электрона в виде сферы, на поверхности которой сосредоточен электрический заряд, требовала ответа на вопрос: что препятствует силам отталкивания одноименных зарядов удерживать их на поверхности сферы? Ответ на этот вопрос будет дан в третьей главе.

1.3. Эффект Доплера и абберация света

Эффект Доплера заключается в различии значений наблюдаемой и излучаемой частоты колебаний, когда источник и наблюдатель движутся относительно друг друга. Этот эффект был теоретически предсказан в 1842г. К. Доплером для частоты звука и оптических спектров звезд (Wikipedia). Статья Доплера оказалась первым шагом на долгом пути преобразований Лоренца. Следующий шаг был совершен через 45 лет Фохтом [11]. Хотя между преобразованиями Лоренца и преобразованиями Фохта имеется различие, приоритет идеи поиска преобразований, оставляющих вид волнового уравнения неизменным, несомненно, принадлежит Фохту.

Фохт исходил из того, что возмущения, возникающие в несжимаемой среде, в системе координат, относительно которой среда покоится, описывается волновым уравнением. Если источник или наблюдатель движутся относительно этой системы, то имеет смысл перейти к движущейся системе координат. Предполагается, что зависимость новых координат и исходных является линейной. Кроме того, она должна оставлять неизменным вид волнового уравнения.

Ориентируя орты исходной системы координат таким образом, чтобы ось X совпадала с направлением вектора скорости движущейся системы, Фохт получает следующие трансформационные выражения:

$$t_v = t - vx, x_v = x - vt, y_v = y, z_v = z, q = \sqrt{1 - v^2}. \quad (3.1)$$

Здесь, как и в предыдущем параграфе, скорость распространения возмущения полагается равной единице, соответственно скорость движения v является безразмерной величиной ($v < 1$).

В отличие от преобразований Лоренца преобразования Фохта не сохраняют значения скалярного произведения 4-векторов. Для любых 4-векторов $A \equiv (a_0, \mathbf{a})$ и $B \equiv (b_0, \mathbf{b})$, компоненты которых преобразуются согласно выражениям (3.1), выполняется соотношение

$$A_v \cdot B_v = (1 - v^2) A \cdot B, \quad A \cdot B = a_0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \quad (3.2)$$

Следовательно, преобразование Фохта не сохраняет значения скалярных величин, к которым относятся интервалы событий, фазы колебаний, электрический заряд и т.д. Фаза колебаний определяется скалярным произведением 4-вектора фазовой скорости $\Omega \equiv (\omega, \mathbf{k})$ и 4-вектора $R \equiv (t, \mathbf{r})$:

$$\Phi(t, \mathbf{r}) = \Omega \cdot R = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}. \quad (3.3)$$

В общем случае эффект Доплера включает в себя не только изменение частоты ω , но и направления волнового вектора \mathbf{k} , т.е. аберрацию. Ниже приводятся демонстрации возможностей параллельных преобразований Лоренца при исследованиях различных проявлений эффекта Доплера.

Само преобразование Лоренца не накладывает каких-либо ограничений на значения компонент 4-векторов. Это преобразование обладает одним единственным свойством – сохранять скалярное произведение любых 4-векторов при их трансформации между любыми ИСО. Основное предназначение преобразований Лоренца специальная теория относительности (СТО) видит в сохранении интервалов событий при этих преобразованиях. При этом, СТО полагает, что трансформация интервалов может проводиться последовательно согласно одному и тому же алгоритму, который определяется относительной скоростью исходной и последующей ИСО.

В первом параграфе было показано, что преобразование 4-векторов между ИСО, которые движутся относительно ИСО S_0 с различными скоростями, существенно различаются от преобразований между ИСО S_0 и любой движущейся относительно неё системой. Ниже это различие будет проиллюстрировано на эффекте Доплера.

1.3.1. Эффект Доплера при движении наблюдателя

Самый простой случай имеет место, когда источник излучения покоится относительно ИСО S_0 , а наблюдение ведется в ИСО S_v . Если выражение параллельных преобразований Лоренца (1.1) применить к трансформации 4-вектора $\Omega \equiv (\omega, \mathbf{k})$, то можно легко установить связь между компонентами этого вектора в ИСО S_0 и ИСО S_v . Выбирая систему координат таким образом, чтобы у вектора скорости \mathbf{V} только компонента V_1 отличается от нуля, можно трансформацию $\Omega_v = L(V)\Omega$, представляется выражениями

$$\begin{aligned}
\omega_v &= \omega(V_0 - V\cos(\theta)), \\
\omega_v \cos(\theta_v) &= \omega(V_0\cos(\theta) - V), \\
\omega_v \sin(\theta_v) \sin(\varphi_v) &= \omega \sin(\theta) \sin(\varphi) \\
\omega_v \sin(\theta_v) \cos(\varphi_v) &= \omega \sin(\theta) \cos(\varphi).
\end{aligned}
\tag{3.4}$$

Здесь углы θ , φ и θ_v , φ_v определяют направление волновых векторов $\mathbf{k}=\omega\mathbf{n}$ и $\mathbf{k}_v=\omega_v\mathbf{n}_v$:

$$n_1 = \cos(\theta), n_2 = \sin(\theta) \sin(\varphi), n_3 = \sin(\theta) \cos(\varphi). \tag{3.5}$$

Вычисленные согласно этим выражениям. отношение значений частот ω_v / ω представлены на рисунке 2.

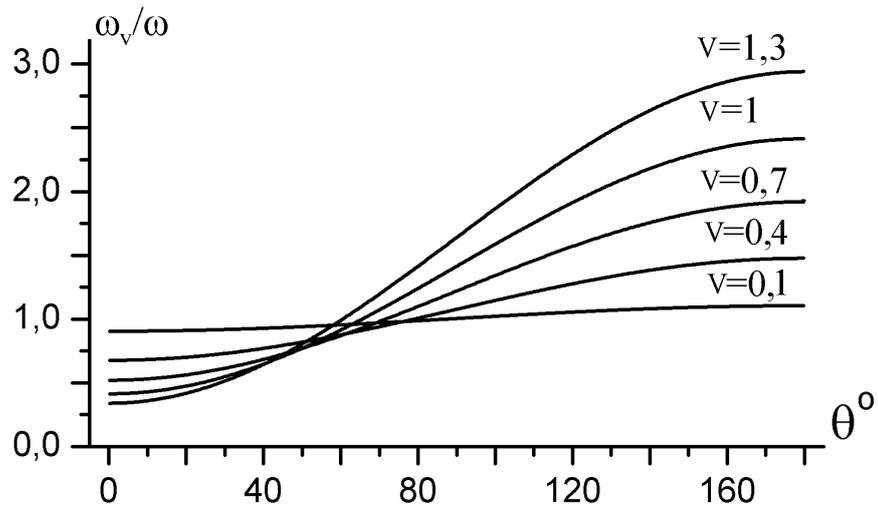


Рис.2 Доплеровское смещение частоты как функция угла θ в ИСО S_v , когда источник покоится относительно ИСО S_0

Эффект Доплера проявляется не только в изменении частоты, но и в изменении направления излучения. На рисунке 3 представлены разности углов $\Delta\theta=\theta_v-\theta$. Значение этой разности определяется скалярным произведением волновых векторов $\mathbf{k}_v \cdot \mathbf{k}$.

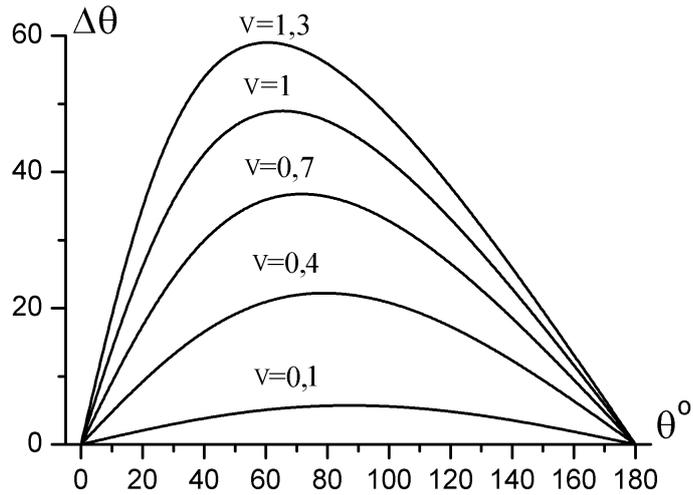


Рис. 3 Абберация направления излучения, наблюдаемого в ИСО S_v . $\Delta\theta$

1.3.2. Эффект Доплера при движении относительно ИСО S_0 источника излучения

Когда источник излучения покоится в ИСО S_v , а наблюдение ведется в ИСО S_0 , то эффект Доплера описывается обратным преобразованием Лоренца. Выражения, соответствующие этому преобразованию, имеют вид.

$$\begin{aligned}
 \omega &= \omega_v (V_0 + V \cos(\theta_v)), \\
 \omega \cos(\theta) &= \omega_v (V_0 \cos(\theta_v) + V), \\
 \omega \sin(\theta) \sin(\varphi) &= \omega_v \sin(\theta_v) \sin(\varphi_v) \\
 \omega \sin(\theta) \cos(\varphi) &= \omega_v \sin(\theta_v) \cos(\varphi_v).
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Это выражение отличается от прямого преобразования (3.4) только знаком у компоненты скорости. На рисунках 4 и 5 представлены отношение значений частот ω / ω_v и значение разности углов θ и θ_v , соответствующие этим выражениям.

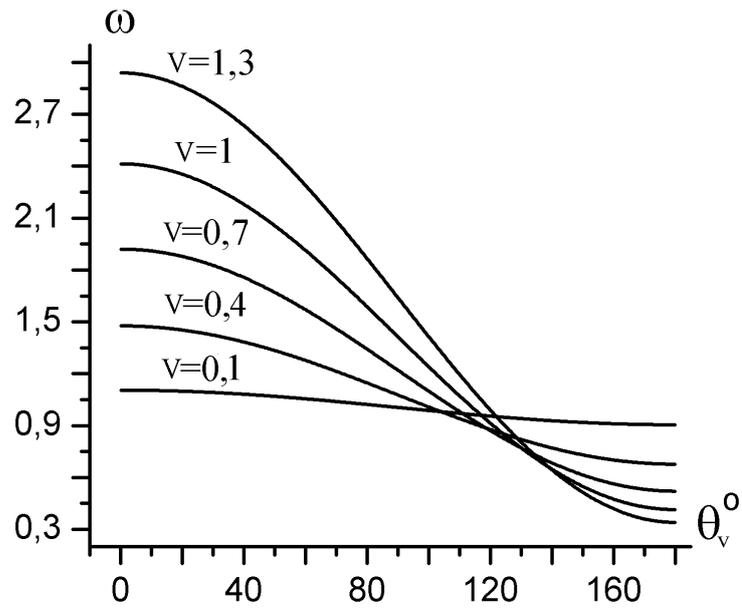


Рис. 4 Доплеровское смещение частоты как функция угла θ_v , наблюдаемое в ИСО S_0 , при различных значениях скорости движения источника излучения.

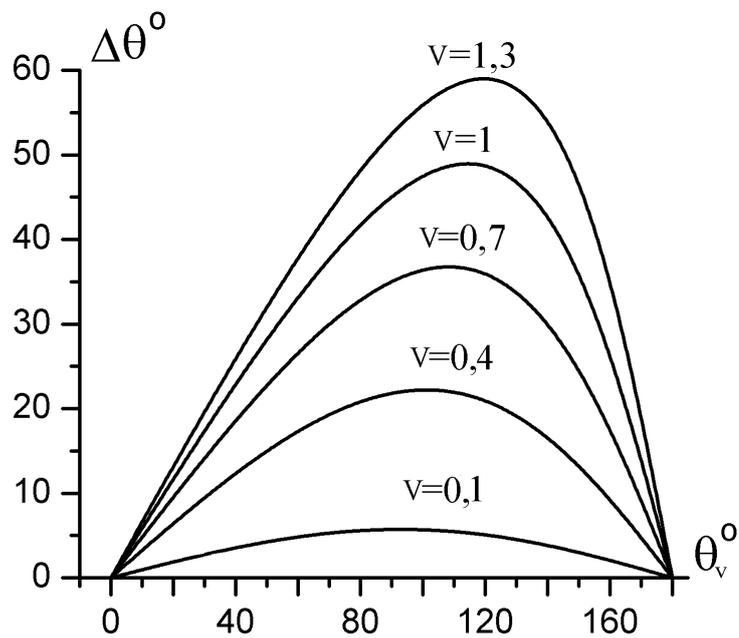


Рис. 5 Аберрация направления излучения, наблюдаемого в ИСО S_0 при различных значениях скорости движения источника излучения.

1.3.3. Эффект Доплера при движении относительно ИСО S_0 и источника излучения, и наблюдателя

Этот раздел следует рассматривать как продолжение предыдущих двух разделов. В разделе (3.1) определялись значения компонент 4-вектора Ω_v при известных значениях компонент 4-вектора Ω . Тогда как в разделе (3.2), наоборот, исходным являлся 4-вектор Ω_v , а находился 4-вектор Ω . Когда наблюдение ведётся в ИСО S_u , которая движется относительно ИСО S_0 со скоростью U , а источник излучения покоится относительно ИСО S_v , то связь между 4-векторами Ω_u и Ω_v определяется произведением прямого и обратного преобразований: $\Omega_u = L(U)L^{-1}(V)\Omega_v$. Преобразование $\Omega = L^{-1}(V)\Omega_v$ совершено в предыдущем разделе, здесь же остаётся произвести преобразование $\Omega_u = L(U)\Omega$, в котором компоненты 4-вектора Ω определяются согласно выражениям (3.6). Ранее, направление первого орта системы координат ИСО S_0 выбиралось совпадающим с направлением вектора скорости \mathbf{V} . Оставляя этот выбор прежним, имеет смысл выбрать орты 2 и 3 таким образом, чтобы вектор \mathbf{U} находился в плоскости 1-го и 2-го орт ИСО S_0 . В этом случае преобразование $\Omega_u = L(U)\Omega$ можно представить следующими выражениями:

$$\begin{aligned}\omega_u &= \omega(U_0 - \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}), \quad \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = U_1 \cos(\theta) + U_2 \sin(\theta) \sin(\varphi), \\ \omega_u \cos(\theta_u) &= \omega \left(\cos(\theta) + U_1 \frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}}{1 + U_0} - U_1 \right), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \sin(\varphi_u) &= \omega \left(\sin(\theta) \sin(\varphi) + U_2 \frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}}{1 + U_0} - U_2 \right), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \cos(\varphi_u) &= \omega \sin(\theta) \cos(\varphi).\end{aligned}\tag{3.7}$$

В случае, когда скорости \mathbf{V} и \mathbf{U} ортогональны друг другу, т.е. $U_1=0$, то эти выражения несколько упрощаются:

$$\begin{aligned}\omega_u &= \omega(U_0 - U_2 \sin(\theta) \sin(\varphi)), \\ \omega_u \cos(\theta_u) &= \omega \cos(\theta), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \sin(\varphi_u) &= \omega(\sin(\theta) \sin(\varphi) U_0 - U_2), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \cos(\varphi_u) &= \omega \sin(\theta) \cos(\varphi).\end{aligned}\tag{3.8}$$

Путём замены значений компонент 4-вектора Ω компонентами 4-вектора Ω_v из этих выражений следует

$$\begin{aligned}\omega_u &= \omega_v (U_0 (V_0 + V \cos(\theta_v)) - U_2 \sin(\theta_v) \sin(\varphi_v)), \\ \omega_u \cos(\theta_u) &= \omega_v (V_0 \cos(\theta_v) + V), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \sin(\varphi_u) &= \omega_v (\sin(\theta_v) \sin(\varphi_v) U_0 - U_2 (V_0 + V \cos(\theta_v))), \\ \omega_u \sin(\theta_u) \cos(\varphi_u) &= \omega_v \sin(\theta_v) \cos(\varphi_v).\end{aligned}\tag{3.9}$$

Доплеровское смещение частоты и абберация, определяемые выражением (3.9), представлены на рисунках 6, 7 и 8.

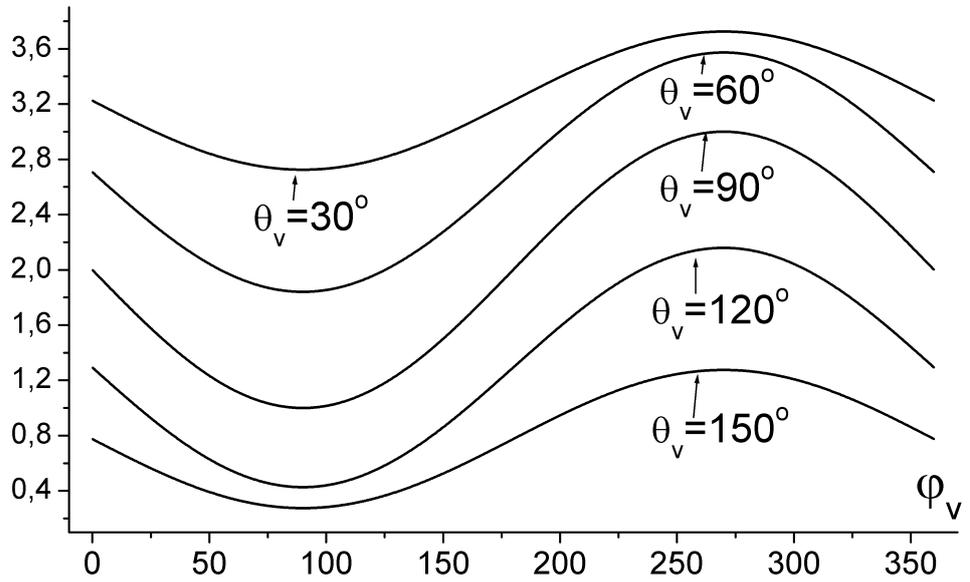


Рис. 6 Значение отношения частот ω_b / ω_v как функция углов θ_v и ϕ_v .

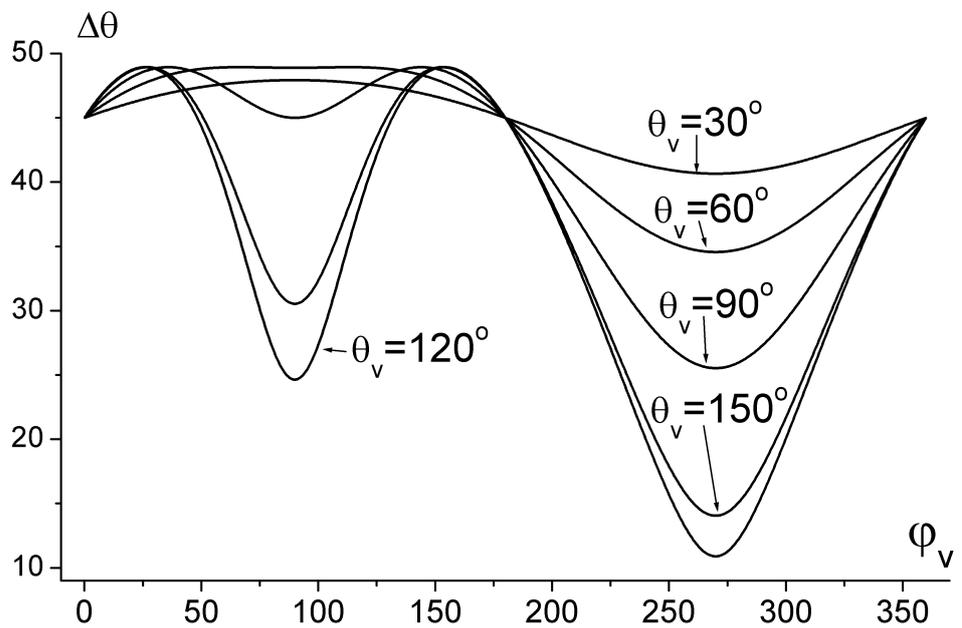


Рис. 7 Значение угла между волновыми векторами \mathbf{k}_v и \mathbf{k}_u как функции углов θ_v и ϕ_v

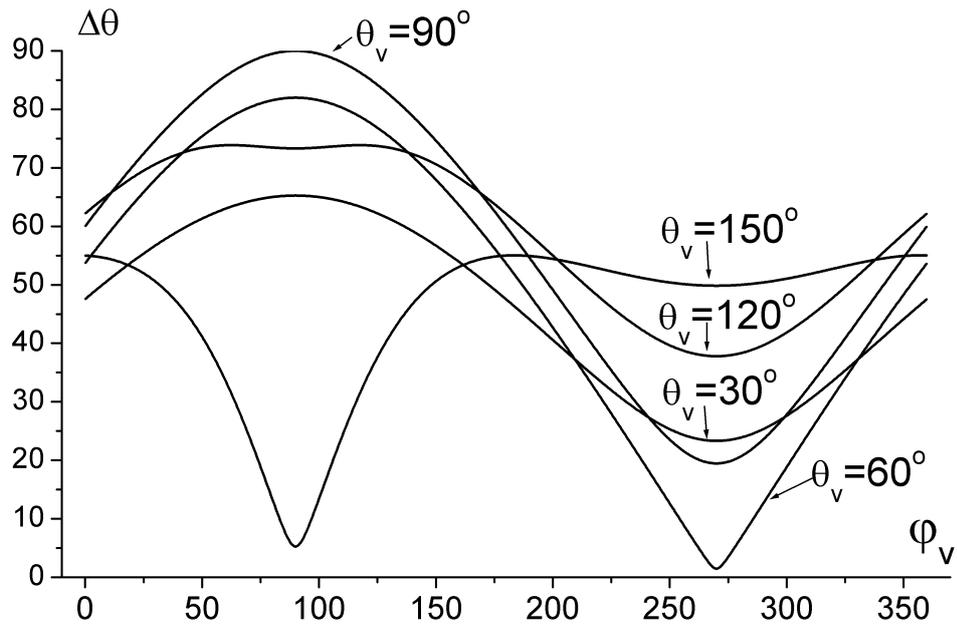


Рис. 8 Значение угла между волновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}_u как функции углов θ_v и ϕ_v

В данном разделе фигурировали три различных представлений волновых 4-векторов: Ω , Ω_v и Ω_u . Согласно СТО ни один из этих векторов нельзя считать *истинным*. Действительно, если использовать последовательные преобразования Лоренца, представляющие основу СТО, то относительно этих преобразований в парах ИСО S_0 и S_v , или S_0 и S_u нельзя указать какая ИСО в этих парах является покоящейся, а какая движущаяся. Согласно Лоренцу, истинными следует считать значения интервалов времени и пространства, измеренные масштабами и приборами, покоящимися относительно эфира, т.е. ИСО S_0 .

1.4. Синфазные поверхности

Обычно фаза электромагнитной волны Φ представляется скалярным произведением волнового 4-вектора и 4-вектора пространства времени. Поскольку ППЛ сохраняет скалярное произведение 4-векторов, то поверхности равных фаз в ИСО S_0 и ИСО S_v могут быть определены следующим выражением:

$$\Phi = \omega(t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = \omega_v(t_v - \mathbf{k}_v \cdot \mathbf{r}_v). \quad (4.1)$$

Здесь используется система единиц, в которой скорость света равна единице, соответственно волновые векторы, определяющие направление излучения, \mathbf{k} и \mathbf{k}_v – единичные. Поэтому компоненты этих векторов могут быть представлены выражениями: $k_x = \cos(\theta)$, $k_y = \sin(\theta)$; $k_{x,v} = \cos(\theta_v)$, $k_{y,v} = \sin(\theta_v)$. Здесь рассматривается случай, когда волновой вектор \mathbf{k} и вектор скорости движения ИСО S_v располагаются в плоскости XU , а

символами θ и θ_v обозначаются углы между вектором скорости и волновыми векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}_v . В результате связь компонент волновых 4-векторов в ИСО S_0 и ИСО S_v может быть представлена выражениями:

$$\omega = \omega_v (V_0 + V \cos(\theta_v)), \omega \cos(\theta) = \omega_v (V_0 \cos(\theta_v) + V), \omega \sin(\theta) = \omega_v \sin(\theta_v). \quad (4.2)$$

Выбор формы синфазной поверхности определяется источником излучения. Если источник излучения покоится относительно ИСО S_0 , то форма синфазных поверхностей будут концентрические сферы с центром в начале координат. Синфазные поверхности, создаваемые покоящимися относительно ИСО S_v источниками излучения, тоже будут иметь сферическую форму в пространственно-временных координат этих ИСО. Однако представление этих поверхностей в координатах ИСО S_0 приводит к замене сферической формы эллипсоидальной. Сечение поверхностей плоскостью XU представляется выражениями:

$$\begin{aligned} t - t_0 &= (t_v - t_{v,0})(V_0 + V \cos(\theta_v)), \quad x - x_0 = (t_v - t_{v,0})(V_0 \cos(\theta_v) + V), \\ y &= (t_v - t_{v,0}) \sin(\theta_v), \quad t_0 = t_{0,v} V_0, \quad x_0 = V t_{0,v} / V_0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Значение фазы на такой поверхности определятся согласно выражению: $\Phi = \omega_v t_{v,0}$. Выражения (4.3) описывают эллипс со следующими параметрами: малая полуось $b = t_v - t_{v,0}$, большая полуось $a = b V_0$, эксцентриситет $\varepsilon = V / V_0$. При $t = t_0$ с учётом aberrации углов θ и θ_v , определяемой выражениями (4.2), уравнению эллипса можно записать в более простом виде:

$$\rho = b / (V_0 - V \cos(\theta)), \quad x = \rho \cos(\theta), \quad y = \rho \sin(\theta). \quad (4.4)$$

Фокусы эллипса располагаются на большой оси на расстоянии от центра, определяемом произведением bV . Значение ρ , измеряемое от левого полюса, определяет время распространения расходящейся волны до пересечения с синфазной поверхностью. Тогда как расстояние от поверхности до правого полюса соответствует времени распространению сходящейся волны. Такая картина согласуется с моделью волнового поля электрона в виде суперпозиции опережающего и запаздывающего потенциалов, которая была предложена в 1938 г. П. Дираком [17].

Если электрон покоится относительно ИСО S_0 , то волновое поле представляется стоячими волнами. Узлы волн располагаются на концентрических сферах, радиус которых кратен длине волны излучения. Если электрон движется, то форма поверхности, на которой располагаются узлы, перестаёт быть сферической. Для нахождения этой формы кроме ИСО S_0 и S_v вводится ИСО S_g , связь пространственных координат. ИСО S_0 и S_g определяется преобразованиями Галилея: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_g + \beta t$. Эти преобразования не изменяют формы материальных тел в ИСО S_0 , сохраняя их пространственные и временные

масштабы. Поэтому уместно называть S_g системой Галилея. В матричном виде преобразование компонент 4-векторов R , R_v и R_g представляются следующими выражениями:

$$R = GR_g = L^{-1}(V)R_v, R_g = BR_v; R = (t, \mathbf{r}), R_g = (t_g, \mathbf{r}_g), R_v = (t_v, \mathbf{r}_v).$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_2 & 0 & 1 & 0 \\ \beta_3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} V_0 & V_1 & V_2 & V_3 \\ 0, 1 - \frac{V_1^2}{V_0(V_0+1)}, -\frac{V_1V_2}{V_0(V_0+1)}, -\frac{V_1V_3}{V_0(V_0+1)} \\ 0, -\frac{V_1V_2}{V_0(V_0+1)}, 1 - \frac{V_2^2}{V_0(V_0+1)}, -\frac{V_2V_3}{V_0(V_0+1)} \\ 0, -\frac{V_1V_3}{V_0(V_0+1)}, -\frac{V_2V_3}{V_0(V_0+1)}, 1 - \frac{V_3^2}{V_0(V_0+1)} \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Когда источник излучения движется со скоростью β относительно ИСО S_0 , то только в ИСО S_v синфазные поверхности имеют форму концентрических сфер. При рассмотрении процесса интерференции следует отличать синфазные поверхности, создаваемые движущимся источником расходящихся волн, от поверхностей, на которых располагаются узлы стоячих волн, образованных интерференцией расходящихся и сходящихся волн. Далее для обозначения поверхности узлов стоячих волн будут использоваться аббревиатуры ПУСВ и ПРФ (поверхность равных фаз). В ИСО S_v ПУСВ и ПРФ имеют форму концентрических сфер. Сферичность этой формы обеспечивается преобразованиями Лоренца, которые меняют пространственные и временные масштабы. Если при описании этих поверхностей, следуя рекомендации Лоренца, использовать пространственные и временные масштабы ИСО S_0 , то можно обнаружить, что формы и положение ПУСВ и ПРФ будут различными. Сферические формы заменятся формами эллипсоидов вращения.

Рисунок 9. иллюстрирует процесс формирования интерференционной картины поля, когда интерферометр движется относительно ИСО S_0 вдоль оси X со скоростью V . Роль интерферометра в данном случае играет ПУСВ, определенная в ИСО S_g . Ось симметрии поверхности ориентирована вдоль скорости её движения. Чтобы фазы сигналов, распространяющихся по любым направления, совпадали в точке наблюдения (правый фокус эллипса) должны выполняться следующие условия:

$$l(\theta_0)\cos(\theta_0) = \frac{b(\cos(\theta) - \beta)}{V_0 - V\cos(\theta)}, \quad l(\theta_0)\sin(\theta_0) = \frac{b\sin(\theta)}{V_0 - V\cos(\theta)}. \quad (4.6)$$

Эти выражения устанавливает взаимно однозначное соответствие между значениями параметров синфазной поверхности в ИСО S_0 и соответствующей ей ПУСВ в системе S_g . Из выражений (4.6) следует:

$$\cos(\theta_0) = \frac{\cos(\theta) - \beta}{\sqrt{1 + \beta^2 - 2\beta \cos(\theta)}}, \quad \sin(\theta_0) = \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 + \beta^2 - 2\beta \cos(\theta)}}, \quad l(\theta_0) = \frac{b}{\sqrt{1 + V^2 \cos^2(\theta_0)}}. \quad (4.7)$$

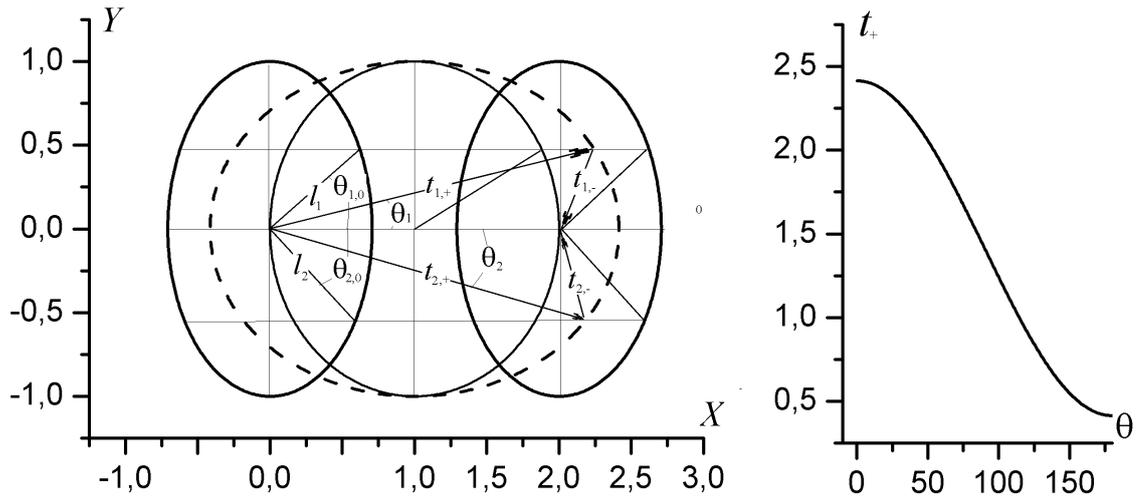


Рис. 9. Сечения плоскостью XY синфазных поверхностей в ИСО S_0 (штриховая линия) и ПУСВ синфазных поверхностей (сплошные линии) в ИСО S_0 при $t=0$ (левый эллипс), при $t=2bV$ (правый эллипс и в ИСО S_v (окружность)). Правый рисунок - функция $t_+(\theta)$.

Время распространения излучения $t_+(\theta)$ от источника до синфазной поверхности монотонно убывает с возрастанием значения угла θ . от 0 до 180°

Согласно выражениям (4.7) продольные размеры ПУСВ меньше поперечных размеров (сокращение Фитцджеральда-Лоренца). Исследования Л. Де Бройля показали, что не только свет, но и любые материальные частицы обладают волновыми свойствами [18-21]. В системе покоя материальных частиц образуется стоячая волна в результате интерференции сходящейся и расходящейся волн. Для стабильности частиц необходимо сохранение баланса между этими волнами. Условие баланса обеспечивается сокращением продольных размеров частиц.

Если частица покоится относительно ИСО S_v , то синфазные поверхности и ПУСВ представляются системой концентрических сфер. Но подобная форма – иллюзия, мираж. Она создается благодаря преобразованиям Лоренца. Лишь, когда частица покоится относительно ИСО S_0 , форма поверхностей расходящихся и сходящихся волн

представляется концентрическими сферами. Лучи, соответствующие расходящимся и сходящимся волнам, направлены из центра и к центру этих сфер.

Когда частица движется относительно ИСО S_0 , то формы поверхностей расходящихся и сходящихся волн представляется эллипсоидами вращения, у которых продольная относительно скорости вращения ось в V_0 раз короче поперечных осей. Центры эллипсоидов, соответствующих расходящимся и сходящимся волнам, смещены относительно друг друга вдоль направления движения, соответственно, в левую и правую сторону на расстояние $2bV$, где b – длина большой полуоси эллипсоидов. В результате интерференции расходящейся и сходящейся волн возникает стоячая волна, узлы которой в ИСО S_0 располагаются на эллипсоиде вращения, вытянутого в направлении движения частицы.

1.5. Относительная скорость

Понятие относительной скорости, рассматриваемой выше в разделе 1, нуждается в пояснении. Смысл этого термина с точки зрения подавляющего большинства физиков указан в первом абзаце §16 монографии В.А. Фока, копия которого приводится ниже [13].

«В дорелятивистской механике относительная скорость двух тел определялась как разность их скоростей. Пусть измеренная в определенной системе отсчёта скорость одного тела есть \mathbf{u} , а другого \mathbf{v} . Тогда скорость второго тела относительно первого полагалась равной $\mathbf{w}=\mathbf{v}-\mathbf{u}$. Такое определение является инвариантным относительно преобразований Галилея, но не относительно преобразований Лоренца. Поэтому оно в теории относительности не годится и должно быть заменено другим. То обстоятельство, что выражение $\mathbf{w}=\mathbf{v}-\mathbf{u}$ не имеет физического смысла, становится очевидным на рассмотрении следующего примера. Пусть скорости \mathbf{u} и \mathbf{v} направлены в противоположные стороны, а по абсолютной величине близки к скорости света (или равны ей). Тогда «скорость» будет по абсолютной величине близка (или равна) удвоенной скорости света, что явно нелепо.»

Выражение для определения относительной скорости Фок приводит в следующем виде.

$$\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{u} + (a_{00} - 1) \frac{\mathbf{u}}{u^2} ((\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) - u^2)}{a_{00} \left(1 - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{c^2}\right)}, \quad (16.07)$$

Однако, если следовать рекомендации Лоренца «измерять расстояния и промежутки времени при помощи масштабов и часов, имеющих относительно эфира неподвижное направление», то нелепым выглядит всё приведенное высказывание Фока. Прежде всего, он не указал, каким способом измеряется скорость \mathbf{v}' и в какой ИСО. Казалось бы, если под относительной скоростью понимать скорость изменения расстояний между телами в любой ИСО, где скорость каждого из тел есть \mathbf{u} и \mathbf{v} , то эта скорость будет определяться согласно выражению $\mathbf{w}=\mathbf{v}-\mathbf{u}$. Не важно, что эта скорость

может быть больше скорости света. Релятивистские ограничения касаются лишь значений скорости каждого из тел: $|\mathbf{u}| < c$ и $|\mathbf{v}| < c$. Например, скорость изменения расстояния между галактиками, движущимися в противоположных направлениях относительно Земли, может быть больше скорости света, но не больше удвоенной скорости света. Для астрономии здесь нет нелепости.

Тем не менее, с мнением Фока можно согласиться, что в общем случае в *любой* ИСО скорость изменения расстояния между двумя телами, движущимися с различными скоростями, не может определяться выражением $\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$, пока не определена процедура измерения скоростей \mathbf{v} и \mathbf{u} в этих ИСО. В СТО эта процедура основывается на соответствующей этой теории способа синхронизации часов.

Каков же физический смысл скорости \mathbf{v}' , приводимой Фоком? Если относительную скорость двух тел в ИСО S_0 определять производной по времени разности векторов $\mathbf{r}_1(t)$ и $\mathbf{r}_2(t)$, то выражение $\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$, где $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}_1}{dt}$, $\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{r}_2}{dt}$, будет полностью соответствовать этому определению. У Фока имеет место подмена: векторы \mathbf{v} и \mathbf{u} измеряются в одной ИСО, а вектор \mathbf{v}' соответствует скорости движения первого тела, измеряемая в ИСО S_u , где скорость движения второго тела обращается в ноль. Связь компонент 4-векторов с компонентами соответствующих 3-векторов скорости, используемых Фоком, определяется выражениями

$$\begin{aligned} U_0 &= 1/\sqrt{1-\beta_u^2}, \quad \mathbf{U} = U_0\boldsymbol{\beta}_u, \quad \boldsymbol{\beta}_u = \mathbf{u}/c, \\ V_0 &= 1/\sqrt{1-\beta_v^2}, \quad \mathbf{V} = V_0\boldsymbol{\beta}_v, \quad \boldsymbol{\beta}_v = \mathbf{v}/c. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Трансформация 4-векторов, указанных в этом выражении, из ИСО S_0 в ИСО S_u производится согласно выражениям (1.1). В результате получаем

$$\begin{aligned} U'_0 &= 1, \quad \mathbf{U}' = 0, \\ V'_0 &= V_0U_0 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{U}, \quad \mathbf{V}' = \mathbf{V} - \mathbf{U} \frac{V_0 + V'_0}{1 + U_0}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

При трансформации из ИСО S_0 в ИСО S_v получаем другую систему

$$\begin{aligned} V''_0 &= 1, \quad \mathbf{V}'' = 0, \\ U''_0 &= V_0U_0 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{U}, \quad \mathbf{U}'' = \mathbf{U} - \mathbf{V} \frac{U_0 + U''_0}{1 + V_0}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Учитывая, что 3-вектор скорости определяется выражением $\mathbf{v}' = \mathbf{V}'/V'_0$, наблюдаем полное соответствие выражений (5.2) выражению Фока (16.7). Тогда как выражения (5.3) представляют скорость движения ИСО S_u относительно ИСО S_v . Последовательные преобразования Лоренца предполагают выполнение следующих соотношений

$$\mathbf{v}' = \mathbf{V}'/V_0' = -\mathbf{u}'' = -\mathbf{U}''/U_0'' . \quad (5.4)$$

Однако, как указывалось в § 1, это равенство выполняется только при $\mathbf{U} \parallel \mathbf{V}$. В общем же случае соотношение (5.4) не выполняется. Справедливость этого вывода можно подтвердить следующим виртуальным экспериментом.

Пусть два объекта движутся относительно ИСО S_0 с ортогональными скоростями. Объект S_v движется вдоль оси X со скоростью V , а объект S_u движется вдоль оси Y со скоростью U . Время и место пересечения их траекторий принимается за начало координат всех трёх ИСО: S_0 , S_v и S_u . Пусть $V=1$, а $U=1.5$. В момент времени t_0 координаты этих объектов будут: $x=a_1=Vt_0/V_0$, $y=0$ и $x=0$, $y=b_1=Ut_0/U_0$. В это время каждый из объектов испускает световой импульс в направлении другого объекта. В момент времени t_1 сигнал, испущенный из точки a_1 достигнет точки b_2 на оси Y , которой к этому времени достигнет объект, движущийся вдоль оси Y . Соответственно значение b_2 определяется согласно выражению $b_2=Ut_1/U_0$. Поскольку свет движется по гипотенузе прямоугольного треугольника, длина катетов которого равна a_1 и b_2 , то значение t_1 определяется теоремой Пифагора: $(t_1 - t_0)^2 = a_1^2 + b_2^2$. Решение этого уравнения можно представить следующим выражением:

$$t_1 = t_0 \frac{U_0}{V_0} \left(U_0 V_0 + \sqrt{U_0^2 V_0^2 - 1} \right). \quad (5.5)$$

Соответственно, сигнал, испущенный из точки b_1 достигнет точки a_2 на оси X за время t_2 , значение которого определяется уравнением $(t_2 - t_0)^2 = a_2^2 + b_1^2$. Здесь $a_2=Vt_2/V_0$.

Решение уравнение подобно предыдущему решению:

$$t_2 = t_0 \frac{V_0}{U_0} \left(U_0 V_0 + \sqrt{U_0^2 V_0^2 - 1} \right). \quad (5.6)$$

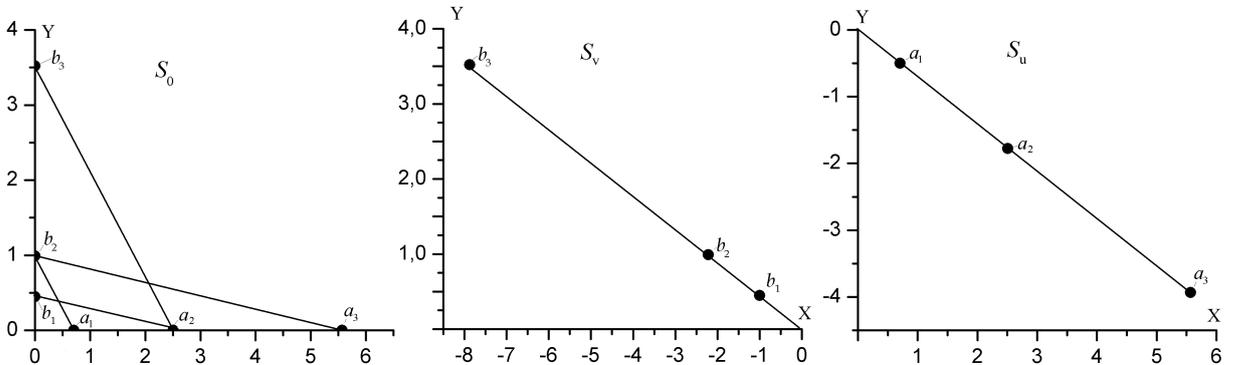


Рис. 10. Левый рисунок представляет положение объектов в ИСО S_0 в моменты излучения и приёма импульсов, на правом рисунке представлены координаты этих точек в ИСО S_v и S_u .

1.6. Непосредственное измерение интервалов времени распространения света между двумя точками

Более века назад физика отказалась от теории Лоренца в пользу специальной теории относительности. Причина этого отказа ясно изложена в книге Д. Бом, опубликованной в 1965 г. (русский перевод – 1967 г.[14]). Вот выдержка из этой книги. «...теорию Лоренца нельзя было обвинить в несогласии с опытом. Напротив, эта теория подтверждала всю совокупность экспериментальных данных, полученных во времена Лоренца, да и данных всех последующих экспериментов. Трудность состояла в том, что входящие в теорию Лоренца *фундаментальные понятия*, т.е. «истинное» время и «истинные» пространственные координаты, измеряемые приборами, покоящимися относительно эфира, оказались *совершенно неопределенными*. Мы обнаружили, что из самой теории Лоренца следует невозможность приведения показаний лабораторной аппаратуры к «истинным» пространственным и временным координатам. Но если эти свойства «эфирной» системы координат выпадают из результатов наблюдения, то *ничего не изменится, если мы станем считать, что такой системы вообще не существует*».

Этот приговор теории Лоренца прозвучал в начале прошлого века, звучал в середине его и продолжает звучать поныне. Действительно, набор экспериментальных данных, имеющихся в арсенале физики, можно рассматривать скорее как информацию со стороны свидетелей обвинения. Но вот появляются новые свидетели, которых трудно причислить к стороне обвинения. Навигационные системы становятся необходимым инструментом повседневной жизни. Но в этих системах иногда происходят сбои, причины которых неустановлены до сих пор. Не являются ли эти сбои результатом проявления свойств «эфирной» системы отсчета?

«Конечно, если бы оказалось, что какие то свойства эфира поддаются наблюдению, то эфир следовало бы снова признать физической реальностью» - пишет далее Бом. Можно было бы согласиться с Бомом, если бы не одно но. Самая основная идея теории Лоренца почему то ускользает как от противников, так и сторонников этой теории. По Лоренцу в мире кроме эфира никакой другой субстанции нет. То, что считается частичками материи, на самом деле является лишь «местным изменением в состоянии эфира». Т.е. частицы материи не являются инородным вкраплением в эфир. Поэтому

изучение свойств материальных частиц есть не что иное, как изучение свойств эфира в местах, где его состояние существенно отличается от однородного.

Да, на вопрос как измерять *истинное* время и *истинные* размеры тел, Лоренц не смог дать конкретной рекомендации. Единственно, что он предлагал это - «измерять расстояния и промежутки времени при помощи масштабов и часов, имеющих относительно эфира неподвижное положение». Что имел в виду Лоренц, выдвигая такое предложение? Скорее всего, он советовал создать способ измерения расстояния и промежутки времени у движущихся объектов с позиции наблюдателя, покоящегося относительно эфира. Далее этот способ следует модернизировать с учётом, что наблюдатель не знает скорости движения своей лаборатории, а его задача заключается в измерении этой скорости экспериментально.

Прямое и обратное преобразования Лоренца между ИСО S_0 и S_v отличаются лишь знаком у 3-вектора скорости относительного движения этих систем. Т.е. сами преобразования Лоренца в этом случае не позволяют определить, какую из двух ИСО следует считать покоящейся. Казалось бы, вариант, когда источник излучения покоится в ИСО S_v , а наблюдение этого излучения проводится в ИСО S_u , может позволить обнаружить систему покоя. Однако и здесь нас ждёт неудача. Этот эксперимент указывает лишь на то, что обе ИСО движутся относительно системы покоя, но он не позволяет определить скорости их движения.

Но эти преобразования и не создавались для этой цели. Наоборот, они предназначались для того, чтобы уравнения Максвелла имели одинаковый вид в любых инерциальных системах. Т.е. они создают иллюзию эквивалентности различных ИСО. Как следует из результатов расчётов, представленных выше, интерпретация эффекта Доплера требует знания значений абсолютных скоростей движения источника и приёмника излучений. Этими знаниями экспериментальная физика пока не обладает. Сами преобразования Лоренца тоже не позволяют определить абсолютную скорость хотя бы одной инерциальной системы. Фактически до не давнего времени интерес к ним носил скорее академический, чем практический характер.

Возникновение глобальной спутниковой навигации радикальным образом изменило ситуацию. Необходимо было знать время распространения электромагнитного сигнала между двумя пунктами. Согласно теории Лоренца, решение этой задачи нуждалось в измерении абсолютной скорости движения Земли. Как эту скорость измерить теория не предлагала. Работа систем GPS основана на постулате, что совершенно безразлично в какой инерциальной системе производятся наблюдения. Возникающие в результате использования этого постулата случайные ошибки уменьшаются статистикой.

Появление атомных часов создало условия для измерения интервалов времени движения фотона между двумя точками в одном направлении. Основным препятствием для проведения подобного эксперимента является проблема синхронизации часов, находящихся в этих точках.

В работе [15] предлагается способ измерения значения абсолютной скорости движения ИСО, который не требует процедуры синхронизации часов. Способ основан на измерении суточных и годовых вариаций времени наблюдения импульсных сигналов, излученных эквидистантно. Эксперимент может быть существенно упрощен, если вместо импульсных сигналов использовать монохроматическое излучение и измерять разность фаз между принятым сигналом и стандартом частоты, расположенным в точке приёма.

Из преобразований Галилея следует, что время распространения света в прямом и обратном направлениях вдоль вектора \mathbf{r}_g определяется следующими выражениями:

$$t_+ = r_g V_0 \left(V \cos(\theta_0) + \sqrt{1 + (V \cos(\theta_0))^2} \right), t_- = r_g V_0 \left(\sqrt{1 + (V \cos(\theta_0))^2} - V \cos(\theta_0) \right). \quad (6.1)$$

где θ_0 – угол между вектором скорости и направлением вектора \mathbf{r}_g .

Из преобразований (4.7) следует, что длина вектора \mathbf{r}_g определяется выражением $r_g = b / \sqrt{1 + (V \cos(\theta_0))^2}$, которое представляет сокращение Фитцджеральда-Лоренца. В результате выражение (6.1) принимает вид

$$t_+ = b V_0 + r_g V_0 V \cos(\theta_0), t_- = b V_0 - r_g V_0 V \cos(\theta_0); r_g = b / \sqrt{1 + (V \cos(\theta_0))^2}, b = r_v. \quad (6.2)$$

Здесь значение b равно длине малой полуоси эллипсоида, представляющего ПРФ в ИСО S_0 . Если вектора \mathbf{r}_g ориентирован по широте, то в течение звёздных суток он совершит полный оборот в плоскости, параллельной экватору. Абсолютная скорость движения системы наблюдения является суммой векторов абсолютной скорости солнечной системы и скоростью орбитального движения Земли относительно Солнца, а так же скоростью её вращения.

Угловая скорость вращения Земли ω_e в первую очередь влияет на ориентацию вектора \mathbf{r}_g , компоненты которого определяются выражениями:

$$l_x = r_g \cos(\varphi_e), l_y = r_g \sin(\varphi_e), \varphi_e = \omega_e t.$$

Орбитальное движение Земли влияет на значения V_0 , \mathbf{V} и угла θ_0 ($\mathbf{V} \cdot \mathbf{r}_g = r_g V \cos(\theta_0)$).

Согласно [16], направление движения солнечной системы относительно реликтового излучения в экваториальной системе определяется углами: склонение $\delta_s = -7^\circ$ и прямое восхождение $\varphi_s = 168^\circ$, значение скорости $v_s = 368$ км/с. Этим значениям соответствует 3-вектор скорости солнечной системы: $\mathbf{v}_s = v_s \mathbf{n}_s$, $\mathbf{n}_s = (\cos(\varphi_s) \cos(\delta_s), \sin(\varphi_s) \cos(\delta_s), \sin(\delta_s))$.

Соответственно определяется вектор орбитальной скорости движения Земли

$$\mathbf{v}_e = v_e \mathbf{n}_e, \mathbf{n}_e = (\cos(\varphi_y), \sin(\varphi_y)\cos(\delta_e), \sin(\varphi_y)\sin(\delta_e)).$$

Здесь $\delta_e=23^\circ$, $\varphi_y=\varphi_e\Omega/\omega_e$, Ω - угловая скорость орбитального движения Земли. Далее сумма 3-векторов скорости движения Земли и Солнца трансформируется в компоненты 4-вектора скорости V и вычисляется $\cos(\theta_0)$.

Время распространения сигнала от передатчика к приёмнику t_+ является суммой постоянной и вариабельной составляющих. Вариабельная составляющая, нормированная на постоянную bV_0 представляется функцией $\delta\tau = V \cos(\theta_0) / \sqrt{1 + (V \cos(\theta_0))^2}$,

Суточное вращение Земли и её орбитальное движение являются причиной вариаций значений $\delta\tau$. На рисунке 11 представлены результаты численного моделирования этого влияния. Полагается, что первый день приходится на весеннее солнцестояние, значение угла орбитального движения Земли φ_y ведётся от этого дня. Как видно на левом графике рисунка максимум вариации функции $\delta\tau$ в этот день приходится на значение угла $\varphi_e=164^\circ$, на два градуса меньше значения φ_e . На среднем графике представлена зависимость амплитуды вариаций $\delta\tau_m$ от угла орбитального движения Земли φ_y . Время появлений максимальных значений вариаций $\delta\tau_m$ менялась от суток к суткам. Это время соответствовало значению угла φ_s , определяющего ориентацию вектора \mathbf{r}_g . На правом графике приведен годовой ход разности значений углов $\delta\varphi_e = \varphi_e - \varphi_s$.

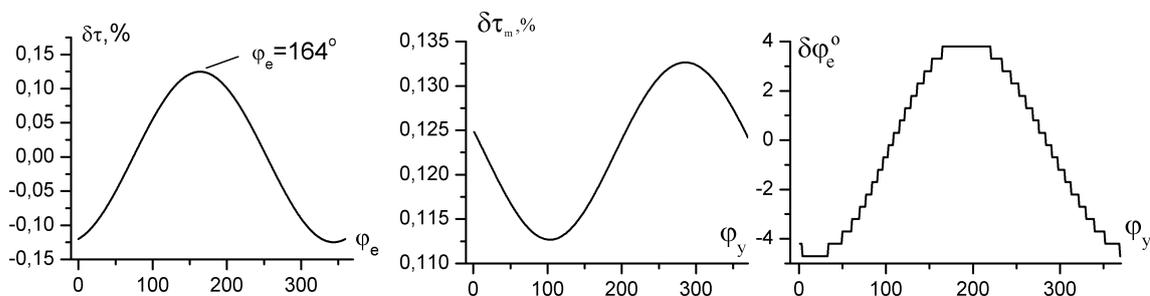


Рис. 11. Суточные вариации значений относительных интервалов времени распространения сигнала (левый рисунок), изменения амплитуды этих вариаций в течение года (средний график) и годовая динамика значений угла между вектором \mathbf{r}_g и вектор скорости движения Солнца.

Эти расчеты показывают возможность измерения направления движения солнечной системы относительно ИСО S0 и значения скорости этого движения.

Альтернативой непосредственного измерения интервалов времени могут явиться фазовые измерения. Необходимые приборы и схема подобных измерений представлены ниже на рисунке 12.

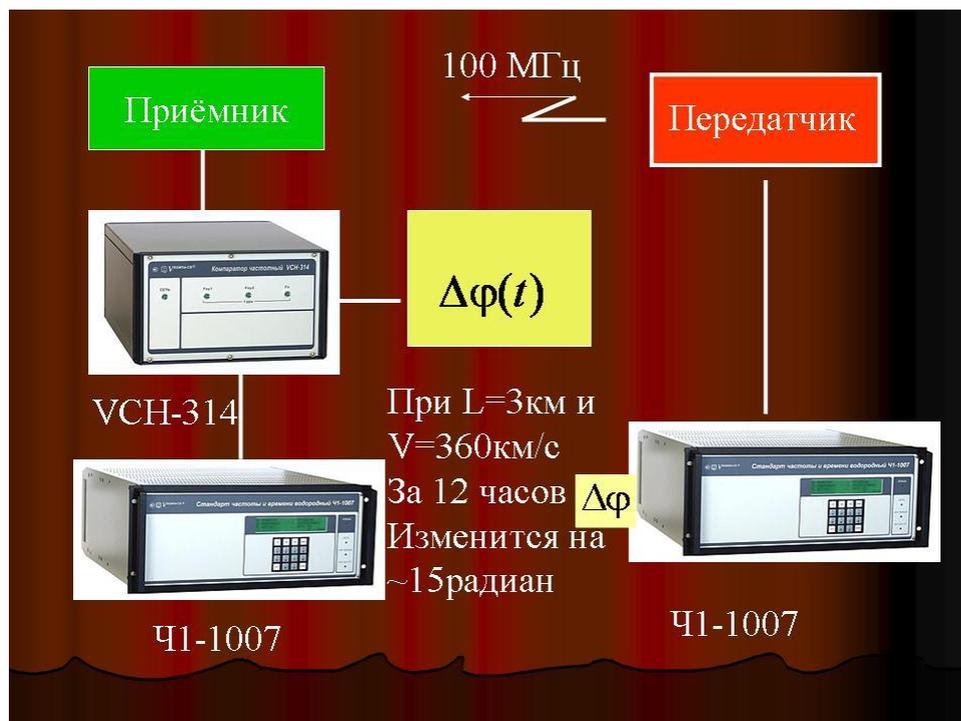


Рис. 12

Стандарты частоты располагаются на концах отрезка L , Желательно, чтобы отличия значений широты каждого из концов были незначительными. Перед измерениями стандарты частоты должны пройти метрологическую поверку. В результате этой поверки должны быть установлен характер изменений разности фаз – наличие системных отклонений и законы, определяющие случайных отклонений разности фаз.

После разнесения часов по базе L к системным отклонениям разности фаз добавятся периодические суточные отклонения разности фаз. Значение амплитуды этих отклонений определяется значением проекции на плоскость экватора Земли абсолютной скорости движения базы L . Суточный и годовой ход отклонений позволит оценить ориентацию проекции скорости.

1.7. Соотношение средней энергии и температуры релятивистского идеального газа

«Новая физика есть снимок с гигантски быстрых реальных движений» - такое лаконичное определение сути нарождающейся физики приводится в работе В.И. Ленина «Материализм и эмпириокритицизм», опубликованной в 1908 г.. Именно такой снимок создавался в течении прошлого столетия. Но это был только первый этап построения *новой физики*. Скорости движения протонов на Большом адронном коллайдере позволяют им при встречных столкновениях сблизиться до расстояний 10^{-15} см. Снимок событий, происходящих при таких столкновениях, достаточно удовлетворительно описывается

Стандартной моделью элементарных частиц. Есть основания полагать, что уменьшение этого расстояния на порядок может приводить к событиям, которые не будут описываться Стандартной моделью. Это означает, что силы взаимодействия между частицами существенно меняются по мере приближения к их центру. Однако целью настоящего раздела является исследования зависимости средней энергии движения от температуры.

Рассматривается случай, когда энергия определяется только поступательным движением частицы, т.е. наличием у неё трёх степеней свободы. Согласно Л. Больцману [22], средняя энергия такой частицы линейно зависит от температуры и равна $3kT/2$. Сохранится ли эта зависимость, если учитывать релятивистские эффекты?

Согласно исследованиям Д.Л. Синджа [23], эта зависимость должна нарушаться. Но, как указывает сам Синдж, его функция распределения для газа материальных частиц сложна из-за присутствия функции Бесселя, поэтому многие его решения являются приближенными. Тогда как аппарат статистической термодинамики, представленный в работе Э. Шредингера [24], как нельзя лучше пригоден, для решения поставленной выше задачи. Для этого достаточно определить фазовое пространство состояний, выбрать соответствующие этому пространству выражения для энергии частиц, затем вычислить среднюю энергию частиц согласно выражению

$$\langle E \rangle = \frac{\sum \varepsilon_i \exp(-\mu\varepsilon_i)}{\sum \exp(-\mu\varepsilon_i)}. \quad (7.1)$$

Здесь ε_i – энергия частицы, соответствующая i -му элементу объёма фазового пространства, μ – множитель Лагранжа, знак суммы означает суммирование (или интегрирование) по всему объёму фазового пространства.

Поскольку выражение (7.1) следует из условия максимума энтропии по Больцману, то множитель Лагранжа определяется согласно Шредингеру выражением $\mu = 1/kT$. При малых скоростях кинетическая энергия материальной частицы определяется выражением

$$\varepsilon(v) = mv^2 / 2. \quad (7.2)$$

Соответственно выражению (7.1) средняя энергия должна вычисляться согласно формуле

$$\langle E \rangle = \frac{m \int_0^\infty v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv}{2 \int_0^\infty v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv} = \frac{3}{2} kT. \quad (7.3)$$

Однако формула (7.2) дает приближенное значение энергии, справедливое при малых значениях отношения v/c . Поэтому вместо определения кинетической энергии формулой (7.2) следует использовать выражение 4-вектора энергии-импульса

$$P_0 = mc^2 V_0, \mathbf{P} = mc \mathbf{V}. \quad (7.4)$$

Здесь вместо 3-вектора скорости \mathbf{v} используется 4-вектор скорости V , компоненты которого определяются выражениями

$$V \equiv (V_0, \mathbf{V}), V_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \mathbf{V} = V_0 \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c. \quad (7.5)$$

Учитывая, что выражение $d\Omega = dV_1 dV_2 dV_3 = 4\pi V_0 \sqrt{V_0^2 - 1} dV_0$ определяет элемент объема фазового пространства, можно записать выражение для безразмерного значения средней энергии кинетического движения в следующем виде:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\int_1^\infty V_0 (V_0 - 1) \exp(-V_0 \varepsilon_0) \sqrt{V_0^2 - 1} dV_0}{\int_1^\infty V_0 \exp(-V_0 \varepsilon_0) \sqrt{V_0^2 - 1} dV_0}; \varepsilon_0 = \frac{mc^2}{kT}, \varepsilon = \frac{E}{kT}. \quad (7.6)$$

Значения средней безразмерной энергии представлено на рисунке 13. Из этого графика видно, что учёт релятивистских эффектов приводит к нарушению линейной зависимости средней энергии кинетического движения частицы от температуры.

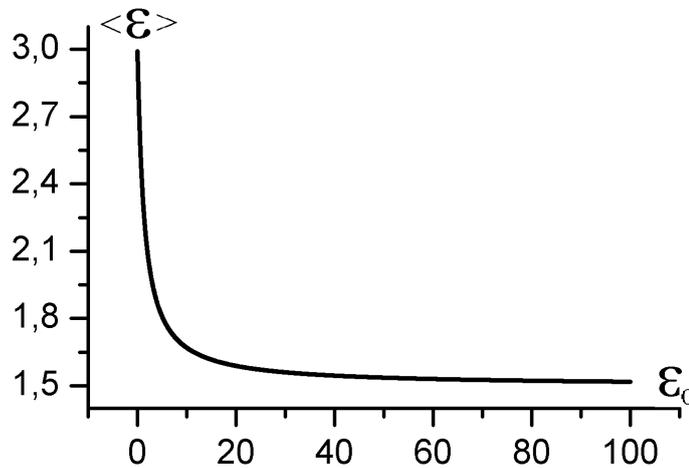


Рис. 13

Кроме средней энергии, для более полного описания статистических свойств кинетического движения частиц, используется квадрат средней энергии. В релятивистском случае эта величина оценивается согласно следующему выражению:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \left(\frac{\int_1^\infty V_0 (V_0 - 1)^2 \exp(-V_0 \varepsilon_0) \sqrt{V_0^2 - 1} dV_0}{\int_1^\infty V_0 \exp(-V_0 \varepsilon_0) \sqrt{V_0^2 - 1} dV_0} \right). \quad (7.8)$$

Ниже в таблице 3 приведены значения функции $\langle \varepsilon \rangle$ и $\langle \varepsilon'^2 \rangle$ для ряда значений параметра ε_0 . Две нижние строки таблицы представлены значения среднего безразмерной энергии $\langle \varepsilon' \rangle$ и её квадрата $\langle \varepsilon'^2 \rangle$. Эти значения вычислялись согласно следующим выражениям:

$$\langle \varepsilon' \rangle = \frac{1}{2c^2} \frac{\int_0^c v^4 \exp\left(-\frac{mv^2}{kT}\right) dv}{\int_0^c v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{kT}\right) dv};$$

$$\langle \varepsilon'^2 \rangle = \frac{1}{4c^4} \frac{\int_0^c v^6 \exp\left(-\frac{mv^2}{kT}\right) dv}{\int_0^c v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{kT}\right) dv}. \quad (7.9)$$

В этих выражениях усреднение проводилось согласно распределению Больцмана для идеального газа, энергия частиц которого определялась согласно закону Ньютона: $E = mv^2/2$. Пределы интегрирования определялись скоростью света.

Таблица 3

ε_0	10^{-5}	10^{-3}	.1	1.	10	10^3	10^5
$\langle \varepsilon \rangle$	1.5	1.5	1.67	2.37	2.905	3	3
$\langle \varepsilon^2 \rangle$	3.75	3.7594	4.612	8.37	11.43	11.994	12
$\langle \varepsilon' \rangle$	1.5	1.5	1.5	0.528	0.059	$6/10^4$	$6/10^6$
$\langle \varepsilon'^2 \rangle$	3.75	3.75	3.73	0.35	$4.2/10^3$	$4.28/10^7$	$4.28/10^{11}$

, Из таблицы видно, что средняя энергия поступательного движения частиц, нормированная на температуру, не остаётся постоянной при увеличении температуры, а изменяется в интервале значений $[3/2, 3]$. Причём характер изменения определяется массой частиц. Например, у двухкомпонентного газа, состоящего из частиц, отличающихся массами, линии, представляющие зависимости средней энергии и среднего квадрата энергии от температуры, для каждой из компонент газа совпадают для низких и экстремально высоких температур. Но существует некоторый диапазон температур, где нет совпадения. На рисунке 13а показан пример подобной зависимости.

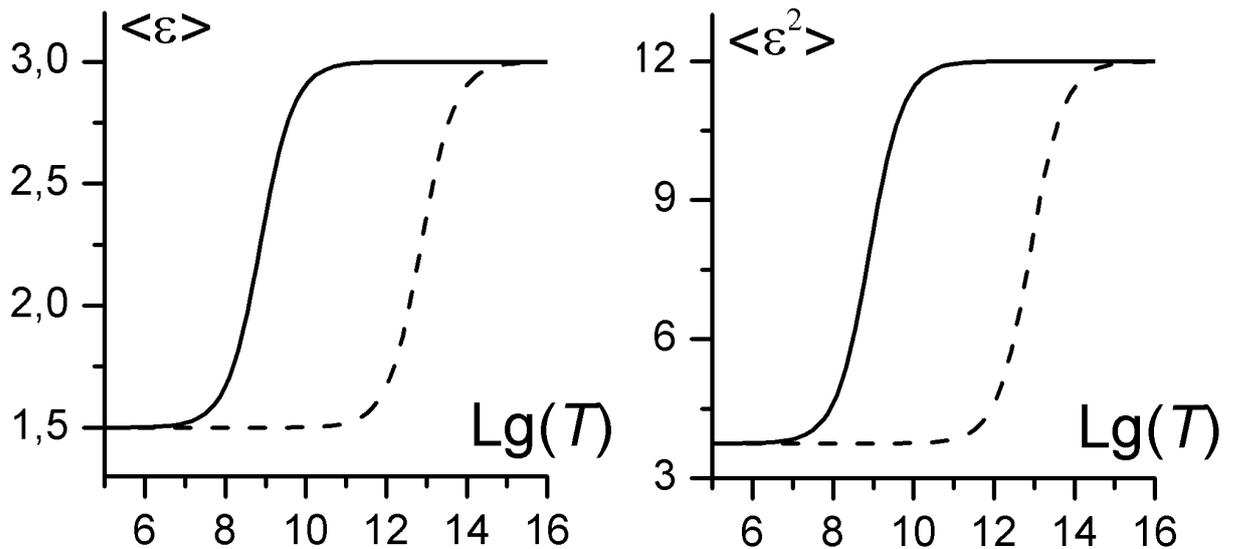


Рис. 14. Зависимость от температуры средней энергии и квадрата средней энергии поступательного движения части газа, масса которых различаются на четыре порядка (сплошная линия – легкая компонента).

Значение массы частиц легкой компоненты газа соответствует массе электрона. При низких температурах энергия поступательного движения частиц совпадает со значением $3/2kT$, тогда как в области больших температур это значение удваивается. Как указывалось в §10 первой главы, удвоение происходит за счёт сокращения размеров частиц Фицджеральда-Лоренца.

Значение массы частиц легкой компоненты газа соответствует массе электрона. При низких температурах энергия поступательного движения частиц совпадает со значением $3/2kT$, тогда как в области больших температур это значение удваивается., Удвоение происходит за счёт сокращения размеров частиц Фицджеральда-Лоренца.

1.8. Дрейфовые и асимптотические формы движения заряженных частиц в постоянных однородных электрических и магнитных полях

Ниже представляются результаты исследования релятивистского уравнения движения заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях. Показано, что дрейфовое движение имеет место лишь в случае, когда поля строго ортогональны, и напряженность электрического поля меньше напряженности магнитного. Во всех остальных случаях дрейфовое движение заменяется асимптотическим, когда энергия частиц монотонно растёт, а абсолютное значение скорости стремится к скорости света. Приводятся асимптотические значения компонент скорости и компонент электрического и магнитного полей в инерциальных системах, движущихся со скоростью дрейфа и со скоростями, значения компонент которых стремятся к асимптотическим значениям.

Тема, указанная в заголовке, на первый взгляд кажется не актуальной. Действительно, считается, что движение электрических зарядов в электромагнитных полях, тем более постоянных и однородных, изучено достаточно полно. Так в курсе Ландау и Лифшица «Теория поля» третья глава, именуемая «Заряд в электромагнитном поле», полностью посвящена теме движения заряда в постоянных полях. Рассматриваются как нерелятивистские, так и релятивистские движения зарядов. Хотя в пятом издании книги авторы старались использовать четырехмерную метрику, но, к сожалению, в уравнениях движения вместо 4-вектора скорости фигурирует обычный трехмерный вектор скорости [25]. В результате утрачивается простота изложения.

В работе [26] «Космическая электродинамика» (Г.Альвен и К.-Г. Фельтхаммар, Мир, 1967) выражение для скорости дрейфа заряженной частицы в однородном постоянном магнитном поле при наличии немагнитных сил получается в приближении ведущего центра. Если немагнитная сила создаётся электрическим полем, то дрейф заряженной частицы называется электрическим, а скорость дрейфа v_d определяется выражением

$$\mathbf{v}_d = c \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{H^2} \quad (8.1)$$

В работе [27] показано, что это выражение справедливо лишь при условии, что векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} ортогональны и напряженность электрического поля меньше напряженности магнитного поля. Решая задачу движения электрических зарядов в поле вращающегося магнитного диполя, автор работы лишь коснулся темы бесстолкновительного движения этих зарядов в однородном и постоянном электромагнитном поле. Многие особенности такого движения в указанной работе не были раскрыты. В данном разделе более детально исследуются дрейфовые и другие формы бесстолкновительного движения электрически заряженных частиц в однородных и постоянных электрическом и магнитном полях.

1.8.1. Методы исследования

На последней странице своего труда «Теория электрона» Г. А. Лоренц даёт рекомендацию будущим продолжателям его исследований: - «... измерять расстояния и промежутки времени при помощи масштабов и часов, имеющих относительно эфира неподвижное положение» [2]. Таким образом, введенные Ньютоном понятия абсолютного и относительного движения Лоренц наполняет конкретным физическим содержанием. Исходной инерциальной системой отсчёта (ИСО) у Лоренца всегда является система, покоящаяся относительно эфира. Эта ИСО, обозначаемая символом S_0 , согласно

терминологии Ньютона рассматривается как система абсолютного покоя, а скорости других ИСО, движущихся относительно S_0 , соответственно считаются абсолютными.

Электрическое и магнитное поля являются производными 4-вектора потенциала A , компоненты которого являются функциями времени и пространственных координат. Производя преобразования Лоренца потенциала A и 4-вектора пространственно-временных координат R и вычисляя соответствующие электрическому и магнитному полям производные в ИСО S_0 и S_V , можно получить следующие выражения, определяющие трансформацию векторов напряженности электрического и магнитного полей:

$$\mathbf{E}_V = V_0 \mathbf{E} - \mathbf{V} \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{V}}{V_0 + 1} + [\mathbf{V} \mathbf{H}], \quad \mathbf{H}_V = V_0 \mathbf{H} - \mathbf{V} \frac{\mathbf{H} \cdot \mathbf{V}}{V_0 + 1} - [\mathbf{V} \mathbf{E}]. \quad (8.2)$$

Обратное преобразование между полями в ИСО S_U и S_0 имеет подобный вид:

$$\mathbf{E} = U_0 \mathbf{E}_U - \mathbf{U} \frac{\mathbf{E}_U \cdot \mathbf{U}}{U_0 + 1} - [\mathbf{U} \mathbf{H}_U], \quad \mathbf{H} = U_0 \mathbf{H}_U - \mathbf{U} \frac{\mathbf{H}_U \cdot \mathbf{U}}{U_0 + 1} + [\mathbf{U} \mathbf{E}_U]. \quad (8.3)$$

При $U=V$ подстановка (8.3) в (8.2) приводит к тождеству. Однако при различных скоростях движения систем связь между компонентами электромагнитного поля будет определяться абсолютными скоростями каждой из этих систем, а не их относительной скоростью. Следовательно, в общем случае для преобразования полей в различных ИСО необходимо знать их абсолютные скорости.

Дрейф в ИСО S_0 возникает в случае, если векторное произведение полей \mathbf{E} и \mathbf{H} отлично от нуля. Соответственно скорость дрейфа можно найти, используя условия $[\mathbf{E}_V \mathbf{H}_V] = 0$, где векторы \mathbf{E}_V и \mathbf{H}_V определяются согласно выражениям (8.2). Из этого условия следует:

$$\mathbf{V}_d = \frac{[\mathbf{E} \mathbf{H}]}{\sqrt{2} |[\mathbf{E} \mathbf{H}]|} \left(\frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{\sqrt{(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)^2 - 4[\mathbf{E} \mathbf{H}]^2}} - 1 \right)^{1/2}, \quad (8.4)$$

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{\sqrt{(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)^2 - 4[\mathbf{E} \mathbf{H}]^2}} + 1 \right)^{1/2}.$$

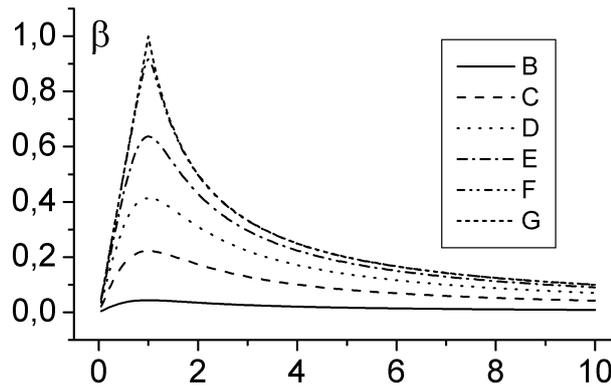


Рис.15 Значения скорости дрейфа при различных углах между векторами **E** и **H**
 β_z B-5° C- 25° D- 45° 65° 85° 90°

1.8.2. Уравнения движение заряженных частиц в однородном постоянном электромагнитном поле

Уравнения движение заряженных частиц в вакууме в однородном постоянном электромагнитном поле определяются выражением:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{H}]/c). \quad (8.5)$$

Учитывая определение импульса (7.4), можно записать уравнение движения в безразмерном виде:

$$\frac{d\mathbf{V}}{d\tau} = \mathbf{e} + [\mathbf{V}\mathbf{h}]/V_0, \quad \frac{dV_0}{d\tau} = \frac{\mathbf{V}\mathbf{e}}{V_0}. \quad (8.6)$$

Здесь время t заменено безразмерным временем $\tau = \Omega t$, где $\Omega = eH/mc$ – циклотронная частота. Безразмерные поля \mathbf{e} и \mathbf{h} в выражении (8.6) определяются отношениями $\mathbf{e} = \mathbf{E}/H$, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/H$. Первое выражение описывает изменение импульса, а второе изменение энергии.

В правой декартова прямоугольная система координат, в которой направление оси x совпадает с направлением вектора \mathbf{e} , а ось y располагается в плоскости векторов \mathbf{e} и \mathbf{h} , выражение (8.6) можно представить следующей системой из трёх дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{d\tau} &= g - V_z \sin(\theta)/V_0, \\ \frac{dV_y}{d\tau} &= V_z \cos(\theta)/V_0, \\ \frac{dV_z}{d\tau} &= (V_x \sin(\theta) - V_y \cos(\theta))/V_0. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Здесь θ – угол между векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} .

1.8.3. Дрейфовое движение

Если под дрейфом понимать движение с постоянной скоростью в направлении, ортогональном плоскости векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} , то подобное движение может происходить лишь тогда, когда эти поля ортогональны и $|\mathbf{E}| < |\mathbf{H}|$. Векторы безразмерных полей \mathbf{e} и \mathbf{h} в этом случае будут иметь по одной, отличной от нуля, компоненте: $e_x = g$ и $h_y = 1$.

Из определения скорости дрейфа как выражением (8.1), так и выражением (8.4) при условии ортогональности векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} следует равенство $\beta_z = g$. Но из выражения (8.1) следует, что при $g > 1$ значение $\beta_z = g > 1$, тогда как при этих условиях согласно (8.4) $\beta_z = 1/g$, т.е. $\beta_z < 1$. Действительно, выражения (8.4) при ортогональных полях \mathbf{E} и \mathbf{H} принимают вид

$$\mathbf{V}_d = \frac{[\mathbf{e}\mathbf{h}]}{g} \left(\frac{g^2 + 1}{2|g^2 - 1|} - 1 \right)^{1/2}, V_0 = \left(\frac{g^2 + 1}{2|g^2 - 1|} + 1 \right)^{1/2}. \quad (8.8)$$

Отсюда следует

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_d &= \frac{[\mathbf{e}\mathbf{h}]}{\sqrt{1 - g^2}}, V_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - g^2}}, \beta_z = g; g < 1. \\ \mathbf{V}_d &= \frac{[\mathbf{e}\mathbf{h}]}{g\sqrt{g^2 - 1}}, V_0 = \frac{g}{\sqrt{g^2 - 1}}, \beta_z = \frac{1}{g}; g > 1. \end{aligned} \quad (8.9)$$

Согласно выражениям (8.2), напряженность электрическое поле в ИСО S_d , движущейся относительно исходной ИСО со скоростью \mathbf{V}_d , обращается в ноль при $g < 1$, а компонента магнитного поля h_y принимает значение: $h'_y = \sqrt{1 - g^2}$.

Если следовать принципу относительности, то для наблюдателя в ИСО S_d будет существовать только однородное магнитное поле. Электрические заряды в этом поле могут совершать лишь циклотронное вращение с постоянной угловой скоростью и равномерное движение вдоль направления магнитного поля. Энергия у таких частиц не меняется. В то же время наблюдатель в ИСО S_0 будет отмечать наличие пульсации энергии частицы при циклотронном вращении. Когда частица движется вдоль поля \mathbf{e} её энергия возрастает, а когда направление движения меняется на противоположное – энергия уменьшается. Пульсация значения компоненты 4-скорости V_0 будет приводить к нарушению равномерности поступательного движения вдоль магнитного поля.

1.8.4. Асимптотическое движение

При ортогональных полях в ИСО S_0 и $g > 1$ в ИСО S_d исчезает магнитное поле, а компонента электрического поля e_x в результате преобразования Лоренца принимает значение: $e_x' = \sqrt{g^2 - 1}$. В результате исчезает циклотронное вращение и возникает ускоренное движение вдоль электрического поля. В ИСО S_0 это ускорение будет проявляться линейным асимптотическим ростом значений компонент скорости \mathbf{V} . Эти асимптотики могут быть представлены следующими выражениями:

$$V_x \rightarrow (g - \beta_z)\tau, V_y = Const, V_z \rightarrow \beta_x \tau \quad \text{при} \quad \tau \rightarrow \infty \quad (8.10)$$

Отсюда, в результате деления компоненты V_x на V_z получается соотношение

$$\frac{\beta_x}{\beta_z} = \frac{g - \beta_z}{\beta_x}, \text{ if } \beta_z = \frac{1}{g}, \beta_x = \sqrt{g - 1/g}. \quad (8.11)$$

Сумма асимптотических значений $\beta_x^2 + \beta_z^2$ равна единице.

В случае нарушения ортогональности векторов система уравнений (8.7) имеет асимптотические решения следующего вида

$$V_x \rightarrow (g - \beta_z \sin(\theta))\tau, V_y \rightarrow \beta_z \cos(\theta)\tau, V_z \rightarrow (\beta_x \sin(\theta) - \beta_y \cos(\theta))\tau. \quad (8.12)$$

Учитывая, что $dV_0/d\tau = g\beta_x$, можно, при $\tau \rightarrow \infty$, систему дифференциальных уравнений (8.7) свести к системе нелинейных алгебраических уравнений следующего вида

$$g\beta_x^2 = g - \beta_z \sin \theta, g\beta_x\beta_y = \beta_z \cos \theta, g\beta_x\beta_z = \beta_x \sin \theta - \beta_y \cos \theta. \quad (8.13)$$

Из условия, что в асимптотике значение суммы квадратов трёх компонент вектора β равно единице, и выполняется соотношение $\beta_x/\beta_y = (g - \beta_z \sin \theta)/\beta_z \cos \theta$, можно получить следующие выражения для компонент β_x и β_y :

$$\beta_x^2 = (1 - \beta_z^2) \frac{(g - \beta_z \sin(\theta))^2}{g^2 - 2g\beta_z \sin(\theta) + \beta_z^2}, \beta_y^2 = 1 - \beta_z^2 - \beta_x^2. \quad (8.14)$$

Выражения для компоненты β_z , удовлетворяющие системе (8.13), имеют следующий вид:

$$\beta_z^2 = \frac{g^2 + 1 - \sqrt{(g^2 + 1)^2 - 4g^2 \sin^2(\theta)}}{g^2 + 1 + \sqrt{(g^2 + 1)^2 - 4g^2 \sin^2(\theta)}},$$

$$\beta_z = \frac{2g \sin(\theta)}{g^2 + 1 + \sqrt{(g^2 + 1)^2 - 4g^2 \sin^2(\theta)}}. \quad (8.16)$$

Первое из этих выражений соответствует скорости дрейфа, определяемой согласно формуле (8.4). Второе выражение представляет решение алгебраического уравнения, которое получается подстановкой выражения (8.14) для β_x в первую формулу системы (8.13). Легко проверить, что второе выражение является корнем квадратным из первого выражения. Следовательно, скорость дрейфа можно находить двумя способами: или из условия параллельности полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , позволяющего получить для скорости дрейфа выражения (8.4), или из условия асимптотического движения (8.10).

1.9. Сила Лоренца

Для определения силы, действующей электромагнитным полем на движение единицы электрического заряда, в начале прошлого века Лоренц предложил следующее выражение: $\mathbf{f} = \mathbf{d} + [\mathbf{v}\mathbf{h}]/c$. Вектор \mathbf{d} Лоренц называет диэлектрическим смещением.

До настоящего времени существенных изменений в представлении силы Лоренца не произошло. Формула силы, действующей на точечный электрический заряд e , практически не изменилась.

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{H}]/c). \quad (9.1)$$

Именно это выражение использовалось в предыдущем параграфе, при написании которого каких либо сомнений в его справедливости у меня не возникало. Казалось, замена 3-вектора скорости \mathbf{v} отношением компонент 4-вектора скорости \mathbf{V}/V_0 позволяет использовать это выражение для любых значений скорости движения электрического заряда. Однако к настоящему времени появились вопросы относительно физического смысла выражения (9.1).

Напряженности полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , фигурирующих в выражении (9.1), измеряются приборами, покоящимися относительно лабораторной системы S_0 . Но приборы покоящиеся относительно ИСО S_v будут наблюдать значения напряженностей полей, которые определяются выражениями (8.2). Соответственно на заряд, движущийся со скоростью \mathbf{V} относительно ИСО S_0 , будут действовать значения напряженностей полей \mathbf{E}_v и \mathbf{H}_v , а не \mathbf{E} и \mathbf{H} . Поскольку заряд покоится относительно ИСО S_v , то он будет подвержен

лишь влиянию электрического поля \mathbf{E}_V . Соответственно, уравнение движение заряда в ИСО S_v будет представляться выражением

$$\frac{d\mathbf{V}_v}{dt_v} = \frac{e}{m} \mathbf{E}_V, \quad \frac{dV_{0,v}}{dt_v} = 0. \quad (9.2)$$

Связь приращений компонент 4-скорости частицы в ИСО S_v и ИСО S_0 определяется преобразованием Лоренца:

$$dV_{0,v} = V_0 dV_0 - \mathbf{V} \cdot d\mathbf{V} = 0, \quad d\mathbf{V}_v = d\mathbf{V} - \mathbf{V} \frac{dV_0}{1+V_0}.$$

Учитывая, что $\mathbf{E}_V = V_0 \mathbf{E} - \mathbf{V} \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{V}}{V_0 + 1} + [\mathbf{V}\mathbf{H}]$, а $dt_v = dt/V_0$, получаем уравнения

движения частицы в ИСО S_0

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + [\mathbf{V}\mathbf{H}]/V_0). \quad (9.3)$$

Поскольку выполняется равенство $\mathbf{V} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = V_0 \frac{dV_0}{dt}$, то скорость изменения энергии заряда представляется выражением

$$\frac{dV_0}{dt} = \frac{e}{m} \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}}{V_0}. \quad (9.4)$$

Это выражение тождественно соответствующему выражению изменения энергии (8.6), полученному для силы Лоренца (8.5). Но это тождество справедливо лишь в ИСО S_0 .

Возникает вопрос – сохраняется ли форма силы Лоренца в движущихся системах? Для получения ответа производится трансформацию выражений (9.3) и (9.4) из ИСО S_0 в ИСО S_u согласно следующим выражениям

$$dW_0 = U_0 dV_0 - \mathbf{U} \cdot d\mathbf{V}, \quad d\mathbf{W}_v = d\mathbf{V} - \mathbf{U} \frac{dV_0 + dW_0}{1+U_0}.$$

Здесь 4-вектор W относительной скорости движения заряда в ИСО S_u определяется выражениями (1.7).

$$\begin{aligned} \frac{dW_0}{dt_u} &= \frac{e}{mW_0} (U_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{V} - V_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{U} \cdot [\mathbf{V}\mathbf{H}]), \\ \frac{d\mathbf{W}_v}{dt_u} &= \frac{e}{mW_0} \left(V_0 \mathbf{E} + [\mathbf{V}\mathbf{H}] + \mathbf{U} \frac{\mathbf{U} \cdot (V_0 \mathbf{E} + [\mathbf{V}\mathbf{H}])}{1+U_0} - \mathbf{U} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{V}) \right) \end{aligned} \quad (9.5)$$

Здесь следует учитывать, что в лабораторной системе наблюдаются поля \mathbf{E}_u и \mathbf{H}_u , а не \mathbf{E} и \mathbf{H} . Переход от векторов электрического и магнитного полей, наблюдаемых в ИСО S_0 , к векторам полей, наблюдаемых в ИСО S_u , определяется выражениями (8.3).

Производная dV_0/dt определяет скорость изменение абсолютной энергии частицы, тогда как производная dW_0/dt соответствует изменению энергии относительного движения. Значения и той и другой зависят как от абсолютной, так и относительной скорости движения частицы.

1.10. Масса, энергия покоя и энергия движения

Как указывалось выше, компоненты 4-вектора энергии-импульса определяются выражениями $P_0 = mc^2V_0$, $\mathbf{P} = mc\mathbf{V}$. В механике Ньютона энергия и импульс движения определяется формулами $mv^2/2, mv$. Масса считается не зависящей от скорости как в релятивистском представлении энергии-импульса, так и в механике Ньютона. Релятивистское выражение энергии представляется суммой энергии покоя и энергии, соответствующей движению частицы, т.е.

$$P_0 = \tilde{P}_0 + mc^2; \tilde{P}_0 = mc^2(V_0 - 1). \quad (10.1)$$

В свою очередь энергию движения можно представить суммой кинетической энергии Ньютона и энергии, полученной частицей в результате сокращения Фитцджеральда-Лоренца,

$$\tilde{P}_0 = P_N + P_{F-L}; P_N = \frac{mv^2}{2}, P_{F-L} = mc^2 \left(V_0 - \frac{3}{2} \right). \quad (10.2)$$

Доля энергии P_{F-L} в общей энергии частицы при $V_0 > 2$ определяется выражением $\frac{P_{F-L}}{\tilde{P}_0} = 1 - \frac{1}{2(V_0 - 1)}$. При $V_0 = 2$ энергии движения частицы будет равна энергии заключенной в сокращении Фитцджеральда-Лоренца. Согласно результатам, представленным в § 7, при термодинамическом равновесии ансамбля частиц, движущихся с релятивистской скоростью при $V_0 \rightarrow \infty$ средняя энергия частиц $\langle E \rangle \rightarrow 3kT$. Поскольку в этом случае выполняется неравенство $P_N \ll P_{F-L}$, то значение энергии $3kT$ обеспечивается в основном сокращением Фитцджеральда-Лоренца. В случае, когда выполняется условие $V_0 \ll 1$, средняя энергия частиц $\langle E \rangle \cong 3kT/2$.

При термодинамическом равновесии функция распределения Больцмана энергии кинетического движения атомов имеет следующий вид: ~~$P(\varepsilon) = A \exp(-\varepsilon)$~~ . Здесь $\varepsilon = E/kT$ - безразмерная энергия атома, коэффициент A определяется условием нормировки

$$A \int_0^{\infty} \exp(-\varepsilon) V^2 dV = 1. \quad (10.3)$$

Для вычисления интеграла производится, замена переменных

$$\varepsilon = \varepsilon_0 x, \quad x = V_0 - 1, \quad \varepsilon_0 = \frac{mc^2}{kT}, \quad V^2 dV = (x+1) \sqrt{x(x+2)} dx.$$

В результате выражение (10.3) и формулы, определяющие $\langle \varepsilon \rangle$ и $\langle \varepsilon^2 \rangle$, принимают вид

$$A \int_0^{\infty} \exp(-\varepsilon_0 x) (x+1) \sqrt{x(x+2)} dx = 1. \quad (10.4)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 A \int_0^{\infty} \exp(-\varepsilon_0 x) x (x+1) \sqrt{x(x+2)} dx, \quad (10.5)$$

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \varepsilon_0^2 A \int_0^{\infty} \exp(-\varepsilon_0 x) x^2 (x+1) \sqrt{x(x+2)} dx.$$

Энтропия, соответствующая вероятности $P(\varepsilon)$, определяется выражением

$$H = - \int_0^{\infty} \ln(P(\varepsilon)) P(\varepsilon) (x+1) \sqrt{x(x+2)} dx = \langle \varepsilon \rangle - \ln(A). \quad (10.6)$$

Численный эксперимент показывает, что с точностью, определяемой ошибками вычисления, выполняется соотношение

$$\delta \langle \ln(A) \rangle / \delta \ln(\varepsilon_0) = \langle \varepsilon \rangle. \quad (10.7)$$

Согласно этому выражению тангенс угла наклона касательной к линии $\langle \ln A \rangle$ равен значению средней безразмерной энергии атома идеального газа. Для нерелятивистского газа средняя энергия равна $3/2kT$, соответственно $\langle \varepsilon \rangle = 3/2$. В релятивистском случае $\langle \varepsilon \rangle = 3$. Переход от релятивистского случая к нерелятивистскому происходит в диапазоне значений ε_0 [0.02, 50].

На рис.16 на левой панели представлены изменения значений следующих параметров: $\langle \varepsilon \rangle$, $\sigma^2 = (\langle \varepsilon^2 \rangle - \langle \varepsilon \rangle^2)$, и $Lg(H)$ в зависимости от значений $Lg(V_0 - 1)$.

Фактически в интервале значений ε_0 [0.02, 50] происходит фазовое изменение состояния идеального газа – релятивистская фаза сменяется нерелятивистской. Вне этого интервала значения средней энергии и квадрата энергии близки к своим асимптотическим значениям:

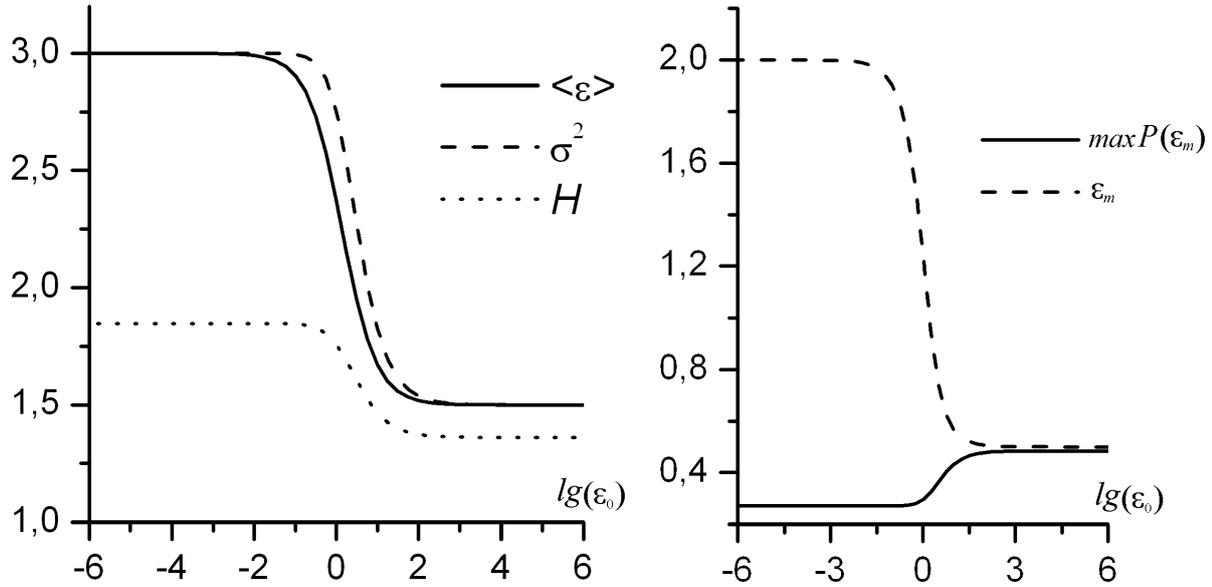


Рис.16 Левая панель отражает зависимость значения средней энергии, её дисперсии и энтропии от значения ε_0 , а правая панель отражает форму функции распределения $P(\varepsilon)$

1.11. Лоренц-инвариантность волнового уравнения

Волновое уравнение для 4-вектор потенциал электромагнитного поля A записывается в следующем виде:

$$\square A = -4\pi J, \quad (11.1)$$

где $\square = \square - \partial^2 / \partial t^2$ - оператор ∂ 'Аламбера, J - 4-вектор плотности электрического тока.

Оператор ∂ 'Аламбера является скалярным, поскольку определяется возведением в квадрат - оператора

$$D = (\partial / \partial t, \nabla), D^2 = \partial^2 / \partial t^2 - \Delta. \quad (11.2)$$

Выражение (10.1) определено для ИСО S_0 , в ИСО S_V оно имеет тот же вид. Что бы это показать, следует представить это выражение в виде системы из скалярного и 3-векторного выражений:

$$\begin{aligned} D^2 A_0 &= D_V^2 (V_0 A_{0,V} + \mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_V) = 4\pi (V_0 J_{0,V} + \mathbf{V} \mathbf{J}_V); \\ D^2 \mathbf{A} &= D_V^2 \left(\mathbf{A}_V + \mathbf{V} \left(\frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_V}{V_0 + 1} + A_{0,V} \right) \right) = 4\pi \left(\mathbf{J}_V + \mathbf{V} \left(\frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{J}_V}{V_0 + 1} + J_{0,V} \right) \right). \end{aligned} \quad (11.3)$$

Для приведения этой системы к стандартной форме волнового уравнения следует второе уравнение системы (10.3) умножить скалярно на 3-вектор \mathbf{V}/V_0 и результат вычесть из

первого уравнения. Затем первое уравнение умножить на вектор $\mathbf{V}/(V_0+1)$ и результат вычесть из нижнего уравнения. Эти операции приводят систему (10.3) к стандартному виду волнового уравнения в ИСО S_V .:

$$\begin{aligned} D_V^2 A_{0,V} &= 4\pi J_{0,V}; \\ D_V^2 \mathbf{A}_V &= 4\pi \mathbf{J}_V. \end{aligned} \quad (11.4)$$

Калибровочное соотношение Лоренца является скалярным выражением, оно получается в результате скалярного умножения дифференциального 4-оператора D на 4-вектор потенциал A . Но это скалярное умножение отличается от скалярного умножения 4-векторов заменой знака, т.е. если $X \cdot Y = X_0 \cdot Y_0 - \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}$, то $D \cdot A = D_0 \cdot A_0 + \mathbf{D} \cdot \mathbf{A}$. В привычных обозначениях последнее выражение представляет калибровку Лоренца:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \mathbf{A} = 0. \quad (11.5)$$

Замена знака – на знак + является следствием различия преобразований Лоренца 4-векторов и 4-операторов. Если $A_V = L(V)A$, $\partial \hat{t} D_V = L^{-1}(V)D$. Именно это различие между преобразованиями 4-векторов и 4-операторов является необходимым условием Лоренц-инвариантности калибровочного соотношения (11.5). Более того, скалярное произведение 4-оператора D на любой 4-вектор является Лоренц-инвариантным. Например, эффект Доплера, описанный в § 3 следует дополнить *калибровочным* соотношением для 4-вектора фазовой скорости Ω :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \mathbf{k} = 0. \quad (11.6)$$

Действительно, движение источника колебаний или наблюдателя относительно любой ИСО S приводит к нарушению стационарности наблюдаемой картины волнового возмущения. И наоборот, если источник и наблюдатель покоятся относительно друг друга, то нарушения стационарности не наблюдается.

Выводы к главе 1

1. Преобразования Лоренца между любыми ИСО определяются их абсолютными скоростями.

2. Энергия частиц, покоящихся относительно ИСО абсолютного покоя, отличаются от энергии движущихся частиц, как по значению, так и по форме. У движущейся частицы к энергии покоя добавляется энергия кинетического движения и энергия *упругости*, определяемая сокращением Фитцджеральда-Лоренца. При релятивистских скоростях энергия *упругости* становится доминирующей над другими формами энергии.

3. При преобразовании Лоренца 4-вектора энергии-импульса масса остаётся постоянной, трансформируются лишь компоненты 4-вектора скорости.

4. Для определения абсолютной скорости движения материальных тел необходимо измерить абсолютную скорость движения Солнечной системы. Возможность такого измерения описана в разделе.6.

5. 4-векторы X , определенные в ИСО S_0 , являются абсолютными; соответствующие им 4-векторы X_V в ИСО S_V определяются преобразованиями $X_V = L(V)X$ и являются относительными. Связь 4-векторов X_V и X_U определяются преобразованиями $X_U = L(U)L^{-1}(V)X_V$.

6. Поскольку 3-векторы напряженности электрического и магнитного поля определяются производными компонент 4-вектора потенциала, то следует различать абсолютные и относительные электромагнитные поля.

Высказывание Ньютона - «*Распознавание истинных движений* отдельных тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно», можно перефразировать следующим образом - «*Распознавание абсолютных электромагнитных полей* и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно». Кроме того, трудно отличить изменение формы движущихся тел от покоящихся.

1.12. Список литературы к Главе 1

1. Ньютон И, Математические начала натуральной философии, Наука, Москва, (1989).
2. Лорентц Г. А., Теория электронов и её применение к явлениям света и теплового излучения. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва (1956).
3. Пуанкаре А. О динамике электрона. Сборник работ классиков релятивизма под редакцией В.К. Фредерикса и Д.Д. Иваненко. ОНТИ, Ленинград. 1935. С. 51-129.
4. Уиттекер Э, История теории эфира и электричества, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевск (2001).
5. Thomas L. H. , Nature 117. (1926), p. 514.
6. Мёллер К. , Теория относительности, Второе издание, Атомиздат, Москва (1975).
7. Малыкин Г.Б.//УФН. 2006. — Т.176. — № 8. — С.865.
8. Сарычев В.Т.// Изв. Вузов. Физика, №9/2, (2008), С.116.
9. Минковский Г.// УФН, Т.69, № 2, (1959), С.303.
10. Лорентц Г. А., Интерференционный опыт Майкельсона. Сборник работ классиков релятивизма под редакцией В.К. Фредерикса и Д.Д. Иваненко. ОНТИ, Ленинград. 1935. С. 9-15.
11. Voigt W. Ueber das Doppler'sche Princip, (1887).
12. Дэвис П. Суперсила. Москва. «Мир». 1989.
- 13 Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. изд. тех.-теор. лит., 1955, с. 504.

14. Бом Д. Специальная теория относительности. М.: «Мир». 1967, с. 286.
15. Galileyskiy V.P., Sarychev V. T. Diurnal and annual variation of time delay of pulse signal at long distance// Proc. of SPIE Vol. 9680 96801E-4, <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/> on 11/20/2015
16. Смут Ш, Дж. //УФН. –2007. — Т.177. —№ 12. — С.1294.
- 17.Л. де Бройль Волны и кванты//УФН.– 1967. — Т. 93. — С. 178–180.
18. Л. де Бройль Кванты света, дифракция и интерференция // УФН.—1967 —Т. 93. — С. 180–181.
19. Л. де Бройль Кванты, кинетическая теория газов и принцип Ферма // УФН. — 1967. — Т. 93. — С. 182–183.
20. Л. де Бройль. Исследования по теории квантов // Вариационные принципы механики.— М.: Физматгиз, 1959. — С. 641–667.
21. Dirac P. A. M.// Proc. R. Soc. Lond. A. – 1938. – V. 167. – P. 148-169.
22. Больцман Л. Лекции по теории газов. М.: из-во Технико-теоретической литературы, 1953. – 554 с.
23. Синдж Д. Л. Релятивистский газ. М: Атомиздат. 1960
24. Шредингер Е. Статистическая термодинамика. М: ИЛ. 1948.
- 25 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Издание пятое. М: Наука. 1967
26. Альфвен Г., Фельдхаммар К.-Г. Космическая электродинамика. М: «Мир». 1967
27. Сарычев В. Т.// Изв. Вузов. Радиофизика. –2009. Т.52 –№12–с.996-1004.

ГЛАВА 2. ГРАВИТАЦИЯ

Время склоняет нас к неверию в то, будто сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия можно понять с помощью геометрии, и приводит к мысли, что слишком большой упор на геометрию может только затемнить связь между гравитацией и остальной физикой.

Стивен Вейнберг

В начале XX века теорию гравитационного взаимодействия материальных частиц заменила общая теория относительности (ОТО). Гравитация в этой теории была лишена статуса силового физического поля. Теория получила название ОТО потому, что явилась результатом следующей цепочки рассуждений. В СТО заменой переменных координата-время удалось сформировать мнение, что движение ИСО не влияет на форму представления физических законов. Следовательно, имеется возможность более сложной сменой координатных систем устранить гравитационное притяжение материальных тел. Идея, конечно, чрезвычайно оригинальная, но можно ли её считать единственной для создания теории гравитации?

В этой главе в классической постановке рассматривается стационарное гравитационное поле. На примере двух однородных по плотности сферических тел определяется гравитационный заряд. Для описания сильных гравитационных полей предлагается неоднородное нелинейное уравнение, где нелинейный член учитывает вклад поля в гравитационный заряд. Этот вклад определяется плотностью энергии гравитационного поля.

Начиная с Максвелла, вопрос о плотности энергии и плотности массы гравитационного поля поднимался неоднократно. Максвелл фактически стал заложником идеи, что «... всякая энергия по своему существу положительная». считал плотность энергии гравитационного поля отрицательной и Например, Логунов А.А. [1] полагает, что в общей теории относительности гравитационное поле лишено свойств физического поля Фарадея-Максвелла, а, следовательно, понятие плотности энергии для него не определено. Для ликвидации указанного недостатка теории Логунов предлагает свой аппарат, в котором допускает различие инертной и гравитационной масс тел.

В большинстве же работ считается, что отрицательный вклад гравитационного поля в эффективную массу учитывается автоматически при использовании метрики Шварцшильда, или любой другой метрики, подчиняющейся уравнениям Эйнштейна [2, 3]. Тем не менее, вопрос о распределении в пространстве энергии и массы гравитационного поля нельзя считать праздным.

Еще в 1893 г. Хевисайд писал (Appendix В в работе [4]), что наличие потока гравитационной энергии указывает на существование плотности этой энергии, которая локализуется в окрестности материальных тел, являющихся источником гравитационного поля. Хевисайд предлагает теорию гравитации строить по аналогии с электромагнитной теорией. Для описания гравитационного поля подобно векторам электромагнитного поля \mathbf{E} и \mathbf{H} он использует векторы \mathbf{e} и \mathbf{h} , подчиняющиеся системе уравнений, сходной с системой уравнений Максвелла. Роль источников гравитационного поля в этих уравнениях выполняет плотность вещества ρ и плотность тока $\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}$ обычной материи (здесь \mathbf{u} – скорость движения вещества относительно эфира). Хевисайд вводит понятие потенциальной энергии гравитационного поля, уменьшение плотности этой энергии он определяет выражением $ce^2/2$, где c – константа.

Во второй половине XX века к идее Хевисайда «максвеллизации» теории гравитации обратился Л. Бриллюэн [5]. Бриллюэн полагал, что уменьшение плотности энергии гравитационного поля должно сопровождаться уменьшением плотности вещества ρ . Для этого он вводит понятие плотности массы гравитационного поля, имеющей отрицательное значение

Ниже, эксплуатируя идеи Хевисайда и Бриллюэна, основанные на аналогии электростатики и гравистатики, в условиях сферической симметрии решаются задачи нахождения гравитационного поля при различных распределениях вещества в пространстве. Отличие заключается в определении заряда гравитационного поля: у Бриллюэна он отождествляется с массой, здесь же считается пропорциональным массе. Столь несущественное на первый взгляд различие приводит к новым качественным и количественным результатам.

Все выкладки проводятся для ИСО S_0 . Следуя терминологии Ньютона, эту систему имеет смысл называть абсолютной. Кроме того, абсолютными являются время, пространственные координаты, напряженность электромагнитного поля и соответствующую этому полю плотность энергии. Существование абсолютного является необходимым условием для определения основных понятий физики – энергии, импульса, массы, инерции. Подтверждение этого мнения есть цель предлагаемой работы.

2.1. Плотность массы гравитационного поля однородного шара

Полагается, что плотность гравитационного заряда определяется соотношением

$$q(\mathbf{r}) = \chi\rho(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

где χ - пока неопределённая константа, а $\rho(\mathbf{r})$ - плотность массы, соответствующая всем видам энергии, включая гравитационную.

Потенциал поля, индуцируемого этим распределением, удовлетворяет уравнению Пуассона, решение которого может быть записано в следующем виде

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int \frac{q(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'. \quad (2.2)$$

Для сферически симметричного случая

$$\varphi(r) = \frac{Q(r)}{r} + 4\pi \int_r^\infty q(r')r'dr'. \quad (2.3)$$

где $Q(r)$ - суммарный гравитационный заряд внутри сферы радиуса r .

В сферически симметричном случае радиальная компонента вектора напряженности гравитационного поля определяется выражением $E_r(r) = -\frac{d\varphi(r)}{dr}$. Плотность энергии гравитационного поля определяется подобно плотности энергии электромагнитного поля

$$W_g(r) = E_r^2(r)/8\pi. \quad (2.4)$$

Релятивистская механика отождествляет массу и энергию частиц в любых ИСО. В данном случае полагается, что источник гравитационного поля покоится в ИСО S_0 , а плотность гравитационного заряда определяется равенством

$$q(r) = \chi(\rho_0(r) + W_g(r)/c^2), \quad (2.5)$$

$\rho_0(r)$ - плотность масс, исключая плотность массы гравитационного поля.

Для однородного шара радиусом a и массой m полная энергия гравитационного поля находится интегрированием по всему пространству плотности энергии W_g . Поле считается слабым, если выполняется условие $|W_g| \ll \rho_0 c^2$. В приближении слабого поля решение уравнения Пуассона (1) для однородного шара имеет вид

$$\varphi(r) = \begin{cases} \chi m(3 - r^2/a^2)/2a, & r \leq a; \\ \chi m/r, & r \geq a. \end{cases} \quad (2.6)$$

Соответственно вектор гравитационного поля \mathbf{E}_g определяется выражением

$$\mathbf{E}_g(r) = \begin{cases} \chi m\mathbf{r}/a^3, & r \leq a; \\ \chi m\mathbf{r}/r^3, & r \geq a. \end{cases}$$

В результате интегрирования квадрата этого поля по всему пространству находится масса m_g , соответствующая энергии гравитационного поля,

$$m_g = 0.6 \frac{\chi^2 m^2}{ac^2}.$$

Лишь одна шестая часть этой массы сосредоточена внутри шара, а остальная часть распределена во внешнем пространстве с плотностью, убывающей по закону r^{-4} .

2.2. Система единиц

Ещё в начале века Г. Ми отмечал возможность упрощения систем единиц, если механические величины определить соответствующими электрическими величинами. В качестве основных размерных величин он предлагал использовать электрический заряд и электрический потенциал [6]. В предлагаемой работе в качестве основной размерной величины используется длина [L]. Переход к общепринятым единицам измерения можно осуществить, используя значения гравитационной постоянной и скорости света. Пусть для определённости эта система единиц называется электро-гравитационной (EG). Ниже приводится таблица размерности и переводных множителей основных единиц измерения.

Таблица 1

	EG	Множитель перевода	CGS
Время	1 см	c^{-1}	$0.333 \cdot 10^{-10}$ с
Масса	1 см	c^2/G	$1.348 \cdot 10^{28}$ г
Электрический заряд	1 см	$c^2/G^{1/2}$	$3.48 \cdot 10^{24}$ эл.ст.ед
Напряжен. Эл. поля	1 см^{-1}	$c^2/G^{1/2}$	$3.48 \cdot 10^{24}$ эл.ст.ед
Сила гравитационного взаимодействия	1 см^0	c^4/G	$1,21 \cdot 10^{49}$ дин
Постоянная Планка \hbar	$2.61 \cdot 10^{-66} \text{ см}^2$	$c^3/G=4.041 \cdot 10^{38}$	$1.0546 \cdot 10^{-27}$ эрг·с
Магнетон Бора	$2.665 \cdot 10^{-45} \text{ см}^2$ $\mu_B = \hbar e / 2m$	$c^2/G^{1/2}$	$9.27 \cdot 10^{-21}$ эрг/гаусс $\mu_B = \hbar e / 2mc$

Например, требуется заряд электрона выразить в сантиметрах. В электростатической системе единиц его величина равна $4,8 \cdot 10^{-10}$ [$\text{г}^{1/2} \text{см}^{3/2} \text{сек}^{-1}$], чтобы получить величину, измеряемую в сантиметрах, это значение следует умножить на корень квадратный из гравитационной постоянной и разделить на квадрат скорости света. В результате получим $e=1.38 \cdot 10^{-34}$ см. Эту чрезвычайно малую величину можно рассматривать как

электрический радиус электрона. Но существенно меньшее расстояние представляет масса электрона, значение которой в сантиметрах получается умножением значения массы в граммах на значение гравитационной постоянной и делением на квадрат скорости света. В результате получится $m_e=6.757 \cdot 10^{-56}$ см. Масса протона соответственно будет $m_p=1.24 \cdot 10^{-52}$ см. Далее будет показано, что эти чрезвычайно малые величины определяют характерные размеры полей, представляющих модели соответствующих частиц.

Как видно из таблицы масса, равная 1 см, является очень большой величиной. Поэтому систему единиц EGS удобно использовать в астрофизике. Пример подобного использования можно найти в работе [4]. Однако сантиметр далеко не астрофизическая единица массы. Обычно при решении астрофизических задач в качестве единицы массы используется масса Солнца. Массе Солнца соответствует единица длины $L = GM_{\odot} / c^2 = 1,477 \text{ км}$.

При численном решении задач, в которых переменные меняются в широком диапазоне, точность вычисления существенно зависит от выбора системы единиц. Механическое равновесие звезд и других объектов определяется уравнением $\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{\rho M(r)}{r^2}$. Если в качестве единицы длины в этом уравнении использовать L , то размерности входящих в уравнение величин будут следующими: $[P]=[\rho]=L^{-2}$, $[M]=[r]=L$. Назовём эту систему электро-гравитационная солнечная (EGS). Перевод значений этих величин между системами EGS и CGS представлен ниже.

Таблица 2

	EGS	множитель перевода	CGS
r	$1 L$	L	$1,477 \cdot 10^5 \text{ см}$
M	$1 L$	M_{\odot}	$1.9889 \cdot 10^{33} \text{ г}$
ρ	$1 L^{-2}$	M_{\odot} / L^3	$6.1726967 \cdot 10^{17} \text{ г/ см}^3$
P	$1 L^{-2}$	$c^2 M_{\odot} / L^3$	$5.547743 \cdot 10^{38} \text{ дин/см}^2$

2.3. Гравитационное взаимодействие двух шаров

Для определения коэффициента χ можно вычислить энергию гравитационного взаимодействия двух тел и приравнять её известной потенциальной энергии гравитационного взаимодействия механики. В приближении слабого поля, когда размеры тел много меньше расстояния между этими телами ($r_{1,2}$), это равенство представляется выражением

$$\chi^2 \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}} = - \frac{m_1 m_2}{r_{1,2}}. \quad (2.7)$$

Отсюда $\chi^2 = -1$. Это уравнение имеет два решения: $\chi = \pm i$. Следовательно, возможно существование частиц с противоположными знаками гравитационных зарядов. При этом частицы с одноименными гравитационными зарядами притягиваются, тогда как разноименные отталкиваются. Подобный характер взаимодействия обусловлен отрицательным значением плотности энергии гравитационного взаимодействия. Если эту плотность представлять выражением (4), то формально значение напряженности гравитационного поля следует считать мнимой величиной. Возникает предпосылка для объединения электромагнитного и гравитационного полей в единое поле, компоненты которого принимают комплексные значения. Однако это тема следующей главы.

2.4. Нелинейное уравнение гравитационного поля в стационарном случае

Пусть имеется сферически распределённая масса с плотностью $\rho_0(\mathbf{r})$ (исключая плотность массы гравитационного поля). Плотность гравитационного заряда $q(r)$ определяется выражением

$$q(\mathbf{r}) = \pm i (\rho_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_g^2(\mathbf{r}) / 8\pi). \quad (2.8)$$

Следовательно, в стационарном случае гравитационное поле будет определяться следующим нелинейным уравнением

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_g = \pm i 4\pi \rho_0(\mathbf{r}) \pm \frac{i}{2} \mathbf{E}_g^2. \quad (2.9)$$

Наличие двух знаков можно рассматривать как аргумент в пользу существования двух видов вещества. Одну из этих форм материи можно назвать веществом, а другую – антивеществом. Как указывалось выше, в силу мнимости гравитационного поля и различия знаков гравитационных зарядов частички вещества и антивещества будут взаимно отталкиваться.

Плотности гравитационного заряда соответствует интегральный гравитационный заряд $Q(\mathbf{r})$. В сферически симметричном случае эта величина определяется интегралом

$$Q(r) = 4\pi \int_0^r q(r') r'^2 dr'. \quad (2.10)$$

Не нарушая общности, можно считать направление вектора гравитационного поля вещества, занимающего сферический объем, совпадающим с нормалью к поверхности сферы, тогда как у вектора поля антивещества направление противоположное. Иными словами, знак дивергенции вектора напряженности гравитационное поле вещества

считается положительным, а у антивещества - отрицательным. Масса, соответствующая интегральному гравитационному заряду антивещества, так же будет отрицательной. Имеет смысл называть эту величину эффективной массой. Формулы, определяющие эффективные массы вещества и антивещества, следующие:

$$M_{eff}(r) = 4\pi \int_0^r \left(\rho(r') - \frac{M_{eff}^2(r')}{8\pi r'^4} \right) r'^2 dr', \quad M_{eff}(r) = 4\pi \int_0^r \left(\rho(r') + \frac{M_{eff}^2(r')}{8\pi r'^4} \right) r'^2 dr'. \quad (2.11)$$

В области, где плотность вещества или антивещества обращается в ноль, эффективные массы определяются нелинейными интегральными уравнениями, имеющими следующие аналитические решения

$$M_{eff}(r) = \frac{M_{eff}(\infty)r}{r - M_{eff}(\infty)/2}, \quad M_{eff}(\infty) > 0; \quad u \quad M_{eff}(r) = \frac{M_{eff}(\infty)r}{r + M_{eff}(\infty)/2}, \quad M_{eff}(\infty) < 0. \quad (2.12)$$

Согласно выражению (12) между значениями $M_{eff}(\infty)$ и $M_{eff}(r)$ существует взаимно однозначное соответствие. Действительно,

$$M_{eff}(\infty) = \frac{M_{eff}(r)r}{r + M_{eff}(r)/2}, \quad M_{eff}(r) > 0; \quad u \quad M_{eff}(\infty) = \frac{M_{eff}(r)r}{r - M_{eff}(r)/2}, \quad M_{eff}(r) < 0 \quad (2.13)$$

Следовательно, для определения эффективной массы и соответственно гравитационного поля по всему пространству достаточно найти её значения в пределах сферы $r < R$, где плотность вещества или антивещества отлична от нуля. Для решения этой задачи наряду с решением уравнений (11) необходимо решать уравнения равновесия давления и гравитационных сил. Эти уравнения могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{\rho(r)M_{eff}(r)}{r^2}, \quad \rho(r) > 0 \quad u \quad \frac{dP(r)}{dr} = \frac{\rho(r)M_{eff}(r)}{r^2}, \quad \rho(r) < 0. \quad (2.14)$$

Наблюдения указывают на существенную асимметрию содержания вещества и антивещества в нашей вселенной. Казалось бы, встреча вещества и антивещества должно сопровождаться взрывом с колоссальным выделением энергии. Вопрос о возможности регулирования темпов аннигиляции даже не рассматривался. Тем более, не предполагалось наличие антивещества внутри звёзд. Вместе с тем, выражения (14) и (11) допускают существования конфигурации объектов, состоящих как из вещества, так из антивещества, плотность которых в окрестности контакта поддерживается на низком постоянном уровне. В результате возникают условия, при которых процесс аннигиляции происходит с постоянной скоростью.

Средняя плотность вещества Солнца $\rho_{\odot} = 1.41 \text{ г/см}^3$. Если ядро Солнца состоит из антивещества, а оболочка из вещества, то средняя плотность определяется выражением

$$\rho_{\odot} = \left(R_{\text{я}}^3 \rho_{\text{я}} + (R_{\odot}^3 - R_{\text{я}}^3) \rho_o \right) / R_{\odot}^3$$

Здесь R_j - радиус ядра, ρ_j - средняя плотность антивещества ядра, ρ_o - средняя плотность вещества оболочки. Поскольку $\rho_j < 0$, а $\rho_o > 0$, то их абсолютные значения определяются значением R_j .

Количественные оценки параметров подобной модели требуют решения системы уравнений (11) и (14). Сначала создается модель ядра путем решения соответствующих антивеществу уравнений (11) и (14). В центре ядра $M_{eff}(0) = 0$. Плотность антивещества $\rho_j(0)$ является свободным параметром, который подбирается таким, чтобы $M_{eff}(\infty) = M_\odot$. Давление $P(0)$ определяется уравнением состояния, о котором речь пойдет ниже.

Оболочка считается подобным образом согласно соответствующих веществу выражений (11) и (14). Граничные условия задаются на сфере $r=R_j$. Как указывалось выше начальное значение $M_{eff}(R_j)$ равно конечному значению эффективной массы ядра. Давление и плотность вещества берутся с противоположными знаками относительно соответствующих конечных значений параметров антивещества ядра, т.е.

$$P_o(R_j) = -P_j(R_j), \rho_o(R_j) = -\rho_j(R_j).$$

Система уравнений (11) и (14) не является замкнутой. Для замыкания этой системы необходимо определить связь между давлением и плотностью, как вещества, так и антивещества, т. е. задать уравнение состояния. В астрофизике принято уравнение состояния вещества звёзд брать в политропной форме: $P = K\rho^\gamma$ [7, 8].

Политропная модель уравнения состояния не предполагает наличия постоянных интегрирования, тогда как уравнения механического равновесия требуют их наличия. Эта модель также не предполагает влияния архимедовых сил, формирующих распределение давления и плотности вещества внутри звезды. Т.е. политропная модель предполагает однородность звезды по химическому составу. Действительно, в солнечном ветре относительное содержание тяжелых элементов весьма низкое, но это обстоятельство не означает, что внутри Солнца не может быть слоев, где содержание тяжелых элементов является преобладающим. Кроме того, политропная модель по определению предполагает постоянство теплоемкости вещества по всему объему звезды. Все эти обстоятельства вынуждают отказаться от политропной формы уравнения состояния в пользу выражения, которое далее называется «гиперболическое уравнение состояния».

В применяемой здесь системе единиц размерность давления совпадает с размерностью плотности вещества, что позволяет в качестве модели уравнения состояния вещества и антивещества использовать выражение равносторонней гиперболы:

$$(P + X_0)^2 - (\rho + Y_0)^2 = a^2 \quad (2.15)$$

Отсюда следует
$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{\rho + Y_0}{P + X_0} = \beta^2. \quad (2.16)$$

Здесь β – отношение скорости звука к скорости света, коэффициенты Y_0 и X_0 определяют положение на гиперболе начала отсчёта значений переменных ρ и P . Поскольку плотность антивещества берётся с отрицательным знаком, то и давление тоже имеет отрицательный знак.

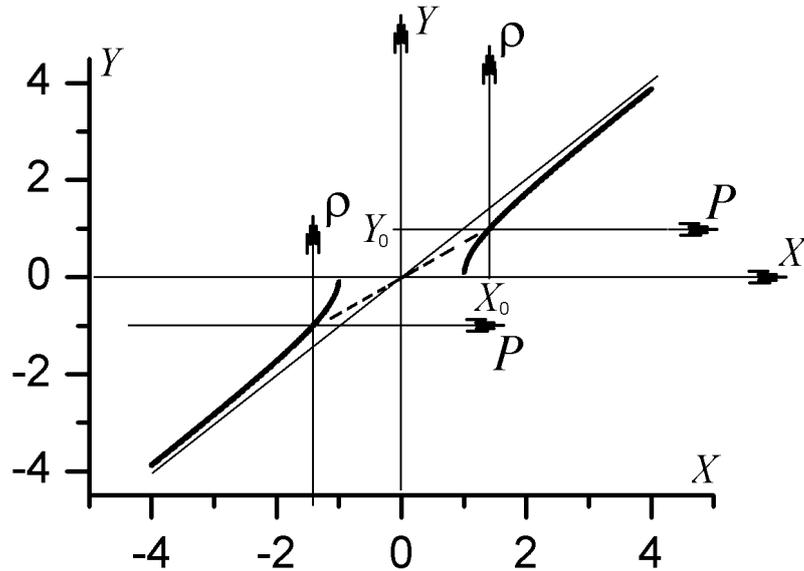


Рис. 15

Схема гиперболической модели представлена на Рис. 15. Левая нижняя ветвь гиперболы соответствует антивеществу, правая – веществу.

В пределе малых значений плотности ρ и давления P это выражение позволяет определить отношение коэффициентов Y_0 и X_0 :

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{Y_0}{X_0} = \beta_0^2 \text{ и } a^2 = X_0^2 - Y_0^2 = X_0^2(1 - \beta_0^4). \quad (2.17)$$

Здесь β_0 определяется температурой и химическим составом на внешней границе атмосферы звезды. Оценку значения этой величины можно проводить согласно выражению

$$\beta_0^2 = \frac{2kT}{mc^2}, \quad (2.18)$$

где k – постоянная Больцмана, T – эффективная температура фотосферы, m – средний атомный вес частиц газа фотосферы, c – скорость света. Для фотосферы Солнца, полагая $m=2 \cdot 10^{-24}$ г, имеем $\beta_0^2=4.43 \cdot 10^{-10}$

В сферически симметричном случае в отсутствие вращения гравитационное поле оболочки не проникает в область, занимаемую антивеществом. Это обстоятельство позволяет проводить расчет ядра автономно на основании решения уравнений

$$\frac{d\rho(r)}{dr} = \frac{\rho(r)M_{eff}(r)(P + X_0)}{r^2(\rho(r) + Y_0)}, \quad \frac{dM_{eff}(r)}{dr} = 4\pi\rho(r) + \frac{M_{eff}^2(r)}{2r^2}. \quad (2.19)$$

Здесь согласно (15) $(P + X_0) = -\sqrt{a^2 + (\rho + Y_0)^2}$.

2.5. Гиперболическая модель Солнца

Модель Солнца представляется ядром из антивещества и оболочкой из обычного вещества. Ветви гиперболы, соответствующие уравнениям состояния ядра и оболочки, должны быть симметричными. Как следует из выражения (17) эти ветви полностью определяются значениями параметров X_0 и Y_0 . Поэтому прежде чем решать уравнения (19), которыми определяется модель ядра, необходимо величинам X_0 и Y_0 присвоить определенные значения. Поскольку отношение этих величин равно значению β_0^2 , то необходимо лишь определить один из этих параметров. Как указывалось выше для модели Солнца значение $\beta_0^2 = 4.43 \cdot 10^{-10}$.

Система уравнений (19) решалась методом Рунге-Куты с использованием «двойной» точности. Использование двойной точности диктуется необходимостью учитывать широкий диапазон изменений значений плотности, давления и массы. Кроме того, все переменные в выражениях (19) приведены к безразмерному виду. Связь безразмерных величин с соответствующими размерными определяется следующими выражениями:

$$r = \frac{r'}{L}, \quad \rho = \rho' L^2 \frac{G}{c^2}, \quad P = P' L^2 G, \quad M_{eff}(r) = \frac{GM'_{eff}(r)}{c^2 L}, \quad L = \frac{GM'_\square}{c^2}. \quad (2.20)$$

Здесь слева в равенствах приводятся безразмерные переменные, а справа соответствующие размерные величины, помечены штрихом.

На рис. 16 приведены результаты вычисления плотности ядра и оболочки при следующих значениях безразмерных величин:

$$Y_0 = -10^{-20}, \quad \beta_0^2 = 4,43 \cdot 10^{-10}, \quad X_0 = Y_0 / \beta_0^2, \quad \rho(0) = -6,065787 \cdot 10^{-17}, \quad \varepsilon = -7 \cdot 10^{-27}. \quad (2.21)$$

Приводимая здесь величина ε играет роль порога плотности антивещества. Согласно (20) размерное $\varepsilon' = -4 \cdot 10^{-9} \text{ г/см}^3$.

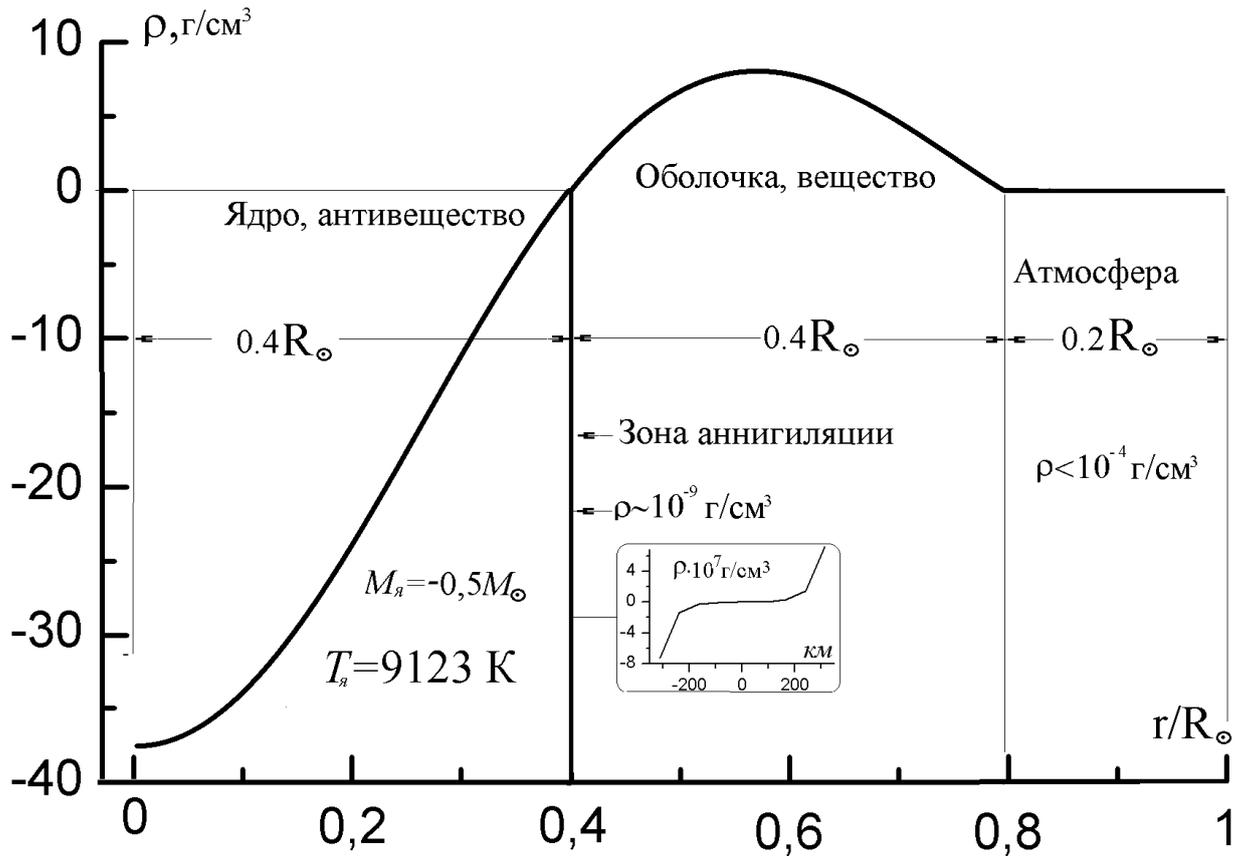


Рис. 16

Радиусом ядра $R_я$ считается то значение, при котором плотность обращается в ноль. Значение этого радиуса оценивается следующим образом. Пусть в процессе решения системы (19) возникает ситуация, когда выполняется следующее неравенство $\rho(r_{i-1}) < \varepsilon < \rho(r_i)$. Тогда $R_я = r_i + \Delta r$, где значение Δr находится из условия

$$\rho(R_я) = 0 = \rho(r_i) + \frac{\rho(r_i) - \rho(r_{i-1})}{r_i - r_{i-1}} \Delta r.$$

После нахождения радиуса ядра на следующем $i+1$ шаге программа приступает к построению модели оболочки, состоящей из вещества. Вместо системы (19), решается следующая система:

$$\frac{d\rho(r)}{dr} = -\frac{\rho(r)M_{eff}(r)(P + X_0)}{r^2(\rho(r) + Y_0)}, \quad \frac{dM_{eff}(r)}{dr} = 4\pi\rho(r) - \frac{M_{eff}^2(r)}{2r^2}. \quad (2.22)$$

Граничные условия для оболочки определяются выражениями

$$r_{i+1} = r_i + 2\Delta r, \quad \rho(r_{i+1}) = -\rho(r_i), \quad M_{eff}(r_{i+1}) = M_{eff}(r_i) + \frac{M_{eff}^2(r_i)}{2R_я^2} \Delta r. \quad (2.23)$$

Поскольку уравнение состояния вещества оболочки определяется верхней ветвью гиперболы у величин X_0 и Y_0 отрицательный знак меняется на положительный. Полосу шириной $2\Delta r$ условно можно назвать зоной аннигиляции. Строгое определение этой зоны, разумеется, требуют специального исследования. Грубую оценку размеров этой области можно получить, вычисляя длину свободного пробега частиц согласно выражению $\lambda = m / \rho \sigma_a$. Здесь m - масса протона, ρ - плотность материи в зоне аннигиляции, σ_a - сечение аннигиляции. На рис. 5 в зоне контакта вещества и антивещества наблюдается «полочка» шириной ~ 500 км, где плотность имеет значение $\sim \pm 10^{-8} \text{ г/см}^3$. При значении $\sigma_a \approx 10^{-24} \text{ см}^2$ длина свободного пробега здесь будет близка к размерам этой зоны.

На рис. 6 приведены результаты расчета M_{eff} (левая панель) и давления P (правая панель). Выражение (11) определяют эффективную массу объектов состоящих из одного сорта материи. Если ядро звезды состоит из антивещества, а оболочка из вещества, то M_{eff} определяется следующими интегралами

$$M_{eff}(r) = 4\pi \int_0^r \left(\rho(r') + \frac{M_{eff}^2(r')}{8\pi r'^4} \right) r'^2 dr', \quad r < R_{я};$$

$$M_{eff}(r) = M_{eff}(R_{я}) + 4\pi \int_{R_{я}}^r \left(\rho(r') - \frac{M_{eff}^2(r')}{8\pi r'^4} \right) r'^2 dr', \quad r > R_{я}.$$
(23)

Оказалось, что при $r = R_{я} = 0.396563R_{\square}$ эффективная масса принимает минимальное значение: $M_{eff} = -0.50159M_{\square}$. С увеличением радиуса ее значение уменьшается по абсолютной величине и обращается в 0 при $r = 0.5686R_{\square}$. На поверхности этой сферы плотность вещества оболочки достигает своего максимального значения: $\rho(r) = 8.05 \text{ г/см}^3$. Здесь же своего максимального значения достигает давление: $P(r) = 4.176 \cdot 10^9 \text{ бар}$. Ситуация на первый взгляд выглядит необычной – напряженность гравитационного поля на поверхности этой сферы равна нулю, а давление, т.е. вес столба вещества над единицей поверхности, имеет максимальное значение. Однако ничего необычного здесь нет. Действительно, показание пружинных весов здесь бы совпадали со значением давления. Но само давление является результатом интегрирования гравитационной силы, действующей на каждый элемент столба вещества, расположенного над поверхностью сферы. Интегрирование предполагает наличие постоянных интегрирований в решении, что оправдывает появление параметров X_0 и Y_0 в уравнениях состояния вещества и антивещества.

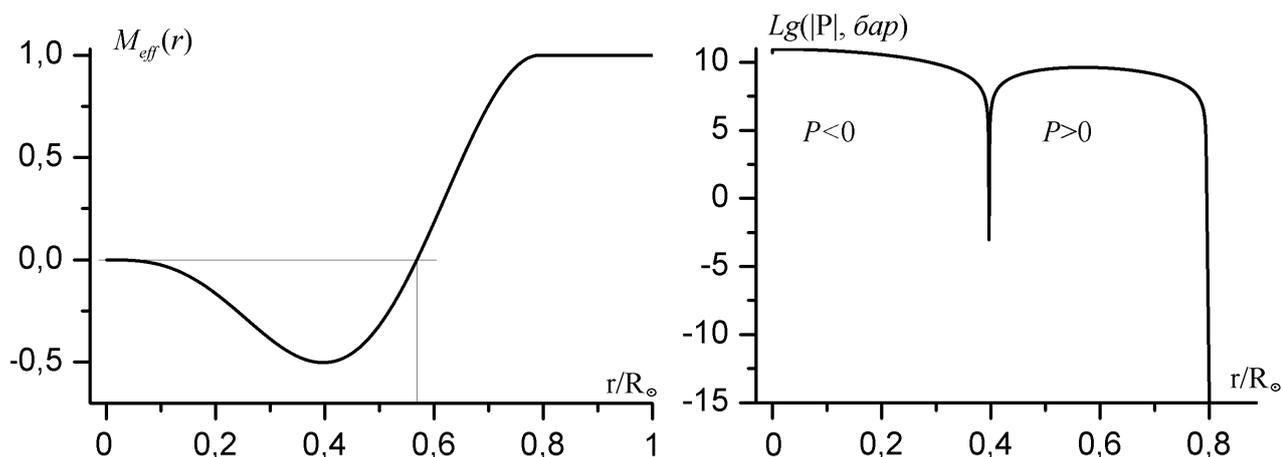


Рис. 17

На рисунке 16 область $r > 0.8 R_{\odot}$ называется атмосферой, поскольку здесь выполняется условие $\rho(r) < Y_0 = 0.006 \text{ г/см}^3$. Если быть точным, то это условие начинает выполняться при $r > 0.79445 R_{\odot}$. Выше этой сферы на 300 км значение плотности уменьшается на порядок. При $r = 0.85 R_{\odot}$ плотность уменьшается до немыслимо малых значений $\sim 10^{-173} \text{ г/см}^3$, тогда как плотность плазмы на поверхности Солнца составляет $\sim 2 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3$. Причина такого сильного различия наблюдаемой плотности и полученной в модели состоит в том, что в атмосфере Солнца доминируют электромагнитные силы, а не силы гравитации.

Веществом атмосферы Солнца является плазма, вмороженная в магнитное поле. Хотя считается, что магнитное поле вморожено в плазму. Вообще термин «вмороженная» - двусмыслен, пока не решена проблема природы космических магнитных полей. Кроме механизма гидромагнитного динамо никаких других механизмов генерации магнитного поля не предложено.

В работе [9] выдвигается гипотеза, согласно которой в атмосфере Солнца кроме обычного вещества имеются гипотетические частицы, обладающие собственным магнитным полем. Именно эти частицы, а не динамо-механизм формируют магнитные поля в атмосфере Солнца. Они же ответственны за корональные выбросы масс, «медленный» солнечный ветер и дифференциальное вращение атмосферы Солнца..

Основную свою работу эти объекты выполняют в атмосфере Солнца. Благодаря сильному магнитному полю эти частицы обладают собственными магнитосферами. Они переносят горячую в нижних слоях атмосферы плазму вверх, где эта плазма остывает за счёт теплового излучения. Остывание приводит к увеличению плотности плазмы, в результате чего объекты вместе со своими магнитосферами начинают тонуть. Утонув, они

начинают нагреваться оболочкой, приобретая положительную плавучесть, и снова в полярных широтах устремляются вверх.

Вообще процесс обмена тепловой энергией между плотной оболочкой и разреженной атмосферой является достаточно сложным и в то же время хорошо отлаженным механизмом. Гипотетические магнитные частицы вместе со своими магнитосферами группируются в солнечные пятна, которые движутся по вполне определенным траекториям. В фотосфере они движутся к экватору, теряя тепловую энергию. В результате этой потери вблизи экватора они начинают тонуть за счёт увеличения плотности. В нижней части атмосферы они движутся по поверхности оболочки от экватора к полюсам, нагреваясь в процессе движения, приобретая положительную плавучесть, что бы всплыть в королевских широтах.

Предлагаемая здесь модель тепловой машины радикально отличается от принятых в астрофизики теорий конвективного теплообмена в звездах. В этих теориях полагается, что конвекция поддерживает магнитную активность звезд – здесь же предлагается первичными считать магнитные явления. Они формируют и контролируют конвективные движения.

2.6. Стрелец A*

Стрелец A* (Sgr A*) располагается в центре Млечного Пути. В течение последних десятилетий этот объект находится в центре внимания как наблюдательной, так и теоретической астрономии. Sgr A* и его ближайшая окрестность наблюдаются в радиодиапазоне, рентгеновском и инфракрасном излучении. Подавляющее большинство астрономов считает этот объект черной дырой. Однако если гравитацию рассматривать как силовое поле в духе Фарадея, а не как искривление пространства-времени в стиле Эйнштейна, то черных дыр быть не должно.

Считается, что при объединении двух масс в одну возникает гравитационная волна, энергии которой соответствует дефект масс. Однако Хевисайд ещё в конце позапрошлого столетия говорил, что само гравитационное поле тяготеющих масс обладает отрицательной плотностью энергии. До Хевисайда об этом же говорил Максвелл. Это означает, что при сближении двух или большего количества масс суммарная масса их гравитационного поля увеличивается по абсолютному значению. При этом дефект масс локализуется как внутри тела, так и далеко за его пределами. Для локализации дефекта масс не требуется гравитационная волна. Дефект масс не уносится в пространство – основная его часть локализуется внутри тела и ближайшей его окрестности. Соответствующая этому дефекту масс энергия просто излучается в широком диапазоне частот, от радиочастот до частот гамма излучения.

Пример распределения энергии гравитационного поля однородного шара был приведен ранее в разделе 2.1. При любой массе вещества, сосредоточенной в определенном объеме, сингулярности не возникает. Когда речь заходит о сингулярности, то в первую очередь упоминается сингулярность типа $\left(r - \frac{2GM}{c^2}\right)^{-1}$. Почему то, эту сингулярность называют Шварцшильдской. По-моему, было бы правильней называть её Лапласовской. Именно Лапласу приписывается идея о существовании таких больших масс, что их гравитационное притяжение способно удержать даже свет. К сожалению, мне в «Изложение системы мира» Пьера Лапласа не удалось отыскать свидетельства в пользу этого мнения. Однако его суть сводится к следующему. Если атом света с массой m располагается на расстоянии r от центра такой большой массы M , что выполняется условие $\frac{mc^2}{2} < m \frac{GM}{r}$, то свет не сможет покинуть этот объект. Именно из этого условия следует, что $r < \frac{2GM}{c^2}$.

Что касается Шварцшильда, то в его работе [10] фигурирует метрический коэффициент $\left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1}$. У Шварцшильда α - постоянная интегрирования. Причем, в формуле (14), где фигурирует метрический коэффициент $\left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1}$, Шварцшильда показывает, что отношение α/r всегда меньше единицы. Он никогда не приравнял значение постоянной интегрирования отношению $\frac{2GM}{c^2}$. Тем более не указывал на наличие сингулярности в метрическом коэффициенте.

Первым, кому пришла в голову мысль определить значение постоянной α выражением $\alpha = \frac{2GM}{c^2}$, по-видимому, был А. Эдингтон [11]. В используемой мной системе единиц $\alpha = 2M$. Но знаменатель выражения (12) для эффективной массы вещества имеет вид $r - M_{eff}(\infty)/2$. Т.е., роль постоянная интегрирования выполняет величина $M_{eff}(\infty)/2$. Появление двойки в знаменателе, а не в числителе при определении α является следствием определения плотности массы гравитационного поля выражением (4). В силу физического и формального смысла величина $M_{eff}(\infty)/2$ никогда не может превзойти значение радиуса сферы, содержащей вещество звезды или другого астрономического объекта.

Более того, сингулярность не возникает и в случае, если гравитирующие объекты состоят из антивещества или включают в себя обе формы материи. Тень антивещества впервые появилась в уравнениях Клейна-Гордона, решения которого представлялись положительно и отрицательно частотными функциями. В явном виде антивещество появилось на сцене физической картины мира в работе П. Дирака [12].

Однако современные астрономические наблюдения не обнаруживают объекты, состоящие из антивещества. Теория Большого Взрыва столкнулась с проблемой асимметрии содержания материи в космосе – куда исчезло антивещество после Большого взрыва. Для его поиска создаются специальные приборы и проекты. В 1994 г. по инициативе NASA создаётся международный проект для поиска антивещества и темной материи в космосе. Проект именуется AMS (магнитный альфа спектрометр). В этом проекте участвуют 16 стран с трех континентов, 56 институтов, 600 ученых физиков. Стоимость проекта около двух миллиардов долларов. В 1998 г. на станции «Мир» кораблём «Дискавери» для этой задачи был доставлен прибор AMS-01 [13]. В 2011 на МКС установлен AMS-02. Запланированный срок службы прибора 3 года, но он продолжает работать до сих пор. Обнаружение увеличения доли позитронов с ростом их энергии можно считать один из основных результатов его службы [14, 15].

Известно, что Sgr A* окружен газопылевым облаком и системой молодых звезд, орбиты которых определяются гравитационным полем этого объекта [16, 17].

Ниже представлены результаты расчётов модели Sgr A*, которая строилась подобно модели Солнца на основе решения методом Рунге-Куты системы уравнений (22). На рис. 18 представлены профили плотности, эффективной массы и логарифм абсолютного значения давления, рассчитанные при следующих значениях основных параметров: эффективная масса $M_{eff}(\infty) = 4.3 \cdot 10^6 M_{\odot}$, плотность антивещества в центре Sgr A* $\rho(0) = -30791,28 \text{ г/см}^3$. Значения безразмерных параметров гиперболического уравнения состояния: $Y_0 = -10^{-6}$, $\beta_0^2 = 1,07 \cdot 10^{-6}$.

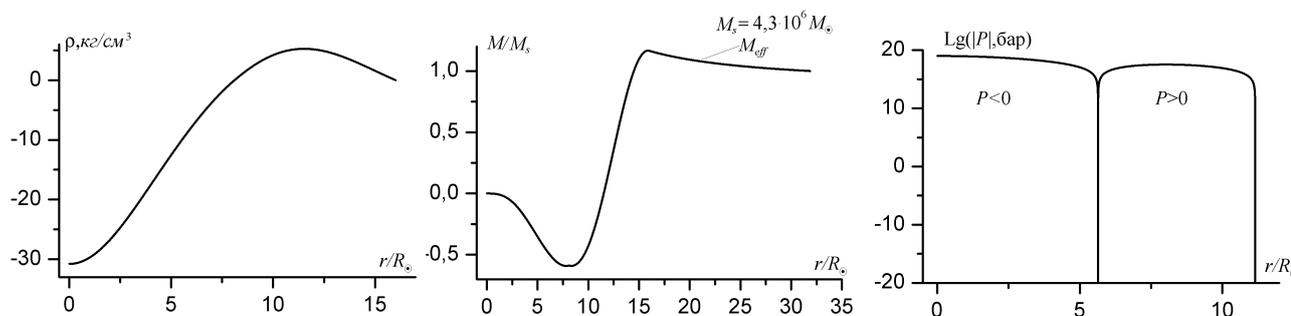


Рис.18

Для исследования зависимости параметров модели от значения эффективной массы были проведены вычисления при $M_{eff}(\infty) = 4.914 \cdot 10^6 M_{\odot}$. В этом случае $\rho(0) = -23577,32 \text{ г/см}^3$, а уравнение состояния определялось значениями параметров $Y_0 = -10^{-6}$, $\beta_0^2 = 9,32 \cdot 10^{-7}$. Именно эти значения параметров обеспечивали заданное асимптотическое значение $M_{eff}(\infty)$ при $r \rightarrow \infty$. Результаты вычисления представлены на рис. 19.

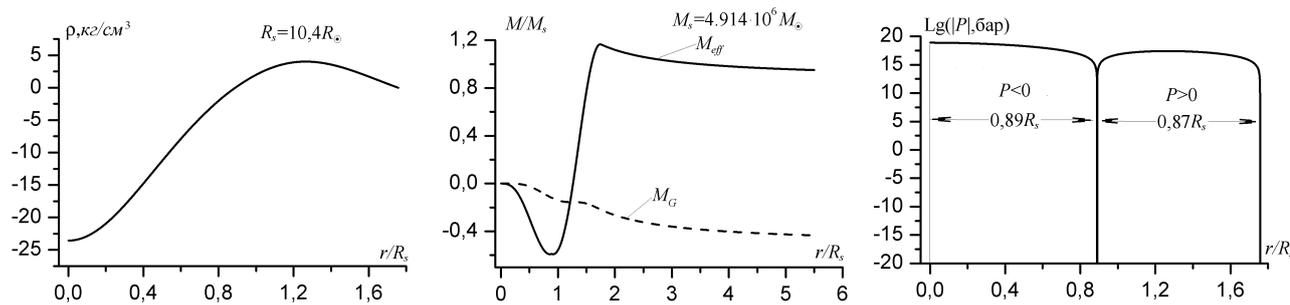


Рис.19

Как видно из графиков, увеличение массы на 11% привело к уменьшению на порядок размеров радиуса сферы, за пределами которой плотность вещества близка к нулю. Поскольку при этом значения отношения $r/M(\infty) = 1,6$, то согласно выражению (2.12) эффективная масса на поверхности этой сферы значение отношения масс $M(r)/M(\infty) = 1,39$.

2.7. Прецессия орбит планет

Эллиптические орбиты планет прецессируют. Прецессия орбиты любой планеты возникает из-за гравитационного притяжения Солнца и других планет солнечной системы. Обнаружение прецессии перигелия Урана позволило Ле Верье предсказать существование планеты, которая была открыта в 1846 г. и названа Нептуном [18].

Тема прецессии орбит планет стала популярной не только среди астрономов, но и среди физиков после появления статьи А. Эйнштейна «Объяснение движения перигелия Меркурия в общей теории относительности» [19]. В этой работе после ряда допущений и приближений получено выражение для угла смещения перигелия Меркурия за один оборот в следующем виде

$$\varepsilon = 3\pi \frac{\alpha}{a(1-e^2)}, \quad (2.24)$$

где a – большая полуось, e – эксцентриситет орбиты, α – ”постоянная, определяемая массой Солнца“.

Затем это выражение без дополнительных пояснений трансформируется в следующее:

$$\varepsilon = 2\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}. \quad (2.25)$$

Здесь T – сидерический год планеты, c скорость света.

Сразу же за выражением (25) следует фраза: - «Вычисление даёт для планеты Меркурия поворот перигелия на 43” в столетие, ...». Однако, если провести вычисление согласно приведенному выражению, то полученное значение прецессии будет в 12 раз меньше указанных 43” в столетие.

Следующая статья, посвященная прецессии перигелия Меркурия принадлежала К. Шварцшильду [17]. В этой работе приводится строгое решение уравнения Эйнштейна. Но это решение содержит постоянные интегрирования, рецепт вычисления которых Шварцшильд не приводит. Он указывает, что две константы α и ρ произвольны, следовательно, проблема является физически неопределенной. (Then the two constants α and ρ appear to remain arbitrary, hence the problem would be physically undetermined.)

Эта неопределенность не помешала А. Эддингтону метрический коэффициент Шварцшильда $\gamma = 1 - \alpha / r$ представить выражением $\gamma = 1 - 2m / r$, указав, что $2m$ является константой интегрирования [20]. А в следующем параграфе без какого-либо обоснования предлагать в качестве значения величины $2m$ использовать гравитационный радиус Солнца. С легкой руки Эддингтона метрический коэффициент $\gamma = 1 - 2m / r$ любого астрономического объекта в дальнейшем стал именоваться Шварцшильдовским.

В результате Эддингтон получает выражение (40.7) для прецессии орбиты в следующем виде:

$$\frac{\delta\pi}{\varphi} = \frac{12\pi^2 a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}.$$

При значении $\varphi = 2\pi$ символ $\delta\pi = \varepsilon$ и выражение Эддингтона примет вид

$$\varepsilon_{\text{Эдд}} = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}.$$

Т.е., перемещение перигелия орбиты планет за один оборот, вычисленное согласно формуле Эддингтона, будет в 12 раз больше, чем значение, соответствующее выражению (2.25).

Ньютоновские орбиты не имеют прецессии. Уравнение таких орбит в полярной системе координат, согласно Эддингтону, можно записать в следующем виде

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2}. \quad (2.26)$$

Здесь $u=1/r$, m – масса звезды, вокруг которой движется планета, $h=r^2 d\varphi/dt$ – постоянная интегрирования, соответствующая угловому моменту количества движения планеты. Для эллиптической траектории $h^2=ma(1-e^2)$. Эллиптическая форма траектории определяется решением уравнения (26), которое имеет вид $u = A + B \cos \varphi$. Отсюда следует стандартное выражение для эллипса:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}, \text{ где } p = A = \frac{m}{h^2}, e = \frac{B}{A}. \quad (2.27)$$

Выражение (26) предполагает, что планета движется в гравитационном поле, потенциал которого представляется выражением: $\Phi(u) = -mu$. С точки зрения теории Ньютона m представляет массу звезды, в гравитационном поле которой движется планета. Здесь вопросы не возникают. Они появляются, когда рассматривается выражение

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2} + 3mu^2, \quad (2.28)$$

согласно которому, Эддингтон ищет прецессию. Если соблюдать строгость, то вместо m здесь надо писать $\alpha/2$, где α – постоянная интегрирования, появляющаяся у Шварцшильда при решении уравнения c' [10]. Величина h так же является постоянной интегрирования. Она хоть и соответствует моменту количества движения планеты в гравитационном поле звезды, но её значение так же требует определения в рамках ОТО. Возможно, я ошибаюсь, но рецепт вычисления этих постоянных в рамках аппарата ОТО еще не создан.

Можно забыть историю появления выражения (28), а воспринимать его как уравнение движение планеты в гравитационном потенциальном поле звезды. Потенциал этого поля представляется выражением

$$\Phi(u) = -mu(1 + h^2 u^2). \quad (2.29)$$

Формально это решение будет таким же, как у Эддингтона. Но уже в своей постановке оно предполагает, что сила гравитационного притяжения состоит из двух компонент – одна $\sim r^{-2}$, а другая $\sim r^{-4}$, Если бы это бы так, то второй член себя давно бы обнаружил и не только в прецессии.

Закону гравитационного притяжения Ньютона соответствует потенциал $\Phi(u) = -mu$. Если учитывать плотность массы гравитационного поля, как это представляется в этой главе, то зависимость потенциала от обратного расстояния u будет представляться выражением

$$\Phi(u) = 2 \ln(1 - mu/2). \quad (2.30)$$

Т.о., имеются три вида потенциалов:

$$\Phi(u) = -u, \Phi(u) = -u(1 + h^2 u^2), \Phi(u) = 2 \ln(1 - u/2). \quad (2.31)$$

При нерелятивистском движении тела единичной массы в гравитационном поле, соответствующем этим потенциалам, его энергия определяется стандартно следующим выражением

$$E = \frac{1}{2} h^2 \left(\left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 + u^2 \right) + \Phi(u). \quad (2.32)$$

Все фигурирующие здесь переменные – безразмерные: $u = mu'$, $h = h'/m$.

(Штрихованные переменные – размерные величины) .

Дифференцирование выражения (32) для каждого из трех потенциалов позволяет получить следующие уравнения движения планет:

$$\begin{aligned} a) \quad & \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u - \frac{1}{h^2} = 0, \\ b) \quad & \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u - \frac{1}{h^2} - 3u^2 = 0, \\ c) \quad & \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u - \frac{1}{h^2(1-u/2)} = 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

При движении тела в потенциальном поле сохраняется не только энергия, но и момент количества движения. Этому моменту соответствует постоянная интегрирования h , которая определяется формулой:

$$h = \frac{d\varphi}{u^2 d\tau}, \quad d\tau = \frac{cdt}{m}. \quad (2.34)$$

Уравнение $a)$ имеет строгое решение: $u = A + B \cos \varphi$, которому соответствует эллиптическая траектория без прецессии осей эллипса. Что касается уравнения $b)$, то его решения Эддингтон предлагает искать методом последовательных приближений. В качестве исходного нулевого приближения используется строгое решение уравнения $a)$. В итоге на втором приближении после использования ряда допущений он получает выражение, позволяющее оценить смещение перигелия планет за один оборот орбитального движения. Использование 3-го закона Кеплера позволяет записать это выражение в следующем виде

$$\varepsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}. \quad (2.35)$$

Решение уравнения $c)$ можно получить, используя разложение в ряд Тейлора выражения $1/(1-u/2)$. Для планет Солнечной системы максимальное значение u_{max} определяется перигелием Меркурия, для которого $u_{max} = 3,2 \cdot 10^{-8}$. Столь малые значения u позволяют пренебречь в ряде Тейлора членами выше первого порядка. В результате уравнение $c)$ может быть заменено следующим выражением:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u \left(1 - \frac{1}{2h^2}\right) - \frac{1}{h^2} = 0 \quad (2.36)$$

Это уравнение имеет следующее строгое решение

$$u = \frac{1}{h^2} + \frac{e}{h^2} \cos \varphi', \quad \varphi' = \varphi \sqrt{1 - 1/2h^2}.$$

Соответственно траектория планеты представляет собой эллипс, радиус которого определяется выражением

$$r = \frac{h^2}{1 + e \cos \varphi'}. \quad (2.37)$$

Следовательно, постоянная интегрирования является фокальным параметром p эллипса, отсюда $h^2 = a(1 - e^2)$. Планета проходит перигелий, когда $\varphi'_n = 2n\pi$, $n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$. При этом исходный азимутальный угол определяется выражением $\varphi_n = 2n\pi / \sqrt{1 - 1/2h^2}$. Представляя это выражение рядом Тейлора и ограничиваясь первым членом разложения, имеем

$$\varphi_n = 2n\pi \left(1 + \frac{1}{4h^2}\right) = 2n\pi + \frac{n\pi}{4h^2}.$$

Т.о., поправка к прецессия перигелия планеты за n оборотов вокруг Солнца определяется выражением

$$\varepsilon_n = \frac{n\pi}{2h^2} = \frac{n\pi}{2a(1 - e^2)}. \quad (2.38)$$

Значение этой поправки в 12 раз меньше поправки предлагаемой релятивистской теорией. Для Меркурия выражение даёт значение $\varepsilon_n'' = 0.008616948378n$.

2.8. Орбиты звезды S2 SgtA* и Меркурия и их прецессии

Любой формализм оживает, когда он используется для конкретных расчётов. С одной стороны, расчеты позволяют глубже понять теорию, лежащую в их основе, с другой стороны, они могут вскрыть изъяны этой теории.

Предыдущий раздел о прецессии возник в результате исследования орбиты звезды S2. Методом Рунге-Кутты решалась следующая система уравнение движения звезды в безразмерном виде

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{d\tau} = -\frac{\mathbf{n}}{r(r-1/2)}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \boldsymbol{\beta}; \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (2.39)$$

Связь безразмерных величин r и τ с размерными определяется выражениями $r = r' / M(\infty)$, $d\tau = cdt / M(\infty)$. В отличие от уравнений Ньютона здесь в знаменателе появилась $1/2$. Появление этой величины обусловлено учетом массы гравитационного

поля. Именно эта $1/2$ вызывает прецессию периастра S2. Какой будет прецессия до начала счета, я не знал. Вид траектории то же не был известен. Единственная информация, которая использовалась для проведения счета, это период T обращения звезды вокруг перигелия и масса объекта, расположенного в перигелии. Согласно [16] $T=15,8$ лет, а масса оценивается значением $M(\infty) = 4.3 \cdot 10^6 M_{\odot}$.

Вычисления ведутся в декартовой системе координат. Перигелий располагается в начале системы координат. Ось Y выбирается вдоль линии периастр-перигелий. За начальную точку траектории S2 берётся периастр. Здесь $X=0$ и компонента скорости $\beta_Y=0$. Неизвестными остаются начальные значения $Y(0)$ и $\beta_X(0)$. Период обращения S2 вокруг перигелия T является функцией этих величин. Их значения находятся методом по координатного спуска к минимуму функционала $F = (T(Y_0, \beta_{X,0}) - 15,8)^2$.

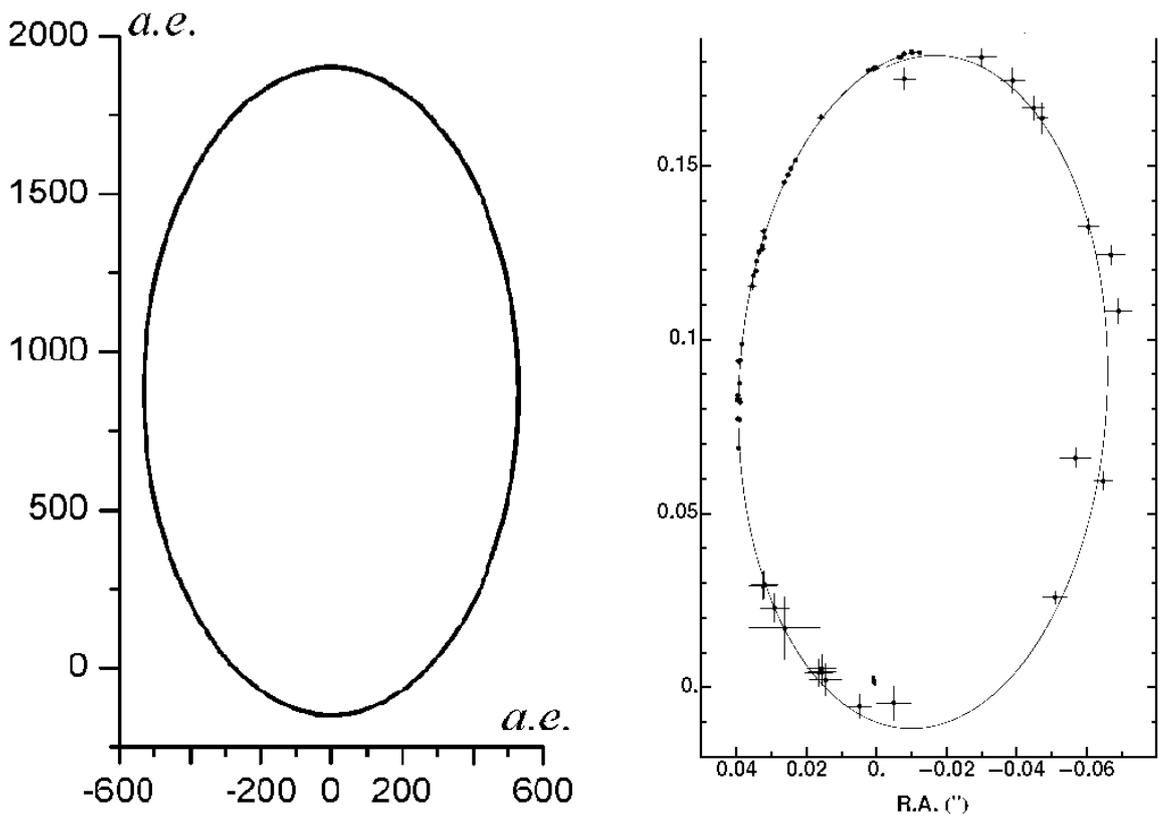


Рис. 20

На рис. 20 представлена траектория, полученная путем решения системы (2.39) (левая панель) при следующих начальных условиях $Y(0)=3478,03$ и $\beta_X=0,023101$. Период обращения S2 при этих условиях оказался равным 15,8015 лет. Для сравнения на правой панели приведен рисунок из работы [16].

Алгоритм Рунге-Куты решения системы (2.39) оказался достаточно устойчивым для того, чтобы можно было строить траекторию S2 длительностью несколько десятков

тысяч оборотов. При этом не обнаруживалось заметных накоплений ошибок вычисления. На рис. 21 представлен результат вычисления прецессии орбиты S2 за 20000 оборотов вокруг перицентра. Величина прецессии за один оборот составляет $0,95'$. Значение прецессии периастра S2, соответствующего потенциалу ОТО (выражение (29)), за один орбитальный период составляет уже $11'$.

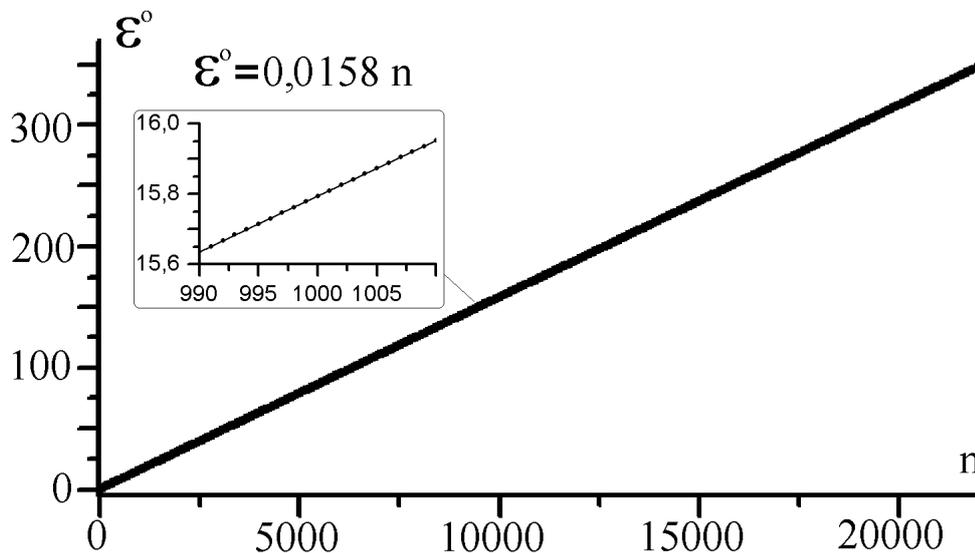


Рис. 21

Расследование вывело на работы: ле Верье [18], К. Шварцшильда [10], А. Эйнштейна [19] и А. Эддингтона [20]. У ле Верье вместо 43 секунд указываются 38 секунд. Эйнштейн без указания имён сообщает, что согласно астрономам значение прецессии перигелия Меркурия равно $45''$ за столетие. Следует учитывать, что речь идет лишь о поправках к значению прецессии орбиты Меркурия за счет отличия закона гравитационного притяжения от закона Ньютона. При этом противопоставляются две альтернативные теории.

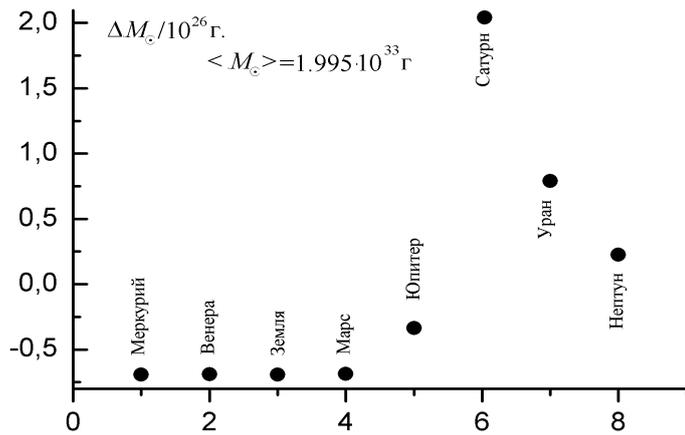
Аргументы при выборе более адекватной наблюдаемым траекториям планет теории не должны сводиться к оценке значения прецессии всего лишь одной планеты. Необходимо решать задачу многих тел. Современная вычислительная техника позволяет проводить подобные вычисления. Но для этого сначала нужно разработать корректные алгоритмы, в основу которых положены неоспоримые законы. К таким законам относятся закон сохранения энергии-импульса и момента количества движения.

2.9. Три альтернативы потенциальной функции гравитационного поля

Когда речь заходит о применимости ОТО при решении задач механики в первую очередь упоминается прецессия орбиты Меркурия. Но ведь ОТО предлагает теорию,

радикально отличающуюся от теории Ньютона. Следовательно, отличие траекторий планет, описываемых этими теориями, не должно сводиться только к прецессии. Кроме прецессии должны изменяться и другие параметры, определяющие орбиту Меркурия. Ниже приводятся результаты вычисления параметров орбит Меркурия и Земли, полученные непосредственным решением уравнений движения этих планет для трех потенциальных функций, представленных выражением (2.31).

Для расчета траекторий планет необходимо знать массу Солнца. Обычно масса



оценивается на основе третьего закона Кеплера, в котором фигурирует большая полуось орбиты и сидерический период обращения планеты вокруг Солнца. Оценки массы Солнца по Кеплеру для каждой из 8 планет солнечной системы дает разные значения. Это различие отражено на рисунке 22.

Рис. 22

Однако, если расчет траектории проводится непосредственно путем решения дифференциальных уравнений, то для согласования значений периода обращения Меркурия длины малой и большой полуосей орбит требуется масса, отличная от Кеплеровской.

В таблице 3 в первой строке приведены начальные данные, используемые для расчета орбиты Меркурия для вариантов потенциалов гравитационного поля a , b и c , представленных выражениями (31). Значения перигелия орбиты Меркурия брались равным 46001009 км. Конечные результаты, представленные в последних трех строках, получены усреднением за 1000 орбитальных оборотов Меркурия. Масса Солнца, которая обеспечивает согласие результатов расчета для варианта a) (Ньютоновский потенциал) с исходными данными оказалась равной $1.988567901591868 \cdot 10^{33} \text{ Г}$. По Кеплеру масса Солнца $1.98808864 \cdot 10^{33} \text{ Г}$

Таблица 3

	Исходные д.	Потенциал a)	Потенциал b)	Потенциал c)
a , км	57909227	57909225222,	$\Delta a = -7,1165$	$\Delta a = -3,17$
e	0.20563593	0.20563590987	$\Delta e = -9.757 \cdot 10^{-8}$	$\Delta e = -1.597 \cdot 10^{-8}$
ε''	-	0	0.10352	0.00863
T , с	7600521,6	$\Delta T = -0.1$	$\Delta T = -1.5017863$	$\Delta T = -0.2624$

В таблице 4 приведены результаты расчета орбиты Земли. Использовались те же алгоритмы и потенциалы, что и для Меркурия. Значения перигелия 147098290 км, масса Солнца, обеспечивающая наилучшее согласие результатов расчета для варианта а), равнялась $1.988568271276706 \cdot 10^{33}$ г., тогда как по Кеплеру должно быть $1.988568284743543 \cdot 10^{33}$ г.

Таблица 4

	Исходные д.	Потенциал а)	Потенциал б)	Потенциал с)
a , км	149598261	149598261	$\Delta a = -4,5822$	$\Delta a = -0.763639$
e	0.01671123	$\Delta e = 4 \cdot 10^{-10}$	$\Delta e = -3 \cdot 10^{-8}$	$\Delta e = -5 \cdot 10^{-9}$
ε''	-	0	0.03838	0.00321
T , с	$3.155815 \cdot 10^7$	$\Delta T = 0.1$	$\Delta T = 1.88664$	$\Delta T = 0.3169884$

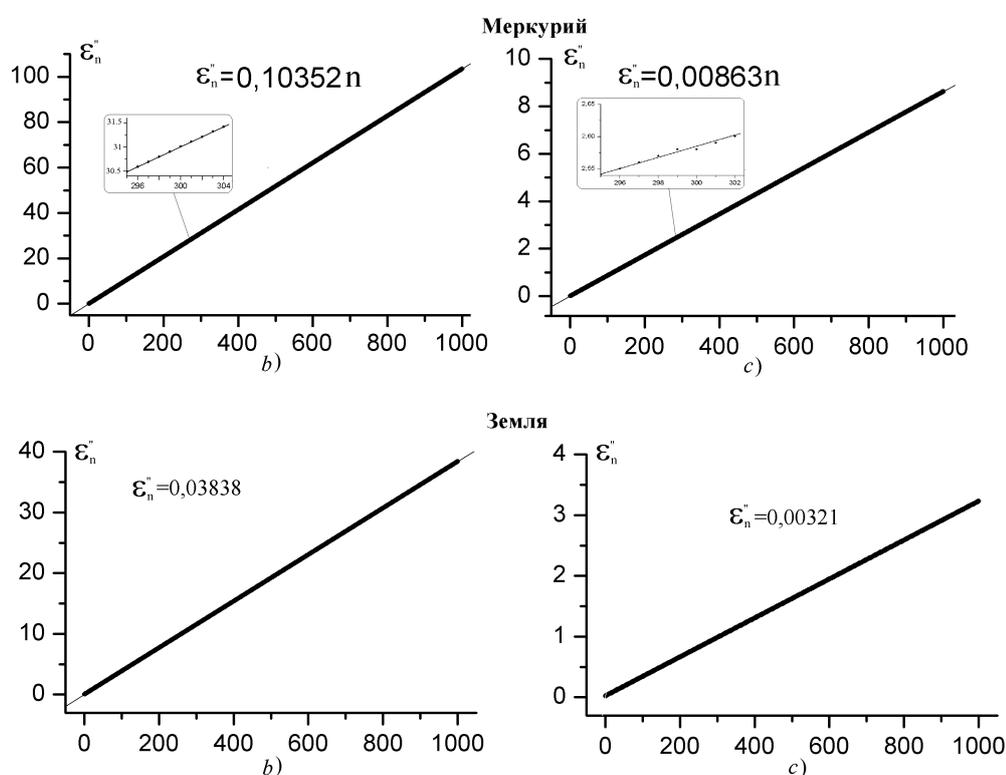


Рис. 23

На рис. 23 представлены результаты расчетов прецессии орбит Меркурия и Земли, полученные в результате численного решения дифференциальных уравнений (33) для версий гравитационного потенциала b и c . Значения прецессии для потенциал b в 12 раз превосходят соответствующие значения для потенциала c .

2.10. Белые карлики

Гиперболическое уравнение состояния, используемое для построения моделей Солнца и ядра Млечного пути, применимо для расчетов моделей других астрономических

объектов. В качестве примера ниже на рис.24 приводятся значения плотности, массы, давления и β^2 (выражение (2:16)). Масса белого карлика бралась равной массе Солнца, а радиус $R_w=6976,96\text{км}$.

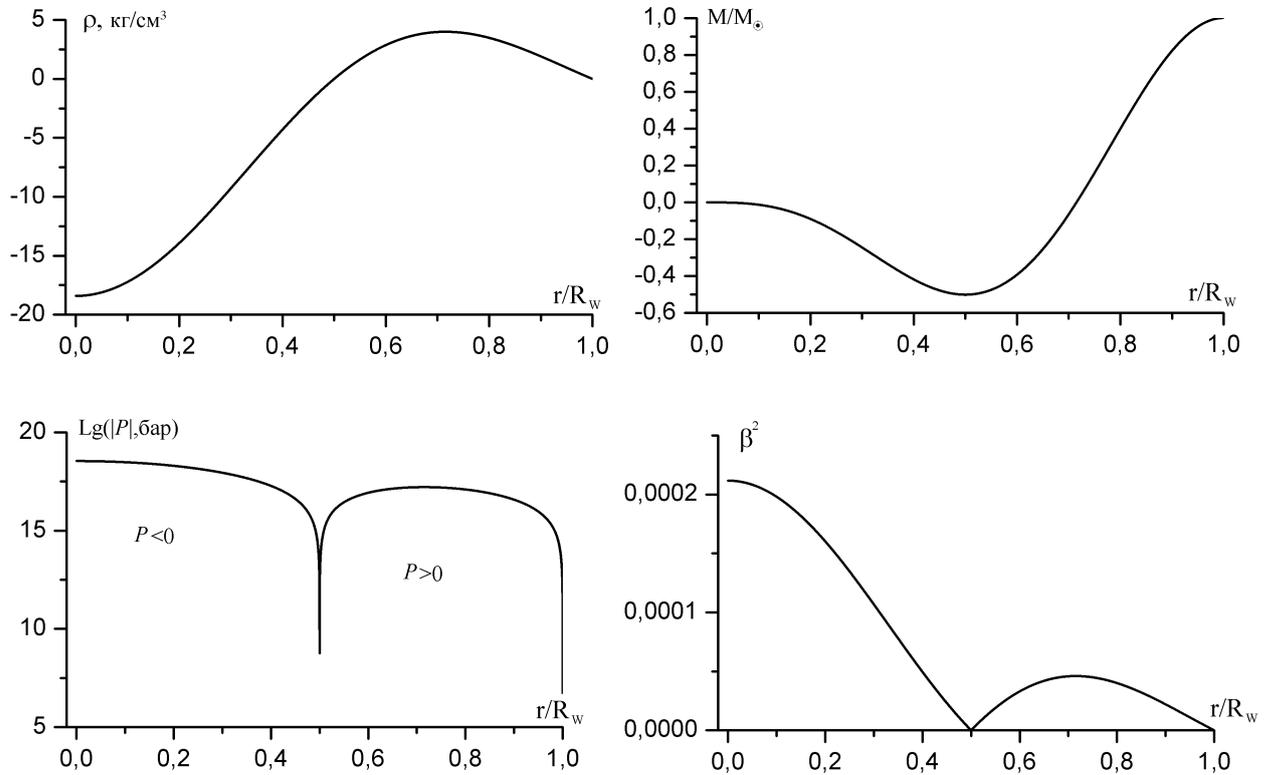


Рис. 24

Сравнение рисунков 18 и 24 иллюстрирует наличие подобия строения белых карликов и SgrA*.

2.11. Дыры – они чёрные или белые?

SgrA* принято считать чёрной дырой. 10 апреля 2019 г. по программе ЕНТ (Event Horizon Telescope Collaboration) были получены результаты наблюдения центра галактики М 87. По этим данным была создана картинка, которая якобы доказывает существование черных дыр. Что касается SgrA*, то исследования этого объекта скорее приведет к забвению идеи черных дыр, чем к подтверждению их существования.

Более 40 лет назад В. А. Амбарцумян [23] писал - «... в ядрах галактик явления активности едва ли могут быть объяснены наличием черной дыры в силу их повторяемости. К сожалению, до сих пор не было и серьёзных попыток объяснения явления периодической активности ядер галактики, исходя из представления о чёрных дырах.

А с другой стороны, наблюдаемые выбросы из ядер говорят о прямо противоположном процессе - об обогащении самой периферии галактик за счёт материала

ядер, а не наоборот. Это дало основание выдвинуть гипотезу о том, что на самом деле именно ядро создаёт вокруг себя галактику. в ядрах галактик явления активности едва ли могут быть объяснены наличием черной дыры в силу их повторяемости».

К настоящему времени объём результатов наблюдений, подтверждающих концепцию Амбарцумяна, существенно возрос. Тем не менее, его гипотеза о роли ядер в формировании галактик не получила широкого распространения..

Ниже предлагается модель компактного объекта, гравитационная масса которого бралась равной $4.3 \cdot 10^6 M_{\odot}$. Оценка массы осуществлялась по наблюдениям траекторий звёзд, вращающихся вокруг SgrA*. Значению этой массы в единицах длины соответствует радиус $R=6,35 \cdot 10^6$ км. Если эта масса сосредоточен в сфере радиуса R , то средняя плотность вещества буде $\rho=8018.418g/sm^3$ ($Lg= 3.904089$).

Оценка массы осуществлялась по наблюдениям траекторий звёзд, вращающихся вокруг SgrA*. Если оценку массы SgrA* производить с учётом плотности масс гравитационного поля, то необходимо использовать два типа масс: M_{∞} и M_{eff} . Значение первой массы не зависит от расстояния. Связь между значениями M_{∞} и M_{eff} определяется согласно выражению (2,12) следующей формулой

$$M_{eff}(r) = \frac{M_{\infty} r}{r - M_{\infty} / 2}. \quad (2.40)$$

Область применения этого выражения определяется условием $r > R$, где $M_{-}(R)$ радиус сферы, где значение M_{eff} представляется суммой двух масс:

$$M_{eff}(r) = M_{eff}(R) + M_{-}(r). \quad (2.41)$$

где $M_{-}(r)$ интегральная масса гравитационного поля в сферическом слое от R до r :

$$M_{-}(r) = -\frac{1}{2} \int_R^r \left(\frac{M_{\infty}}{r - M_{\infty} / 2} \right)^2 dr. \quad (2.42)$$

В свою очередь масса $M_{eff}(R)$ представляется суммой двух слагаемых противоположных знаков:

$$M_{eff}(R) = M_{+}(R) + M_{-}(R), \quad M_{+}(R) = 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr. \quad (2.43)$$

Эти выражения иллюстрируют, как гравитационное поле экранирует свои источники. Роль источников в данном случае играет масса $M_{+}(R)$, но само поле ослабляет этот источник. Это ослабление можно оценить решая нелинейное интегральное уравнение (2.11). Но эта процедура требует знание плотности материи ρ . В свою очередь эту плотность можно было бы оценить, решая дифференциальное уравнение, определяющее равновесие гравитационных сил и давления. Этот путь требует знания уравнения

состояния вещества, представляющего ядро галактик. Однако целью данного параграфа является оценка диапазона, который определяет интервал значений массы $M_+(R)$. В случае сферической симметрии эту задачу можно решить более простым способом, если определить массу гравитационного поля выражением, подобным (2.42). В этом выражении должно выполняться условие $M_\infty < 2R$. Если внутри сферы радиуса R для каждого значения r роль величины M_∞ будет выполнять произведение αr , то значение массы гравитационного поля $M_-(R)$ будет определяться выражением

$$M_- = -\frac{1}{2} \int_0^R \left(\frac{\alpha r}{r - \alpha r/2} \right)^2 dr = -\frac{R}{2} \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha/2)^2}; 0 < \alpha < 2. \quad (2.44)$$

Используя значение α в качестве параметра можно произвести оценку значений масс $M_{\text{eff}}(R)$, $M_+(R)$, и $M_-(R)$ в безразмерном виде, используя в качестве единицы массы значение M_∞ . Поскольку $M_\infty < 2R$, то можно определить M_∞ выражением $M_\infty = \alpha R$, где $0 < \alpha < 2$. Соответственно безразмерные значения $M_{\text{eff}}(\alpha)$, $M_+(\alpha)$, и $M_-(\alpha)$ будут определяться выражениями

$$M_{\text{eff}}(\alpha) = \frac{1}{(1 - \alpha/2)}, M_-(\alpha) = -\frac{\alpha}{2(1 - \alpha/2)^2}, M_+(\alpha) = \frac{1}{(1 - \alpha/2)} + -\frac{\alpha}{2(1 - \alpha/2)^2}. \quad (2.45)$$

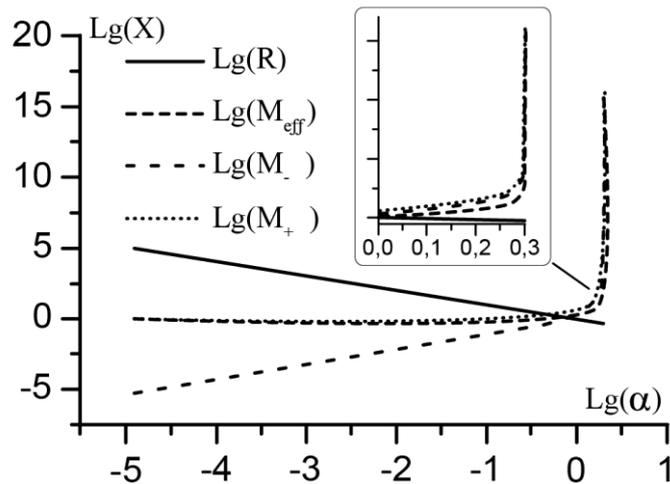


Рис. 25. По оси ординат представлены значения логарифмов радиуса R и трех 3-х форм масс в относительных единицах с нормировкой на значение массы M_∞ ,

На рисунке 25 эти функции представлены в логарифмическом масштабе в интервале значений α от $1.23 \cdot 10^{-5}$ до 1.999999998 .

Нормировка величин, приводимых на рисунке, проводилась согласно следующим выражениям:

$$R = M_{\infty} / \alpha, \langle \rho \rangle = 3M_{+} / 4\pi R^3 = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\alpha^3 (4 - \alpha)}{(2 - \alpha)^2 M_{\infty}^2} \right). \quad (2.46)$$

Источником гравитационного поля для вещества является реальная положительная плотность масс. Отрицательная плотность масс, определяемая плотностью энергии гравитационного поля, играет роль экрана. Для звёзд этот экран незначительно уменьшает наблюдаемую массу звезды $\sim 10^{-5}$.

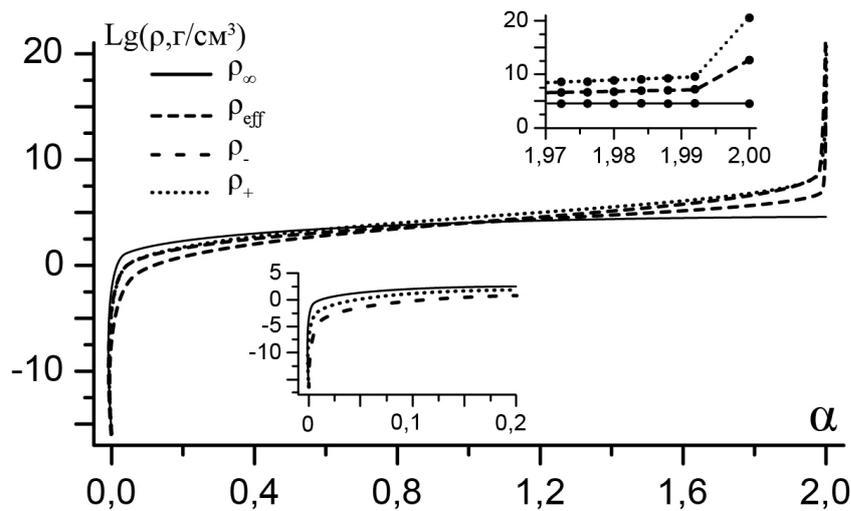


Рис. 26. По оси ординат представлены относительные значения логарифмов 4-х форм плотности масс для SgтA*.

В таблице 5 для сравнения приводятся значения средней плотности масс и размеров для трёх ядер галактик.

Таблица 5

	α	10^{-7}	0.5	1.	$2 \cdot 10^{-8}$
Sgt A*	$\rho, \text{г/см}^3$	$8,58 \cdot 10^{-13}$	1668,8	25748	$1,37 \cdot 10^{21}$
	R, а. е.	40932	0.082	0,041	0,02
3C 279	$\rho, \text{г/см}^3$	$2,31 \cdot 10^{-19}$	0,045	0,693	$3,7 \cdot 10^{16}$
	R, а. е.	7,89e+6	15,78	7,89	3,95
Holm 15 A	$\rho, \text{г/см}^3$	$9,2 \cdot 10^{-23}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$2,77 \cdot 10^{-4}$	$1,48 \cdot 10^3$
	R, а. е.	$3,945 \cdot 10^8$	789	394	197

2.12. Понятие массы

В 1961 была опубликована монография Макса Джеммера «CONCEPTS OF MASS in classical and modern physic». Русскоязычная версия книги была опубликована спустя 6 лет [22]. Как пишет автор в предисловия, «книга эта служит трем целям». «...Дать возможно

полное изложение исторического развития понятия массы». «Проведение ясного различия между инертной и гравитационной массой». Конечной целью монографии Джем считает дать адекватное представление тех трудностей, которые возникали в процессе формирования понятия массы.

Во введении Джеммер указывает, «что для элементарных курсов физики понятие массы является довольно трудным и запутанным». Более того, не существует «логически и научно бесспорного изложения этого понятия». Последний абзац монографии пессимистичен. *Современный физик с полным правом может гордиться своими эффектными достижениями в науке и технике. Однако он всегда должен сознавать, что фундамент его впечатляющего здания, основные понятия его науки, как например, понятие массы, опутаны серьёзными неопределённостями и приводящими в смущения трудностями, которые до сих пор не определены.*

60 лет спустя, после написания этих строк, значимых успехов в преодолении этих трудностей не видно. Наоборот, в физике наблюдается кризис идей. Создаётся впечатление, что её *впечатляющее здание* вообще не имеет фундамента и потому его может постигнуть участь системы Птолемея. Но сейчас трудно прогнозировать, когда произойдет замена старого здания новым. Наука весьма консервативна. «Великая научная идея редко внедряется путём постепенного убеждения и обращения своих противников, редко бывает, что «Саул становится Павлом». В действительности дело происходит так, что оппоненты постепенно вымирают, а растущее поколение с самого начала осваивается с новой идеей – пример того, что будущее принадлежит молодежи». (М. Планк, «Происхождение и влияние научных идей», доклад в Берлинском обществе немецких инженеров, 17 февраля 1933. [23].)

Планк несколько упрощает процессы возникновения и освоения великих научных идей. Цитированная фраза предполагает наличие творца и оппонентов новой идеи. Молодёжь фигурирует как потребитель новых идей. Возможно, Планк не предполагал подобной интерпретации его высказывания. Но она напрашивается. Например, идея Лоренца отождествить массу электрона с энергией его электрического поля не встретила возражения. Но и не получила развития. Создание квантовой теории и теории пространства и времени физики, особенно молодые, посчитали более престижным занятием.

Идея Лоренца «мыслить частички как некоторые местные изменения в состоянии эфира» выглядела не понятной и не интересной для его современников. Да и сам Лоренц оказался не готовым развивать эту идею. Он не сумел показать, что фигурирующая в его преобразованиях скорость является абсолютной. Кроме того, он не уяснил, что основное

свойство его преобразований заключается в сохранение скалярного произведения 4-векторов. Из этого свойства следует, что инертная масса движущихся частиц не зависит от скорости их движения. Действительно, согласно выражению (7.4) первой главы 4-вектор энергии-импульса материальной частицы представляется произведением массы на 4-вектор скорости. При преобразованиях Лоренца у этого произведения меняются лишь компоненты скорости, а масса, являясь скаляром, остаётся постоянной. Идея, что масса движущегося электрона зависит от скорости электрона, возникла в результате интерпретации экспериментов Кауфмана. Лоренц определял импульс как произведение массы на 3-вектор скорости. Эта ошибочная интерпретация в последующем перекочевала в СТО.

При использовании Лоренц-инвариантной формы представления 4-вектора энергии-импульса знаменитая формула $E = mc^2$, где m зависит от скорости, превращается в выражение $E = mc^2 V_0$, где m уже не зависит от скорости.

Гравитационная масса. Первый параграф этой главы начинается с определению гравитационного заряда. Это понятие вполне заменяет понятие гравитационная масса. При такой замене не появляется необходимость использовать определения активная и пассивная гравитационные массы.

Действительно, если учитывать влияние плотности энергии гравитационного поля на значение гравитационной массы, то скалярный потенциал этого поля можно определить выражением

$$\varphi = 2 \ln(1 - m/2r) \quad (2.47)$$

На примере гравитационного взаимодействия двух частиц с массами m_1 и m_2 можно показать, что эти массы можно рассматривать как инертные, активные и пассивные гравитационные. Пользуясь релятивистским определением импульса и энергии этих частиц выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 &= m_1 \mathbf{V}_1, E_1 = m_1 \left(V_{0,1} + 2 \ln \left(1 - \frac{m_2}{2r} \right) \right), \\ \mathbf{P}_2 &= m_2 \mathbf{V}_2, E_2 = m_2 \left(V_{0,2} + 2 \ln \left(1 - \frac{m_1}{2r} \right) \right), \end{aligned} \quad (2.48)$$

можно записать уравнения движения этих частиц в следующем виде

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d\mathbf{V}_1}{dt} &= \frac{m_1 m_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{r^2 (r - m_2/2)}, m_1 \frac{dV_{0,1}}{dt} = \frac{m_1 m_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{V}_1}{r^2 (r - m_2/2) V_{0,1}}, \\ m_2 \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} &= \frac{m_1 m_2 (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{r^2 (r - m_1/2)}, m_2 \frac{dV_{0,2}}{dt} = \frac{m_1 m_2 (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{V}_2}{r^2 (r - m_1/2) V_{0,2}}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Здесь массы частиц фигурируют как инертные, активные и пассивные гравитационные массы, расстояние между которыми определяется стандартно - $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. Однако сами уравнения не позволяют понять процесс возникновения дефекта масс.

Когда два легких ядра создают более тяжёлое ядро, при этом сумма масс исходных ядер оказывается больше массы конечного ядра, естественно возникает вопрос – где локализуется дефект масс? Считается, что дефект уносится излучением. Но фотоны не имеют массы, они могут уносить только энергию. отождествление энергии с массой – глубокое заблуждение, от которого физика рано или поздно избавится. Дефект масс, имея отрицательное значение, где то должен быть локализован в пространстве. В этой главе дефекта масс определялся квадратом напряженности гравитационного поля.

Выражение (2.47) определяющее скалярный потенциал гравитационного поля, являясь вещественным, не позволяет определить напряженность этого поля таким образом, чтобы квадрат напряженности гравитационного поля имел отрицательное значение. Если использовать определение гравитационного заряда выражением (2.8), то можно потенциал гравитационного поля частицы массой m для $r > 2m$ можно определить выражением

$$\varphi = 2i \ln(1 + iq/2r), \quad q = im. \quad (2.50)$$

При таком определении потенциала, напряженность гравитационного поля представляется выражением

$$\mathbf{E}_g = -\nabla\varphi = \frac{q\mathbf{r}}{r^2(r + iq/2)}. \quad (2.51)$$

При этом уравнения движения (2.49) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d\mathbf{V}_1}{dt} &= \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}}{r^2(r + iq_2/2)}, \quad m_1 \frac{dV_{0,1}}{dt} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r} \cdot \mathbf{V}_1}{r^2(r + iq_2/2)}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \\ m_2 \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} &= -\frac{q_2 q_1 \mathbf{r}}{r^2(r + iq_1/2)}, \quad m_2 \frac{dV_{0,2}}{dt} = -\frac{q_2 q_1 \mathbf{r} \cdot \mathbf{V}_2}{r^2(r + iq_1/2)}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Гравитационное поле \mathbf{E}_g удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_g = \frac{i}{2} \mathbf{E}_g^2. \quad (2.53)$$

Соответственно комплексно сопряженное поле, определяемое выражением

$$\mathbf{E}_g^* = \frac{q^* \mathbf{r}}{r^2(r - iq^*/2)} = \frac{-im\mathbf{r}}{r^2(r - m/2)}, \quad (2.54)$$

будет удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_g^* = -\frac{i}{2} \mathbf{E}_g^{*2}. \quad (2.55)$$

Таким образом, существуют два типа гравитационных полей и соответствующих им гравитационных зарядов, обладающих противоположными знаками. Заряды одного знака согласно выражениям (2.52) будут притягиваться, тогда как разноименные заряды будут отталкиваться. При этом как у частиц вещества, так и у частиц антивещества инертные массы положительные. Например, инертные массы у электрона положительные и равны друг другу, тогда как их гравитационные заряды имеют противоположные знаки: гравитационный заряд электрона q_e и позитрона q_p определяется выражениями $q_e = i \cdot m_e, q_p = -i \cdot m_e$.

Согласно выражению (2.8) плотности масс у вещества и антивещества являются суммой двух компонент с противоположными знаками. Отрицательная компонента представляется квадратом напряженности гравитационного поля. С этой компонентой, казалось бы, всё ясно. Наблюдая траекторию, пробной частицы с известной массой можно оценить гравитационный заряд источника гравитационного поля. Но выражения, определяющие траекторию пробной частицы, основываются на формулах (2.47) или (2.50), справедливость которых ограничена областью пространства, где выполняется условие $r > 2m$. Внутри этой области на значение напряженности гравитационного поля начинает оказывать влияние положительная компонента плотности масс. Именно учёт роли этой компоненты в формировании космических объектов являлся и до сих пор является одной из основных задач астрофизики. При решении этих задач используются точечные модели частиц материи.

2.13. Список литературы к Главе 2

1. Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации - М.:Наука, 1989.
2. Шапиро С., Тьюколски С. Чёрные дыры, белые карлики и нейтронные звёзды. М.: Мир, 1985.
3. Уилер Дж., Гаррисон Б., Вакано М., Торн К. Теория гравитации и гравитационный коллапс. М.: Мир, 1967.
4. Heaviside O., Electromagnetic theory, London: "The Electrician" printing and publishing company, limited. Vol.1. (1916).
5. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972.
6. Ми Г. Курс электричества и магнетизма, Одесса, 1912.
7. Соболев В.В. Курс теоретической астрофизики. М: Из-во «Наука», редакция физико-математической литературы 1967. с. 528.

8. Арп Х. К., Бербидж Дж., Бербидж М., Шварцшильд М. Происхождение и эволюция звёзд. М: ИЛ. 1962. с. 366.
9. Сарычев В. Т. Регрессионная модель солнечного ветра//Геомагнетизм и аэрономия.
10. Шварцшильд К. <http://arxiv.org/pdf/physics/9905030v1.pdf>
11. Эддингтон А. С. Теория относительности. ОНТИ Государственное научно-техническое издательство. Ленинград. 1934. с. 508.
12. Dirac P. A. M. The Quantum Theory of the Electron// Proc. R. Soc. Lond. A. 1928. Vol. 117. P.610
13. Галактионов Ю. В., Тинг С., Черноплеков Н.А. Поиски антивещества в космосе: проект АМС//Природа. 1999. № 12. С. 3-11.
14. Pohl M. Latest Results from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station// <http://de.arxiv.org/pdf/1412.2482v1>
15. Cholis I. and Hooper D. Dark matter and pulsar origins of the rising cosmic ray positron fraction in light of new data from AMS//<http://de.arxiv.org/pdf/1304.1840v2>
16. Reinhard G, Eisenhauer F. and Gillessen S..The Galactic Center massive black hole and nuclear star cluster//REVIEWS OF MODERN PHYSICS, VOLUME 82, OCTOBER–DECEMBER 2010
17. Gillessen S., Eisenhauer F., Trippe S., Alexander T., Genzel R., Martins F., and Ott T. //The Astrophysical Journal, 692:1075–1109, 2009 20
18. Le Verrier U. Théorie de mouvement de Mercure (фр.) // Ann. Observ. imp.. — 1859. — Vol. 5, P. 379—96.
19. Эйнштейн А. Собрания научных трудов в 4-х томах. М: «Наука». 1965. Т. 1. с. 700.
20. Эддингтон А. С. Математическая теория относительности. Государственное научно-техническое издательство Украины. Киев. 1933. с. 358.
21. Амбарцумян В.А. Загадки Вселенной. Москва. «Педагогика». 1987.
22. Джеммер М. Понятие массы в классической и современной физике. Издательство «Прогресс», Москва. 1967. с. 253.
23. Планк М Избранные труды, Наука. Москва. 1975.
24. GRAVITY Colaboration 2020. Detection of the Schwarzschild precession in the orbit of the star S2 t near the Galactic centre massive black hole// A&A. Letter to editor. 636, L5. 2020.
25. Mehrgan K., Thomas J., Saglia R, et al. A 40-billion solar mas black hole in the extreme core of Holm-15 A //Submitted to ApJ. arXiv:1907.10608 v2 [astro-ph.GA] 1 Dec 2019.
26. Kim et al. Event Horizon Telescope imaging of the archetypal blazar 3C 27

ГЛАВА 3. КОМПЛЕКСНОЕ ПОЛЕ

Which was first, Matter or Force?
If we think on this question,
we shall find, that we are unable
to conceive of matter without force,
or of force without matter.
W. Crookes

3.1. Силы и их источники

Действительно, что первично – материальные частица или силы взаимодействия между ними? Почему Уильям Крукс (редактор сборника популярных лекций Фарадея «On the of Nature Various Forces and their relation to each other») предисловие к сборнику начал с этого вопроса? Возможно, своим вопросом Крукс хотел определить направления исследований, которым Фарадей посвятил свою жизнь.

Результаты исследований М. Фарадея послужили для Максвелла базой для создания теории электромагнетизма. Его труды по теории электромагнитного поля опубликованы в трех главных статьях: “On Faraday's Lines of Force” (1855-1856), “On Physical Lines of Force”(1861-1862) и “A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field” (1864). Русскоязычная версия указанных работ содержится в избранных сочинениях по теории электромагнитного поля Дж. К. Максвелла [1].

Общий план создания теории электромагнитного поля представлен в первом абзаце статьи “О линиях сил Фарадея”. Максвелл пишет: - «... для успешного развития теории необходимо, прежде всего, упростить выводы прежних исследований и привести их к форме, наиболее доступной восприятию. Результаты такого упрощения могут быть представлены или чисто математической формулой или физической гипотезой». Указывая на достоинства и недостатки этих способов, он предлагает дополнительно использовать физическую аналогию: - «Под физической аналогией я разумею, то частное сходство между законами двух каких-нибудь областей науки, благодаря которому, одна является иллюстрацией для другой».

В своих исследованиях Максвелл придерживается физической гипотезы, «что имеется какая-то эфирная среда, заполняющая пространство и пронизывающая все тела, которая обладает способностью быть приводимой в движение, передавать это движение от одной своей части к другой и сообщать это движение плотной материи, нагревая её, и воздействуя на неё разнообразными способами». Для описания свойств этой среды он использует математический аппарат теории несжимаемой жидкости и теорию

потенциала. Экспериментальной базой теории являлись результаты исследований М. Фарадея. Достаточно полно история теории эфира и электричества представлена в одноименной монографии Э.Уиттекера [2].

Трудно найти объяснение, почему исследования, основанные на теории эфира, были внезапно прерваны. Идеи Фарадея, Максвелла, Томсона, Герца, Хевисайда, Лармора, Фицджеральда, Лоренца, Ми и многих других были скоропалительно преданы забвению в угоду идеям релятивизма, не имеющими достаточного теоретического и экспериментального обоснования.

Первоначально уравнений Максвелла содержали 20 переменных величин, определяемых 20 выражениями. Максвелл не использовал векторных обозначений. Эти обозначения были введены позже Г. Герцем и О. Хевисайдом. Лоренц при создании модели электрона использовал волновое уравнение:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2}\ddot{\phi} = -\rho, \Delta\mathbf{a} - \frac{1}{c^2}\ddot{\mathbf{a}} = -\frac{1}{c}\rho\mathbf{v}.$$

Лоренц инвариантная форма этих уравнений представляется следующим выражением:

$$\square A = -4\pi J, \quad (3.1)$$

где $\square = \square - \partial^2 / \partial t^2$ - оператор ∂^2 Адамбера, A - 4-вектор потенциал электромагнитного поля, $A_0 = \phi$ - скалярный потенциал, A_i - компоненты 3-вектора потенциала электромагнитного поля \mathbf{A} ($i=1, 2, 3$); J - 4-вектор плотности электрического тока, $J_0 = \rho$ - плотность электрического заряда, J_i - компоненты 3-вектора плотности электрического тока \mathbf{j} .

Левая часть выражения (3.1) определяет электромагнитное поле, т.е. силы, а правая часть - источники этой силы. Источники и силы в модели электрона Лоренца – первичные понятия. Лоренц указывает: - « никакие попытки свести идею заряда к идеям другого свойства не имеют места в настоящей теории». Лоренц предлагал «...мыслить частички материи как некоторые местные изменения в состоянии эфира» [3]. Он полагал, что это состояние определяется только электромагнитным полем и плотностью электрических зарядов. Гравитационное поле он считал вторичным по отношению к электромагнитному полю [4].

Тогда как О. Хевисайд ещё в 1893 г. усматривал аналогию между гравитацией и электромагнетизмом. Предлагал для описания гравитационных явлений уравнения, подобные уравнениям Максвелла [5].

Максвелла отпугивала отрицательная плотность энергии гравитационного поля. «Поскольку я не могу понять, каким образом, среда может обладать такими свойствами, я не могу идти дальше в этом направлении» - писал он в «Динамической теории электромагнитного поля». Тогда как, Хевисайд считал, что плотность энергии невозмущенного эфира положительна и столь велика, что добавка к ней отрицательной плотности энергии гравитационного поля не делает её отрицательной.

В опубликованных работах Хевисайда отсутствует идея объединения электромагнитной и гравитационной теорий. Он только предлагает для описания гравитационного поля уравнения, по форме аналогичные системе уравнений Максвелла. Отличие этих уравнений заключалось лишь в источниках поля. Источниками электромагнитного поля являлись электрические заряды и их токи, а источниками гравитационного поля Хевисайд предлагал считать плотность весомой материи и плотность токов этой материи.

В конце шестидесятых прошлого столетия Л. Бриллюэн пишет работу "Relativity reexamined", которая вышла в свет после смерти автора в 1970 г. Через два года перевод на русский язык этой работы был опубликован в СССР [6]. Пользуясь аналогией закона Кулона взаимодействия электрических зарядов и закона Ньютона гравитационного взаимодействия масс, Бриллюэн для описания гравитации предлагает использовать следующие классические формулы электростатики:

$$\mathbf{F} = -\nabla V, \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{F}, \nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi \rho_0,$$

где V – скалярный потенциал, \mathbf{F} – напряженность поля, \mathbf{D} – индукция, ρ_0 - плотность массы или плотность электрического заряда. Для обеспечения справедливости закона гравитации Ньютона Бриллюэн в качестве аналога диэлектрической проницаемости ϵ использует значение гравитационной постоянной $\epsilon_g = -1/G$.

Бриллюэн не решает вопроса, что первично силовые поля или их источники, он лишь приводит уравнения, устанавливающие связь между ними. Более того, он вводит дополнительно к положительной плотности масс отрицательную плотность масс

$U_g = \frac{D^2}{8\pi\epsilon}$. В результате для области, где $\rho_0=0$, получает нелинейное уравнение. Для

сферически симметричного случая это уравнение имеет строгое решение в следующей

форме: $D_r = \frac{m_i}{r(r - m_i/2)}$. Здесь m_i – полная масса источника гравитационного поля, её

значение совпадает со значением $M_{eff}(\infty)$, определенном выражением (2.13) предыдущей главы. В результате оказывается, что индукция гравитационного поля Бриллюэна и решение уравнения (2.9) второй главы совпадают по абсолютному значению: $D_r = iE_r$.

Как указывает Бриллюэн, его идеи получили развитие в работе Карстуа, который записал систему уравнений Максвелла для гравитации. Для этого Карстуа ввел понятие гравитационного вихря (аналог магнитного поля) и ввел гравитационную постоянную $\mu_g = -G/c^2$ (аналог магнитной восприимчивости μ). В уравнениях Максвелла электрические и магнитные поля представляются парами векторов: **D**, **E** и **B**, **H**. Связь между этими векторами определяется диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной восприимчивостью μ . Выбором системы единиц для электромагнитного поля в вакууме можно добиться равенства единице значений ϵ и μ . Поэтому использование для описания гравитационного поля постоянных ϵ_g и μ_g , предлагаемых Карстуа, выглядит несколько искусственным. Эти постоянные позволяют ставить знак равенства между массой частиц их гравитационным зарядом и энергией. Выбором системы единиц эти величины могут быть исключены из уравнения поля в вакууме.

3.2. Комплексное поле

Во времена Фарадея-Максвелла были известны три формы сил взаимодействия тел: электрическая, магнитная и гравитационная. Каждая материальная частичка, согласно представлениям Фарадея, Лоренца и многих других сторонников теории эфира, является сгустком одного общего поля – электромагнитного и гравитационного.

Проблемы, возникающие при попытках создать единую теорию поля, заключались в отсутствии идей по поводу природы источников электромагнитного и гравитационного полей. В работе [7] показана возможность объединить электромагнитное и гравитационное поля путем представления этих полей комплексными функциями. Предлагается единое поле определять комплексным 4-вектором потенциалом $A = A_e + iA_g$, где реальная часть определяет электромагнитное поле, а мнимая гравитационное. Напряженности векторов комплексного поля определяются стандартными формулами электродинамики:

$$\mathbf{E} = -\nabla A_0 - \partial \mathbf{A} / \partial t, \mathbf{H} = [\nabla \mathbf{A}]. \quad (3.2)$$

Модели материальных частиц предлагается создавать на основе волнового уравнения (3.1), в котором все переменные комплексные, а в ИСО S_0 роль источника выполняют компоненты комплексного 4-вектора Умова-Пойнтинга

$$J_0 = \frac{i}{8\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2), \quad \mathbf{J} = \frac{i}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}]. \quad (3.3)$$

Поскольку J_0 представляет плотность комплексного заряда, а \mathbf{J} – плотность комплексного тока, то комплексный заряд q материальной частицы и её вектор углового комплексного момента $\boldsymbol{\mu}$ представляются следующими интегралами

$$q = \frac{i}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) d\mathbf{r}, \mu = \frac{i}{4\pi} \int [\mathbf{r}[\mathbf{E}\mathbf{H}]] d\mathbf{r}. \quad (3.4)$$

В стационарном случае уравнение (3.1) трансформируется в следующую систему

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho = \frac{i}{2}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2), \operatorname{rot}\mathbf{H} = 4\pi\mathbf{j} = i[\mathbf{E}\mathbf{H}]. \quad (3.5)$$

Выражение (3.4) включает в себя закон – энергия равна mc^2 . В нем все прозрачно: масса является интегралом от разности квадратов напряженностей электромагнитного и гравитационного полей. Более того, выражение (3.4) определяет электрический заряд, магнитный момент и спин посредством интегралов от этих полей. Парадоксы, преследующие физику по поводу объяснения спина электрона, исчезают – наличия спина у электрона, протона и у других элементарных частиц не требуют движений со сверхсветовыми скоростями. Спин – это угловой момент вектора Умова-Пойнтинга, образованного из гравитационного и электромагнитного полей частицы.

Если в качестве единицы длины использовать $см$, то значения комплексного заряда, соответствующее значениям заряда и массы электрона, и комплексного углового момента, реальная часть которого представляет магнетон Бора, а мнимая спин электрона, будут следующими:

$$q[см] = -1,38 \cdot 10^{-34} + i6,76 \cdot 10^{-56}, \mu[см^2] = -2,66 \cdot 10^{-45} - i3,915 \cdot 10^{-66}. \quad (3a)$$

Однако для расчета полей, соответствующих приведенным значениям q и μ , удобно в качестве единицы длины использовать величину $l_B = 5.1575 \cdot 10^{-23} см$ (квадратный корень из реальной части μ). В этих единицах q и μ имеют следующие значения

$$q[l_B] = -2,68 \cdot 10^{-12} + i1,31 \cdot 10^{-33}, \mu[l_B^2] = 1 + i4,92 \cdot 10^{-22}. \quad (3b)$$

Далее представляются четыре варианта полевых моделей частиц, основанные на решениях системы уравнений (3.7). В первом варианте рассматривается модель частицы для случая сферической симметрии. Это самый простой случай, допускающий аналитическое решение. Поскольку поле \mathbf{H} по своей природе соленоидальное, то в данном варианте оно отсутствует.

В следующих трех варианта поле \mathbf{H} учитывается, но рассматриваются различные способы этого участия. В варианте 2 решение системы находится в предположении, что сферическая симметрия поля \mathbf{E} нарушается незначительно и система уравнений в частных производных может быть сведена к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям. В двух последних вариантах рассматриваются решения с осевой симметрией полей. В обоих случаях компоненты полей представляются рядом гармоник тригонометрических функций полярного угла θ . В одном варианте разлагаются в ряды непосредственно

компоненты поля \mathbf{E} и \mathbf{H} . В другом варианте система уравнений в частных производных сводится к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются численно.

3.3. Сферически симметричное решение

Когда $\mathbf{H}=0$, система (3.5) сводится к одному нелинейному уравнению в частных производных: $\text{div}\mathbf{E} = \frac{i}{2}\mathbf{E}^2$. У этого уравнения в случае сферической симметрии существует точное аналитическое решение следующего вида

$$E_r = \frac{q}{r(r+iq/2)} = \frac{e}{(r-m/2)^2 + e^2/4} + i \frac{m(r-\gamma)}{r((r-m/2)^2 + e^2/4)}, \gamma = \frac{e^2 + m^2}{2m}. \quad (3.6)$$

Здесь e и m постоянные интегрирования. При подстановке выражения (3.6) в подынтегральное выражение (3.4) и последующем интегрировании получается тождество. Причем, если отдельно вычислять энергии электрического ε_e и гравитационного полей ε_g , то получаются выражения, зависящие как от массы, так и от электрического заряда. Эти выражения имеют следующий вид

$$\varepsilon_e = m/2 + \frac{e^2 + m^2}{2|e|} \left(\frac{\pi}{2} + \text{arctg} \frac{m}{|e|} \right), \varepsilon_g = m/2 - \frac{e^2 + m^2}{2|e|} \left(\frac{\pi}{2} + \text{arc tg} \frac{m}{|e|} \right). \quad (3.7)$$

Здесь наблюдается эффект, подобный экранированию гравитационным полем своего источника. Действительно $M_{\text{eff}} = m = m_+ + m_- = \varepsilon_e + \varepsilon_g$. Но это не дефект масс, а скорее дефект энергий – масса частицы равна положительной энергии электрического поля плюс отрицательная энергия гравитационного поля.

Коэффициент γ , определяющий гравитационное поле, равен половине классического радиуса электрона. В данном случае этот коэффициент указывает радиус сферы, на поверхности которой гравитационное поле меняет знак. Соответственно здесь же происходит смена знака гравитационного заряда. Имеет места подобия модели Солнца с ядром из антивещества и модели электрона, в которой гравитационное поле в центральной области имеет противоположное направление относительно направления этого поля с наружи.

Пользуясь формулами (3.6) можно получить выражения реальной и мнимой частей плотности комплексного заряда:

$$4\pi\rho_e = \frac{em(r-\gamma)}{r((r-m/2)^2 + e^2/4)^2}, 8\pi\rho_g = \frac{e^2r^2 - m^2(r-\gamma)^2}{r^2((r-m/2)^2 + e^2/4)^2}. \quad (3.8)$$

Если у значения напряженности электрического поля знак сохраняется во всём пространстве, то знак плотности электрического заряда меняется на обратный при $r=\gamma$.

Значение напряженности гравитационного поля меняет знак тоже при $r=\gamma$, тогда как плотности гравитационного заряда меняет знак лишь при $r = \gamma \frac{m}{e-m} \approx \frac{e}{2}$.

Формулы оживают, когда они иллюстрируются числами. При выборе способа иллюстрации система единиц играет важную роль. Исторически физика формировалась из различных разделов науки, в каждой из которых существовала своя система единиц. Сейчас научные журналы требуют придерживаться системы СИ. В этой системе $e=1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а $m_e=9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, соответственно отношение $e/m_e=1.76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.. Сами по себе эти числа ни о чём не говорят.

В данной работе используется система, в которой все величины имеют размерности, степени единицы длины. Эта система представлена в предыдущей главе. Например заряд электрона и его масса в сантиметрах имеют следующие значения: $e=1.38 \cdot 10^{-34}$ см, $m_e=6.757 \cdot 10^{-56}$ см. Соответственно отношение этих величин является безразмерной величиной: $e/m_e=2 \cdot 10^{21}$, а значение $\gamma=1,4 \cdot 10^{-13}$ см, т.е равно половина классического радиуса электрона. Ниже в таблице 1 приводятся значения напряженностей электрического и гравитационного полей, которые определяются выражением (3.6), для ряда значений r .

Таблица 1

r , см	5.29 E-9	2.8E-13	1.4E-13	1 E-15	1,38 E-34	1 E-40	1 E-50
E_e см ⁻¹	4.93 E-18	1,76E-9	7E-9	1,38 E-4	5,8 E+33	2,9E+34	2,9E+34
E_g см ⁻¹	2,41 E-39	4,28E-31	0	-9 E-24	-2,9 E+33	-2 E+40	-2 E+50

Здесь наибольшее значение радиуса равно радиусу первой борховской орбиты. Из таблицы видно, что при $r < e$ значение напряженности электрического поля с уменьшением радиуса стремится к своему асимптотическому значению, которое согласно выражению (3.6) равно $4/e$. Тогда как при $r < e/2$ асимптотически значения напряженности гравитационного поля определяются выражением $E_g \approx -2i/r$.

3.4. Модель, в которой поле E обладает сферической симметрией, а поле H имеет осевую симметрию

Для решения уравнения (3.5) при значении H не равном нулю делаются следующие допущения. Предполагается, что напряженность E незначительно отличается от сферически симметричного поля. Поскольку, для поля H такое допущение сделать нельзя, то величина $H \cdot H$ в выражении (3.5) заменяется осредненным по поверхности сферы значением $\langle H \cdot H \rangle$. Далее полагается, что в асимптотике больших радиусов поле E

подчиняется закону Кулона, а асимптотикой \mathbf{H} является поле диполя. \mathbf{H} определяется как $\nabla \mathbf{A}$. Лишь азимутальная компонента вектор-потенциала \mathbf{A} отлична от нуля, и может быть представлена в следующем виде: $A_\phi = A(r)\sin(\theta)$. При этих предположениях уравнения (3.5) превращаются в систему обыкновенных дифференциальных уравнений для радиальной компоненты поля E_r и потенциала $A(r)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 E_r)}{dr} &= -\frac{i}{2} (E_r^2 + \frac{2}{3r^2} (A^2 + (d(rA)/dr)^2)), \\ d^2(rA)/d^2r - 2A/r &= -iE_r d(rA)/dr. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Система решается численно при задании следующих начальных условий:

$$r \rightarrow \infty, E_r(r) = \frac{e + im}{r^2}, \quad A(r) = \frac{\mu + is}{r^2}.$$

На рис. 27 и рис. 28 приведены результаты расчёта комплексного поля для значений магнитного и углового моментов, значений электрического заряда и массы, соответствующих электрону и протону. Эти решения далее называются полевыми моделями этих частиц. Разумеется, эти модели примитивны и отражают далеко не все свойства оригиналов.

Здесь использовалась полярная система координат для представления компоненты комплексного поля: $E_r = |E_r| \exp(i\phi_E)$, $\langle H \rangle = |H| \exp(i\phi_H)$ ю

Около характерных точек кривых модуля напряжённости комплексных электрического и магнитного полей проставлены значения $\lg(r, \text{см})$. В качестве таких точек выбраны точки пересечения кривых, соответствующих магнитному и электрическому полю, а также точки, в которых изменяется закон поведения этих полей.

Для модели электрона модуль напряжённости магнитного поля равняется модулю напряжённости электрического поля при $\lg(r \text{ см}) = -10.64$. Для модели протона $\lg(r) = -13.9$. Как видно из рис. 27 с ростом r , начиная со значений $\lg(r) = -18.6$ для электрона и $\lg(r) = -20.8$ для протона, модуль напряжённости комплексного электрического поля изменяется по закону Кулона.

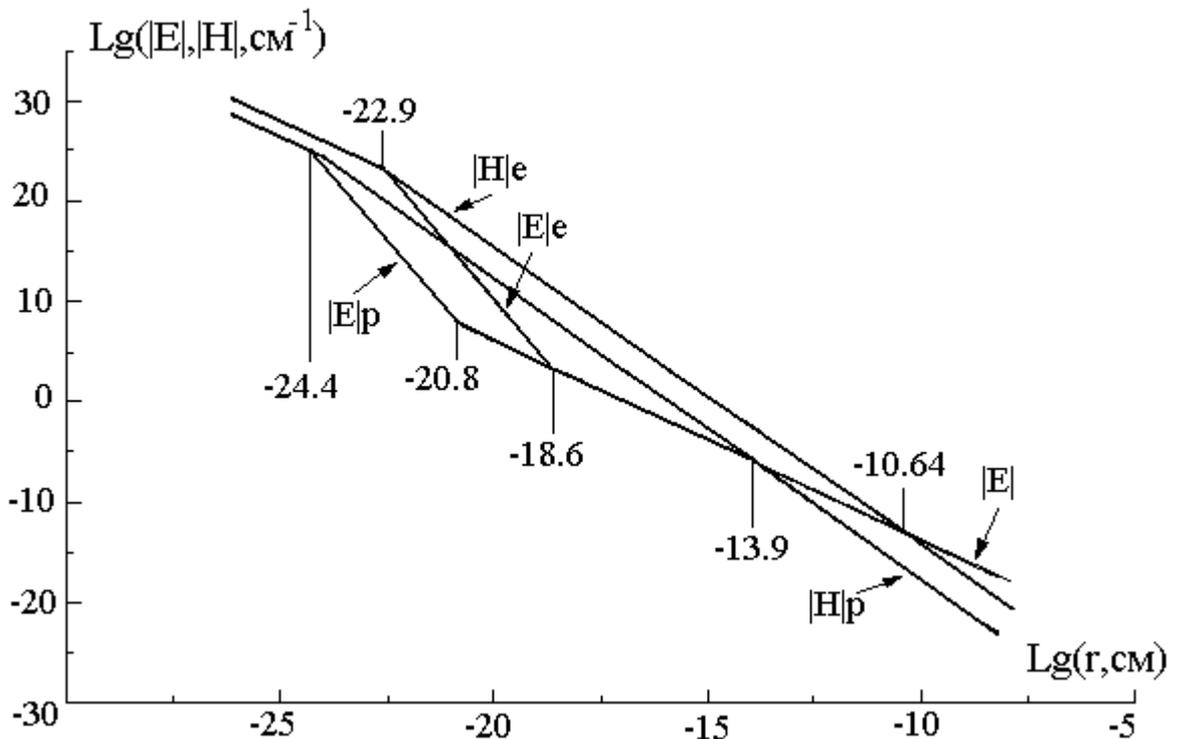


Рис.27

Вместе с тем существует сферический слой, в пределах которого модуль напряженности электрического поля убывает обратно пропорционально 5-степени радиуса. Для протона этот слой определяется условием $r_{in} < r < r_{ex}$ ($r_{in} = 3 \cdot 10^{-25}$, $r_{ex} = 2 \cdot 10^{-21}$), а для электрона - $r_{in} = 10^{-23}$, $r_{ex} = 3 \cdot 10^{-19}$. Значения наружного радиуса этого слоя приблизительно можно оценить соотношением $r_{ex}^3 = \mu^2 / |e|$, где μ – магнитный момент частицы. Модуль напряженности магнитного поля, при $r > r_{in}$ убывает с ростом расстояния по кубическому закону.

При $r_{eq} = \mu / |e|$ значение модуля напряженности магнитного поля становится равным модулю напряжённости электрического поля.

Не менее интересно ведет себя фаза комплексных полей, представленная на рис.28. На больших расстояниях фаза электрического поля равна фазе магнитного поля, а её значение равно отношению m/e . Для электрона $m/e \cong 4.9 \cdot 10^{-22}$, а для протона $m/e \cong 9 \cdot 10^{-19}$. Значение фазы уменьшается по мере уменьшения радиуса. Причём, темпы уменьшения напряженностей электрического и магнитного полей различны. Сначала в ноль обращается фаза электрического поля. Для электрона это происходит при $lg(r) = -11.5$, а для протона - при $lg(r) = -14.8$. В окрестности этой точки у комплексного электрического поля только реальная компонента отлична от нуля, а мнимая, представляющая гравитационное поле, обращается в ноль.

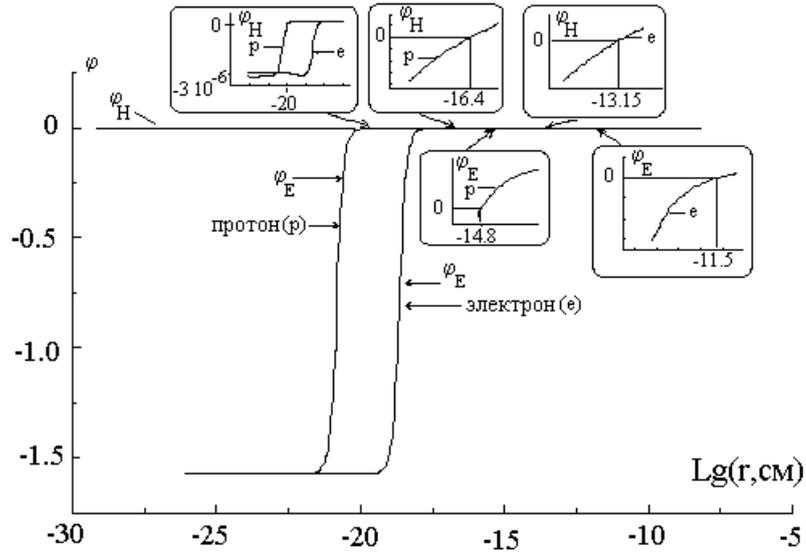


Рис.28

Для магнитного поля эта ситуация происходит при меньших значениях радиуса: для электрона при $\lg(r)=-13.15$, для протона при $\lg(r)=-16.6$. На протяжении всего расчётного участка траектории фаза магнитного поля остаётся близкой к нулю. После изменения знака фаза принимает свое минимальное значение $\sim -3 \cdot 10^{-6}$ при $\lg(r) \sim -18.5$ для электрона и при $\lg(r) \sim -21$ для протона. Таким образом, у комплексного магнитного поля во всём исследованном диапазоне расстояний значение реальной части, существенно превосходит значение мнимой части магнитного поля (гравитационного магнитного поля).

3.5. Модель частиц с осевой симметрией комплексного поля

Если решение обладает осевой симметрией, то в сферической системе координат поля представляются радиальной и тангенциальной компонентами: $\mathbf{E} \equiv (E_r, E_\theta, 0)$, $\mathbf{H} \equiv (H_r, H_\theta, 0)$. Система (3.5) для этих компонент может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{\partial(r^2 E_r)}{\partial r} + r \frac{\partial(\sin \theta E_\theta)}{\partial \theta} &= \frac{i}{2} r^2 \sin \theta (E_r^2 + E_\theta^2 + H_r^2 + H_\theta^2), \\ \frac{\partial(r E_\theta)}{\partial r} &= \frac{\partial(E_r)}{\partial \theta}, \\ \sin \theta \frac{\partial(r^2 H_r)}{\partial r} + r \frac{\partial(\sin \theta H_\theta)}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial(r H_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial(H_r)}{\partial \theta} &= i r (E_r H_\theta - E_\theta H_r). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Рассматриваются решения, которые в асимптотике больших значений r изменяются по закону Кулона для поля \mathbf{E} , а поле \mathbf{H} стремится к дипольному. Удобно в

системе (3.10) произвести замену: $G_1 = rE_r, G_2 = rE_\theta, G_3 = rH_r, G_4 = rH_\theta$. Новые переменные представляются тригонометрическими рядами следующего вида:

$$\begin{aligned} G_1 &= \sum_{k=0}^{\infty} G_{1,k} \cos(2k\theta), G_2 = \sum_{k=1}^{\infty} G_{2,k} \sin(2k\theta), \\ G_3 &= \sum_{k=1}^{\infty} G_{3,k} \cos((2k-1)\theta), G_4 = \sum_{k=1}^{\infty} G_{4,k} \sin((2k-1)\theta). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Подстановка этих рядов в систему уравнений в частных производных (3.10) превращает эти уравнения в систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &\sin\theta \left(\frac{d(r(G_{1,0} - G_{1,1}/2))}{dr} - G_{2,1}/2 \right) + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \sin((2n-1)\theta) \left(\frac{d(G_{1,n-1} - G_{1,n})}{dr} + (2n-1)(G_{2,n-1} - G_{2,n}) \right) = \\ &= \frac{i}{2} \sin\theta \left(\sum_{\alpha=1}^4 G_\alpha^2 \right) = \frac{i}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin((2n-1)\theta) f_{1,n}, \quad \frac{dG_{2,n}}{dr} = -\frac{2n}{r} G_{1,n}, \quad n \geq 1, \\ &\frac{d(r(G_{3,j} - G_{3,j+1}))}{dr} + 2j(G_{4,j} - G_{4,j+1}) = 0, \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \sin((2n-1)\theta) \left(r \frac{dG_{4,n}}{dr} + (2n-1)G_{3,n} \right) = i(G_1 G_4 - G_2 G_3) = i \sum_{n=1}^{\infty} \sin((2n-1)\theta) f_{4,n}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

В свою очередь, первое и последнее уравнения (3.12) распадаются на следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{d(r(G_{1,0} - G_{1,1}/2))}{dr} - G_{2,1}/2 = \frac{i}{2} f_{1,1}, \quad \frac{d(r(G_{1,n-1} - G_{1,n}))}{dr} + (2n-1)(G_{2,n-1} - G_{2,n}) = i f_{1,n}; \\ &r \frac{dG_{4,n}}{dr} + (2n-1)G_{3,n} = i f_{4,n}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

После несложных операций система (3.13) принимает удобный для проведения вычислений вид:

$$\begin{aligned} &\frac{d(rG_{1,0})}{dr} = \frac{i}{2} \sum_{k=1}^{\infty} f_{1,k} - \sum_{k=1}^{\infty} G_{2,k}, \quad \frac{d(rG_{1,m})}{dr} = -2 \sum_{k=m+1}^{\infty} G_{2,k} - (2m+1)G_{2,m} + i \sum_{k=m+1}^{\infty} f_{1,k}, \\ &\frac{dG_{2,m}}{dr} = -\frac{2m}{r} G_{1,m}, \quad \frac{d(rG_{3,m})}{dr} = -2mG_{4,m} - 2 \sum_{j=m+1}^{\infty} G_{4,j}, \\ &r \frac{dG_{4,m}}{dr} = i f_{4,m} - (2m-1)G_{3,m}; \quad m \geq 1. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здесь функции $f_{1,n}$ и $f_{4,n}$ - коэффициенты тригонометрических рядов нелинейных членов системы (3.10). Их явный вид следующий:

$$\begin{aligned}
f_{1,1} &= G_{1,0}(G_{1,0} - G_{1,1}) - (G_{3,1}^2 - G_{4,1}^2)/4 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{j=1}^{\infty} G_{\alpha,j}(G_{\alpha,j} - G_{\alpha,j+1}), \\
f_{1,2} &= \left(G_{1,0}(G_{1,1} - G_{1,2}) - (G_{1,1}^2 - G_{2,1}^2 - G_{3,1}^2 + G_{4,1}^2)/4 + (G_{4,1}G_{4,2} - G_{3,1}G_{3,2})/2 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{j=1}^{\infty} G_{\alpha,j}(G_{\alpha,j+1} - G_{\alpha,j+2}) \right), \\
f_{1,n} &= \left(G_{1,0}(G_{1,n-1} - G_{1,n}) + (G_{2,1}G_{2,n-1} - G_{1,1}G_{1,n-1} + G_{4,1}G_{4,n} - G_{3,1}G_{3,n})/4 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{j=1}^{\infty} G_{\alpha,j}(G_{\alpha,j+n-1} - G_{\alpha,j+n}) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{n-2} (G_{1,j}(G_{1,n-j-1} - G_{1,n-j}) - G_{2,j}(G_{2,n-j-1} - G_{2,n-j})) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{n-1} (G_{3,j}(G_{3,n-j} - G_{1,n-j+1}) - G_{4,j}(G_{2,n-j} - G_{2,n-j+1})) \right), \quad n > 2; \\
f_{4,1} &= G_{1,0}G_{4,1} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} (G_{3,j}(G_{2,1+j} - G_{2,j}) + G_{1,j}(G_{4,1+j} - G_{4,j})); \\
f_{4,n} &= G_{1,0}G_{4,n} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} (G_{3,j}G_{2,n+j} - G_{2,j}G_{3,j+n-1} + G_{1,j}G_{4,n+j} - G_{1,j+n-1}G_{4,j}) + \\
&\quad \sum_{j=1}^{n-1} (G_{1,j}G_{4,n-j} - G_{2,j}G_{3,n-j}), \quad n > 1.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

В общем случае решение система (3.14) является чрезвычайно трудоемким занятием. Однако в области больших значений r эту систему можно свести к алгебраическим уравнениям, разлагая коэффициенты тригонометрических рядов (3.11) в степенные ряды:

$$\begin{aligned}
G_{1,0} &= \frac{q}{r} + \sum_{j=2}^{\infty} \frac{a_{1,0,j}}{r^j}, \quad G_{1,n} = \sum_{j=2}^{\infty} \frac{a_{1,n,j}}{r^j}, \quad G_{2,n} = \sum_{j=2}^{\infty} \frac{a_{2,n,j}}{r^j}, \\
G_{3,n} &= \delta_{n,1} \frac{2\mu}{r^2} + \sum_{j=3}^{\infty} \frac{a_{3,n,j}}{r^j}, \quad G_{4,n} = \delta_{n,1} \frac{\mu}{r^2} + \sum_{j=3}^{\infty} \frac{a_{4,n,j}}{r^j}.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$\delta_{n,1}$ – символ Кронекера.

Здесь учтено, что при стремлении r к бесконечности соответствующее этим коэффициентам поле \mathbf{E} стремится к кулоновскому полю, а \mathbf{H} – к дипольному полю. Ряды будут сходящимися при выполнении условий $|q|/r < 1$ и $|\mu|/r^2 < 1$. Значения комплексных величин q и μ являются исходными, а коэффициенты $a_{k,n,j}$ находятся итеративным способом.

Ограничиваясь пятой степенью при разложении в ряд по радиусу, можно записать выражения для компонент комплексного поля в следующем виде:

$$\begin{aligned}
E_r &= \frac{q}{r^2} - i \frac{q^2}{2r^3} - \frac{q^3}{4r^4} + i \frac{q^4}{8r^5} - i \frac{\mu^2}{2r^5} (1 + \cos 2\theta) + O(r^{-5}), \\
E_\theta &= -i \frac{\mu^2}{4r^5} \sin 2\theta + O(r^{-5}), \\
H_r &= \left(\frac{2\mu}{r^3} - i \frac{q\mu}{2r^4} - \frac{q^2\mu}{5r^5} \right) \cos \theta + O(r^{-5}), \\
H_\theta &= \left(\frac{\mu}{r^3} - i \frac{q\mu}{2r^4} - \frac{3q^2\mu}{10r^5} \right) \sin \theta + O(r^{-5}).
\end{aligned} \tag{3.17}$$

В отсутствии магнитного поля при $r=\gamma$ согласно (3.6) гравитационное поле меняет знак. При $\mu \neq 0$ значение r , при котором происходит смена знака радиальной компоненты гравитационного поля, определяется выражением

$$mr^2(r - \gamma) = \mu^2(1 + \cos(2\theta)) / 2.$$

Для значений q и μ электрона получается следующее решение

$$r = 7.33 \cdot 10^{10} \sqrt[3]{1 + \cos(2\theta)} l_b = 3.78 \cdot 10^{-12} \sqrt[3]{1 + \cos(2\theta)} \text{ см.}$$

Здесь $l_b = \sqrt{\mu}$.

В используемой в данной работе системе единиц значение величин q и μ , соответствующие электрону и протону, следующие:

$$\begin{aligned}
q[\tilde{m}] &= -1.4 \cdot 10^{-34} + i 6.8 \cdot 10^{-56}, \quad \mu[\tilde{m}^2] = 2.66 \cdot 10^{-45} + i 1.3 \cdot 10^{-66}, \\
q[\tilde{m}] &= 1.4 \cdot 10^{-34} + i 1.2 \cdot 10^{-52}, \quad \mu[\tilde{m}^2] = 1.43 \cdot 10^{-48} + i 1.3 \cdot 10^{-66}.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Сантиметр не самая удобная единица для описания полей частиц, подобных электрону и протону. У любой полевой модели частиц, представленной решением системы уравнений (3.5), имеются характерные масштабы. Как было показано ранее, для случая сферической симметрии роль такого масштаба играет значение постоянной γ . У электрона и протона значения этого параметра следующие: $\gamma_e = 1.41/10^{13}$ и $\gamma_p = 7.67/10^{17}$. При этих значениях выражения (17) соответствуют результатам численных расчетов, представленных на рис.27 и рис.28.

Ниже в таблице представлены значения характерных пространственных размеров в сантиметрах, полученные из различных комбинаций значений компонент комплексного заряда q и компонент комплексного углового момента μ электрона и протона.

Таблица 2

	$\gamma = (e^2 + m^2)/2m$	$r_{eq} = \mu_e / e$	$r_{se} = s / e$	$r_{sm} = s / m$	$l_b = \sqrt{\mu}$	$l_s = \sqrt{s}$
Электрон	$1.41 \cdot 10^{-13}$	$1.9 \cdot 10^{-11}$	$9.3 \cdot 10^{-33}$	$1.9 \cdot 10^{-11}$	$5.2 \cdot 10^{-23}$	$1.1 \cdot 10^{-33}$
Протон	$7.67 \cdot 10^{-17}$	10^{-14}	$9.3 \cdot 10^{-33}$	10^{-14}	$2.8 \cdot 10^{-26}$	$1.1 \cdot 10^{-33}$

3.6. Преобразование уравнений в частных производных в систему обыкновенных дифференциальных уравнений

Можно от решения системы уравнений в частных производных (3.10) перейти к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого сначала производится следующая замена переменных

$$E_r = E_0 - \frac{\partial A_0}{\partial r}, E_\theta = -\frac{\partial A_0}{r \partial \theta}, H_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta}, H_\theta = -\frac{\partial(r A_\varphi)}{r \partial r}. \quad (3.19)$$

Где E_0 определяется выражением (3.6), а компоненты потенциала A_0 и A_φ представляются тригонометрическими полиномами следующего вида:

$$A_0 = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(2k\theta), A_\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin((2k-1)\theta). \quad (3.20)$$

Совместное использование выражений (3.19) и (3.20) позволяет от системы уравнений в частных производных перейти к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$a_0'' + \frac{2}{r} a_0' - \frac{2}{r^2} \sum_{k=1}^{\infty} k a_k = F_{a,0}, b_k'' + 2b_k' / r - \frac{2}{r^2} (2k-1)c_k = F_{b,k}, \quad (3.21)$$

$$a_k'' + \frac{2}{r} a_k' - \frac{2}{r^2} \left(k a_k (2k+1) + 2 \sum_{j=k+1}^{\infty} j a_j \right) = F_{a,k}.$$

Где

$$F_{a,0} = -\frac{i}{2} \left((E_0 - a_0')^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} (a_j'^2 + d_j^2) + \frac{2}{r^2} \sum_{j=1}^{\infty} (j^2 a_j^2 + c_j^2) \right),$$

$$F_{a,k} = -\frac{i}{2} \left((E_0 - a_0') a_k' + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} (a_j'^2 + d_j^2) + \frac{2}{r^2} \sum_{j=1}^{\infty} (j^2 a_j^2 + c_j^2) \right),$$

$$F_{b,k} = i \frac{2}{r^2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} (c_j a_{k+j-1} (k+j-1) - j a_j c_{j+k}) + \sum_{j=1}^{k-1} c_j (k-j) a_{k-j} \right) +$$

$$+ \frac{i}{2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} (d_j a'_{k+j-1} - a'_j d_{k+j}) - \sum_{j=1}^{k-1} d_j a'_{k-j} \right) - i a_0' d_k.$$

Здесь используются обозначения $c_k = k b_k + \sum_{j=k+1}^{\infty} b_j$, $d_k = b_k' + b_k / r$, штрих означает производную по радиусу.

Система (3.21) решалась численно методом Рунге-Куты четвертого порядка. Поскольку динамический интервал значений переменных был чрезвычайно широк, вычисления велись с двойной точностью. Кроме коэффициентов a_k , a_k' , b_k и b_k' вычислялись текущие значения комплексного заряда q и комплексного магнитного момента μ путем решения следующих дифференциальных уравнений:

$$\frac{dq}{dr} = -\sum_{j=0}^{\infty} \frac{F_{a,j} r^2}{4j^2 - 1}, \frac{d\mu}{dr} = 2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{F_{b,j} r^3}{(2j+1)(2j-1)(2j-3)}. \quad (3.22)$$

Начальные значения q и μ брались согласно (3.18).

Эти уравнения следуют из определений зарядов и моментов выражениями (3.4) в результате интегрирования по полярному углу θ ; функции $F_{a,j}$ и $F_{b,j}$. Т.о. перенормировке подвергаются не только электрический заряд и масса, но и магнитный момент и спин.

Процесс счета разбивался на два этапа. На первом этапе радиус r уменьшался от значения $5 \cdot 10^{-5}$ см до значения $4 \cdot 10^{-5}$ см. Шаг интегрирования h равнялся $-2,5 \cdot 10^{-13}$ см. Начальные значения задавались из условия, что при $r \gg l_B$ следующие выражения представляют решения системы (3.10)

$$E_r = \frac{q}{r(r+iq/2)} - i \frac{\mu^2}{2r^5} (1 + \cos(2\theta)), E_\theta = -i \frac{\mu^2}{4r^5} \sin(2\theta),$$

$$H_r = \frac{2\mu}{r^3} \cos\theta, H_\theta = \frac{\mu}{r^3} \sin\theta.$$
(3.23)

Таблица 3

В табл. 3 приводятся начальные значения a_1 , a_1' , b_1 и b_1' в выбранной системе единиц. Начальные значения q и μ приведены в выражениях (3b). Согласно (7) значения a_0 , a_0' равны значениям a_1 , a_1' .

a_1	$1,22 \cdot 10^{-94} - i 1,25 \cdot 10^{-73}$
a_1'	$-4,89 \cdot 10^{-112} + i 5 \cdot 10^{-91}$
b_1	$-10^{-36} - i 4,89 \cdot 10^{-58}$
b_1'	$2 \cdot 10^{-54} + i 9,79 \cdot 10^{-76}$

Сначала количество гармоник $N_g=1$. При уменьшении радиуса на $2,5 \cdot 10^{-6}$ см значение N_g увеличивалось на единицу. К концу счета первого этапа количество гармоник достигает четырех.

На втором этапе счета изменение N_g производится при выполнении условия $\text{Re}(a_k') > 10^{-190}$ ($k=N_g-1$). Шаг интегрирования определялся текущим значением радиуса: $h=2,7 \cdot 10^{-9} r$. Рост количества гармоник, определяемый указанным условием, с уменьшением радиуса происходил с возрастающим темпом. Изменение N_g с 4 на 5 произошло при $r=2 \cdot 10^{-10}$ см. Количество гармоник стало равным 6 при $r=2,6 \cdot 10^{-13}$ см. Два последующих увеличения N_g на 1 произошли при $r=3,7 \cdot 10^{-15}$ см и $1,7 \cdot 10^{-16}$ см. Дальнейшее изменение N_g представлено на рис. 29. При $r < 2,5 \cdot 10^{-23}$ см темп роста N_g стал чрезвычайно большим: увеличение N_g на единицу происходило с уменьшением радиуса на $3,6 \cdot 10^{-26}$ см.

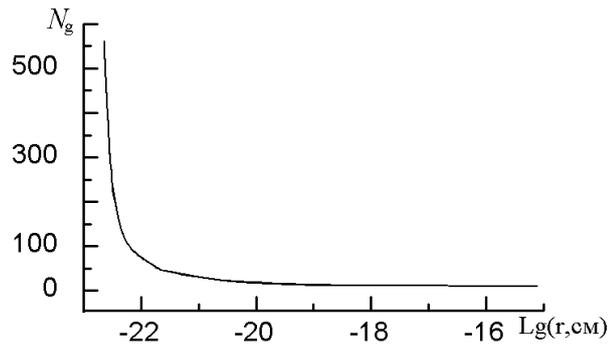


Рисунок 29 Зависимость числа гармоник от радиуса.

Причём этот интервал монотонно сокращался. При таком темпе и вычислительной мощности уменьшение радиуса полевой модели электрона на порядок требует месяц непрерывного счета. Из-за дефицита времени расчеты были прекращены при достижении значения радиуса $2 \cdot 10^{-23}$ см.

Результаты решения систем дифференциальных уравнений (3.21) и (3.22) сохранялись в отдельных файлах. Каждый файл соответствовал определенному значению r и содержал значения коэффициентов гармоник потенциалов A_0 и A_φ и значения q и μ . В качестве примера в табл. 2 приводятся значения коэффициентов гармоник, полученные в конце первого этапа вычислений, когда количество гармоник равнялось четырем.

Таблица 2

$a_0=6 \cdot 10^{-94}-i 4 \cdot 10^{-73}$	$a'_0=-3 \cdot 10^{-111}+i 10^{-90}$		
$a_1=10^{-93}-i 5 \cdot 10^{-73}$	$a'_1=-7 \cdot 10^{-111}+i 2 \cdot 10^{-90}$	$b_1=-2 \cdot 10^{-36}-i 10^{-57}$	$b'_1=-2 \cdot 10^{-36}+i 2 \cdot 10^{-90}$
$a_2=-2 \cdot 10^{-166}+i 2 \cdot 10^{-146}$	$a'_2=3 \cdot 10^{-183}-i 3 \cdot 10^{-163}$	$b_2=-2 \cdot 10^{-110}-i 10^{-130}$	$b'_2=3 \cdot 10^{-127}-i 2 \cdot 10^{-147}$
$a_3=2 \cdot 10^{-239}-i 9 \cdot 10^{-220}$	$a'_3=-6 \cdot 10^{-256}+i 2 \cdot 10^{-236}$	$b_3=10^{-184}-i 2 \cdot 10^{-203}$	$b'_2=-5 \cdot 10^{-201}+i 5 \cdot 10^{-220}$
$a_4=0$	$a'_4=0$	$b_4=-2 \cdot 10^{-257}+i 2 \cdot 10^{-276}$	$b'_4=8 \cdot 10^{-274}-i 6 \cdot 10^{-293}$

Соответствующее таблице значение радиуса: $r=3,2 \cdot 10^{-5}$ см.. Мантисса в файлах сохранялась с двойной точностью (16 цифр). В таблице приводится только первая цифра (с округлением) мантиссы.

На рис.30 приводится зависимость от радиуса значений электрического заряда и магнитного момента. Значения электрического заряда e и магнитного момента μ_e сохранялись с высокой точностью вплоть до $r=10^{-22}$ см. При $r=3,34 \cdot 10^{-23}$ см относительное значение электрического заряда достигло своего максимального значения ($e/e_0=1,37$) и стало уменьшаться, сменив знак при $r=2,57 \cdot 10^{-23}$ см.

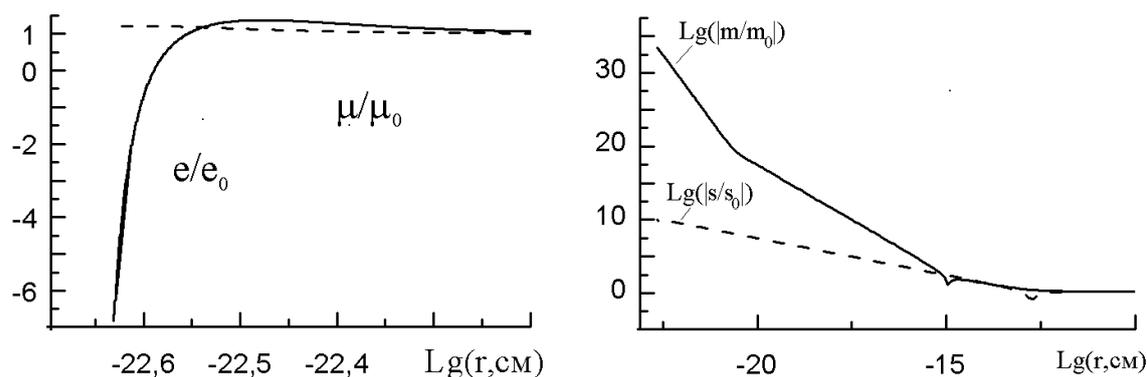


Рис. 30 Изменение текущих значений электрического заряда и магнитного момента электрона (левая панель), массы и спина по мере приближения к центру электрона.

Если заметные изменения значений электрического заряда и магнитного момента происходили при $r < 10^{-22}$ см, то масса и спин стали менять свои значения при существенно больших значениях радиуса. При $r = 6 \cdot 10^{-15}$ см масса сменила знак и оставалась отрицательной вплоть до $r = 2 \cdot 10^{-15}$ см. Затем с уменьшением r её абсолютные значения возрастали обратно пропорционально кубу ($m \sim 1/r^3$). При $r < 3,4 \cdot 10^{-22}$ см значение абсолютной массы стало пропорциональным r^{-7} .

На рис.31 в логарифмическом масштабе приведены зависимости значений компонент комплексного поля от радиуса для трех значений полярного угла: 0 , $\pi/4$ и $\pi/2$. Использовались следующие обозначения компонент поля: $\mathbf{G} = \text{Im}(\mathbf{E})$, $\mathbf{F} = \text{Im}(\mathbf{H})$.

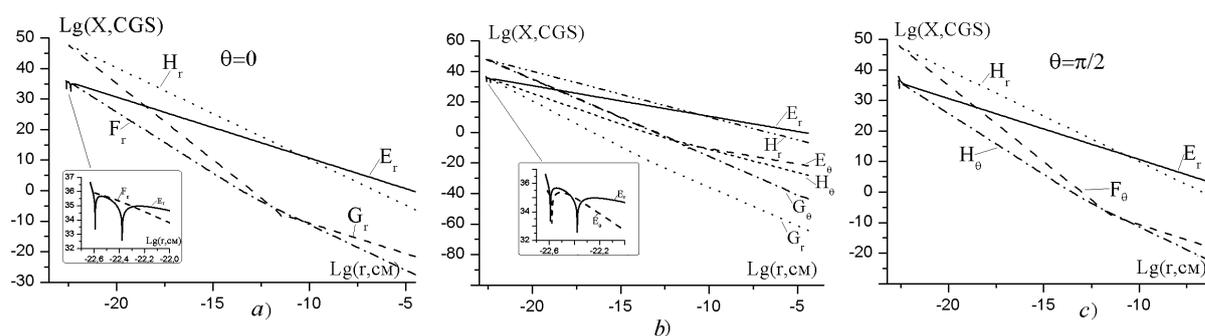


Рис.31

При всех указанных значениях угла θ на протяжении всего исследуемого интервала значений r компонента магнитного поля H_r подчинялась закону: $H_r(r, \theta) = H_r(r_0, \theta) \cdot r_0^3 / r^3$. Поведение радиальной компоненты электрического поля следовало закону Кулона лишь на интервале значений r от $5 \cdot 10^{-5}$ см до 10^{-22} см. В интервале значений $[2,56 \div 4,18] \cdot 10^{-23}$ см эта компонента сменила знак.

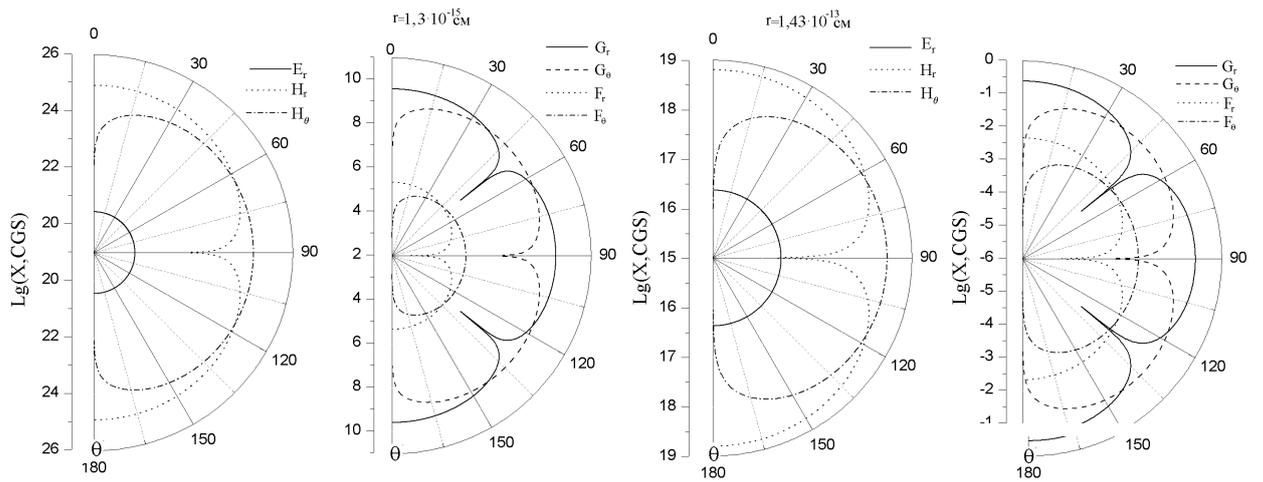


Рис.32

Качественное отличие электрического поля от кулоновского проявляется в наличии компоненты E_θ . Значение этой компоненты при $\theta=\pi/4$ в интервале значений r от $5 \cdot 10^{-5}$ см до $2,8 \cdot 10^{-12}$ см обратно пропорционально квадрату радиуса, но весьма слабое (менее 10^{-8} ед. CGS). При $r=2,8 \cdot 10^{-12}$ см эта компонента меняет знак и с дальнейшим уменьшением радиуса растет обратно пропорционально кубу r . При $r=3 \cdot 10^{-19}$ см линия, соответствующая этой компоненте пересекает линию компоненты E_r .

Уровень мнимых компоненты комплексного поля при $r > 10^{-19}$ см, как правило, оказывался ниже уровня реальных компонент. На рис. 33 для двух значений радиуса $1,3 \cdot 10^{-15}$ см и $1,43 \cdot 10^{-13}$ см приводятся кривые, отражающие зависимость значений компонент поля от угла θ . Как видно из рисунка уровень напряженности поля мнимых компонент примерно на 20 порядков ниже уровня реальных компонент.

Однако на малых расстояниях ($r < 10^{-22}$ см) уровни реальных и мнимых компонент поля становятся близкими (рис.33)..

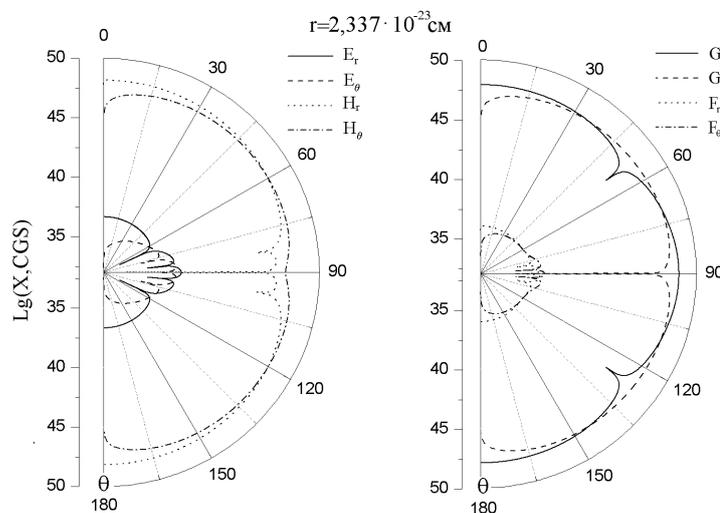


Рис. 33

3.7. Скалярное волновое уравнение

Рассмотренная в предыдущем разделе модель не отражает волновые свойства электрона. Эти свойства определяются уравнением Даламбера (3.1). В этой работе не планировалось решать это уравнение. Задача чрезвычайно трудная, требующая много времени и сил.

Кроме постоянного комплексного поля, электрон имеет поле, имеющее форму стоячей волны. Движение электрона относительно ИСО S_0 представляется перемещением в пространстве его стационарного и волнового поля. Основные свойства стоячей волны можно выяснить, решая волновое уравнение для скалярного комплексного поля. Скалярный потенциал поля в сферически симметричном виде для стоячей волны представляется суммой гармоник:

$$\varphi(t, r) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(r); \quad \varphi_n(r) = \cos(n\omega t) \cos(nr/\lambda) A_n(r), \quad \lambda = c/\omega. \quad (3.24)$$

Эта сумма должна удовлетворять волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 \quad (3.25)$$

В свою очередь, из этого уравнения следует, что каждая из гармоник должна подчиняться следующему уравнению

$$-(n\omega)^2 \varphi_n(r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_n) = \frac{i}{2} \sum_{j=0}^{\infty} (E_j E_{j+n})'; \quad E_n = -\frac{\partial \varphi_n}{\partial r}. \quad (3.26)$$

Из определения гармоник выражением (3.24) следует

$$E_n = \cos(n\omega t) \left(\frac{n}{\lambda} \sin(nr/\lambda) A_n(r) - \cos(nr/\lambda) \frac{dA_n(r)}{dr} \right). \quad (3.27)$$

Соответственно произведение гармоник $E_j E_{j+n}$ представляется двумя слагаемыми, – первое из которых соответствует гармоники с номером n , порядок другой определяется значением $2j+n$. Штрих над скобкой в сумме означает, что используется только первое слагаемое произведения $E_j E_{j+n}$. Выполнение этого условия необходимо для обеспечения равенства порядков гармоник левой и правой частей системы уравнений (3.26).

Для нулевой гармонике этому условию соответствует выражение

$$\frac{d^2 A_0(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA_0(r)}{dr} = \frac{i}{2} \left(\frac{dA_0(r)}{dr} \right)^2 + \frac{i}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (E_n^2)'. \quad (3.28)$$

Следовательно, для нахождения потенциала нулевой гармонике необходимо решать не одно нелинейное и неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Если ряд, представляющий сумму квадратов напряженностей полей, сходящийся, то для

получения решения с желаемой точностью этот ряд можно оборвать. В этом случае задача решения нелинейного волнового уравнения в частных производных (3.25) сводится к решению системы нелинейных и неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Имеет ли такая система решение?

Однако, достаточное ли условие сходимости для существования решения нелинейного волнового уравнения (3.25), соответствующего сферически симметричной стоячей волне?

$$\varphi_0 = -2i \operatorname{Ln} \left(1 + i \frac{q}{2r} \right), E_0 = \frac{q}{r(r + iq/2)}. \quad (3.29)$$

Сравнивая выражения (3.27) и (3.28), получаем выражение для определения гармоник комплексного поля

$$\begin{aligned} \varphi_n &= -2i \cdot \operatorname{Ln} \left(1 + i \frac{a_n}{2r} \right) (\cos(n\omega t) \cos(nr/\lambda)). \\ E_n &= \cos(n\omega t) \left(\frac{\cos(nr/\lambda) a_n}{r(r + ia_n/2)} + \frac{2ni}{\lambda} \cdot \operatorname{Ln} \left(1 + i \frac{a_n}{2r} \right) \cdot \sin(nr/\lambda) \right) \\ &\left(\frac{n}{r\lambda} \left(2i \operatorname{Ln} \left(1 + i \frac{a_n}{2r} \right) - \frac{a_n}{r + ia_n/2} \right) \sin(nr/\lambda) + \right. \\ &\left. + \frac{i}{2r^2} \frac{a_n^2}{(r + ia_n/2)^2} \cos(nr/\lambda) \right) \cos(n\omega t) = \frac{i}{2} \sum_{j=0}^n (E_j E_{j+n})'. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Т.о., для нахождения амплитуд гармоник стоячей волны необходимо решать систему нелинейных трансцендентных уравнений (3.31).

3.8. Единство физической картины мира и комплексные поля

В 1909 г. Макс Планк прочел студентам Лейденского университет доклад «Единство физической картины мира». «С давних пор, как существует изучение природы, оно имело перед собой в качестве идеала конечную, высшую задачу: объяснить пестрое многообразие физических явлений в единую систему, а если возможно, то в одну единственную формулу.» - этой фразой начинался доклад Планка. Более века минуло с тех пор. Насколько физика приблизилась к идеалу? И что понимать под единством?

В этом параграфе я намеревался показать, что путь к единству физики лежит в направлении освоения комплексных полей. Но возникает вопрос – являются ли комплексные поля тем идеалом, который имел в виду Планк?

На сайте <https://wikigrowth.ru/> я нашел слова, которые можно рассматривать как ответ на этот вопрос – «Самое образное описание энергий **инь янь** – это сравнение с

переменным током. Энергия Ян – это положительный заряд. Он полон необузданной энергии, которая в любой момент может привести к взрыву. **Энергия Инь** – холодный отрицательный заряд, способный заморозить все вокруг. Пока сила зарядов одинакова, системой правит дух равновесия. Но **достигнутое равновесие** – отнюдь не статическая величина. Достигнув пика, одна из энергия идет на спад, другая нарастает. Как и переменный ток, движение инь-янь происходит не одновременно, а волнообразно. В какие-то моменты одна из сил превышает другую, но в итоге они снова уравниваются».

Слова, приведенные выше, можно использовать как аннотацию к любой работе по исследованиям комплексных полей. В комплексных полях роль энергии **инь** исполняет энергия электромагнитного поля, а **янь** – отрицательная энергия гравитационного поля. Дух равновесия создает стоячую волну, определяемую запаздывающим и опережающим потенциалами.

Таким образом, казалось бы, теория комплексных полей может претендовать на роль идеала, способного объяснить пёстрое многообразие физических явлений. Однако этих способностей недостаточно для обеспечения *единства физической картины мира*. Необходима готовность научного сообщества признать единство предлагаемой картины. Но для этого требуется время и широкое обсуждение теории. К сожалению, мне не удалось убедить руководство университета помочь мне в организации подобного обсуждения. При написании данной монографии преследовались две цели:

а) объединение своих многолетних исследований в одном труде, б) привлечение внимание научной общественности к направлению исследования комплексных полей.

3.9. Инертная масса, гравитационный и электрический заряды и энергия

Современная физика считает инертную, гравитационную массу и энергию частицы тождественными понятиями. Фактически происходит объединение понятий. Логика построения теории комплексных полей требует признания различия этих понятий. Поэтому – «Прежде, чем объединяться, и для того, чтобы объединиться, мы должны сначала решительно и определенно размежеваться». Теория комплексного поля не предназначается для объединения старых понятий физики, которые при строгом рассмотрении не являются тождественными.

Похоже, процесс размежевания в физике уже начался. Из ипостаси: инертная, гравитационная и релятивистская массы выпадает последняя из этой троицы. Удивительно, что понятие релятивистской массы удерживалось в стенах храма физики почти век. Ведь это понятие противоречило тому же

становится релятивистской. Именно такой аппарат используется при расчете траектории движения точечных материальных частиц. Выше приводилась система уравнений (2.42) которая описывала движение двух материальных частиц при их гравитационном взаимодействии.

Единство теории обеспечивается волновым уравнением (3.1), которое является релятивистской формой уравнений Максвелла. Фактически Максвелл сделал первый шаг на пути создания теории комплексного поля. Более того, он указал на проблемы, которые могут возникнуть при исследовании сил тяготения. Но чтобы создавать на основе уравнения (3.1) картину мира необходимо определить физический смысл понятий, определяемых этим уравнением.

Планк предлагает слушателям доклада своё понимание единства и практически не затрагивает тему необходимости обсуждения выбора направления исследований при создании единой физической картины. Появление в физике понятия кванта действия явилось одной из причин создания предпринимателем Э. Сольве института физики и химии в Брюсселе. По инициативе Сольве этот институт стал проводить регулярно конгрессы по физике и химии. Темой первого конгресса, состоявшегося в 1911 г., был доклад Плака «Законы теплового излучения и гипотеза элементарного кванта действия». В первом абзаце доклада Планк указывает на успешное движение классической физики в направлении создания единой картины. Но уже во втором абзаце он сообщает о наличии противоречий между опытом и законами теплового излучения.

Дискуссия, разгоревшаяся после доклада, продемонстрировала отсутствие единства в понимании смысла новой постоянной, называемой Планком квантом действия. Пуанкаре задал вопрос – как можно утверждать, что имеет место закон сохранения действия? К сожалению, он не дожил до времени обнаружения спина у электрона. Было бы логично рассматривать h не как квант действия, а как квант углового момента частиц.

3.10. Список литературы к Главе 3

1. Максвелл Дж. К. , Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. – М.: Из-во Техничко-теоретической литературы . 1954. – 688 с.
2. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, — 512 с.
3. Лорентц Г.А. Теория электронов и её применение к явлениям света и теплового излучения. М.: Из-во технико-теоретической литературы. 1956. – 472 с.
4. H.A. Lorentz, Considerations on Gravitation, in:KNAW, Proceedings, 2, 1899-1900, Amsterdam, 1900, pp. 559-574.

5. Heaviside O., Electromagnetic theory, London: "The Electrician" printing and publishing company, limited. Vol.1. (1916).
6. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972.
7. Complex Wave Equation of Electromagnetic and Gravitational Fields//
<https://piers.org/piers2k2/PIERS2002-proceedings.pdf>. P. 764
8. Сарычев В.Т.//Изв. вузов. Физика. – 2012. - № 8

ГЛАВА 4. СВЕТ

«Свет спросил у **Небытия**: — [Вы], учитель, существуете или не существуете?— Но не получил ответа. Вгляделся пристально в его облик: **темное, пустое**.
Целый день смотри на него — не увидишь,
слушай его — не услышишь,
трогай его — не дотронешься.
— **Совершенство!** — воскликнул Свет.
— Кто мог бы [еще] достичь такого совершенства!
Я способен быть [или] не быть,
но не способен **абсолютно не быть**.
А Небытие, как [оно] этого достигло?»
Чжуанцзы
(из главы «Знание странствовало на севере»)

Действительно, Свет способен быть или не быть, но не способен абсолютно не быть. Как это понимать? Впервые свет получил собственное имя Фотон в публикации Nature от 16 декабря 1926 г. [1] Автор публикации Г. Левис назвал своё сообщение «Сохранение фотонов». В этой работе предлагалось представлять процесс излучения и поглощения энергии атомами результатом обмена энергией между атомами и частицами, которые Левис назвал фотонами. Левис выдвигал гипотезу, согласно которой фотоны подобно электронам могут располагаться внутри атомов. Эта гипотеза не была принята физиками. Тем не менее, сама идея сохранения фотонов заслуживает внимания. Действительно, как электрон за счет потери части энергии орбитального движения может создать частицу, которая способна существовать миллиарды лет? И это не единственный вопрос относительно природы света.

4.1. Понятие энтропии в термодинамике

В XVIII веке в связи с изобретением тепловых двигателей зарождается наука термодинамика, занимающаяся исследованием тепловых явлений. Энергия, тепло и температура являлись ключевыми понятиями термодинамики. Однако между этими понятиями наблюдалась путаница. Первым, указавшим различие в понимании «количество тепла» и «температуры», был Дж. Блэк Его лекции по химии и теории теплоты были изданы в 1803 г. после смерти Блэка [2]. В этих лекциях были введены понятия теплоёмкости и «скрытой теплоты», ответственной за фазовые превращения состояний вещества. Блэк указывает, что тепловое равновесие между различными телами наступает при равенстве их температур.

Уже в XIX веке термодинамика. начинает занимать лидирующее положение в физических дисциплинах. Область применения законов термодинамики ограничивается

процессами, протекающими в макроскопических системах, находящихся в состояниях термодинамического равновесия, и процессами перехода между такими состояниями.

Три начала термодинамики представляют основы этой науки.

Первое начало определяется законом сохранения энергии в термодинамических процессах. Впервые формулировку этого начала дал корабельный врач Р. Майер [3]. Для однородного тела, способного совершать работу за счёт изменения объёма, приращение его энергии dU определяется выражением

$$dU = dQ - pdV. \quad (4.1)$$

Здесь правая часть выражения представлена разностью тепловой энергии dQ и работы, совершаемой телом за счёт изменения объёма dV при значении давления p .

Математическое выражение второго начала термодинамики в 1854 г. предложил Р. Клаузиус [4], Авторская формулировка этого начала буквально следующая. «Если в некотором обратимом круговом процессе мы разделим каждый поглощаемый изменяющимся телом (положительный или отрицательный) элемент количества теплоты на абсолютную температуру поглощения и полученное таким образом дифференциальное выражение проинтегрируем для всего кругового процесса, то значение интеграла равняется нулю».

Поскольку $\oint dQ/T = 0$, то стоящее под знаком интеграла выражение является полным дифференциалом, т.е.

$$dQ/T = dS. \quad (4.2)$$

Следовательно, величина S с точностью до постоянного слагаемого определена, если известно состояние тела в рассматриваемый момент времени. Клаузиус предложил называть эту величину энтропией (от греческого слова τροπή – превращение).

Третьим началом термодинамики называют теорему В. Нерста, согласно которой энтропия химически однородного твердого или жидкого тела при температуре абсолютного нуля равна нулю. Следовательно, можно аддитивную постоянную термодинамической энтропии приравнять нулю. Шредингер указывает, что «численное значение этой постоянной не существенно и даже не имеет смысла.» [5].

В дальнейшем термин «энтропия» получил статистическое толкование в работе Л.Больцмана по кинетической теории газов [6]. Больцман показал, что термодинамическая энтропия идеального газа определяется логарифмом числа возможных способов реализации состояния газа, находящегося в термодинамическом равновесии. Значение энтропии определяются с учётом ограничений, накладываемых законом сохранения

энергии и количеством корпускул, переносящих энергию, Этому определению соответствует следующее выражение

$$S = k \ln W. \quad (4.3)$$

Здесь значение постоянной Больцмана k определяется выбором системы единиц. Если единицей энергии является *эрг*, а единицей температуры градус по Кельвину, то $k=1.38 \cdot 10^{-16}$ *эрг/град*. В термодинамике размерность энтропии *кал/град*, соответственно $k_T=3.3 \cdot 10^{-24}$ *кал/град*

В выражении (4.3) параметры состояния газа в явном виде не фигурируют, поскольку значение W у Больцмана определяется выражением

$$W = \frac{N!}{\prod n_i!}. \quad (4.4)$$

Больцман использует одночастичную функцию плотности распределения молекул газа по скоростям $f(\mathbf{v})$. Соответственно, значения чисел заполнения n_i и полное число молекул идеального газа в единице объёма N , фигурирующие в выражении (4.4), определяются формулами

$$n_i = \int f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad N = \iiint f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (4.5)$$

В состоянии термодинамического равновесия энергия движения всех молекул газа сохраняется, что приводит к дополнительным ограничениям, накладываемых на функцию $f(\mathbf{v})$. Это ограничение представляется выражением: .

$$E = \iiint \varepsilon(\mathbf{v}) f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (4.6)$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{v})$ – энергия молекулы, соответствующая скорости её движения. Далее, используя вариационный принцип можно найти вид функции $f(\mathbf{v})$. У Больцмана роль функции, экстремум которой ищется, выполняет H -функция, определяемая выражением.

$$H = \iiint f(\mathbf{v}) \ln(f(\mathbf{v})) d\mathbf{v}. \quad (4.7)$$

Больцман указывает, что для состояний, у которых логарифм W максимален, значения H -функции минимальны. Поэтому H -функция порой называется негэнтропией. Для нахождения функции $f(\mathbf{v})$, обеспечивающий минимум H -функции при соблюдении дополнительных условий (4.5) и (4.6), необходимо создать функцию $L = H + \lambda N + \mu E$. Здесь λ и μ неопределенные множители Лагранжа, учитывающие законы сохранения числа молекул и энергии газа. Из условия $\delta L / \delta f(\mathbf{v})=0$ следует

$$f(\mathbf{v}) = \exp(-\lambda - \mu \varepsilon(\mathbf{v})) \quad (4.8)$$

Следствием закона сохранения числа молекул газа является выражение

$$\exp(-\lambda) = N / Z, \quad Z = \iiint \exp(-\mu \varepsilon(\mathbf{v})) d\mathbf{v}. \quad (4.9)$$

Здесь Z – статистическая сумма.

Средняя энергия молекулы при термодинамическом равновесии определяется выражением

$$\langle \varepsilon \rangle = \iiint \varepsilon(\mathbf{v}) \exp(-\mu\varepsilon(\mathbf{v})) d\mathbf{v} / Z. \quad (4.10)$$

Соответственно суммарная энергия всех молекул газа определяется произведением $E = N\langle \varepsilon \rangle$. Следует иметь в виду, что значения E и N являются физическими параметрами рассматриваемой системы молекул газа, находящейся в произвольном состоянии. В условиях термодинамического равновесия значения E и N совпадают с теоретическими, представленными выражениями (4.5) и (4.6), в которых функция распределения молекул газа по скоростям имеет вид, определяемый формулой (4.8). Зная функцию распределения $f(\mathbf{v})$ и количество молекул, можно вычислить значение энтропии S . Приходящуюся на одну молекулу, согласно выражению

$$S = -\iiint \rho(\mathbf{v}) \ln(\rho(\mathbf{v})) d\mathbf{v}. \quad (4.11)$$

Здесь $\rho(\mathbf{v}) = f(\mathbf{v}) / N$ – плотность вероятности обнаружить у молекулы значения скорости \mathbf{v} . Это значение представляет состояние системы молекул, но не определяется текущими значениями импульса и энергии молекулы. Т.е., энтропия это информация о состоянии всей системы, а не каждой молекулы в отдельности.

По Больцману именно молекулярный хаос являлся причиной необратимости тепловых процессов, тогда как, будучи феноменологической теорией, термодинамика считала необратимость следствием второго начала термодинамики. Признавая значимость математического аппарата термодинамики, Больцман писал: - «Никогда никому не пришло бы в голову требовать, чтобы от этих формул отказаться ради молекулярной теории. Однако надо избегать и противоположной крайности – возведения в догму одной только убаюкивающей феноменологии».

4.2. Чёрное излучение и осцилляторы Планка

Основной аппарат термодинамики был создан в XIX веке. Объектом исследования этой науки были тепловые явления, протекающие в системах, образованных весомой материей. Началом расширения сферы влияния термодинамики на процессы излучения и поглощения света послужил исследования спектров излучения вещества, проводимые совместно Р. Бунзенем и Р. Кирхгофом. В 1860 г. Кирхгоф предлагает понятие черного тела и показывает, что «...для всех тел отношение испускательной способности к поглощательной способности есть функция длины волны и температуры» [7].

В 1978 г. Х.-Г. Шёпф публикует книгу с названием «VON KIRCHHOFF BIS PLANCK». В 1981 в СССР издаётся перевод этой книги на русский язык со следующей

аннотацией: — Книга проф. Х.-Г. Шёпфа (ГДР) представляет собой краткое изложение истории развития теории теплового излучения. Автор очень интересно преподносит ее читателям: в первой части он излагает теорию теплового излучения с современной точки зрения, во вторую часть включает оригинальные работы основоположников теории теплового излучения — Кирхгофа, Больцмана, Вина, Рэлея, Планка. [8].

Если книга Шёпфа посвящена только истории возникновения квантовой теории излучения, то монография М. Джеммера «Эволюция понятий квантовой механики» согласно её наименованию рассматривает происхождение понятий квантовой теории любых форм материи [9]. В монографии Джеммер отмечает научную значимость теоремы о равномерном распределении энергии между степенями свободы частиц материи. В 1859 г. Максвелл даёт первую формулировку этой теоремы. В 1868 г. Больцман даёт обобщение теоремы. «Но обобщение теоремы поставило под угрозу её справедливость» - указывает Джеммер. Он цитирует фразу лекции Кельвина «Тучи девятнадцатого века над динамической теорией теплоты и света». «Красота и ясность динамической теории, согласно которой теплота и свет являются формами движения, в настоящее время омрачены двумя тучами. Первая из них ...<это> вопрос: как может Земля двигаться сквозь упругую среду, которой по существу является светоносный эфир? Вторая – это доктрина Максвелла-Больцмана о распределении энергии».

«Однако, к счастью для будущего развития физики, Планк не воспользовался теоремой» - пишет Джеммер. Действительно, хотя Планк пытался следовать идеологии Больцмана при использовании понятия энтропии, он постоянно отклонялся от неё в сторону идеологии его оппонентов «энергетиков».

Начиная с Максвелла, свет представлялся электромагнитной волной. Поэтому исследователи спектра излучения черного тела пытались, используя уравнения Максвелла установить связь между плотностью энергии электромагнитного поля с частотой излучения и температурой материи, с которой это излучение находится в тепловом равновесии.

Планк выбрал другой путь для получения формулы спектра теплового излучения. Учитывая, что согласно второму началу термодинамики тепловое равновесие определяется на основе принципа максимума энтропии, он решил этот принцип применить для нахождения спектральной плотности теплового излучения. Для этого Планк начал подбирать формулу, которая бы определила энтропию как функцию средней энергии и частоты резонатора Герца.

Полагая, что

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \alpha / U. \quad (4.12)$$

Из условия $\frac{\partial S}{\partial U} = 1/T$ Планк получает выражение для определения средней энергии одного осциллятора

$$U = bv \exp\left(-\frac{av}{T}\right). \quad (4.13)$$

Здесь a и b постоянные, появляющиеся в результате интегрирования выражения (4.12).

Определяя спектральную плотность количества осцилляторов выражением

$$\rho(\nu) = 8\pi \frac{\nu^2}{c^3}, \quad (4.14)$$

Планк получает формулу Вина спектральной плотности энергии теплового излучения $E(\nu)$ в виде произведения

$$E(\nu) = \rho(\nu)U \quad (4.15)$$

При выводе этой формулы понятие энтропии фактически играло вспомогательную роль как способ получения выражения (4.13). Тем не менее, Планк предлагает «энтропию отдельного резонатора в зависимости от его частоты ν и энергии U определять следующим образом:

$$S = -\frac{U}{av} \left(\ln \frac{U}{ebv} \right), \quad (4.16)$$

где e – основание натурального логарифма.»

Такое определение энтропии позволило Планку оценить значения постоянных a и b по результатам экспериментальных наблюдений Ф. Курльбаума и Ф. Пашена. Но это определение по ряду причин Планка не устраивало и он «...в конце концов, приступил к построению полностью произвольных уравнений для энтропии». Вместо определения второй производной энтропии по энергии выражением (4.12) Планк предлагает следующее:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \frac{\alpha}{U(\beta + U)}. \quad (4.17)$$

Интеграл от правой части равен

$$\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{\alpha}{\beta} \ln \left(\frac{\beta + U}{U} \right) = \frac{1}{T}. \quad (4.18)$$

Решая это уравнение относительно U с заменой постоянных $\alpha = -k$, $\beta = h\nu$, можно сразу получить формулу Планка:

$$E(\nu) = \rho(\nu)U = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (4.19)$$

Непосредственное интегрирование $\frac{\partial S}{\partial U}$ позволяет получить выражение энтропии в следующем виде:

$$S = k \left(\left(1 + \frac{U}{h\nu} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{h\nu} \right) - \frac{U}{h\nu} \ln \frac{U}{h\nu} \right), \quad (4.20)$$

Однако в эпохальном докладе «Об одном улучшении закона излучения Вина», сделанном Планком 14 декабря 1900 года, ещё не фигурировало выражение энтропии (4.20), а вместо выражения (4.19) было приведено следующее:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{\exp(c/\lambda T) - 1}, \quad (4.21)$$

где вместо постоянных α и β фигурировали новые константы, а вместо частоты ν использовалась длина волны λ .

По поводу формулы (4.21) в завершении доклада Планк говорит: - «Эта формула, насколько я могу сейчас судить, соответствует экспериментальным данным, опубликованным к настоящему времени» [10].

4.3. Эволюция математического и физического смысла постоянной Планка

Выражение энтропии (4.20) появилось в работе Планка «О законе распределения энергии в нормальном спектре» [10]. Здесь же впервые появились значения двух новых фундаментальных постоянных: k и h . Позднее им были присвоены названия: k – постоянная Больцмана, h – постоянная Планка. Планк называл эту постоянную элементарным квантом действия.

Целью указанной выше работы являлось определение энтропии S как функции средней энергии осцилляторов U . При этом Планк стремится «...к более тщательному рассмотрению смысла понятия энтропии» и способу нахождения средней энергии осцилляторов. Для этого он вводит ансамбль из N одинаковых осцилляторов, для которого в силу условия аддитивности энтропии и энергии определяет энтропию S_N и энергию U_N ансамбля выражениями

$$S_N = NS \text{ и } U_N = NU. \quad (4.22)$$

Кроме того, он предлагает «представлять себе U_N не в виде непрерывной, неограниченно делимой величины, а в виде величины дискретной, состоящей из целого числа конечных

равных частей». Такую часть Планк обозначает символом ε , а их полное количество обозначает литерой P , соответственно значение U_N , дополнительно к выражению (4.22), должно удовлетворять следующему соотношению:

$$U_N = P\varepsilon. \quad (4.23)$$

Далее Планк определяет энтропию S_N выражением

$$S_N = k \ln W + \text{const}, \quad (4.24)$$

указывая, что W представляет вероятность того, что N резонаторов в сумме обладают энергией U_N . Ссылаясь на Л. Больцмана, определяет энтропию логарифмом числа комбинаций, которыми можно распределить P порций энергии между N резонаторами. Он не усматривает различий между его статистикой и статистикой Больцмана. Ансамбль Больцмана состоит из N частиц, обладающих различной энергией, тогда как ансамбль Планка это P неразличимых порций энергии, которые надо разместить по N квартирам (резонаторам). При этом некоторые *квартиры* могут оставаться не занятыми жильцами. Это различие статистик предельно ясно описано в монографии М. Борна «Атомная физика». Там же представлен алгоритм вычисления значения вероятности W [11].

Используя методы комбинаторики, Планк находит выражение среднего значения энтропии, приходящегося на один резонатор, которое он представляет в следующем виде:

$$S = k \left(\left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right). \quad (4.25)$$

Учитывая, что согласно закону смещения Вина элемент энергии ε пропорционален частоте, он определяет этот элемент выражением $\varepsilon = hv$. Подстановка этого выражения в формулу (4.25) делает эту формулу тождественной с выражением (4.20), которое получено исключительно на основе термодинамического подхода.

Более того, все выражения, начиная с (4.19) и кончая (4.25), Планк выводил для осцилляторов, но не для теплового излучения. Его работы «О необратимых процессах излучения», «Энтропия и температура лучистой энергии», «Об одном улучшении закона излучения Вина», «К теории распределения энергии в нормальном спектре», «Об элементарном кванте материи и электричества», как правило, состоят из двух частей. В одной части главным героем является осциллятор, свойства которого убедительно и ясно выводятся из выражения, описывающие статистические свойства ансамбля этих осцилляторов. Когда в другой части от осцилляторов Планк переходит к излучению исчезает чёткость в определении понятия теплового излучения, а вывод формул, описывающих процессы излучения и поглощения, теряет убедительность.

В современной квантовой теории в качестве виртуального образа осциллятора Планка используется решение уравнения Шредингера, которое обладает дискретным (эквидистантным) набором энергий. Но свет это не виртуальный объект, а корпускула, не имеющая массы, но обладающая энергией, импульсом и спином. Поскольку значения постоянных k и h Планк оценивал по результатам экспериментальных наблюдений теплового излучения, то имеются полные основания именно осцилляторы Планка отождествлять с носителями энергии, импульса и спина этого излучения. Объектом исследования экспериментов, по результатам которых Планк смог оценить значения постоянных k и h , являлось тепловое излучение, а не осцилляторы Планка. Ниже приводится фрагмент доклада «Законы теплового излучения и гипотеза элементарного кванта действия», прочитанного Планком на 1-м Сольвейском конгрессе в 1911 г.

“Воспользуясь для вычисления обеих констант k и h значением, найденным Люммером и Прингсгеймом,

$$\lambda_{\max} T = 0,294 \cdot 10^{-16} \tilde{n} \cdot \tilde{a} \tilde{\lambda} \tilde{a},$$

а также числом Курльбаума

$$S_{100} - S_0 = 7,31 \cdot 10^5 \tilde{y} \tilde{\lambda} \tilde{a} / \tilde{n}^2 \cdot \tilde{n} \tilde{a} \tilde{e},$$

где S_t – общее количество энергии, испускаемое каждым квадратным сантиметром черного тела при температуре t° в окружающее воздушное пространство в одну секунду, получаем $k = 1,346 \cdot 10^{-16} \tilde{y} \tilde{\lambda} \tilde{a} / \tilde{a} \tilde{\lambda} \tilde{a}, h = 6,548 \cdot 10^{-27} \tilde{y} \tilde{\lambda} \tilde{a} \cdot \tilde{n} \tilde{a} \tilde{e}.$ ”

Эти значения Планк получил ещё в 1900 году, их современные значения отличаются незначительно: $k = 1,38066 \cdot 10^{-16} \tilde{y} \tilde{\lambda} \tilde{a} / \tilde{a} \tilde{\lambda} \tilde{a}, h = 6,626 \cdot 10^{-27} \tilde{y} \tilde{\lambda} \tilde{a} \cdot \tilde{n} \tilde{a} \tilde{e}.$ Причем значение k определяется отношением газовой постоянной и числом Авогадро.

Что касается поиска физического смысла постоянной Планка h , то здесь чрезмерно большую роль играло совпадение размерности этой величины с размерностью действия, понятия используемого в механике. «Величина h , элементарный квант действия», является универсальной постоянной с размерностью энергия×время». Планк определяет эту величину выражением $\iint dqdp = h.$ Фактически уже в этом выражении содержится принцип неопределенности Гейзенберга. «Прежде всего, необходимо придерживаться того, что (во всяком случае, на мой взгляд) квантовая гипотеза является гипотезой не об энергии, а о действии. Первая составная часть гипотезы – это величина элементарной области вероятности, т. е. квант действия h . Квант энергии или света $h\nu$ выводится из него и имеет значение для периодических процессов, у которых существует определенная частота ν . И нет сомнения в том, что если квантовой гипотезе вообще будет придан более глубокий смысл, квант действия h приобретёт фундаментальное значение и для

непериодических, и для нестационарных явлений.» Слова Планка оказались пророческими. Квант действия h более века играет ключевую роль в квантовой теории.

В 1924 г. С.Н. Бозе пишет статью, в которой формула Планка выводится на основе разбиения фазового пространства излучения на ячейки объёмом h^3 . Согласно Бозе в одной ячейке может содержаться несколько квантов энергии [12]. Как разрешить противоречие, возникшее между определением Эйнштейна энергии фотона одним квантом $h\nu$ и энергией излучения Бозе? Выход был найден. Фотон включили в класс бозонов и позволили в одной ячейке фазового пространства находиться любому количеству фотонов Эйнштейна. Этот способ решения проблемы назван статистикой Бозе-Эйнштейна.. Самое интересное, что состояние, обладающее энергией нескольких квантов, может существовать во времени долго, при отсутствии воздействий, которые могут его нарушить.

В 1922 г. Луи де Бройль публикует статью «Black radiation and light quanta», в которой предлагает рассматривать черное излучение как релятивистский газ, атомы которого имеют энергию $h\nu$ [13]. В статье показано, что средняя по частоте энергия атомов света равна $3kT$. Как указывалось во введении, термин «фотон», предложенный Левисом для обозначения кванта света был предложен в 1926 г.. Согласно Левису, свет не является процессом излучения атомов, а является сохраняющейся во времени частицей, которая может покидать атом и поглощаться им. Поскольку масса фотонов нулевая, или близка к ней, то при любой температуре газ из фотонов будет релятивистским.

Согласно выражению (7.6) первой главы энергия движения частиц материи определяется их массой и скоростью движения согласно выражению: $\varepsilon = mc^2(V_0 - 1)$. В работе Д. Л. Синджа энергия фотона, представляющего частицу релятивистского газа, определяется величиной $h\nu$, т.е. так же как у Бриллюэна, но функция распределения фотонов по энергии, отличается от распределения Планка для излучения черного тела. Как указывает Синдж: - «Мы принимаем, что число фотонов сохраняется; фотоны испытывают лишь упругие столкновения с частицами (Комптон эффект). При черном же излучении фотоны испускаются и поглощаются атомами» [14].

Действительно чёрное тело Планка это макроскопическая система, способное обмениваться с излучением только дискретными квантами энергии. У Синджа тепловое равновесие между фотонами и веществом происходит за счёт рассеяния фотонов на электронах или ядрах. Наиболее эффективно обмен энергией происходит между фотонами и электронами. При таком обмене изменяется частота и направление движения фотонов. Если полость черного тела Планка заполнить сильно ионизованной плазмой, то в процессе установления теплового равновесия будут фигурировать два механизма обмена энергии

излучения и весомой материи – свободные электроны будут изменять частоту излучения, а связанные в атомах электроны меняют номер моды излучения. Такая ситуация рассматривалась автором «Миражей», и результаты её исследования представлены в статье, опубликованной в 2012 г. [15].

Более века прошло с момента появления в аппарате физики постоянной Планка h , но считать завершённой эволюцию физического смысла этой величины ещё рано. На том же 1-м Сольвейском конгрессе при обсуждении доклада Планка прозвучал следующий вопрос, заданный Пуанкаре: - «Можно себе представить атомы материи и атомы электричества, поскольку имеет место сохранение материи и сохранение заряда. Можно представить себе также и атомы энергии, ибо имеет место сохранение энергии. Но как утверждать, что имеет место сохранение действия?» Этот вопрос не вызвал должного внимания. Удивительно другое. Почему Пуанкаре, зная, что в механике существуют не только законы сохранения материи, импульса и энергии, существует ещё закон сохранения углового момента, не обратил внимания на то, что размерность постоянной Планка h совпадает с размерностью углового момента?

В 1925 г. Дж. Улунбек и С. Гаудсмит, анализируя расщепление спектральных линий, выдвинули гипотезу, что электрон обладает собственным механическим моментом $\hbar/2$ и магнитным моментом, равным магнетону Бора. К сожалению, к этому времени представление о кванте действия настолько прочно вошло в аппарат физики, что открытие спина у электрона не повлияло на понимание физического смысла постоянной Планка h .

В 1918 г. были опубликованы и доложены Ф. Клейном работы Эмми Нётер, посвященные исследованиям инвариантности дифференциальных выражений. [16,17]. Теорема Нётер используется в теории квантованных полей. В частности, на основе этой теоремы доказываются законы сохранения 4-вектора энергии-импульса, электрического заряда, спина и магнитного момента частиц. В предыдущей главе было показано, что масса, электрический заряд, спин и магнитный момент электрона являются постоянными интегрирования его комплексного поля. Почему эти постоянные имеют такие значения – вопрос, на который должна ответить физика будущего.

4.4. Нулевая энергия осцилляторов Планка

В работе Ципенюка Ю.М. [18] достаточно подробно рассматривается история возникновения понятия нулевой энергии систем, находящихся в потенциальной яме. Примером проявления нулевой энергии является «эффект Казимирв» [19]. «Небытие как отсутствие и частиц, и поля невозможно. Всмотриваясь в вакуум, мы видим не темноту, а

отдельные мерцающие вспышки – флуктуации вакуума, или нулевое поле вакуума» - пишет А. А. Гриб [20].

В своих первых работах по теории излучения черного тела М. Планк полагал, что осцилляторы, определяющие спектр теплового излучения могут иметь дискретные уровни энергии. Вероятность P_n обнаружения осциллятора на n -м уровне энергии определяется выражением

$$P_n = (1 - \exp(-x)) \exp(-nx); \quad x = hv / kT. \quad (4.26)$$

В первых работах Планк полагал нижний уровень энергии равным нулю. Как следует из (4.26), доля осцилляторов на нулевом уровне равна $1 - \exp(-x)$. Однако в докладе на I Сольвеевском конгрессе он выдвигает гипотезу, что нулевому уровню соответствует среднее значение энергии $hv/2$ [10, стр.283]. Этот доклад вызвал бурную дискуссию, причиной которой было отсутствие единства в понимании физического смысла осцилляторов. Являлись ли они только источником излучения или носителями энергии этого излучения? Как трактовать понятие вероятности? Что скрывается за постоянной Планка, имеющей размерность действия? Ряд вопросов, прозвучавших на дискуссии, остались без ответа до сих пор. Основной из них – существует ли реально объект, энергия которого соответствует нулевому уровню энергии электромагнитного излучения?

Вопрос о нулевом уровне энергии осцилляторов непосредственно связан с другим вопросом: насколько правомочно плотность числа осцилляторов считать детерминированной? Планк искал закон распределения энергии в спектре черного излучения, определяя спектральную плотность числа осцилляторов выражением

$$\rho(\nu) = 8\pi\nu^2 / c^3. \quad (4.27)$$

Это выражение встретило нарекание, поскольку оно было получено Планком из представлением об излучении классической электродинамики Максвелла. Нарекание было устранено формально, появлением статистики Бозе-Эйнштейна. Согласно этой статистике выражение (4.27) определяет собой спектральную плотность количества ячеек фазового пространства $N(\nu)$ с размерами «элементарной области вероятности, т. е. квант действия h ».

У Планка осцилляторы являлись посредниками в процессе обмена энергией между материей и излучением. Он полагал, «что в лучистой теплоте элементами, беспорядок которых обуславливает энтропию, являются не атомы, как у газов, а крайне многочисленные, простые гармонические колебания, из которых должен состоять каждый, даже самый однородный световой или тепловой луч». Это изречение Планка

указывает на существовании пропасти, разделяющей формулу спектра энергии осцилляторов и спектром энергии излучения.

Похоже, Планк даже не осознавал, что он находится на стороне пропасти вместе с противниками идеологии Больцмана, представляющего тепло молекулярным движением. На это указывает его статья «К теории открытия кванта действия», опубликованная в 1943 г. [10]. С одной стороны Планк использует определение энтропии Больцмана $S = k \ln W$, а с другой стороны он определяет величину W выражением $W = \frac{(P+N)!}{P!N!}$, где N – число осцилляторов, а P количество порций энергии излучения $h\nu$. Подобное определение энтропии явилось основой способа получения формулы спектра теплового излучения.

Ниже предлагается другой способ устранения пропасти – вернуться обратно и считать осцилляторы Планка и корпускулы света тождественными объектами, т.е. говорим осциллятор – подразумеваем «атом» света, или сохраняющийся фотон Льюиса.

Пусть энергия такого фотона в общем случае определяется выражением

$$\varepsilon = (n + \alpha)h\nu, \quad (4.28)$$

где n – положительное целое число, α - положительное вещественное число, меньшее 1.

Формула спектра излучения Планка является следствием гипотезы, что в процессе теплообмена между материей и фотонами изменяется лишь квантовое число n , а значение частоты ν остается постоянным. В этом случае энтропию теплового излучения можно было определить выражением

$$S = - \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty P_n \ln P_n \rho(\nu) d\nu. \quad (4.29)$$

Здесь P_ν и $\rho(\nu)$ определяются выражениями (4.26) и (4.27). Но выражение (4.26) совершенно не учитывает нулевой уровень. Точнее, нулевому уровню соответствует $P_0 = 1 - \exp(-x)$, при котором значение $\alpha = 0$.

В работе Шредингера [6] показано, что при $\alpha = 1/2$ среднее по квантовым числам значение энергии определяется выражением.

$$U = \frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{\exp(x) - 1}. \quad (4.30)$$

Спектральная плотность энергии излучения определяется выражением

$$E(\nu) = \rho(\nu)U = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \left(\frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{\exp(x) - 1} \right). \quad (4.31)$$

Шредингер указывает: - В этих хорошо известных выражениях “нулевая энергия” $h\nu/2$ обычно опускается.

4.5. Статистика Больцмана осцилляторов Планка

У фотона, энергия которого определяется выражением (4.28), при взаимодействии с атомом изменяется квантовое число, а при взаимодействии со свободным электроном может меняться как квантовое число, так и частота. Подобно тому, как Больцман использует функцию плотности распределения атомов по частоте, можно ввести функцию плотности распределения фотонов $N_n(\nu)$ в пространстве частот и квантовых чисел и определить пространственную плотность их числа и плотность энергии выражениями:

$$N = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_n(\nu) \rho(\nu) d\nu, \quad E = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_n(\nu) \varepsilon_n(\nu) \rho(\nu) d\nu. \quad (4.32)$$

Отличие статистики Больцман от статистики Бозе-Эйнштейна заключается в том, что в статистке Больцмана объектами являются различимые частицы, а в статистике Бозе не различимые кванты энергии. В первом случае плотность вероятность для фотона следует определять выражением

$$P_n^B(\nu) = N_n(\nu) / N. \quad (4.33)$$

Во втором случае плотность вероятность для осциллятора определяется выражением (4,26). Причем, формула излучения планка является следствием условия, что сумма вероятностей по квантовым числам равна единице при любом значении частоты, тогда как выражение (4.33) требует проводить нормировку, как по квантовым числам, так и по частоте:

$$\int_0^{\infty} \rho(\nu) \left(\sum_{n=0}^{\infty} P_n^B(\nu) \right) d\nu = 1. \quad (4.34)$$

При термодинамическом равновесии энергия E распределяется между N объектами таким образом, чтобы обеспечивалось максимальное выражение энтропии S^B . В результате удельная энтропия на один фотон представляется выражением

$$S^B = - \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_n^B(\nu) \ln(P_n^B(\nu)) \rho(\nu) d\nu. \quad (4.35)$$

Функция $P^B(\nu)$, удовлетворяющая этим условиям имеет вид.

$$P_n^B(\nu) = A \exp(-(n + \alpha)x), \quad x = h\nu / kT. \quad (4.36)$$

Здесь A – нормирующий множитель, определяемый значениями N и E .

При подстановке (4.36) в (4.32) и последующем интегрировании можно найти взаимно однозначное соответствие между значениями E , N и A , α :

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} N_n = \frac{16\pi A}{(ch)^3} \psi(\alpha)(kT)^3, \quad N_n = \frac{16\pi A(kT)^3}{(ch(n + \alpha))^3}, \quad \psi(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} (n + \alpha)^{-3}; \quad (4.37)$$

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} E_n = \frac{48\pi A}{(ch)^3} \psi(\alpha)(kT)^4, E_n = \frac{48\pi A(kT)^4}{(ch(n+\alpha))^3}, \frac{E}{N} = \frac{E_n}{N_n} = 3kT. \quad (4.38)$$

N_n и E_n представляют средние значения плотности количества и плотности энергии фотонов n -й моды Т. о., средние энергии фотонов каждой из мод равны $3kT$ в полном соответствии с условием термодинамического равновесия. Но это совершенно другая форма равновесия, чем равновесие, описываемой формулой Планка. В данном случае моды играют роль различных сортов частиц излучений, каждый из которых обладает одинаковой температурой. Подобно тому, как в смеси различных газов при одинаковом давлении предполагается равенство температур каждой из компонент газа, в излучении осцилляторы различных мод представляют разный сорт атомов излучения.

4.6. Плотности числа фотонов различных уровней

В формуле (4.26), описывающей вероятность осциллятора Планка занимать тот или иной энергический уровень, выражению $P_0 = (1 - \exp(-x))$ соответствует ситуация, когда осциллятор не имеет энергии. В статистике Бозе это пустая ячейка в фазовом пространстве. Вероятность P_0 сопровождает формулу Планка до сих пор. Хотя позже Планк предлагал в качестве значения нижнего уровня осциллятора считать величину $h\nu/2$. Это выражение фигурирует в квантовой теории осциллятора, но совершенно не принимает участия в спектре теплого излучения.

Статистика Больцмана требует существования носителей энергии и импульса. Эти носители различаются уровнем энергии. Значение энергии нижнего уровня фотона пока не известно. В выражении (4.28) этот уровень обозначен символом $\alpha h\nu$. Значение α существенно влияет на форму спектра теплового излучения – чем меньше значение α , тем ближе спектр Больцмана к форме спектра Планка. При этом возрастает доля фотонов N_0 , находящихся на нижнем уровне, по сравнению с общим числом фотонов N . Эта доля определяется выражением

$$N_0 = \frac{N}{\alpha^3 \psi(\alpha)}; \psi(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+\alpha)^3}. \quad (4.39)$$

Выражение (4.38) учитывает полную энергию суммы осцилляторов, начиная с нулевой моды. Эта энергия определяется выражением

$$E = 8\pi kTA \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (n+\alpha)x^3 \exp(-((n+\alpha)x) dx = 48\pi kTA \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \psi(\alpha), \quad (4.40)$$

Именно эту энергию теряет излучаемое тело. Однако лишь часть этой энергии доступна измерениям датчикам числа квантов. Определяется эта часть выражением

$$E'' = 8\pi kTA \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \int_0^\infty \sum_{n=1}^\infty nx^3 \exp(-(n+\alpha)x) dx = 48\pi kTA \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \Psi''(\alpha), \quad (4.41)$$

$$\Psi''(\alpha) = \sum_{n=1}^\infty \frac{n}{(n+\alpha)^4}.$$

При $\alpha=1/2$ $\Psi''(\alpha)=0.296974$, тогда как $\Psi(1.2)=8.4144$, их отношение равно 28.3338. Следовательно, полная энергия, излучаемая звездами, во столько же раз больше энергии, определяемой счетчиками квантов

В выражениях (4.40) и (4.41) фигурирует неизвестный коэффициент нормировки A . Указанные выражения определяют плотности энергий, соответствующие закону Стефана-Больцмана:

$$E_B = C_B T^4, E_B'' = C_B'' T^4; C_B = 48\pi kA \left(\frac{k}{hc} \right)^3 \Psi(\alpha), C_B'' = 48\pi kA \left(\frac{k}{hc} \right)^3 \Psi''(\alpha). \quad (4.42)$$

Согласно формуле Планка

$$E_P = C_P T^4, C_P = 48\pi k \left(\frac{k}{ch} \right)^3 \Psi_p; \Psi_p = \sum_{n=1}^\infty \left(\left(\frac{1}{n} \right)^3 - \frac{n}{(n+1)^4} \right). \quad (4.43)$$

Если выполняется условие $E_B'' = E_P$, то выражение, определяющее коэффициент нормировки A , будет следующим: $A = \frac{\Psi_p}{\Psi''(1/2)} = 3.6445$.

Если же выполняется условие $E_B = E_P$, то выражение, определяющее коэффициент нормировки A , будет иметь меньшее значение:

$$A = \frac{\Psi_p}{\Psi(1/2)} = 0.1286275554 \quad (4.44)$$

Условие $E_B = E_P$ соответствует болометрическому способу измерению плотности энергии излучения. Значения констант плотности энергии излучения C_B и C_P будут совпадать: $C_B = C_P = 7.5656558 \cdot 10^{-15} \text{ уд} \cdot \hat{E}^4 \cdot \hat{m}^{-3}$. Кроме плотности энергии излучения, в выражениях (4.38) фигурирует величина N – плотность всех фотонов, а выражение (4.39) определяет плотность нулевых фотонов N_0 . Для этих величин также существуют постоянные коэффициенты D_N и D_{N_0} , имеющие следующее значение: $D_N=142$ фотон/см³град³ и $D_{N_0}=135$ фотон/см³град³. Пользуясь этими значениями, можно оценить плотности фотонов при любой температуре согласно выражениям

$$N = D_N T^3, N_0 = D_{N_0} T^3, N_n = \frac{N}{(n+1/2)^3 \Psi(1/2)}. \quad (4.45)$$

Для спектра Планка можно посчитать плотность осцилляторов и оценить их среднюю энергию. Из определения плотности осцилляторов выражением (4.14) и определения вероятности P_n обнаружить осциллятор на n -м уровне энергии формулой (4.26) следует

$$N_p = 8\pi \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\exp(x) - 1} = D_p T^3. \quad (4.47)$$

$$D_p = 20.29$$

$$\langle E_p \rangle = \frac{E_p}{N_p} = \frac{C_p}{D_p k} kT = 2.7 \cdot kT. \quad (4.49)$$

Термин плотность мод требует разъяснения. В статистике Бозе N_p фигурирует как количество не пустых ячеек фазового пространства теплового излучения. Соответственно, символ $\langle E_p \rangle$ определяет среднюю плотность энергии излучения в каждой ячейке этого пространства. Это означает, что в выражении Планка спектральной плотности энергии доминирует идеология *энергетиков*, а не идеологией Больцмана. Доклад М. Планка, прочитанный им на первом Сольвеевском конгрессе в 1911 году, подтверждает справедливость этого мнения.

4.7. Четыре формы спектральной плотности энергии излучения черного тела

1) **Формула Планка** представляет спектральную плотность энергии излучения процессов, в которых обмен энергией между материей черного тела и излучением носит только дискретный характер. Вид выражения спектра излучения, предложенный Планком в 1900 г., остался неизменным до наших дней. Лишь в 1924 г. появилась работа С. Н. Бозе, в которой формула Планка выводится на основе разбиения фазового пространства излучения на ячейки объемом h^3 . С одной стороны, работа Бозе подтверждает справедливость с точки зрения математики формулу Планка. С другой стороны, она показывает, что эта формула описывает распределение энергии излучения по этим ячейкам в предположении дискретного характера этой энергии. Фактически формула Планка описывает энергию, детектируемую материальными телами, но отнюдь не излученную..

Формула Планка позволяет диагностировать состояние материальных тел в широком диапазоне температур. Она стала незаменимым инструментом для астрофизики при разработке принципов классификации звезд. Возникли понятия эффективной, яркостной и цветовой температур, значения которые оцениваются по сравнению наблюдаемых спектров плотности излучения со спектрами представляемыми формулой Планка.

Отмечается, что в области длинных волн характер поведения спектра плотности энергии, описываемый формулой Планка, соответствует закону Релея-Джинса, а в области коротких длин, наблюдается соответствие со спектром Вина. Кроме того, зависимость от температуры места положения максимума в спектре формулы Планка определяется законом смещения Вина.

В формуле Планка вероятность P_n обнаружения осциллятора на n -м уровне энергии определяется выражением (4.26). При $n=0$ согласно этому выражению $P_0 = 1 - \exp(-x)$ определяет вероятность того, что энергия осцилляторов на этом уровне равна нулю. Но уже в 1911 г. на первом Сольвеевском конгрессе в своём докладе Планк выдвигает гипотезу, что на этом уровне средняя энергия осцилляторов равна половине кванта $h\nu$. Однако эта гипотеза не повлияла на форму выражения спектра теплового излучения Планка. Причина этого видится в том, что нормировка в формуле Планка проводится по модам для каждой частоты в отдельности. Если придерживаться идеологии Больцмана, то для ансамбля частиц нормировка должна проводиться с учётом законов сохранения числа частиц и количества энергии. Планк же искал закон распределения энергии в спектре черного излучения, определяя спектральную плотность числа осцилляторов выражением $\rho(\nu) = 8\pi\nu^2 / c^3$. При таком определении появление у осцилляторов нулевой моды значения энергии, которое отлично от нуля, приводит, к так называемой, ультрафиолетовой катастрофе. Спектральный закон Релея-Джинса, согласно которому в области малых значений частоты плотность энергии излучения линейно зависит от температуры и меняется пропорционально квадрату значения частоты, что создаёт ультрафиолетовую катастрофу. Как было показано выше, если придерживаться идеологии Больцмана, считая тепловое излучения корпускулярным, то можно избежать ультрафиолетовой катастрофы. Ниже это будет продемонстрировано при сравнении формул спектральной плотности энергии излучения Планка, как для суммы энергий всех мод, так и для каждой моды отдельно (начиная с первой моды) с соответствующими тремя видами спектров, соответствующих определению энтропии излучения согласно Больцману. Спектры Планка определяются следующим выражением: :

$$E_p(x) = \frac{A_p x^3}{\exp(x) - 1}, \quad A_p = 8\pi kT \left(\frac{kT}{ch} \right)^3. \quad (4.54)$$

$$E_p = A_p \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1} = A_p \cdot 6.4939394 = a \cdot T^4.$$

$$a = 8\pi k \left(\frac{k}{ch} \right)^3 \frac{\pi^4}{15}; \quad a = 7.565073287578296E-015$$

2) **Спектр свободной энергии** при $\alpha=1/2$ определяется согласно выражениям

$$E_B''(x) = \frac{A_p A x^3 \exp(-x/2)}{(\exp(x)-1)(1-\exp(-x))}, E_{B,n}''(x) = A_p A n x^3 \exp(-(n+1/2)x). \quad (4.55)$$

3) **Спектр полной энергии** фотонов без учёта энергии нулевой моды при $\alpha=1/2$ определяется согласно выражениям

$$E_B'(x) = E_B''(x) + \frac{1}{2} \frac{A_p A x^3 \exp(-x/2)}{\exp(x)-1}, \quad (4.56)$$

$$E_{B,n}'(x) = A_p A (n+1/2) x^3 \exp(-(n+1/2)x).$$

4) **Спектр энергии** фотонов нулевой моды при $\alpha=1/2$

$$E_0(\nu) = \frac{1}{2} A_p A x^3 \exp(-x/2). \quad (4.57)$$

Здесь во всех трёх формах спектров под термином фотон понимается корпускулы, у которых масса равна нулю, а энергия определяется выражением (4.28) при $\alpha=1/2$. На рисунке 34 приведены спектры плотности энергии теплового излучения при температуре 5600К для указанных выше четырех форм спектров.

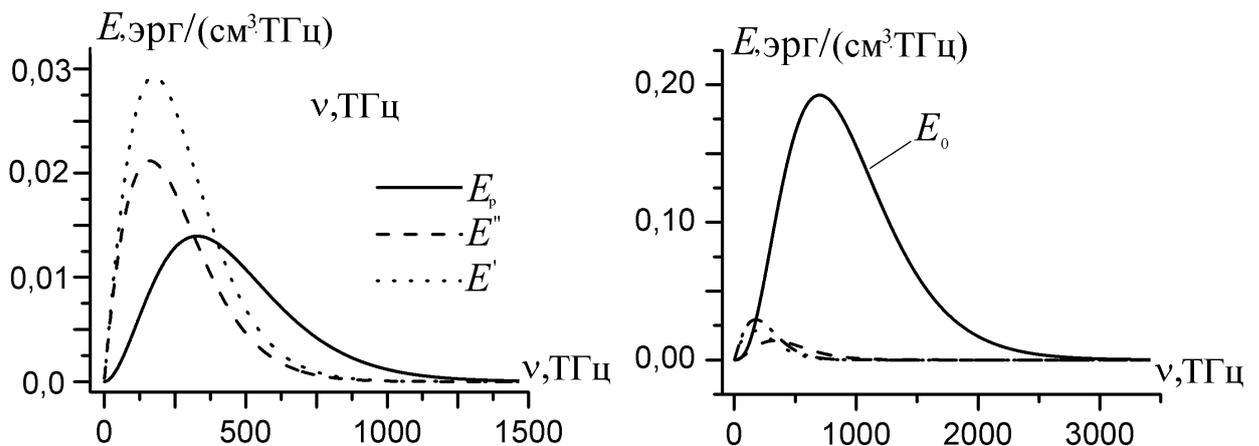


Рис. 34 Спектральная плотность четырех форм энергии: E_p , E'' , E' и E_0 при температуре излучения 5600К.

Из рисунков видно, что рассматриваемые четыре типа спектральных функций плотности энергии излучения заметно различаются. Тем не менее, у этих функций наблюдаются общие закономерности. Например, для всех выполняется закон смещения Вина – значение частоты ν_{max} , определяющей положение максимума спектральных функций, линейно зависит от частоты. Эта зависимость представляется выражением:

$$\nu_{max} = \frac{\alpha}{h} kT, \quad \text{где } \alpha \text{ – постоянная Вина. Стандартный метод её вычисления заключается в}$$

решении трансцендентного уравнения, в котором производная спектральных функции

приравнивается нулю. При наличии компьютера можно существенно облегчить задачу вычисления постоянной смещения Вина. Для этого следует с мелким шагом непосредственно строить сами спектральные функции и находить в них положение максимума. В данном случае так находились значения x_{max} для всех четырех указанных выше спектральных функций. В результате были получены следующие значения постоянной Вина: $\alpha_1=2.82149$, $\alpha_2=1.38243$, $\alpha_3=1.50877$, $\alpha_4=6$. Здесь индексы указывают номер спектральной функции – 1 соответствует спектру Планка, 2 – спектру E'' , 3 – спектру E' , 4 – спектру E_0 . Значения постоянной Вина α равны значению x_{max} .

Следует учитывать, что первые три спектральные функции являются суммой спектров различных мод излучения. Здесь наблюдается аналогия между функциями плотности распределения по скоростям идеального газа Больцмана и фотонным газом. В данном случае имеется в виду газ, являющийся смесью из молекул, различающихся по массе. При термодинамическом равновесии значения средней кинетической энергии молекул в не зависимости от их массы будут равными. То же равенство имеет место у фотонов с различными квантовыми числами. Номер моды это не число фотонов, каждый из которых обладает одним квантом энергии и располагается в одной ячейке фазового пространства, - это один фотон с энергией определяемой номером моды.

Таким образом, у фотонного газа роль массы играет его угловой момент S_n , который определяется выражением $S_n=(n+1/2)h$. Этому угловому моменту соответствует энергия $\varepsilon_n= S_n v$ и импульс $\mathbf{p}_n= S_n \mathbf{k}$ ($\mathbf{k}=\mathbf{n}v/c$ – волновое число). Следовательно свет представляет материю, частицы которой не обладают массой, но могут обладать импульсом и энергией при наличии у них углового момента. Т.е. фотоны это вихри эфира (те, у которых аллергия на термин эфир, могут заменить его термином вакуум)..

В оправдание дозволенности высказываний предыдущего абзаца уместно привести слова Р.Декарта из его трактата «О свете» - «Предполагая здесь трактовать о свете, я хочу первым делом обратить ваше внимание на то, что надо различать ощущение света, т. е. идею, появившуюся в нашем воображении при посредстве глаз, и то, что имеется в предметах, производящих в нас эти чувства, т. е. то, что имеется в пламени или в Солнце и называется светом».

Первые три из рассматриваемых спектральных функций представляют суммы плотности энергии фотонов различных мод. Каждая из мод имеет свой максимум в спектре. Для исследования зависимости от номера моды n значений положения этих максимумов x_n и значений их амплитуд A_n использовались представленные ниже безразмерные спектральные функции мод излучения:

$$F_{p,n}(x) = (1 - \exp(-x))nx^3 \exp(-nx), \quad n = 1, 2, \dots, \infty. \quad (4.58)$$

$$F_n''(x) = Anx^3 \exp(-(n+1/2)x), \quad F_n' = A(n+1/2)x^3 \exp(-(n+1/2)x).$$

Здесь A – нормирующий множитель, представленный ранее выражением (4.44).

Оценка значений x_n и A_n осуществлялась непосредственным численным моделированием указанных функции при изменении значений n от 1 до 10000 с шагом 1. Результат вычислений представлены на рисунке 35.

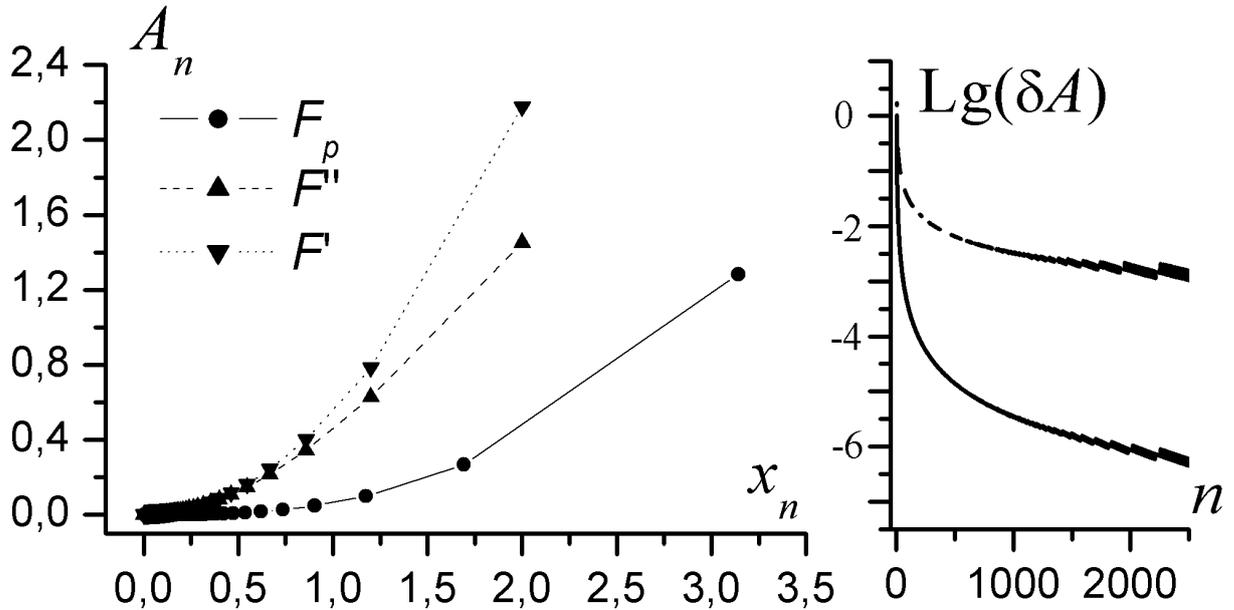


Рис. 35 Амплитудно-частотная зависимость для максимумов спектров плотности энергии излучения (левая панель), ошибки вычисления амплитуд (правая панель) .

Положение символов на линиях рисунка (левая панель) соответствуют номеру моды: $n=1$ в верхней части каждой из трех линий, при движении в низ n последовательно увеличивается на единицу. С ростом номера моды значения амплитуды A_n и параметра x_n стремятся к нулю. Для определения темпа падения значений амплитуды A_n с увеличением номера моды вводилась функция δA , значения которой определялись согласно формуле

$$\delta A_n = \frac{A_n - A_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}. \quad (4.59)$$

Различие между значениями δA_n , соответствующие функциям F_n'' и F_n' , уже при $n > 40$ составляет менее 1%, поэтому на графике линии сливаются, тогда как линия δA_n , соответствующие спектру Планка (функция F_p), располагается существенно ниже. Причина такого существенного различия кроется в том, что асимптотика спектра Планка при стремлении x к нулю квадратично зависит от значения x , тогда как асимптотика спектров F_n'' и F_n' определяется линейной зависимостью от значения x .

В таблице 1 демонстрируется различие спектров Планка F_p и спектров F_n'' и F_n' на примере сравнения значений x_n и A_n при трех значениях n .

Таблица 1.

n моды	1		1000		10000	
	A_n	x_n	A_n	x_n	A_n	x_n
F_p	1.283	3.142	$4.68 \cdot 10^{-9}$	0.004	$4.688 \cdot 10^{-12}$	0.0004
F''	1.4516	2	$4,8918 \cdot 10^{-6}$	0.0029 987	$4.8984 \cdot 10^{-8}$	0.0003
F'	2.1774	2	$4,8942 \cdot 10^{-6}$	0.0029 987	$4.8987 \cdot 10^{-8}$	0.0003

Представляет интерес сравнение данных таблицы со значением параметров экстремума нулевой моды, безразмерная спектральная функции которой имеет следующий вид:

$$: \quad F_0(x) = \frac{1}{2} Ax^3 \exp(-x/2). \quad (4.60)$$

Эта функция принимает максимальное значение $A_0=19.5966$ при значении аргумента $x_0=6$. Согласно выражениям (4.42) и (4.43) полная энергия излучения, получаемая на Земле от Солнца, более чем в 28 раз превосходит значение энергии, соответствующее формуле Планка. Возникает вопрос – почему же мы не замечаем столь поразительную разницу? Почему нулевые фотоны фигурируют в квантовой электродинамике и. практически игнорируются в оптике? К сожалению, я не могу дать исчерпывающий ответ на эти вопросы. Да и сами они возникли у меня только сегодня 17 декабря 2020.

4.8. Луи де Бройль

В 1922 г. Луи де Бройль публикует статьи «Излучение черного тела и кванты света» и «Об интерференции и теории квантов света» [21]. Эти работы почти на 2 года опередили работу Бозе [12], явившуюся основой статистики Бозе-Эйнштейна. И не просто опередили, а предлагали совершенно другую статистику, подобную статистике Больцмана. Де Бройль рассматривал излучение как газ, состоящий из фотонов, энергия которых могла быть кратной кванту энергии $h\nu$. Фотоны, энергия которых равна одному кванту, он называл атомами излучения. Эти атомы могли создавать молекулы. Средняя энергия фотонов равна $3kT$ вне зависимости от количества квантов, определяющих их энергию. От числа квантов зависит лишь плотность фотонов, которую де Бройль определяет пропорциональной значению n^{-4} . Т.о., плотность фотонов, имеющих 2 кванта энергии, в 16 раз меньше плотности фотонов, обладающих энергией 1 квант.

Де Бройль пишет - С точки зрения квантов света явления интерференции кажутся связанными с существованием совокупностей атомов света, движущихся не независимо, а когерентно. Отсюда естественно предположить, что если когда-нибудь теория квантов света сможет объяснить интерференцию, она должна будет ввести в рассмотрение подобные объединения квантов». Такое объединение постулируется статистикой Бозе-Эйнштейна. Но в этой статистике средняя энергия фотонов равна значению $\sim 2,7kT$. Отличие от $3kT$ возникает из-за того, что нормировка в данном случае производится на число квантов, тогда как де Бройль нормирует согласно статистике Больцмана. Подобно тому, как это проведено выше в разделе 4.5 выражение (4.38).

В 1923 г де Бройль пишет серию статей «Волны и кванты», «Кванты света, дифракция и интерференция», «Кванты, кинетическая теория газов и принцип Ферма» [22]. «За открытие волновой природы электрона» в 1929 г. ему присуждается Нобелевская премия.

4.9. О термодинамическом равновесии

Для совпадения теоретических спектров, построенных на основе принципа максимума энтропии, с экспериментальными измерениями, необходимо совпадение условий проведения эксперимента с условиями, заложенными в принцип максимума энтропии. Но этот принцип предполагает, что наблюдение производится в условиях термодинамического равновесия. Соблюдается ли такое равновесие для излучения черного тела. Формула Планка в действительности не нуждается в соблюдении термодинамического равновесия. Она фактически является аппроксимацией результатов экспериментальных наблюдений в предположении, что энергия излучения квантована и процесс излучения стационарен в широком смысле.

Идеология Больцмана, используемая в принципе максимума энтропии, требует баланса распределения энергии между всеми степенями свободы системы в процессе установления термодинамического равновесия. Но насколько это равновесие сохраняется в природе?

Лучшего ответа на этот вопрос, чем дал И. Пригожин в книге «Современная термодинамика», трудно предложить: - «За последние 50 лет наши взгляды на Природу коренным образом изменились. Классическая наука делала основной упор на равновесие и стабильность. Мы же на всех уровнях от химии и биологии до космологии наблюдаем флуктуации, нестабильности и эволюционные процессы. Всюду вокруг нас необратимые процессы, в которых симметрия во времени нарушена.»

Поэтому при оценивании спектра излучения черного тела необходимо иметь в виду, что состояние этого излучения может оказаться не равновесным. И здесь опять возникает вопрос – что понимать под излучением и его состоянием?

Формула Планка основывается на представлении излучения квантованным электромагнитным полем, создаваемым нагретыми телами. Для описания статистических свойств этого поля Планк использует выражение (4.20), представляющее энтропию излучения черного тела. Как пишет Планк в работе «К истории открытия кванта действия», - «Чтобы этому выражению придать физический смысл необходимы совершенно новые представления о сущности энтропии, которые можно было применять в области электродинамики». Действительно, энтропия Планка отличается от энтропии Клаузиуса. Последняя является потенциалом, на котором основывается второе начало термодинамики.

Энтропию Больцмана и Планка скорее можно отнести к классу статистических, но не термодинамических понятий. Эти энтропии предназначены для решения вполне определенных частных задач. Больцману это понятие потребовалось для нахождения функции плотности распределения по скоростям молекул идеального газа.

Планк решает другую задачу. Он ищет выражение энтропии, отвечающее условию термодинамического равновесия между излучением и веществом, и позволяющего интерпретировать как закон смещения Вина, так и отличие от него в области низких частот. Фактически Планк решает некорректную задачу – оценка спектральной плотности мощности (СПМ) излучения, испускаемого черным телом. Некорректность задачи заключается в весьма ограниченном наборе экспериментальных данных по обнаружению отклонений от закона Вина.

В своих воспоминаниях Планк пишет – «сначала О. Луммер и Э. Прингсхейм, а затем и Ф. Пашен обратили внимание на некоторые отклонения от закона распределения Вина, которые они обнаружили».

При этом физическая модель самого излучения у Планка была весьма туманной – кванты энергии электромагнитного поля, которые размещаются определенным образом по ячейкам фазового пространства. Сама задача оценки СПМ сводилась к определению этого способа. Т.е., имеется P ячеек в элементе пространства волновых векторов (именно в элементе, а не во всем пространстве) и N порции энергии, которые нужно разместить по этим ячейкам.

Подобная постановка задачи имеет смысл, если её целью является оценка спектра излучения. Более того, способ Планка оценивать СПМ случайных процессов методом максимальной энтропии был применен для цифрового оценивания СПМ временных рядов

в последних десятилетиях прошлого века. Как пишет Робинсон [25] доклад Дж. Берга «Спектральное оценивание методом максимальной энтропии», представленный Бергом в 1967 г. на 37-й сессии Общества разведочной геофизики, произвёл сенсацию». Чем же была вызвана сенсация? Дело в том, что количество методов спектрального оценивания и публикаций этих методов росло катастрофически быстрыми темпами, требовался критерий, позволяющий выбрать нужный метод для решаемой задачи.

Проблема заключалась в том, что цифровая обработка сигналов предполагает ограниченность рядов, представляющих исследуемый процесс. Любой конечный дискретный ряд может быть аппроксимирован множеством спектральных функций. Берг предлагает из этого множества брать только такую функцию, которая реализуется наибольшим числом способов, т.е. имеет максимальное значение энтропии. Для оценки СПМ процесса, представленного ограниченным рядом автокорреляционной функции, Берг использует следующее выражение энтропии:

$$H_s = \frac{1}{W} \int_w \text{Ln}(G(\omega)) d\omega. \quad (4.61)$$

Здесь W и $G(\omega)$ – полоса частот и СПМ процесса.

В результате оказалось, что выражение СПМ, которое соответствует максимуму энтропии, по форме совпадает со спектром авторегрессионного процесса. Это означает, что выражение энтропии (4.61) в виде функционала СПМ представляет частный случай. Действительно, К. Шеннон получил выражение энтропии H_s для процесса, образованного путем линейной фильтрации белого шума [26]. В работе «Спектральное оценивание методами максимальной энтропии» [27] предлагается определять энтропию следующим выражением:

$$H = \frac{2\text{Ln}}{W} \int_w \sqrt{G(\omega)} d\omega. \quad (4.62)$$

Легко проверить, что для приведенных выражений энтропии выполняется условие $H > H_s$.

В заметке Дж. Хоргана [27] имеется фраза – «Однажды Шеннон сказал, что понятием энтропии ему посоветовал воспользоваться великий математик Джон фон Нейман, указав, что, так как никто не знает, что это такое, у Шеннона всегда будет преимущество в спорах, касающихся его теории». Самое лаконичное и точное определение понятия *энтропии* приводится в Математической энциклопедии: **ЭНТРОПИЯ** – теоретико-информационная мера степени неопределенности случайной величины.

Т.е. энтропия это прежде всего инструмент для исследования случайных процессов. Этот инструмент в зависимости от решаемой задачи может принимать

различные формы. Например, если случайная величина x принимает множество дискретные значения и нужно найти значения соответствующих этому множеству вероятностей p_1, \dots, p_n , то для решения задачи следует определить энтропию согласно выражению

$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \text{Ln}(p_i). \quad (4.63).$$

Когда все значения x из выбранного множества равновероятны, значение энтропии принимает наибольшее значение - $H = \text{Ln}(n)$. Во всех остальных случаях энтропия будет иметь меньшее значение. Для определения его значения необходимо иметь информацию относительно значений переменных из выбранного множества. Пусть значения случайной величины ранжированы, т. е. $x_i < x_{i+1}$. Кроме того, считаются известными значения среднего - $\langle x \rangle$ и наименьшее и наибольшее значения - x_1 и x_n . Таким образом, имеется 4 дополнительных условия, накладываемых на значения вероятностей, а именно:

$$\sum_{i=1}^n x_i p_i = \langle x \rangle, x_1 p_1 = x_1, x_n p_n = x_n, \sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (4.64)$$

Максимум энтропии при учете этих ограничений обеспечивают вероятности, определяемые выражением

$$p_i = \exp(-\lambda_0 - \lambda x_i) (1 - \delta_i^1 - \delta_i^n + \delta_i^1 \exp(-\lambda_1 x_1) + \delta_i^n \exp(-\lambda_n x_n)). \quad (4.65)$$

Может оказаться, что такое определение вероятностей не обеспечивает выполнение всех условий, определяемых выражением (4.64). Это означает, что экспоненциальное распределение вероятностей для данного множества значений x_i не справедливо.

Если случайная величина x изменяется непрерывно, то Шеннон предлагает в выражении энтропии (4.63) сумму заменить интегралом. Если же, случайный процесс описывается переменными, которые изменяются как дискретно, так и непрерывно, то энтропию следует определять выражением

$$H = -\int \sum_{i=1}^n p_i(x) \text{Ln}(p_i(x)) dx. \quad (4.67)$$

Подобным выражением определяется энтропии излучения, определяемая выражением (4.35).

4.10. Теплоёмкость излучения

В «Динамике разреженных газов» Л. Больцмана имеется раздел именуемый «§ 8. Теплоёмкость. Физический смысл величины H ». Можно ли говорить о теплоёмкости

излучения? Что понимать под физическим смыслом элемента тепла dQ , получаемого или теряемого излучением? Что касается газа, то Больцман предлагает элемент тепла газа представлять в виде суммы двух компонент. Он пишет – «мы положим $dQ_1 = dQ_2 + dQ_3$, причем через dQ_2 мы обозначим тепло, идущее на повышение живой силы поступательного движения, а через dQ_3 – тепло, идущее на повышение живой силы внутримолекулярного движения и на внутримолекулярную работу.»

При рассмотрении излучения согласно статистике Бозе-Эйнштейна в виде кванта энергии электромагнитного поля бессмысленно говорить о его теплоёмкости. Но относительно фотонного газа, для которого определена энтропия выражением (4.67), подобный разговор вполне уместен. Более того, он уместен, если придерживаться гипотезы, что фотон представляет собой водородоподобный атом, образованный электрон-позитронной парой.

В физике обычно используется понятие удельной теплоёмкости, определяемой выражением

$$C = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{\delta T}, \quad (4.68)$$

где m – масса вещества, заключенного в некотором объёме, δQ – значение изменения тепловой энергии, которое сопровождается изменением температуры вещества δT . Если измерения проводятся при постоянном объёме, то теплоёмкость обозначается символом C_v . В общем случае эта теплоёмкость отличается от теплоёмкости C_p , определяющей теплоёмкость при постоянном давлении. Кроме того, используется атомная теплоёмкость AC , которая определяется отношением приращения живой силы грамм атома вещества к изменению его температуры.

Как показано выше, среднее значение живой силы любого фотона равно $3kT$, следовательно значение AC единицы объёма излучения будет определяться выражением $AC=3kN$, где N – плотность атомов излучения. Атомы излучения отличаются друг от друга не только энергией, но и значением углового момента. Значение энергия атомов, обладающих одинаковым значением углового момента, равняется произведением значения его углового момента на значение частоты. Причем частота изменяется непрерывно, тогда как угловой момент изменяется дискретно с шагом дискретизации равным постоянной Планка.

Атом водорода, у которого электрон находится на первой боровской орбите, обладает живой силой, определяемой орбитальным движением электрона, но эта живая сила не доступна для термодинамического обмена энергией. Точнее она может только увеличиваться, но не коим образом уменьшаться.

При определении энергии отдельного фотона выражением $\varepsilon = (n + 1/2)h\nu$, значение $h\nu$ рассматривается как квант энергии излучения, а выражение в скобках как квантовое число. Это выражение можно записать в другой форме

$$\varepsilon = \sigma_n \nu; \quad \sigma_n = (n + 1/2)h. \quad (4.69)$$

Фотону нулевого уровня соответствует энергия $\varepsilon = \sigma_0 \nu$ и спин $\sigma_0 = h/2$. При взаимодействии с материальными частицами, энергия $\varepsilon = \sigma_0 \nu$ такого фотона может как увеличиваться, так и уменьшаться за счет изменения частоты, но значение спина не может уменьшаться.

Угловой момент и интеграл действия имеют одинаковую размерность. Это совпадение размерности сыграло ключевую роль в направлении развитии физики. Планк на протяжении всей своей жизни считал постоянную h квантом действия. В дискуссии на I Сольвеевском конгрессе на вопрос Пуанкаре – «Но как утверждать. Что имеет место сохранение действия?», ответ предложил Лоренц – «Способ, которым Планк вводит теперь постоянную h , весьма примечателен. И всё же следует отметить. Что исторически квант энергии имеет приоритет перед квантом действия. Действительно, Планк начал с того, что ввёл для каждого осциллятора определенный квант энергии. А затем предложил считать его пропорциональным ν , чтобы добиться согласия с законом Вина.» ([10], С 300).

Ответ Лоренца тоже – *весьма примечателен*. Во-первых, в ответе лаконично представлена история появления постоянной h , во-вторых, Лоренц показал, что понятие энергии для своего определения требует использования других понятий. Если h воспринимать как действие, то мы неизбежно приходим к формализму Лагранжа материальных точек и статистике Бозе. Но если энергию излучения представлять произведением углового момента частицы на значение частоты, соответствующего волновым свойствам частицы, то мы приходим к статистике Больцмана.

В этой статистике средняя энергия любого фотона равна $3kT$. Это означает, что среднее значение частоты фотона зависит от его углового момента, т.е $\langle \nu \rangle = 3kT/\sigma_n$. Такое среднее получается для фиксированного значения углового момента σ_n , для которого спектральная плотность вероятности согласно статистике Больцмана должна определяться согласно выражению $p_n(\nu) = A_n \exp(-\sigma_n \nu / kT)$. Значение A_n находится из условия нормировки:

$$\int_0^{\infty} p_n(\nu) \nu^2 d\nu = 1 \rightarrow A_n = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_n}{kT} \right)^3. \quad (4.70)$$

Соответственно, спектральная плотность энергии всех фотонов теплового излучения будет определяться выражением

$$E(x) = \frac{kT}{2} \sum_{n=0}^{\infty} N_n ((n+1/2)x)^3 \exp(-(n+1/2)x). \quad (4.71)$$

Для оценки значения N_n , необходимо знать функцию распределения квантовых чисел: $P_n = N_n / N$.

Определяя энтропию для этих функции выражением (4.63) и учитывая ограничения, накладываемое на эту функцию, значениями среднего и средним квадратом квантовых чисел, получаем нормальный закон, описывающий распределение этих чисел:

$$P_n = b \exp(-\gamma(n - \langle n \rangle)^2). \quad (4.72)$$

Здесь коэффициенты b и γ определяются условием нормировки и экспериментально измеренными значениями средних $\langle n \rangle$ и $\langle n^2 \rangle$. В свою очередь, значения этих величин определяются условиями взаимодействия фотонов со средой. Например, считается, что формула Планка описывает излучение чёрного тела. В действительности она представляет спектральную плотность энергии фотонов, находящихся в состоянии теплового равновесия со стенками резонатора, температура которого меняется по желанию экспериментаторов. Фактически модель черного тела, которая использовалась экспериментаторами, являлась первым прототипом лазера. В отличие от современных лазеров, населенность энергетических уровней вещества стенок резонатора поддерживалась температурой, а не формировалось накачкой населенности на выбранные уровни энергии внешним излучением..

Вероятность $P_{n,p}$ обнаружения осциллятора на n -м уровне энергии в формуле Планка определяется выражением (4.26), которую можно рассматривать как частный случай по сравнению с описанием излучения выражениями (4.70) – (4.72). Эти выражения позволяют описывать любой тип излучения вплоть до лазерного. С учётом выражения (4.72) формулу спектральной плотности энергии (4.71) можно записать в следующем виде:

$$E(x) = \frac{kT}{2} NA \sum_{n=0}^{\infty} ((n+1/2)x)^3 \exp(-\gamma(n - \bar{n})^2 + (n+1/2)x). \quad (4.73)$$

Однако в экспериментах, которые использовал Планк для вычисления значений постоянных h и k , проводились измерения энергии болометром. При взаимодействии излучения с веществом болометра выполняются законы сохранения числа фотонов и энергии. Соответственно, энергия потребляемая болометром должна определяться выражением, в котором отсутствует нулевая энергия фотонов, Это выражение имеет вид

$$E'(x) = \frac{kT}{2} Nb \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1/2} (nx)^3 \exp(-\gamma(n-\bar{n})^2 - nx). \quad (4.74)$$

Для сравнения формулы Планка на рисунке 36 приведены значения безразмерной плотности энергии, соответствующие формуле Планка и выражению (4.74). Выражения плотности энергии Планка $\varepsilon_p(x)$ и $\varepsilon'(x)$ имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_p(x) &= x^3 / (\exp(x) - 1), \\ \varepsilon'(x) &= b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1/2} (nx)^3 \exp(-\gamma(n-\bar{n})^2 - nx). \end{aligned} \quad (4.75)$$

Ниже на рисунке 36 приводятся эти функции. Спектр Планка представлен сплошной линией, а спектр $\varepsilon'(x)$ – штриховой линией.

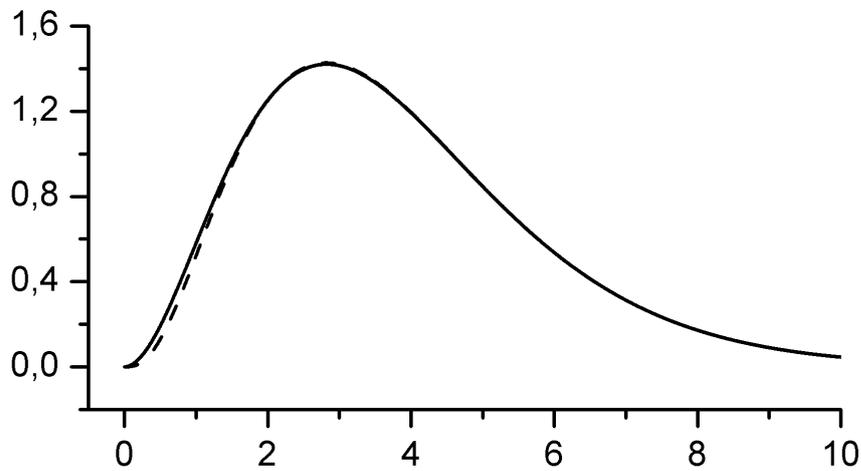


Рис. 36

Небольшое различие функции $\varepsilon_p(x)$ и $\varepsilon'(x)$ наблюдается лишь при малых значениях аргумента. x . Действительно, асимптотики этих функций при $x \rightarrow 0$ имеют следующий вид: $\varepsilon_p(x) \rightarrow x^2$, $\varepsilon'(x) \rightarrow x^3 b'$; $b' = \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{n}{n+1/2}$. Асимптотика функции $\varepsilon_p(x)$ соответствует закону Релея-Джинса: плотность энергии излучения пропорциональна значению произведению температуры на квадрата частоты, тогда как для асимптотики функции $\varepsilon'(x)$ плотность энергии излучения пропорциональна значению произведению температуры на значение куба частоты. Именно это различие функций приводит к различию, наблюдаемому на графике.

Следует добавить, что формула Планка представляет спектральную плотность энергии суммы всех мод излучения. При вычислении функции $\varepsilon'(x)$, представленных на графике, количество мод было 21. При этом значение вероятностей мод были следующими: $p_0=0.1$, $p_1=0.78$, $p_2=0.11$, $p_3=0.0003$, ..., $p_{21}=10^{-300}$. При таких вероятностях моды выше третьей не вносили заметного вклада в энергию излучения.

4.11. Аннигиляция

В 20-х годах прошлого столетия А. Эддингтон, предлагая в качестве источника звездной энергии термоядерный синтез, не исключал возможность полного превращения весомой материи в излучение [1]. Однако всерьёз подобный механизм превращения материи в фотоны стал рассматриваться только после того, как Дирак предсказал существование античастицы электрона, названной в последствии позитроном [2].

Ключевым в процессе аннигиляции является понятие массы. отождествление этого понятия с энергией не вносит ясности. Требуется формализация этого понятия, что, в свою очередь, требует отказа от точечных моделей элементарных частиц.

В работе «Полевая модель электрона» предлагается использовать уравнения Максвелла, в сферу влияния которых входят не только электромагнитные поля, но и гравитационные [3]. Эти поля объединяются в одно комплексное поле, 4-вектор потенциал которого определяется выражением $A = A_e \pm iA_g$.

Соответственно комплексные поля определяются стандартно, как в электродинамике, производными этого потенциала. Поскольку символ i равен корню квадратному из минус 1, а в математике значения корня квадратного имеет два знака, то далее наряду с символом i будет использоваться символом $\pm i$. Символ $+i$ соответствует частицам, тогда как для античастиц будет использоваться символ $-i$. В качестве полевой модели частиц предлагается использовать решение волнового уравнения

$$\square A = -4\pi J, \quad (1)$$

где компоненты 4-вектор плотности комплексного тока $J = (J_0, \mathbf{J})$ определяются следующими выражениями:

$$J_0 = \pm \frac{i}{8\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2), \quad \mathbf{J} = \pm \frac{i}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}]. \quad (2)$$

Комплексный заряд $q = e \pm im$ и угловой момент $\mathbf{S} = \boldsymbol{\mu} \pm i\mathbf{s}$ ($\boldsymbol{\mu}$ – магнитный момент, \mathbf{s} – спин) определяются интегралами

$$q = \pm \frac{i}{8\pi} \iiint_{\infty} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) d\mathbf{r} \quad \text{и} \quad \mathbf{S} = \pm \frac{i}{4\pi} \iiint_{\infty} [\mathbf{r}[\mathbf{E}\mathbf{H}]] d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Комплексное волновое уравнение позволяет построить модель материальных частиц и античастиц, зная только значения их комплексного заряда и углового момента. В случае стационарного сферически симметричного поля волновое уравнение принимает простой вид $\text{div} E_r = \pm \frac{i}{2} E_r^2$. Это уравнение имеет строгое решение $E_r = \frac{q}{r(r \pm iq/2)}$. Согласно

выражению (3) масса частиц и античастиц определяется разностью энергий электрического ε_e и гравитационного поля ε_g . Эти энергии определяются выражениями:

$$\varepsilon_e = m/2 + \frac{e^2 + m^2}{2|e|} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{m}{|e|} \right), \varepsilon_g = m/2 - \frac{e^2 + m^2}{2|e|} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{m}{|e|} \right). \quad (4)$$

В выражениях используется система единиц, в которой масса и электрический заряд имеют размерность [см]. В этих единицах комплексный заряд электрона имеет значение

$$q_e[\tilde{h}] = -1,38 \cdot 10^{-34} + i6,76 \cdot 10^{-56}.$$

Знак компонент комплексного заряда определяет знак дивергенции соответствующих компонент комплексного поля. Поскольку комплексный заряд позитрона q_p по абсолютной величине равен комплексному заряду электрона и имеет противоположный знак, то при сближении этих частиц будет происходить аннигиляция их полей. Причем в первую очередь аннигилирует электрическое поле. Таким образом, процесс аннигиляции электрон позитронной пары может быть представлен аннигиляцией их электромагнитных полей.

Электрон и позитрон, прежде чем аннигилировать, могут образовать водородоподобный атом позитроний Ps. Этот атом имеет потенциал ионизации $V \approx 6.77$ эв. При этом расстояние между позитроном и электроном близко к 10^{-8} см. Уже на этом расстоянии дефект масс за счет аннигиляции электрического поля будет составлять $\sim 0.01\%$ массы позитрония. Результатом аннигиляции позитрония являются или два гамма кванта, когда исходный позитроний находится в синглетном состоянии, или три гамма кванта при триплетном состоянии позитрония [4].

4.12. Нулевая энергия и виртуальные фотоны

В начальном состоянии имеется атом позитрония, состоящий из двух частиц, энергия связи между которыми меньше энергии, соответствующей массе покоя любой из них. В конечном состоянии наблюдаются два гамма кванта, энергия каждого из которых равна энергии покоя электрона. Согласно теории квантованных полей посредником выступает виртуальный фотон.

В процессе, противоположном аннигиляции, - рождение электрон-позитронной пары, тоже в роли посредника фигурирует виртуальный фотон. Виртуальному фотону позволено нарушать релятивистский закон, определяющий связь его энергии и импульса. Существует ли сходство между реальным и виртуальным фотонами? И можно ли предложить для этих фотонов аналог в форме реальных частиц?

Одним из неоспоримых свойств виртуальных фотонов является невозможность их непосредственного обнаружения счётчиками частиц. В работе «Нулевая энергия

осцилляторов Планка» показано, что такими свойствами обладают осцилляторы Планка нулевого уровня [5]. Энергия этих осцилляторов равна $h\nu/2$, счетчик фотонов не реагирует на такие фотоны. Но эти фотоны могут взаимодействовать со свободными электронами и электронами, находящимися в атомах в возбужденном состоянии. Процесс, именуемый спонтанным излучением, может быть объяснён именно взаимодействием электрона и виртуального фотона, При спонтанном излучении виртуальный фотон превращается в реальный, а его энергия увеличивается на один квант и становится равной $3h\nu/2$, Соответственно, статистика этих фотонов уже не будет статистикой Бозе.

4.13. Статистика Бозе и статистика Больцмана

Согласно статистике Больцмана, число фотонов является сохраняющейся величиной, тогда как статистика Бозе оперирует с понятиями рождения и уничтожения фотонов (неразличимых квантов энергии). Нагреваете черное тело, и оно начинает создавать фотоны пропорционально кубу значения температуры. Да и среднее значение энергии этих квантов $\approx 2,7 kT$ вызывает недоумение с точки зрения термодинамики. Тем не менее, до наших дней только статистика Бозе вместе со статистикой Ферми используются при рассмотрении статистик элементарных частиц, включая фотоны.

Одной из причин появления статистики Бозе при описании спектра теплового излучения является недостаточно строгое следование идеологии Больцмана Планком при выводе формулы спектра теплового излучения черного тела. Хотя Планк использовал определение энтропии, предложенное Больцманом, но это определение он применил для получения выражения средней плотности энергии излучения, тогда как Больцману его определение энтропии нужно для нахождения плотности распределения атомов газа по скоростям. В термодинамике Больцмана фигурируют реальные носители энергии – атомы и молекулы. Тогда как в статистике Бозе фигурируют ячейки фазового пространства, заполненные безликими квантами энергии. Это не такое уж невинное различие – фактически идеология Больцмана оказалась заменённой идеологией его противников – «энергетиков». Температура стала определяться положением максимума формулы спектра энергии, а не средней кинетической энергией атомов, как у Больцмана. Излучение как частицы превратилось в кванты энергии.

Согласно представлениям Больцмана тепловая энергия вещества состоит из двух компонент - одна из которых соответствует внутренним движениям атомов или молекул, а другая представляется «живой силой» этих частиц. Если представить фотон водородоподобным атомом, состоящим из электрона и позитрона, которые сблизилась

настолько близко, что их интегральная масса существенно уменьшилась. Газ таких атомов является идеальным. Тепловое равновесие такого газа достигается за счёт взаимодействия с весомой материей, а не за счет столкновения фотонов друг с другом. Состояние фотона определяется волновым вектором \mathbf{k} и вектором углового момента \mathbf{s} , который представляются выражениями: $\mathbf{s}_n = \pm eh(n+1/2)$, $\mathbf{k} = e\mathbf{v}/c$. Здесь \mathbf{e} – единичный вектор, h – постоянная Планка, c – скорость света, n – не отрицательное целое число. Энергия фотона $\varepsilon = |\mathbf{s} \cdot \mathbf{k}| c = h(n+1/2)v$.

При взаимодействии фотона с весомой материей n может дискретно изменять свое значение, но значение n не может становиться отрицательным. В пространстве волновых векторов каждая мода определяется функцией плотности числа фотонов $N_n(\mathbf{k})$. При изотропном распределении волновых векторов фотонов полное количество фотонов каждой моды и их энергия определяется следующими выражениями:

$$N_n = 8\pi \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \int_0^\infty N_n(x) x^2 dx, \quad E_n = 8\pi kT \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \int_0^\infty (n+1/2) N_n(x) x^3 dx, \quad x = hv/kT. \quad (5)$$

Здесь функция $N_n(x)$ пока не определена. Предположим, что в полости черного тела, где содержится фотоны, в процессе взаимодействия фотонов со стенками полости может изменяться только их частота, а полное количество остаётся неизменным. В результате этого взаимодействия функция $N_n(x)$ примет вид, соответствующий тепловому равновесию между фотонным газом и черным телом. Для нахождения вида этой функции можно воспользоваться способом, который Больцман применял для нахождения равновесной функции распределения по скоростям движения атомов идеального газа. В нашем случае этот способ будет заключаться в поиске экстремума следующего функционала:

$$H_n = 8\pi \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \int_0^\infty N_n(x) \ln(N_n(x)) x^2 dx \quad (6)$$

Минимум этого функционала, при соблюдении дополнительных условий, определяемых выражениями (5), обеспечивает функция $N_n(x)$, имеющая вид

$$N_n(x) = A \exp(-(n+1/2)x). \quad (7)$$

Подстановка этой функции в выражение (5), определяющее количество атомов N_n , и последующее интегрирование дают выражение для определения нормирующего множителя A :

$$N_n = 16\pi A \left(\frac{kT}{ch(n+1/2)} \right)^3. \quad (8)$$

Если вещество черного тела способно изменять квантовое число n , сохраняя полное число фотонов N , то нормирующий множитель A для $N = \sum_{n=0}^{\infty} N_n$, будет определяться выражением

$$N = 16\pi A \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)^{-3}. \quad (9)$$

Средняя энергия фотонов каждой моды будет равна $3kT$. Если под N понимать плотность числа фотонов, то выражение плотности энергии суммы мод излучения будет иметь вид

$$E = 3kTN = 48\pi AkT \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)^{-3}. \quad (10)$$

В законе Стефана Больцмана плотность энергии рассчитывается по формуле Планка, в которой не фигурирует энергия нулевого уровня. Выражение (10) плотности энергии без учёта этих мод примет вид

$$E'' = 48\pi AkT \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1/2)^4}. \quad (11)$$

Из условия равенства $E'' = E_p$, где E_p - плотность энергии излучения спектра Планка, следует $A=3,644529$. При этом значении A значение E превосходит значение E_p в 28,334 раза. Плотность фотонов различных мод согласно (9) определяется выражением $N_n = D_0 T^3 / (2n+1)^3$, где $D_0=492,166$ фотон/см³град³. Соответственно сумма фотонов всех мод определяется как $N = DT^3$ фотон/см³, где $D=517,66$ фотон/см³град³. Тогда как число фотонов, соответствующее спектру Планка, определяется выражением $N_p = D_p T^3$ фотон/см³ при значении $D_p=20,29$ фотон/см³град³.

При использовании статистики Больцмана закон Стефана-Больцмана принимает вид $E_n = 3kD_0 T^4 / (2n+1)^3$. Соответственно, постоянная плотности излучения будет самой большой для фотонов нулевой моды. Её значение в 27 раз будет превосходить значение постоянной плотности излучения спектра Планка. Но счетчики фотонов на эту моду не реагируют. Таким образом. Если учесть сумму энергий всех мод согласно выражению (10), то это значение окажется в 28,66 раз окажется больше плотности энергии, определяемой формулой спектра Планка.

4.14. Закон смещения Вина

Закон смещения Вина определяют отношение значений частоты и температуры излучения для положения максимума энергетического спектра при термодинамическом

равновесии излучения и вещества, с которым излучение взаимодействует.. Для спектра Планка положение максимум энергетического спектра определяется следующим условием:

$$\frac{dE_p}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{x^3}{\exp(x)-1} = 0. \quad (12)$$

Из этого условия следует, что положение максимум функции плотности энергии, соответствующей формуле Планка, приходится на значение частоты, определяемой выражением:

$$\nu_p = 2.821439kT/h. \quad (13)$$

Следует учитывать, что формула Планка получена в результате усреднения всех мод излучения.

Для фотонов, подчиняющихся статистике Больцмана, энергия каждой моды определяется выражением (10), из которого следует, что значения частоты, соответствующей положению максимума спектра плотности энергии у каждой моды будет определяться выражением

$$\nu_{B,n} = 6kT/(2n+1)h, n = 0,1,\dots \quad (14)$$

Значение номера моды n в данном случае можно представлять как форму орбиты, на которой располагаются электрон и позитрон. Именно располагаются, а не движутся, как хотелось бы думать. Когда совместная инертная масса этих частиц исчезла. Они должны двигаться со скоростью света. Но и здесь много не ясного. Ведь исчезла совместная масса, а локальная масса отдельных частей фотона не исчезла.

В полевой модели покоящегося электрона существует значения радиуса сферы $r_0 \sim 10^{-15}$ см, на поверхности которой сумма энергий гравитационного и электромагнитного поля обращается в ноль. Если электрон и позитрон сблизятся на расстояние $r=2r_0$, то у такого атома совместная и индивидуальная масса частиц будет равна нулю. Но такое состояние будет неустойчивым. Возникнут колебания относительно точки равновесия. Направление колебаний нулевых фотонов совпадает с направлением их движения. Тогда как направление колебаний фотонов других мод может отличаться от направления их движения.

Поскольку значение скорости движения частиц не должна превосходить значения скорости света, то существование колебательных движений должно приводить к уменьшению средней скорости движения фотонов относительно скорости света. Самая большую скорость будут иметь нулевые фотоны. Поскольку плотность нулевых фотонов составляет 95% от общего числа фотонов, а значение частоты, соответствующее

максимуму спектра, более чем в 3 раза превосходит значение частоты остальных мод, то основную долю гамма квантов высокой энергии должны составлять нулевые фотоны.

4.15. Механизмы и место рождения фотонов

Тема, указанная в заголовке раздела не является актуальной, если рассматривать фотоны с позиции статистики Бозе. Действительно, в этом случае всё ясно. Фотоны возникают в веществе в результате электромагнитного взаимодействия частиц вещества в процессах установления термодинамического равновесия. Вещество излучает или спонтанно, или вынуждено. Сами фотоны являются квантами электромагнитного поля. Рождение и уничтожение этих квантов с непревзойденной точностью описываются квантовой электродинамикой. Однако эта электродинамика является феноменологической теорией. Статистика Больцмана предлагает взглянуть на свет с другой стороны. Здесь уместно привести цитату, отражающую отношение Больцмана к формулам общей термодинамики – «Никогда никому не пришло бы в голову требовать, чтобы от этих формул совершенно отказаться ради молекулярной теории. Однако надо избегать и противоположной крайности – возведения в догму одной только убаюкивающей феноменологии» [6].

В 1926 г. Г. Н. Льюис опубликовал в журнале «Nature» статью, именуемую “The conservation of photons”. Автор статьи ввел в физику термин фотон, который по его мнению является частицей, подчиняющейся закону сохранения числа частиц [7]. Этому же закону подчиняется излучение представляемое водородоподобными атомами, состоящими из частиц и античастиц. С точки зрения теоретической физики между этими формами материи существует симметрия. Но эта симметрия в экспериментальной физике не находит себе подтверждения. Тогда как статистика Больцмана позволяет взглянуть на излучение совершенно с другого ракурса, ставит вопросы, которые в статистике Бозе кажутся совершенно неуместными. Позволяет объяснять ранее не понятые явления.

Как было показано выше, при тепловом излучении фотоны не возникают, а происходит процесс превращения фотонов нулевого уровня в фотоны высших мод. Водородоподобные атомы по определению возникают в результате аннигиляции электрон-позитронных пар. Основным источником подобных атомов являются звёзды и ядра галактик. Механизм возникновения позитронов внутри этих объектов ещё предстоит выяснять. Ясно лишь одно – этот механизм для своей работы требует изначально существование антивещества. В какой форме оно находится внутри звезд и ядер галактики – не ясно. Можно лишь строить модели звёзд, предполагая наличие в них антивещества. В работе «Почему звёзды светят» предложена сферически симметричная модель звезды,, представляющей собой ядро из антивещества и оболочку из вещества

[8]. В окрестности контакта ядра и оболочки возникает слой, где происходит «тлеющая» аннигиляция. В результате рождаются фотоны, которые вливаются в потоки лучистой энергии звезды.

Судьба новорожденных фотонов в открытом космосе может быть разной. Одни, потеряв энергию в столкновениях с веществом, пополняют многочисленные ряды реликтовых фотонов. Другие наоборот, могут приобрести энергию от электрона и превратиться в гамма квант. Физика знает два способа возникновения фотонов высокой энергии – синхротронное излучение и обратное комптоновское рассеяние. В обоих случаях фотон приобретает энергию, а электрон её теряет. Однако существует ещё способ, когда и фотон, и электрон увеличивают свою энергию. Подобные процессы происходят в пульсарах, электромагнитное поле которых создаётся вращением магнитного диполя. Здесь донором энергии оказывается пульсар. Описание явления подобного обмена энергией представлено в работе [9].

4.16. Список литературы к Главе 4

1. A.S. Eddington. The internal constitution of the stars. Cambridge at the university press. 1926.
2. P.A.M. Dirac. Theory of electrons. and positrons. Nobel lecture. 1933.
3. В.Т, Сарычев. //Изв. Вузов. Физика.–2012. – №8.–С.96-102
4. В.И. Гольданский. В.Г. Фирсов. //Успехи химии. – 1971. – Т.XV. – вып.8. – С.1353-1393
5. В.Т. Сарычев. //Изв. вузов. Физика– 2013. – № 9/2. – С.25-30.
6. Л.Больцман. Лекции по теории газов. М.: из-во Техничко-теоретической литературы, 1953. – С. 524.
7. G.N.Lewis Nature. NO, 2981, VOL. 118. P. 874-875. December 18, 1926.
8. В.Т, Сарычев //Изв. вузов. Физика. – 2015. –№ 8.2 – С.313-315.
9. В.Т. Сарычев. //Изв. Вузов. Радиофизика. –2009