

Парадокс поезда и тоннеля

д.т.н. Плясовских А.П.

Аннотация. Описан известный в СТО парадокс поезда и тоннеля. Приведена задача о длине движущегося в тоннеле поезда, которую необходимо решить с помощью формул СТО, представленных в работах Эйнштейна. Решение задачи приводит к противоречию, которое требует своего разрешения. Задача войдет в сборник задач по физике для студентов технических вузов.

Введение

Согласно СТО, движущиеся тела сокращаются в размерах (вдоль линии движения). Этот эффект называют лоренцевым сокращением. Длина поезда, движущегося по железной дороге с некоторой скоростью, становится меньше по сравнению с длиной точно такого же неподвижного поезда (рис. 1).

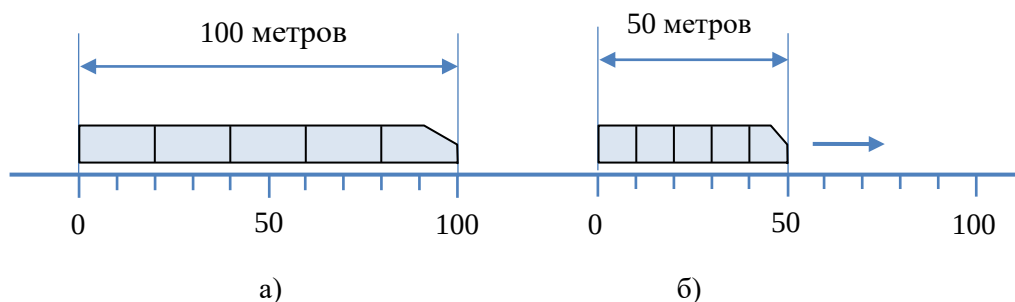


Рис. 1. Длина поезда при движении сокращается: а) неподвижный поезд; б) точно такой же поезд при скорости движения равной 0,866 скорости света.

Формула, связывающая длину движущегося тела с длиной такого же неподвижного тела, выглядит следующим образом [1, с.18; 2, с. 27]:

$$\frac{\text{Длина движущегося тела}}{\text{Длина неподвижного тела}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\text{Скорость}}{\text{Скорость света}} \right)^2} \text{ метров.}$$

При скорости движения, равной 0,866 скорости света эта формула приобретает простой вид

$$\frac{\text{Длина движущегося тела}}{\text{Длина неподвижного тела}} = 0,5$$

Другими словами, при этой скорости движущееся тело сокращается в своей длине ровно в два раза (рис. 1).

Парадокс поезда и тоннеля

Парадокс поезда и тоннеля аналогичен известному парадоксу шеста и сарая.

Рассмотрим тоннель и поезд одинаковой длины. Суть парадокса состоит в том, что с одной стороны, точки наблюдателей, связанных с тоннелем, движущийся относительно тоннеля поезд становится короче, чем тоннель и поезд может на некоторое время полностью скрыться в тоннеле. Однако, с другой стороны, с точки зрения наблюдателей на поезде, верно обратное: движущийся относительно поезда тоннель становится короче, чем поезд и поэтому поезд ни на мгновение, целиком не может скрыться в тоннеле.

С одной стороны, тоннель может вместить поезд целиком по всей его длине, а с другой стороны – поезд не может поместиться в тоннеле.

Задача о сокращении длины поезда движущегося в тоннеле

Пусть длина поезда и длина тоннеля в неподвижном состоянии равна 100 метров (рис. 2, а). Поезд движется в тоннеле со скоростью, равной 0,866 скорости света. При такой скорости движущиеся тела сокращаются в своей длине (вдоль линии движения) в 2 раза, поскольку

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\text{Скорость}}{\text{Скорость света}} \right)^2} = \sqrt{1 - 0,866^2} \approx 0,5.$$

В голове и хвосте поезда расположены синхронно идущие часы и лазеры. На рельсах нанесена шкала длины, как на обычных измерительных рулетках.

В момент, когда голова поезда находится на краю тоннеля, по одновременным сигналам часов лазеры одновременно посылают вниз два световых импульса, которые делают две отметки на рельсах.

Задача состоит в том, чтобы найти расстояние между отметками лазеров на рельсах.

С точки зрения наблюдателей, стоящих в тоннеле, тоннель неподвижен, а поезд движется (рис. 2, б). С точки зрения пассажиров поезда, напротив, поезд неподвижен, а тоннель движется (рис. 2, в).

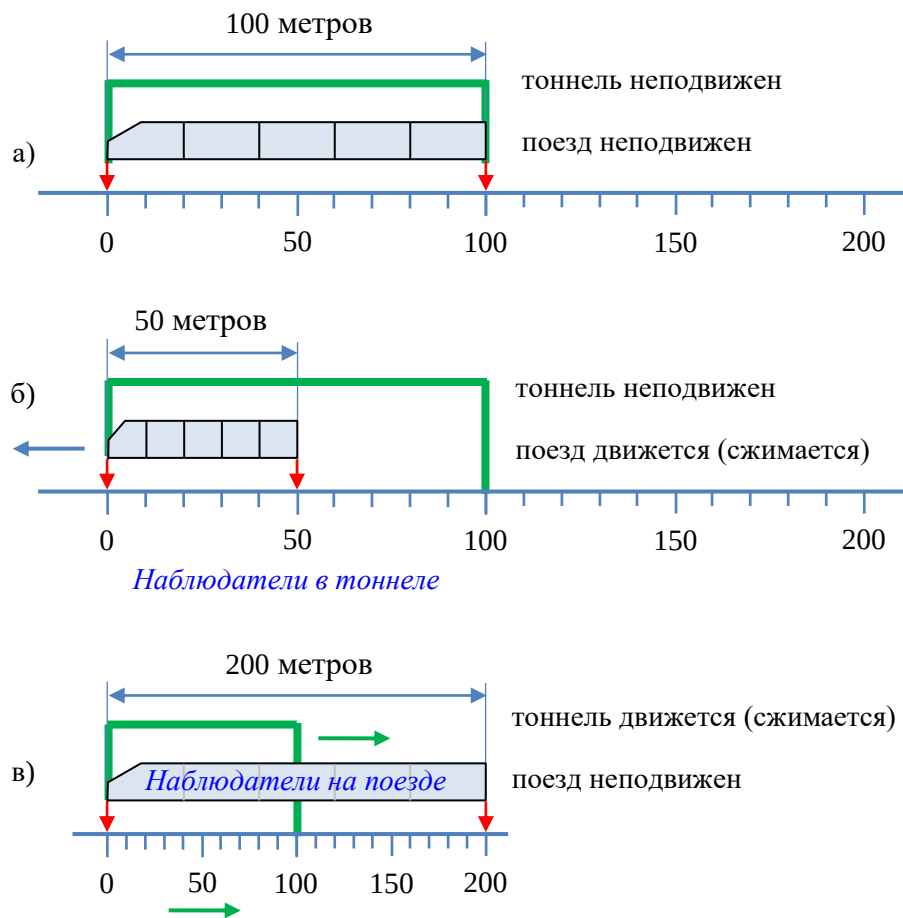


Рис. 2. Движение поезда относительно тоннеля: а) поезд и тоннель неподвижны; б) движение с точки зрения наблюдателей, расположенных в тоннеле; в) движение с точки зрения пассажиров поезда.

Вопрос 1. Чему равно расстояние между отметками лазеров на рельсах с точки зрения наблюдателей в тоннеле (рис. 2, б)?

Подсказка

При скорости движения 0,866 скорости света тела должны сокращаться в два раза.

С точки зрения наблюдателей, расположенных в тоннеле, поезд станет короче, он сожмется в продольном направлении ровно в 2 раза (рис. 2, б).

В соответствии с СТО расстояние между отметками лазеров можно найти по формуле:

$$\text{Расстояние между отметками} = \text{Длина поезда} \times \sqrt{1 - \left(\frac{\text{Скорость}}{\text{Скорость света}}\right)^2} = 0,5 \times \text{Длина поезда}.$$

Ответ на вопрос 1 запишите здесь:

Вопрос 2. Чему равно расстояние между отметками лазеров на рельсах с точки зрения пассажиров поезда (рис. 2, в)?

Подсказка

В то же самое время с точки зрения пассажиров поезда (для них поезд неподвижен, а тоннель – движется), тоннель вместе с рельсами из-за движения сожмется (сожмется в продольном направлении) в 2 раза (рис. 2, в).

При этом в соответствии с СТО расстояние между отметками лазеров можно найти по формуле:

$$\text{Расстояние между отметками} = \frac{\text{Длина поезда}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\text{Скорость}}{\text{Скорость света}}\right)^2}} = 2 \times \text{Длина поезда}.$$

Ответ на вопрос 2 запишите здесь:

Вопрос 3. Чему равно расстояние между отметками лазеров на самом деле?

Подсказка

Меток лазеров на рельсах было всего лишь две, независимо от того, с какой стороны велось наблюдение за движением поезда и тоннеля друг относительно друга. Следовательно, расстояние между отметками лазеров на рельсах только одно, также независимо от того, с какой стороны велось наблюдение за движением. С одной стороны, это расстояние получено при ответе на вопрос 1, а с другой стороны, это расстояние получено при ответе на вопрос 2. Если значения расстояний, полученные при ответах на вопросы 1 и 2, являются разными, имеет место логическое противоречие.

Ответ на вопрос 3 запишите здесь:

Задача

Задача состоит в том, чтобы с использованием формул СТО, имеющих в работах Эйнштейна (другие работы по СТО, а также другие теории, в том числе ОТО, использовать запрещено) ответить на вопросы 1, 2 и 3. В решении задачи требуется привести формулы и расчеты. Изменять условия задач, вводить дополнительные тела, часы, наблюдателей, системы отсчета и что-либо еще, нельзя.

Заключение

Приведен парадокс поезда и тоннеля. Приведена задача о длине поезда, движущегося в тоннеле, которую необходимо решить с использованием положения СТО о лоренцевом сокращении с помощью формул, представленных исключительно в работах Эйнштейна.

Решение задачи, пожалуйста, присылайте по адресу E-mail:
al.plyasovskih@yandex.ru автору задачи д.т.н. Плясовских Александру Петровичу

Список литературы

1. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел // Собр. науч. тр. – Т. 1. – М.: Наука, 1965. – С. 7-35.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб.пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. 2. Теория поля. – 7-е изд. испр. - М.: Наука, 1988. 512 с.