

УДК 539.12

ВВЕДЕНИЕ В КВАНТОВУЮ ТРОСОДИНАМИКУ.

Классический случай

В. А. Чуриков

E-mail: vachurikov@list.ru.

Аннотация. На основе феноменологической субкварковой модели ритонов, лептоны и кварки первого поколения можно скомбинировать из двух типов ритонов и двух типов антиритонов. Ритоны и антиритоны являются фермионами. Сами кварки и лептоны формируются из трёх ритонов или трёх антиритонов. Лептоны и кварки более высоких поколений в данной модели рассматриваются как возбуждённые состояния лептонов и кварков первого поколения.

В работе предложена классическая квантово-полевая калибровочная модель взаимодействия ритонов на основе обобщения некоммутативной теории калибровочных полей. В основе модели взаимодействия положена группа $SU(9)$. Взаимодействие между ритонами переносят векторные частицы - тросоны. Источниками тросонов являются заряды - тоны, носителями которых являются ритоны и тросоны. Каждый ритон имеет сразу три разноимённых тона. Наборы тонов в ритоне являются векторами в 9-мерном тоновом пространстве.

Ключевые слова. Кварки, лептоны, Стандартная модель, фундаментальные взаимодействия, ритон, тросон, тон.

Keywords. Quarks, leptons, Standard model, fundamental interactions, riton, troson, tone.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Калибровочные теории с векторным зарядом (некоторые качественные замечания).....	7
Характеристики ритонов, тоны и группа взаимодействия ритонов.....	8
Группа объединения и калибровочная группа взаимодействия у ритонов.....	11
Характеристики тросонов.....	12
Какая калибровочная группа лежит в основе взаимодействия ритонов? ..	13
КЛАССИЧЕСКИЕ ПОЛЯ РИТОНОВ И ТРОСОНОВ	14
Что даёт и где может быть использована КТД?.....	14
Фермионные поля ритонов.....	14
Функции ритонов	16
Тросонные поля	25
Тензор напряжённости тросонного поля	27
Калибровочная инвариантность лагранжиана свободных полей.....	30
Взаимодействие ритонов и тросонов	31
Лагранжиан тросонных взаимодействий между ритонами.....	34
Матрица взаимодействия в КТД.....	34
Экранировка и антиэкранировка тонов в КТД.....	40
ЛАГРАНЖИАНЫ КВАНТОВОЙ ТРОСОДИНАМИКИ.....	44
Классические уравнения движения ритонного поля и тросонного поля	46
Тензор энергии-импульса в КТД.....	47
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. МАТРИЦЫ ДИРАКА.....	48
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. БАЗИСНЫЕ МАТРИЦЫ ГЕНЕРАТОРОВ ГРУППЫ $SU(9)$	49
ЛИТЕРАТУРА	57

Введение

Рассматриваемая феноменологическая субкварковая модель *ритонов* является развитием модели ришонов, которая была предложена в 1979 г. независимо двумя американскими физиками *Harari H.* и *Shupe M. A.* [1, 2]. Более подробно эта модель обсуждается в [3]. Затем было показано, что барионную асимметрию Вселенной можно объяснить в рамках данной модели [4]. Позже модель ришонов была преобразована в модель ритонов путём «наделения» ришонов специальными характеристиками, названных *тонами*. В основе модели лежат фермионы, это два типа ритонов и соответствующих им античастиц – антиритонов, *табл. 1*. В модели ритонов кварки, лептоны состоят из комбинаций трёх ритонов или трёх антиритонов. Кварки и лептоны второго и третьего поколения являются возбуждёнными состояниями частиц первого поколения. Векторные бозоны являются комбинациями из шести ритонов и/или шести антиритонов *табл. 2*.

Таблица 1. Ритоны, антиритоны, тросон и некоторые их характеристики

Ритоны	Спин	Электр. заряд	Цвета и антицвета	Тоны и/или антитоны	Масса
T	1/2	1/3	r, g, b	тоны	$>0 (?)$
V	1/2	0	$\tilde{r}, \tilde{g}, \tilde{b}$	тоны	$>0 (?)$
$\tilde{V}$	1/2	0	r, g, b	антитоны	$>0 (?)$
$\tilde{T}$	1/2	-1/3	$\tilde{r}, \tilde{g}, \tilde{b}$	антитоны	$>0 (?)$
Тросон K	1	0	0	тоны и антитоны	0

Таблица 2. Ритонный состав массивных частиц Стандартной модели

	1 поколение	2 поколение	3 поколение	Массивные переносчики взаимодействий (промежуточные бозоны) и бозон Хиггса	Безмассовые переносчики взаимодействий
q s m t	$e^- (\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T})$ электрон (electron) $-3e_e^1$ 1/2 0,51099895000(15) MeV ∞	$\mu^- (\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T})^{*2}$ мюон (muon) $-3e_e$ 1/2 105,6583745(24) MeV $2,19703(4) \cdot 10^{-6} \text{ s}$	$\tau^- (\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T})^{**3}$ таон (tau) $-3e_e$ 1/2 1,77682(16) GeV $2,9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$	$Z^0 \left(\frac{\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T} \pm \tilde{V}\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V}}{\sqrt{2}} \right)$ Z^0 бозон (Z^0 boson) 0 1 91,1876±0,0021 GeV $\sim 3 \cdot 10^{-25} \text{ s}$. $\Gamma=2,4952 \text{ GeV}$	γ фотон (photon) $<1 \cdot 10^{-35} \text{ e}$ 1 $<1 \cdot 10^{-18} \text{ eV}$ ∞
q s m t	$u (\tilde{T}\tilde{V})$ верхний (up) $2e_e$ 1/2 $2,3 \pm 0,7 \pm 0,5 \text{ MeV}$ ∞	$c (\tilde{T}\tilde{V})^*$ очарованный (charmed) $2e_e$ 1/2 $1275 \pm 25 \text{ MeV}$ $2,19703(4) \cdot 10^{-6} \text{ s}$	$t (\tilde{T}\tilde{V})^{**}$ истинный (truth (top)) $2e_e$ 1/2 $174\,340 \pm 650 \text{ MeV}$ $2,9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$	$W^+ (\tilde{T}\tilde{T}\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V})$ W^+ бозон (W^+ boson) $-3e_e$ 1 $80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$ $\sim 3 \cdot 10^{-25} \text{ s}$. $\Gamma=2,141 \text{ GeV}$	g глюон (gluon) 0 1 0 ∞
q s m t	$d (\tilde{T}\tilde{V}\tilde{V})$ нижний (down) $-e_e$ 1/2 $4,8 \pm 0,5 \pm 0,3 \text{ MeV}$ ∞	$s (\tilde{T}\tilde{V}\tilde{V})^*$ странный (strange) $-e_e$ 1/2 $95 \pm 5 \text{ MeV}$ $2,19703(4) \cdot 10^{-6} \text{ s}$	$b (\tilde{T}\tilde{V}\tilde{V})^{**}$ прекрасный (beauty (bottom)) $-e_e$ 1/2 $4180 \pm 30 \text{ MeV}$ $2,9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$	$W^- (\tilde{T}\tilde{T}\tilde{T}\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V})$ W^- бозон (W^- boson) $-3e_e$ 1 $80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$ $\sim 3 \cdot 10^{-25} \text{ s}$. $\Gamma=2,141 \text{ GeV}$	
q s m t	$\nu_e (\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V})$ электронное нейтрино (electron neutrino) 0 1/2 0,12eV $>7 \cdot 10^9 \text{ c} \times (m_\nu / 1 \text{ эВ})^{-1}$	$\nu_\mu (\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V})^*$ мюонное нейтрино (muon neutrino) 0 1/2 <0,28eV ?	$\nu_\tau (\tilde{V}\tilde{V}\tilde{V})^{**}$ тау-нейтрино (tau neutrino) 0 1/2 <0,28eV ?	$H?$ Бозон Хиггса (Higgs boson) 0 0 $125,26 \pm 0,21 \text{ GeV}$ $1,56 \cdot 10^{-22} \text{ s}$	

1) Здесь в качестве элементарного заряда принимается электрический заряд анти-d-кварка ($\tilde{d}$) и обозначается $e_e = e / 3$, где e - заряд позитрона.

2) Звездой (*) обозначается первое возбуждённое состояние.

3) Двумя звёздами (**) обозначается второе возбуждённое состояние.

Модель ритонов хорошо описывает в Стандартную модель. Более того, во многом являясь её следствием, но при этом существенно её преобразует.

С помощью модели ритонов удалось объяснить ряд особенностей Стандартной модели и решить некоторые важные проблемы физики элементарных частиц.

Перечислим вопросы, которые решает феноменологическая модель ритонов, которые подтвердились или объяснили особенности Стандартной модели.

1. Массивные нейтрино и других частиц. Из модели ритонов однозначно следует массивность нейтрино, на что было указано в 2004 г. Ненулевая масса нейтрино автоматически следует из модели ритонов, ввиду массивности самих ритонов из которых состоят нейтрино [5]. Массивность нейтрино подтвердилось экспериментально в 2012 г. [6, 7]. Из массивности нейтрино следует возможность их осцилляций между разными типами нейтрино, а также осцилляции между разными типами антинейтрино, но не между нейтрино и антинейтрино.

Массы всех массивных частиц в модели ритонов объясняются с единой позиции как сумма масс валентных ритонов входящих в их состав и динамической массы полей их взаимодействия [8].

Массы векторных бозонов не являются следствием спонтанного нарушения симметрии, что не исключает существования бозонов Хиггса которые, возможно, «придают» массу уже ритонам. Бозон Хиггса «уходит» из Стандартной модели ввиду того, что в нём нет необходимости. Если бозон Хиггса существует, то он, видимо, должен перейти в другую модель в основе которой лежат ритоны.

2. Модель ритонов решает проблему асимметрии материи и антиматерии во Вселенной. Важным и неожиданным свойством ритонов является решение проблемы асимметрии материи и антиматерии во Вселенной. Исходя из астрофизических данных, было показано, что число ритонов и соответствующих им антиритонов во Вселенной одинаково [4, 10]. Но при этом ритоны и антиритоны несимметрично рекомбинировали в кварки и лептоны, которые, в свою очередь, рекомбинировали в барионы и атомы. Предполагается, что несимметричная рекомбинация ритонов и антиритонов произошла на ранних этапах эволюции Вселенной. Причины несимметричной рекомбинации ритонов и антиритонов могут быть разные, например - следствие статистических флуктуаций, но возможно влияние и других факторов.

Показано, что материя (ритоны) и антиматерия (антиритоны) в составе барионов и электронов не аннигилирует и не подвержены перерекомбинации в силу ряда законов сохранения, например, барионного числа и лептонных чисел. Это приводит к стабильности барион-электронной материи во Вселенной.

3. Число реликтовых нейтрино и реликтовых антинейтрино во Вселенной почти одинаково, но нейтрино на ранних этапах эволюции Вселенной образовалось немного больше, чем антинейтрино. Оценки показали, что примерно на 10^{10} - 10^{12} антинейтрино и на такое же число нейтрино образовалось дополнительно ещё одно нейтрино [10].

4. В модели ритонов хорошо описывается «обычный» бета-распад и двойной нейтринный бета-распад. При этом в модели ритонов запрещён двойной безнейтринный бета-распад. В силу сохранения лептонных зарядов и невозможности осцилляций между нейтрино и антинейтрино в ряде экспериментов по поиску двойного безнейтринного бета-распада не удалось обнаружить такой распад [8]. Отсутствие двойного безнейтринного бета-распада говорит о том, что в соответствии с моделью ритонов, нейтрино являются дираковским фермионами, но не являются майоровскими частицами.

5. В модели ритонов хорошо описываются осцилляции некоторых нейтральных мезонов. Модель ритонов объясняет осцилляциями между нейтральными мезонами например, $K^0[d, \tilde{s}] \leftrightarrow \bar{K}^0[\tilde{d}, s]$, $D^0[\tilde{u}, c] \leftrightarrow \bar{D}^0[u, \tilde{c}]$, $B^0[d, \tilde{b}] \leftrightarrow \bar{B}^0[b, \tilde{d}]$. С одной стороны, эти осцилляции объясняются как резонансная перезарядка кварков с помощью модели ритонов, а с другой стороны такие осцилляции говорят в пользу того, что кварки второго и третьего поколений являются возбуждёнными состояниями кварков первого поколения [8].

6. Кварки и лептоны второго и третьего поколения фермионов объясняются как возбуждённые состояния кварков и лептонов первого поколения. Массы частиц первого поколения объясняются как сумма масс ритонов и массы энергий их взаимодействия. Массы кварков и лептонов второго и третьего поколения так же формируются из масс ритонов и массы энергии взаимодействия возбужденных состояний ритонов.

Из этого можно вывести важные следствия:

1. Интенсивность межритонных взаимодействий очень большая, на несколько порядков больше, чем у цветовых взаимодействий.

2. Рост масс фермионов второго и третьего поколения объясняется ростом интенсивности взаимодействия у возбуждённых состояний с ростом степени возбуждения, т. е. по мере увеличения расстояний между ритонами. Так формируются спектры масс кварков и лептонов.

Из этого следует, что у межритонных взаимодействий, должен проявляться конфайнмент, который по интенсивности превосходит конфайнмент цветового взаимодействия на несколько порядков. Объём пространства «пленения» ритонов на несколько порядков меньше, чем объём пленения кварков в квантовой хромодинамике (КХД).

3. Время жизни кварков и лептонов падает по мере роста энергии возбуждения систем ритонов, т. е. с ростом поколений кварков и лептонов.

7. Иерархия масс нейтрино прямая, а не обратная. Это значит, что масса нейтрино растёт монотонно от первого поколения ко второму, а потом и к третьему. Это значит, что масса электронного нейтрино меньше массы мюонного нейтрино, которое меньше массы тау-нейтрино. В случае

смешанных состояний нейтрино, которые появляются в результате нейтринных осцилляций, то здесь массы тоже растут от первого нейтрино ко второму и затем к третьему [8]. Вопрос о величинах масс нейтрино остаётся открытым.

Для точного расчёта энергетического спектра возбуждённых состояний необходима модель взаимодействия ритонов.

Проблема иерархии масс фермионов для Стандартной модели является нерешённой, а для модели ритонов она оборачивается замечательной особенностью, который даёт важные указания для построения модели межритонных взаимодействий.

Из ритонов легко «сконструировать» и некоторые другие частицы, которые не следуют из Стандартной модели [8].

Перечисленные достижения модели ритонов выглядят серьёзно. Важно разобраться, случайны они или закономерны? Конечно, все перечисленные аргументы в пользу ритонов ещё не доказывают справедливость данной модели, но дают серьёзные основания для дальнейшего её исследования.

Любая феноменологическая модель частиц только тогда представляет научную ценность, если на её основе можно построить модель взаимодействия, которая согласуется с экспериментальными данными и не только качественно, но и количественно.

Калибровочные теории с векторным зарядом (некоторые качественные замечания)

Хорошего согласия модели ритонов и Стандартной модели мало, необходимо чтобы данная модель адекватно описывала взаимодействия в которых участвуют ритоны и антиритоны.

В соответствии со свойствами (табл. 1), ритоны должны участвовать в цветовых взаимодействиях, а Т-ритоны ещё и в электромагнитных взаимодействиях. Кроме этого, ввиду ненулевой массы ритонов, они участвуют в гравитационных взаимодействиях, которыми в данной работе не учитываются ввиду их слабости.

При этом наиболее интенсивные взаимодействия, в которых участвуют ритоны, являются «свои», межритонные взаимодействия. Межритонные взаимодействия должны быть отнесены к фундаментальным взаимодействиям наряду с электромагнитными и цветовыми. Частным случаем проявления межритонных взаимодействий могут оказаться слабые взаимодействия и, возможно, некоторые гипотетические гиперслабые взаимодействия, которые могут отвечать за нарушение СР-инвариантности.

Рассмотрим характеристики ритонов и возможных переносчиков взаимодействий между ними – *тросонов*, а также вопросы построения математической модели межритонных взаимодействий.

Характеристики ритонов, тоны и группа взаимодействия ритонов

Ввиду того, что кварки не могут существовать в свободном виде из-за особенностей цветового взаимодействия, что в конечном итоге связано с тем, что в свободном виде могут существовать частицы только бесцветные, т. е. иметь нулевой цвет. Ритоны, как и кварки являются носителями (анти)цвета, поэтому они тоже не могут существовать в свободном виде.

Кроме цвета, ритоны должны иметь присущие им квантовые числа, которые, как и цвет, обеспечивают их взаимодействие, благодаря которому они удерживаются вместе. Заряды, обеспечивающие межритонные взаимодействия, будем называть *тоновыми зарядами* или просто - *тонами*.

Межритонное взаимодействие, как и цветовое, удерживает ритоны вместе, но значительно сильнее, чем цветовые взаимодействия удерживают кварки. Это следует из того, что линейные размеры лептонов и кварков на 6-7 порядков меньше, чем у адронов, например, протон имеет радиус $\approx 0,831 \text{ Фм} = 0,831 \times 10^{-13} \text{ см}$. [11], а размер электрона по грубой оценке на основе экспериментов с *псевдоатомом геония*, имеет порядок 10^{-20} см [12]. Поэтому константа тросонного взаимодействия между ритонами на несколько порядков больше, чем константа цветового взаимодействия между кварками. Это обеспечивает меньший радиус взаимодействия сил между ритонами, чем у цветовых взаимодействий между кварками.

При росте расстояния между ритонами интенсивность *тросонного взаимодействия* растёт значительно быстрее не только по абсолютному значению, но и относительно, что можно интерпретировать как антиэкранировку тонов у ритонов, которая значительно более сильная, чем антиэкранировка цвета в квантовой хромодинамике.

Наличие антиэкранировки может указывать на то, что в основе взаимодействия ритонов должна лежать неабелева калибровочная группа.

Было бы странно, если бы кварки, которые не могут существовать в свободном виде, состояли бы из частиц, которые способны существовать в свободном виде. Скорей всего, ритоны тоже могут существовать только в связанном состоянии с другими ритонами или антиритонами, как кварки, а силы, которые их удерживают между собой ритоны значительно более интенсивные, чем цветовые.

Из Стандартной модели следует, что ритоны объединяются в кварки и лептоны по 3 (табл. 2), поэтому *группой объединения* ритонов является группа $SU(3)$.

Что касается калибровочной группы взаимодействия ритонов, то, более подходящей представляется неабелева специальная унитарная группа $SU(N)$ размерности больше, чем группа $SU(3)$, как в КХД. Это следует из того, что интенсивность межритонных взаимодействий значительно сильнее, чем межкварковое взаимодействие в КХД и для них характерен более быстрый рост антиэкранировки с ростом расстояния между ритонами, о чём уже гово-

рилось раньше. В группе взаимодействия $SU(N)$ число N должно быть кратно трём, ввиду того, что *группой объединения* ритонов является группа $SU(3)$, т. е. кварки и лептоны скомбинированы из трёх ритонов.

Группу взаимодействия ритонов можно выбрать, например, из двух не совпадающих множества групп $SU(3\chi)$, где $\chi = 1, 2, 3, 4, \dots$ или из групп $SU(3^\xi)$, где $\xi = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Соотношение между параметрами χ и ξ множеств групп будет $\chi = 3^\xi/3 = 3^{\xi-1}$. Калибровочной группой взаимодействия ритонов, будем называть *группой тонов*. Для случая ритонов, должны выполняться неравенства для параметров, $\chi \geq 2$ и $\xi \geq 2$. Это может быть, например, одна из групп $SU(6)$, $SU(9)$, $SU(12)$, $SU(15)$... Примем здесь в качестве группы взаимодействия, группу $SU(9) \equiv SU(3 \cdot 3) \equiv SU(3^2)$, которую будем считать наиболее вероятным кандидатом калибровочной группы взаимодействия ритонов, и в дальнейших рассуждениях будем использовать, прежде всего, её. Но при этом остаётся возможность её замены на другую группу из $SU(3\chi)$ или $SU(3^\xi)$.

Группа $SU(9)$ располагается сразу за группой $SU(3)$, которая содержится в обоих множествах групп $SU(3\chi)$ и $SU(3^\xi)$, когда $\chi=3$ и $\xi=2$.

Получилось, что в случае группы $SU(9)$ для каждого ритона в каждом кварке и в каждом лептоне приходится по 3 тона. Ритоны кварка или лептона являются носителями в сумме девяти тонов, а антиритоны – девяти *анти-тонов*. Для множеств групп $SU(3\chi)$ и $SU(3^\xi)$ будем иметь суммы тонов из 9 тонов, соответственно для $\chi=3$ или $\xi=3$.

В результате пришли к несоответствию, которое заключается в том, что каждому ритону соответствует более одного тона. Поэтому возникает принципиальный вопрос, о том, как можно в группе объединения $SU(3)$ «разместить» группу взаимодействия $SU(9)$. Данное несоответствие можно преодолеть очень просто. Для этого каждый ритон должен быть носителем нескольких разноимённых тонов. Тогда на каждый ритон в группе $SU(9)$ приходится три разноимённых тона, а на каждый антиритон три разноимённых антитона. Набор из трёх тонов ритона будем называть *триптоном*, а набор трёх антитонов у антиритона – *антитриптоном*. Наборы тонов будут представляться как трёхмерные векторы в *9-мерном пространстве тонов*, а наборы антитонов антиритона как трёхмерные векторы в *9-мерном пространстве антитонов*.

В более общих случаях групп $SU(3\chi)$ и $SU(3^\xi)$, соответственно, *χ -тоном* или *$3^{\xi-1}$ -тоном*, а для ритонов и *χ -антитоном* или *$3^{\xi-1}$ -антитоном* для антиритонов. Наборы тонов ритона можно представить как *χ -мерные векторы в 3χ -мерном пространстве тонов*, а наборы антитонов как *χ -мерные векторы в 3χ -мерном пространстве антитонов*.

Тоны удовлетворяют следующим свойствам:

Каждый тон имеет соответствующий ему антитон.

Сумма всех 3χ -тонов даёт нулевой вектор тона или просто - ноль.

Сумма всех 3χ -антитонов тоже даёт нулевой вектор антитона или просто - ноль.

Очевидно, нулевой вектор тона и нулевой вектор антитона равны.

Сумма тонов одного ритона не равна нулю, как и сумма антитонов одного антиритона не равна нулю. Очевидно, что наборы (анти)тонов как у отдельных (анти)ритонов, так и у всех ритонов, входящих в состав одного кварка или одного (анти)лептона состоят из разноимённых тонов.

В пределах (анти)ритона взаимодействие осуществляется каждым тоном «независимо» от других (анти)тонов носителями которого является данный (анти)ритон.

Для тонов характерны законы аналогичные законам свойственным для электрических и цветовых зарядов.

Закон сохранения тона. В соответствии с законом сохранения тонов действует *правило постоянства разности числа ритонов T и V и антиритонов $\tilde{T}$ и $\tilde{V}$ до и после реакции*. В реакции с участием частиц, состоящих из ритонов и/или антиритонов

$$\alpha T - \tilde{\alpha} \tilde{T} + \beta V - \tilde{\beta} \tilde{V} \rightarrow \alpha' T - \tilde{\alpha}' \tilde{T} + \beta' V - \tilde{\beta}' \tilde{V},$$

строго сохраняется баланс числа ритонов T и V и соответствующих им антиритонов $\tilde{T}$ и $\tilde{V}$ до и после реакции α , что удобно представить в виде системы

$$\begin{cases} \alpha - \tilde{\alpha} = \alpha' - \tilde{\alpha}' \\ \beta - \tilde{\beta} = \beta' - \tilde{\beta}' \end{cases}$$

Здесь, α - число T -ритонов до реакции, $\tilde{\alpha}$ - число $\tilde{T}$ -ритонов до реакции, β - число V -ритонов до реакции, $\tilde{\beta}$ - число $\tilde{V}$ -ритонов до реакции, α' - число T -ритонов после реакции, $\tilde{\alpha}'$ - число $\tilde{T}$ -ритонов после реакции, β' - число V -ритонов после реакции, $\tilde{\beta}'$ - число $\tilde{V}$ -ритонов после реакции.

Закон квантования тонов. Тоны квантуются, т. е. являются дискретными величинами равными между собой по модулю.

Закон сохранения и закон квантования тона аналогичны соответствующим закону квантования электрического заряда в квантовой электродинамике и закону квантования цвета в квантовой хромодинамике.

Тоны двух ритонов будут меняться при их взаимодействии путём обмена тросонами, а в случае самодействия ритонов, набор тонов в ритоне не меняется.

Тоны и антитоны характеризуют способность ритонов к взаимодействию и аналогичны положительным и отрицательным электрическим зарядам в электродинамике, но в большей степени аналогичны цветам и антицветам в КХД.

Тоны отличаются от цветов количественно и качественно, а в некотором смысле, примерно так же, как различаются цвета и электрические заряды.

Тоны и антитоны являющиеся источниками тросонных полей, кванты которых при их обмене между ритонами, обеспечивают силовое взаимодействие между ритонами. Такие кванты будем называть *тросонами*.

Тросоны в межритонных взаимодействиях играют роль, которая аналогична фотонам в КЭД и глюонам в КХД, т. е. являются переносчиками взаимодействия между ритонами.

Группа объединения и калибровочная группа взаимодействия у ритонов

Число тросонов будет равно числу генераторов калибровочной группе взаимодействия ритонов. Для группы $SU(9)$ будет 80 генераторов ($9^2-1=80$) и, соответственно, т. е. группа 80-и параметрическая. Это значит, что для данной группы будет 80 тросонов [13]. Межритонные взаимодействие осуществляется путём обмена векторными калибровочными бозонами с нулевой массой, которые названы тросонами.

В более общих случаях, когда в множестве калибровочных групп $SU(3\chi)$ будет $(3\chi)^2-1$ тросонов, а в множестве групп $SU(3^\xi)$ число тросонов будет $3^{2\xi}-1$.

При взаимодействии ритонов, между ними происходит обмен виртуальными тросонами. Ввиду того, что группа взаимодействия неабелева (некоммутативная), поэтому взаимодействие между ритонами нелинейно. Это значит, что тросоны сами являются носителями комбинаций тонов и антитонов. Поэтому тросоны тоже будут между собой обмениваться виртуальными тросонами, т. е. они будут не только переносчиками, но и сами являются источники тросонного поля, что дополнительно будет приводить к увеличению интенсивности взаимодействия.

Обмен одним калибровочным тросоном между ритонами сопровождается обменом тонами, между этими ритонами. При изменении тона у ритона будет приводить, к изменению направления векторов тонов в пространстве тонов за счёт изменения только одной компоненты векторов тона у ритонов. Изменение направления вектора в пространстве тонов у одного ритона будет компенсироваться изменением направления вектора в пространстве тонов у другого ритона, с которым произошёл обмен тросоном. Причём, при обмене одним тросоном между ритонами вектора их тритонов изменяются по одной компоненте тритона на одинаковые дискретные углы, но в разных направлениях. Изменения тоновых векторов происходит в 9-мерном пространстве тонов, когда $\chi=3$ для группы $SU(3\chi)$ или в 6-мерном пространстве тонов ($\xi=2$) в случае группы $SU(3^\xi)$.

Между χ тонами одного ритона тоже будут происходить взаимодействия. Но ввиду того, что тоны одного ритона будут сосредоточены в «точке», то их взаимодействие предполагается очень слабым. Слабость такого взаимодействия может быть обусловлена предполагаемой асимптотической свободы для межритонного взаимодействия, аналогично тому, как это проис-

ходит в КХД. В этом случае интенсивность взаимодействия падает с уменьшением расстояния между ритонами.

В 3χ -мерном пространстве тонов наборы из χ -тонов у одного ритона вектора составляются из возможного числа не упорядоченных наборов (сочетаний) тонов из 3χ элементов по χ

$$\alpha_{3s}^s = \frac{(3\chi)!}{\chi!(3\chi-\chi)!} = \frac{(3\chi)!}{\chi!(2\chi)!}.$$

В частности, для $\chi=2$ число возможных направлений векторов в пространстве тонов будет $\alpha_6^2 = \frac{6!}{2 \cdot 4!} = 15$, а для $\chi=4$ будет $\alpha_{12}^4 = \frac{12!}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 8!} = 660$ направлений. В важном случае группы $SU(9)$, когда $\chi=3$, будет $\alpha_9^3 = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = 84$ возможных направления тритонов в девятимерном тоновом пространстве или 84 тоновых комбинации ритонов.

Общее число сочетаний тонов без повторов у трёх ритонов входящих в состав кварка или лептона для группы $SU(3\chi)$, будет

$$\frac{(3\chi)!}{\chi!(3\chi-\chi)!} \cdot \frac{(2\chi)!}{\chi!(2\chi-\chi)!} \cdot \frac{\chi!}{\chi!(\chi-\chi)!}.$$

Число всех сочетаний тонов для группы $SU(9)$, без повторов, у трёх ритонов, имеющих по χ тонов входящих в состав кварков и лептонов будет

$$\frac{(3 \cdot 3)!}{3!(3 \cdot 3 - 3)!} \cdot \frac{(2 \cdot 3)!}{3!(2 \cdot 3 - 3)!} \cdot \frac{3!}{3!(3 - 3)!} = 84 \cdot 20 \cdot 1 = 1680.$$

Видно, что по мере продвижения вглубь микромира, усложняется структура взаимодействий. А именно, усложняется калибровочная группа взаимодействий, а элементарные частицы становятся носителями всё большего числа зарядов, а наборы самих зарядов тоже становятся сложнее. Но при этом уменьшается число фундаментальных частиц - фермионов и переносчиков взаимодействия.

Характеристики тросонов

Тросоны являются калибровочными бозонами - безмассовыми (псевдо)векторными частицами со спином 1 [13].

Обмен тросонами происходит между тройками ритонов и между тройками антиритонами в кварках, антикварках, лептонах и антилептонах. Ритоны и антиритоны в ризонах так же взаимодействуют, обмениваясь тросонами. При обмене одним тросоном между двумя (анти)ритонами у этих частиц происходит обмен тонами, что приводит к поворотам тритонов и/или антиритонов в 9-мерном тоновом пространстве. Это говорит о том, что тоновая структура ритонов и тросонов разная. Ритоны, как уже говорилось, имеют

набор тонов (тоновый вектор), а тросоны наделены наборами с одним тоном и с одним антитоном.

Благодаря тому, что тросоны являются переносчиками тона и антитона, тросонные взаимодействия нелинейные, а это выражается в том, что тросоны взаимодействуют между собой тоже путём обмена тросонами.

В случае самодействия ритонов, когда ритон или антиритон обменивается тросоном самим с собой, то в таких случаях набор тонов ритона до и после обмена остаётся прежним.

Какая калибровочная группа лежит в основе взаимодействия ритонов?

Приведём основные аргументы, на основе которых выбирается группа взаимодействия между ритонами.

1. Группа объединения $SU(3)$ – это однозначное следствие Стандартной модели.

2. Принимается, что калибровочной группой взаимодействия ритонов принимается специальная унитарная группа $SU(?)$, но не ортогональная $SO(?)$ или какая-либо ещё...

3. У каждого фундаментального взаимодействия своя калибровочная группа отличная от групп взаимодействия других взаимодействий. Калибровочная группа взаимодействия ритонов не $SU(3)$, которая «занята» в КХД.

4. В калибровочной группе должно быть число параметров кратное трём, что следует из группы объединения ритонов, т. е. $SU(3)$. В общем калибровочную группу взаимодействий можно записать как $SU(3\chi)$, $\chi=2, 3, 4, \dots$. Кроме этого, очень важно, что интенсивность взаимодействий растёт, а это значит, что число параметров группы растёт и из этих соображений. Можно предположить, что чем больше параметров у калибровочной группы, тем сильнее взаимодействие.

5. Размерность тонового вектора χ , скорее всего, нечётное число, а наименьшее число из нечётных большее единицы, это $\chi=3$.

6. Получили, что наиболее подходящая группа для описания взаимодействия тросонов, является группа $SU(9)$.

Приведённые аргументы не являются строгим доказательством, поэтому, в общем случае будем придерживаться того, что калибровочной группой является специальная унитарная группа из множества групп $SU(3\chi)$ и сейчас нельзя полностью отвергать возможность калибровочных групп из $SU(3\chi)$ для $\chi=2, 4, \dots$

Классические поля ритонов и тросонов

Что даёт и где может быть использована КТД?

Математическая модель взаимодействия ритонов посредством обмена тросонами будем называть *тресодинамикой*, которая должна быть построена вначале как *классическая тресодинамика*, а потом на её основе должна быть создана *квантовая тресодинамика (КТД)* [13].

Квантовая тресодинамика может оказаться полезной как математическое обобщение неабелевых калибровочных теорий на случай многозарядных частиц, т. е. частиц с векторным зарядом. Такими частицами предполагаются субкварковые частицы - ритоны и антиритоны, а векторными зарядами принимаются наборы из χ тонов ($\chi=2, 3, 4, \dots$), т. е. *χ -тоны*.

Не исключена возможность использования тресодинамики в других областях квантовой теории поля или, вообще, в других областях физики.

Начнём с построения классических ритонных и тросонных полей.

Далее принята система единиц, когда $c=1$ и $\hbar=1$.

Фермионные поля ритонов

Фермионные поля ритонов со спином $1/2$ являются носителями χ тонов или векторных тонов в тоновом пространстве размерности 3χ , что будем обозначать

$$\psi_{\{i\}}.$$

Здесь $\{i\}$ – тоновые индексы, которые можно записывать более подробно - $\{i\} = \{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}$, тогда волновая функция может записываться

$$\psi_{\{i\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}}.$$

Тоновые индексы могут быть нижними и верхними, которые между собой эквивалентны, $\psi_{\{i\}} \equiv \psi^{\{i\}}$.

$$\psi_{\{i\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}} \equiv \psi^{\{i\}} \equiv \psi^{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}}.$$

Очевидно, что безразличен порядок тоновых индексов, носителями которых является одна функция $\psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}}$, что можно записать в виде тождеств

$$\psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}} \equiv \psi_{\{i_2, i_1, \dots, i_\chi\}} \equiv \psi_{\{i_\chi, i_2, \dots, i_1\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_\chi, \dots, i_2\}} \equiv \dots$$

Всего таких тождеств будет $\chi!$.

В случае, когда тонов будет три ($\chi=3$), тогда подобных тождеств будет $3!$, т. е. шесть

$$\psi_{\{i_1, i_2, i_3\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_3, i_2\}} \equiv \psi_{\{i_2, i_3, i_1\}} \equiv \psi_{\{i_2, i_1, i_3\}} \equiv \psi_{\{i_3, i_2, i_1\}} \equiv \psi_{\{i_3, i_1, i_2\}}.$$

При перестановке любых двух индексов у функции $\psi_{\{i\}}$ не будет менять её физически, поэтому у данной модели будет иметь место специфическая дискретная симметрия, которую назовём *перестановочной инвариантностью тонов*.

Тоны одного ритона образуют вектор в 3χ -мерном пространстве тонов, но все компоненты функций $\psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}}$ должны быть тождественны между собой, для чего необходимо наложить *условия тождественности*, которое является следствием перестановочной инвариантности

$$\psi_{\{i_1\}} \equiv \psi_{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{i_\chi\}} \equiv \psi^{\{i_1\}} \equiv \psi^{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \psi^{\{i_\chi\}}.$$

Индекс в фигурных скобках означает, что он пробегает χ значений вектора тонов из общего количества тонов 3χ -мерного пространства. Если расписать явно, то получим для фермиона с векторным тоном

$$\psi_{\{i\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_2, \dots, i_\chi\}} \equiv \begin{pmatrix} \psi_{\{i_1\}} \\ \psi_{\{i_2\}} \\ \dots \\ \psi_{\{i_\chi\}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\chi}} \begin{pmatrix} \psi_{i_1} \\ \psi_{i_2} \\ \dots \\ \psi_{i_\chi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\psi_{i_1}}{\sqrt{\chi}} \\ \frac{\psi_{i_2}}{\sqrt{\chi}} \\ \dots \\ \frac{\psi_{i_\chi}}{\sqrt{\chi}} \end{pmatrix}.$$

В данном соотношении учтено то, что ритон имеет χ тоновых заряда и для каждого тона записана «своя» волновая функция $\psi_{\{i_1\}}, \psi_{\{i_2\}}, \dots, \psi_{\{i_\chi\}}$, но эти все функции эквивалентны между собой $\psi_{\{i_1\}} \equiv \psi_{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{i_\chi\}}$, но формально являются носителями разных тонов. Для учёта эквивалентности этих функций в расчётах для сохранения нормировки функций вводятся коэффициенты $1/\sqrt{\chi}$. Поэтому введено правило, в соответствии с которым опускание фигурных скобок $\{ \}$ у тоновых индексов волновых функций $\psi_{\{i_1\}}, \psi_{\{i_2\}}, \dots, \psi_{\{i_\chi\}}$ автоматически приводит к умножению их на коэффициенты $1/\sqrt{\chi}$

$$\psi_{\{i_1\}} = \frac{\psi_{i_1}}{\sqrt{\chi}}; \quad \psi_{\{i_2\}} = \frac{\psi_{i_2}}{\sqrt{\chi}}; \quad \dots; \quad \psi_{\{i_\chi\}} = \frac{\psi_{i_\chi}}{\sqrt{\chi}}.$$

Когда калибровочной группой будет $SU(9)$, у ритона имеется набор из трёх тонов ($\chi=3$), тогда эти равенства примут вид

$$\psi^{\{i_1\}} = \frac{\psi^{i_1}}{\sqrt{3}}; \quad \psi^{\{i_2\}} = \frac{\psi^{i_2}}{\sqrt{3}}; \quad \psi^{\{i_3\}} = \frac{\psi^{i_3}}{\sqrt{3}}.$$

В развёрнутом виде поле ритона в группе SU(9) случае калибровочной группы SU(3 χ), когда у ритона имеется набор из трёх тонов ($\chi=3$) данные выражения примут вид

$$\psi_{\{i\}} \equiv \psi_{\{i_1, i_2, i_3\}} \equiv \begin{pmatrix} \psi_{\{i_1\}} \\ \psi_{\{i_2\}} \\ \psi_{\{i_3\}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \psi_{i_1} \\ \psi_{i_2} \\ \psi_{i_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\psi_{i_1}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{i_2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{i_3}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}; \quad \{i\} = \{i_1, i_2, i_3\}.$$

Функции ритонов

Ритоны описываются фермионами с тоновыми индексами $\psi_{\{i\}}$, которые в случае калибровочной группы SU(3 χ), будут пробегать χ значений тонов. Это значит, что каждый ритон будет носителем χ тонов.

В качестве конкретного примера мы берём группу SU(9), это значит, что $\chi=3$, а ритоны имеют по три тоновых заряда (*трифон*).

Функция $\psi_{\mu\{i\}}$ является дираковским спинором или биспинором, который имеет четыре компоненты, которые в дальнейшем будем обозначать греческими индексами ($\mu=1, 2, 3, 4$), а тоновый индекс пробегает три значения тонов ($i= i_1, i_2, i_3$) из 9. Тоновый индекс будет одинаковым для всех компонент биспинора. Представим биспинор $\psi_{\mu\{i\}}$ через компоненты в виде матрицы столбца

$$\psi_{\mu\{i\}} = \psi_{\mu}^{\{i\}} = \begin{pmatrix} \psi_{1\{i\}} \\ \psi_{2\{i\}} \\ \psi_{3\{i\}} \\ \psi_{4\{i\}} \end{pmatrix} = (\psi_{1\{i\}} \quad \psi_{2\{i\}} \quad \psi_{3\{i\}} \quad \psi_{4\{i\}})^T.$$

Здесь символ « T » обозначат транспонирование матрицы-столбца. В частности, при транспонировании $\psi_{\mu\{i\}}$ получим матрицу строку.

Транспонированный спинор будет

$$\psi_{\mu\{i\}}^T = \psi_{\mu}^{T\{i\}} = (\psi_{1\{i\}} \quad \psi_{2\{i\}} \quad \psi_{3\{i\}} \quad \psi_{4\{i\}}).$$

Очевидно, что все четыре компоненты спинора являются носителями одного набора тонов, т. е. у всех компонент совпадают значения индекса $\{i\}$.

Эрмитово сопряженный спинор $\psi_{\mu\{i\}}^\dagger$ определяется

$$\psi_{\mu\{i\}}^\dagger = \begin{pmatrix} \psi_{1\{i\}} \\ \psi_{2\{i\}} \\ \psi_{3\{i\}} \\ \psi_{4\{i\}} \end{pmatrix}^{*T} = \begin{pmatrix} \psi_{1\{i\}} \\ \psi_{2\{i\}} \\ \psi_{3\{i\}} \\ \psi_{4\{i\}} \end{pmatrix}^{T*} = (\psi_{1\{i\}}^* \quad \psi_{2\{i\}}^* \quad \psi_{3\{i\}}^* \quad \psi_{4\{i\}}^*).$$

Здесь символ « $\dagger$ » обозначает эрмитово сопряжение, а « $*$ » - комплексное сопряжение.

Важное значение имеет дираковски сопряжённый спинор $\bar{\psi}_{\mu\{i\}}$

$$\bar{\psi}_{\mu\{i\}} = \psi_{\mu\{i\}}^\dagger \gamma^0.$$

Здесь γ^0 - матрица Дирака, которая дана в [приложении 1](#).

Для трёх ритонов или антиритонов входящих в состав лептонов или кварков введём следующие обозначения

$$\psi_{a\mu\{l\}} \equiv \psi_{a\mu}^{\{l\}} \equiv \psi_{\mu}^{a\{l\}} \equiv \psi_{\mu\{l\}}^a = \begin{pmatrix} \psi_{1\mu\{i\}} \\ \psi_{2\mu\{j\}} \\ \psi_{3\mu\{k\}} \end{pmatrix}, \quad a = 1, 2, 3.$$

Здесь индекс a пробегает значения 1, 2, 3 по всем ритонам, входящим в состав кварка или лептона. Индекс l , в каждом конкретном случае a ритонов, приобретает один из индексов i, j, k , каждый из которых, в свою очередь, пробегает значения всех трёх тонов данного ритона, а все вместе значения индексов $\{i\}, \{j\}, \{k\}$ пробегает все значения тонов от 1 до 9.

Сопряженные фермионные поля ритонов будем обозначать

$$\bar{\psi}_{a\mu\{i\}} \equiv \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i\}} = (\bar{\psi}_{1\mu\{i\}}, \bar{\psi}_{2\mu\{j\}}, \bar{\psi}_{3\mu\{k\}}); \quad \mu = 1, 2, 3, 4.$$

Здесь i, j, k принимают по 3 значения разноимённых тона из 9-мерного пространства тонов. В более общем случае группы $SU(3\chi)$ индексы i, j, k принимают по χ значений тонов из 3χ -мерного пространства тонов.

Для фермионных полей антиритонов могут использоваться обозначения с тильдой сверху, которые не всегда являются обязательными

$$\tilde{\psi}_{a\mu\{l\}}.$$

Дираковски сопряженные поля антиритонов будут обозначаться

$$\bar{\tilde{\psi}}_{a\mu\{i\}} \equiv \bar{\tilde{\psi}}_{a\mu}^{\{i\}} = (\bar{\tilde{\psi}}_{1\mu\{i\}}, \bar{\tilde{\psi}}_{2\mu\{j\}}, \bar{\tilde{\psi}}_{3\mu\{k\}}); \quad \mu = 1, 2, 3, 4.$$

Поля антиритонов всегда являются носителями антитонов, поэтому индексы i, j, k у них обозначают антитоны.

Для группы $SU(9)$, комбинации из трёх фермионов, каждый из которых имеет трёхтоновый вектор из 9-мерного тонового пространства

В случае, если у ритона будет по три тона обозначения будут

$$\psi_a \equiv \psi_{a\mu}^{\{l\}} = \begin{pmatrix} \psi_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \psi_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \psi_{1\mu}^{\{i_1\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_2\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_3\}} \\ \psi_{2\mu}^{\{j_1\}} \\ \psi_{2\mu}^{\{j_2\}} \\ \psi_{2\mu}^{\{j_3\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_1\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_2\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_3\}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\psi_{1\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{1\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{1\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{j_1}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{j_2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{j_3}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{3\mu}^{k_1}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{3\mu}^{k_2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\psi_{3\mu}^{k_3}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \psi_{1\mu}^{i_1} \\ \psi_{1\mu}^{i_2} \\ \psi_{1\mu}^{i_3} \\ \psi_{2\mu}^{j_1} \\ \psi_{2\mu}^{j_2} \\ \psi_{2\mu}^{j_3} \\ \psi_{3\mu}^{k_1} \\ \psi_{3\mu}^{k_2} \\ \psi_{3\mu}^{k_3} \end{pmatrix}.$$

Для сопряжённых полей аналогичные равенства

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_a &\equiv \bar{\psi}_{a\mu}^{\{l\}} \equiv \bar{\psi}_{a\mu\{l\}} = (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}) \equiv \\ &\equiv (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_2\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_3\}} | \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_2\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_3\}} | \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_2\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_3\}}) = \\ &= \left(\frac{\bar{\psi}_{1\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{1\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{1\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} | \frac{\bar{\psi}_{2\mu}^{j_1}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{2\mu}^{j_2}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{2\mu}^{j_3}}{\sqrt{3}} | \frac{\bar{\psi}_{3\mu}^{k_1}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{3\mu}^{k_2}}{\sqrt{3}}, \frac{\bar{\psi}_{3\mu}^{k_3}}{\sqrt{3}} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{\psi}_{1\mu}^{i_1}, \bar{\psi}_{1\mu}^{i_2}, \bar{\psi}_{1\mu}^{i_3} | \bar{\psi}_{2\mu}^{j_1}, \bar{\psi}_{2\mu}^{j_2}, \bar{\psi}_{2\mu}^{j_3} | \bar{\psi}_{3\mu}^{k_1}, \bar{\psi}_{3\mu}^{k_2}, \bar{\psi}_{3\mu}^{k_3}). \end{aligned}$$

Сумма всех тонов у трёх ритонов дают нулевой вектор в тоновом пространстве

$$i_1 + i_2 + i_3 + j_1 + j_2 + j_3 + k_1 + k_2 + k_3 = 0.$$

Сумма всех антитонов у трёх антиритонов дают нулевой вектор

$$\tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{j}_1 + \tilde{j}_2 + \tilde{j}_3 + \tilde{k}_1 + \tilde{k}_2 + \tilde{k}_3 = 0.$$

Если ритон и антиритон объединяются, то должны образовываться частицы - *ризоны* [5, 8]. Суммы тонов у ритона $i_1 + i_2 + i_3$ и соответствующих им антитонов у антиритона $\tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 + \tilde{i}_3$ в ризонах дают нулевые векторы

$$i_1 + i_2 + i_3 + \tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 = 0.$$

Сумма тоновых векторов в пространстве тонов и векторы в пространстве антитонов тоже должны давать нулевой тоновый вектор.

В случае ритонов, когда они формируют лептоны и кварки, *условие тождественности волновых функций* будет накладываться отдельно на все три ритона

$$\begin{cases} \psi_{\{1\}} \equiv \psi_{\{2\}} \equiv \psi_{\{3\}}; \\ \psi_{\{4\}} \equiv \psi_{\{5\}} \equiv \psi_{\{6\}}; \\ \psi_{\{7\}} \equiv \psi_{\{8\}} \equiv \psi_{\{9\}}. \end{cases}$$

Аналогичные условия имеются у полей антиритонов

$$\begin{cases} \tilde{\psi}_{\{1\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{2\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{3\}}; \\ \tilde{\psi}_{\{4\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{5\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{6\}}; \\ \tilde{\psi}_{\{7\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{8\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{9\}}. \end{cases}$$

Для случаев, когда число тонов у ритона будет равно 3χ

$$\begin{cases} \psi_{\{1\}} \equiv \psi_{\{2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{\chi\}}; \\ \psi_{\{\chi+1\}} \equiv \psi_{\{\chi+2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{2\chi\}}; \\ \psi_{\{2\chi+1\}} \equiv \psi_{\{2\chi+2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{3\chi\}}. \end{cases}$$

Для полей антиритонов аналогичные условия будут

$$\begin{cases} \tilde{\psi}_{\{1\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{2\}} \equiv \dots \equiv \tilde{\psi}_{\{\chi\}}; \\ \tilde{\psi}_{\{\chi+1\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{\chi+2\}} \equiv \dots \equiv \tilde{\psi}_{\{2\chi\}}; \\ \tilde{\psi}_{\{2\chi+1\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{2\chi+2\}} \equiv \dots \equiv \tilde{\psi}_{\{3\chi\}}. \end{cases}$$

Обозначения полей ритонов. Когда ритоны или антиритоны образуют кварки и лептоны или антикварки и антилептоны, то может быть удобным ввести соответствующие обозначения. Каждое из трёх полей $\psi_{a\mu\{l\}}$ может соответствовать полям ритонов T и/или V или все три поля соответствуют антиритонам $\tilde{T}$ и/или $\tilde{V}$.

Индекс a у полей $\psi_{a\mu}^{\{l\}}$ соответствует типам ритонов T и V, а их поля будем обозначать как $T_\mu^{\{i\}}$ и $V_\mu^{\{k\}}$

$$\psi_{T\mu}^{\{i\}} \equiv T_\mu^{\{i\}}; \quad \bar{\psi}_{T\mu}^{\{i\}} \equiv \bar{T}_\mu^{\{i\}}; \quad \psi_{V\mu}^{\{k\}} \equiv V_\mu^{\{k\}}; \quad \bar{\psi}_{V\mu}^{\{k\}} \equiv \bar{V}_\mu^{\{k\}}.$$

Поля антиритонов $\tilde{T}$ и $\tilde{V}$ будем обозначать $\tilde{T}_\mu^{\{i\}}$ и $\tilde{V}_\mu^{\{k\}}$, тогда

$$\begin{aligned}\psi_{\tilde{T}_\mu}^{\{i\}} &\equiv \tilde{\psi}_{T_\mu}^{\{i\}} \equiv \tilde{T}_\mu^{\{i\}}; & \bar{\psi}_{\tilde{T}_\mu}^{\{i\}} &\equiv \bar{\tilde{\psi}}_{T_\mu}^{\{i\}} \equiv \bar{\tilde{T}}_\mu^{\{i\}}; \\ \psi_{\tilde{V}_\mu}^{\{k\}} &\equiv \tilde{\psi}_{V_\mu}^{\{k\}} \equiv \tilde{V}_\mu^{\{k\}}; & \bar{\psi}_{\tilde{V}_\mu}^{\{k\}} &\equiv \bar{\tilde{\psi}}_{V_\mu}^{\{k\}} \equiv \bar{\tilde{V}}_\mu^{\{k\}}.\end{aligned}$$

Например, поля и сопряжённые им поля лептонов и кварков и их анти-частиц первого поколения Стандартной модели можно записать через тройные поля ритонов или антиритонов

$$e^+ = \begin{pmatrix} T_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \dots \\ T_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \dots \\ T_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{e}^+ = (\bar{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \bar{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \bar{T}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}).$$

$$u = \begin{pmatrix} T_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \dots \\ T_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \dots \\ V_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{u} = (\bar{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \bar{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \bar{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}).$$

$$\tilde{d} = \begin{pmatrix} T_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \dots \\ V_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \dots \\ V_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{\tilde{d}} = (\bar{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \bar{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \bar{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}).$$

$$\nu_e = \begin{pmatrix} V_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \dots \\ V_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \dots \\ V_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{\nu}_e = (\bar{V}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \bar{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \bar{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}).$$

$$\begin{aligned}
e^- &= \begin{pmatrix} \tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \tilde{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \tilde{T}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{e}^- = (\tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \tilde{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \tilde{T}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}). \\
\tilde{u} &= \begin{pmatrix} \tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \tilde{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{\tilde{u}} = (\tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \tilde{T}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}). \\
d &= \begin{pmatrix} \tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \tilde{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{d} = (\tilde{T}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \tilde{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}). \\
\tilde{\nu}_e &= \begin{pmatrix} \tilde{V}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \tilde{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix}; \quad \bar{\tilde{\nu}}_e = (\tilde{V}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}, \tilde{V}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}, \tilde{V}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}).
\end{aligned}$$

Очевидно, что у кварков и лептонов, а также у их античастиц суммы всех тонов или антитонов будут равны нулю. Аналогичное утверждение справедливо для антикварков и антилептонов.

Поля ризонов и их античастиц можно записать через поля ритонов и антиритонов.

Лагранжиан L_ψ «свободного» поля отдельного ритона $\psi^{\mu\{k\}}$ [13]

$$L_\psi = \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}(x) - \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}}(x) - m_\psi \bar{\psi}_{\mu\{k\}}(x) \psi^{\mu\{k\}}(x).$$

Здесь γ^ν - матрицы Дирака в представлении Дирака.

Лагранжиан L_ρ поля трёх ритонов $\psi^{a\mu\{k\}}$ ($a=1, 2, 3$), образующих кварки и лептоны будет справедлив для группы $SU(3\chi)$ и, в частности, для $SU(9)$, когда $\chi=3$

$$L_\rho = \frac{i}{2} \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi^{a\mu\{k\}}(x) - \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \psi^{a\mu\{k\}}(x) - m_a \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \psi^{a\mu\{k\}}(x).$$

Здесь индекс a пробегает по всем трём ритонам, а когда он повторяется, то должно производиться суммирование.

Можно записать лагранжиан более экономно

$$L_\psi = -i \bar{\psi}_\mu^a \partial_\nu \gamma^\nu \psi_a^\mu - m_\psi \bar{\psi}_{\mu\{k\}}(x) \psi^{\mu\{k\}}(x).$$

Здесь введено обозначение

$$i\bar{\psi}_\mu^a \partial_\nu \gamma^\nu \psi_a^\mu = -\frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}}^a(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi_a^{\mu\{k\}}(x) + \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}^a(x) \gamma^\nu \psi_a^{\mu\{k\}}(x).$$

Более подробная запись лагранжиана L_p будет

$$\begin{aligned} L_p = & \frac{i}{2} (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}) \gamma^\nu \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}}{\psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}}} \dots \frac{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}}{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}} \right) - \\ & - \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}) \gamma^\nu \left(\frac{\psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}}{\psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}}} \dots \frac{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}}{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}} \right) - \\ & - m_1 \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \psi_{1\{i_1, i_2, i_3\}}^\mu - m_2 \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \psi_{2\{j_1, j_2, j_3\}}^\mu - m_3 \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \psi_{3\{k_1, k_2, k_3\}}^\mu. \end{aligned}$$

Здесь m_1, m_2, m_3 - массы 1-го, 2-го и 3-го ритонов.

Запишем первое слагаемое лагранжиана в развёрнутом виде

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi_a^{\mu\{k\}}(x) &= (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}) \gamma^\nu \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}}{\psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}}} \dots \frac{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}}{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}} \right) = \\ &= (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} + \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}} + \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}) = \\ &= \left(3 \frac{\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \partial_\nu \frac{\psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}}{\sqrt{3}}; 3 \frac{\bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \partial_\nu \frac{\psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}}}{\sqrt{3}}; 3 \frac{\bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \partial_\nu \frac{\psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}}{\sqrt{3}} \right) = \\ &= (\bar{\psi}_{1\mu} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_1^\mu; \bar{\psi}_{2\mu} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_2^\mu; \bar{\psi}_{3\mu} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_3^\mu). \end{aligned}$$

Здесь компоненты $\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}$ расписываются

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_a^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} &= \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\partial_\nu \psi_a^{\mu i_1}}{\sqrt{3}} + \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\partial_\nu \psi_a^{\mu i_2}}{\sqrt{3}} + \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\partial_\nu \psi_a^{\mu i_3}}{\sqrt{3}} = \\ &= 3 \frac{\bar{\psi}_{\mu a}^{i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\partial_\nu \psi_a^{\mu i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}} = \bar{\psi}_{\mu a}^{i_1, i_2, i_3} \gamma^\nu \partial_\nu \psi_a^{\mu i_1, i_2, i_3}. \end{aligned}$$

Второе слагаемое в развёрнутом виде

$$\begin{aligned}
\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \psi^{a\mu\{k\}}(x) &= \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}}) \gamma^\nu \begin{pmatrix} \psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix} = \\
&= \left(\frac{\partial}{\partial x^\nu} \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \right) \gamma^\nu \begin{pmatrix} \psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} \\ \psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}} \\ \psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}} \end{pmatrix} = \\
&= (\partial_\nu \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \psi_1^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} + \partial_\nu \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1, j_2, j_3\}} \gamma^\nu \psi_2^{\mu\{j_1, j_2, j_3\}} + \partial_\nu \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1, k_2, k_3\}} \gamma^\nu \psi_3^{\mu\{k_1, k_2, k_3\}}) = \\
&= \left(3 \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{1\mu}^{i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_1^{\mu i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}}; 3 \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{2\mu}^{j_1, j_2, j_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_2^{\mu j_1, j_2, j_3}}{\sqrt{3}}; 3 \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{3\mu}^{k_1, k_2, k_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_3^{\mu k_1, k_2, k_3}}{\sqrt{3}} \right) = \\
&= (\partial_\nu \bar{\psi}_{1\mu} \gamma^\nu \psi_1^\mu; \partial_\nu \bar{\psi}_{2\mu} \gamma^\nu \psi_2^\mu; \partial_\nu \bar{\psi}_{3\mu} \gamma^\nu \psi_3^\mu).
\end{aligned}$$

Здесь компоненты $\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \psi_a^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}}$ расписываются

$$\begin{aligned}
\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu \psi_a^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} &= \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_a^{\mu i_1}}{\sqrt{3}} + \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_a^{\mu i_2}}{\sqrt{3}} + \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_a^{\mu i_3}}{\sqrt{3}} = \\
&= 3 \frac{\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu \frac{\psi_a^{\mu i_1, i_2, i_3}}{\sqrt{3}} = \partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}^{i_1, i_2, i_3} \gamma^\nu \psi_a^{\mu i_1, i_2, i_3}.
\end{aligned}$$

Третье слагаемое в развёрнутом виде

$$\begin{aligned}
m_a \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \psi^{a\mu\{k\}}(x) &= m_a \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \psi_a^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} = \\
&= m_a \left(\frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}} \frac{\psi_a^{\mu i_1}}{\sqrt{3}} + \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}} \frac{\psi_a^{\mu i_2}}{\sqrt{3}} + \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} \frac{\psi_a^{\mu i_3}}{\sqrt{3}} \right) = m_a \left(3 \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^i}{\sqrt{3}} \frac{\psi_a^{\mu i}}{\sqrt{3}} \right) = m_a (\bar{\psi}_{a\mu} \psi_a^\mu).
\end{aligned}$$

Полученные соотношения говорят, что суммирование по тоновым индексам равносильно, что должно подразумеваться в тех случаях, когда они не выписаны явно, что фактически не меняет лагранжиан, т. е.

$$\bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi^{a\mu\{k\}}(x) = \bar{\psi}_{a\mu}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi^{a\mu}(x),$$

$$\partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \gamma^\nu \psi^{a\mu\{k\}}(x) = \partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}(x) \gamma^\nu \psi^{a\mu}(x),$$

$$m_a \bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x) \psi^{a\mu\{k\}}(x) = m_a (\bar{\psi}_{a\mu} \psi_a^\mu).$$

Получили, что лагранжиан L_ρ поля трёх ритонов $\psi^{\mu\{k\}}$ ($a=1, 2, 3$), можно записать более просто, без тоновых индексов

$$L_\rho = \frac{i}{2} \bar{\psi}_{a\mu}(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi^{a\mu}(x) - \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\psi}_{a\mu}(x) \gamma^\nu \psi^{a\mu}(x) - m_a \bar{\psi}_{a\mu}(x) \psi^{a\mu}(x).$$

Получили ещё одно правило работы с тоновыми индексами. У ритонов три значения тоновых индекса и при их повторении в случае произведений, например, $\bar{\psi}_{a\mu\{k\}}(x)\psi^{a\mu\{k\}}(x)$, то по ним происходит суммирование. Это равносильно тому, что если индексы есть, то суммирование не произведено, а если индексов нет, это значит, что по суммирование подразумевается. Выражения с повторяющимися парами тоновых индексов и без них равнозначны.

Распишем лагранжиан поля трёх ритонов, L_ρ более подробно

$$\begin{aligned}
L_\rho = & \frac{i}{2} (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_2\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_3\}} | \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_2\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_3\}} | \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_2\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_3\}}) \gamma^\nu \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\begin{array}{c} \psi_{1\mu}^{\{i_1\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_2\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_3\}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{\{j_1\}}}{\psi_{2\mu}^{\{j_2\}}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{\{j_3\}}}{\psi_{3\mu}^{\{k_1\}}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_2\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_3\}} \end{array} \right) - \\
& - \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_2\}}, \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_3\}} | \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_2\}}, \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_3\}} | \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_2\}}, \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_3\}}) \gamma^\nu \left(\begin{array}{c} \psi_{1\mu}^{\{i_1\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_2\}} \\ \psi_{1\mu}^{\{i_3\}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{\{j_1\}}}{\psi_{2\mu}^{\{j_2\}}} \\ \frac{\psi_{2\mu}^{\{j_3\}}}{\psi_{3\mu}^{\{k_1\}}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_2\}} \\ \psi_{3\mu}^{\{k_3\}} \end{array} \right) - \\
& - m_1 (\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1\}} \psi_{1\mu}^{\{i_1\}} + \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_2\}} \psi_{1\mu}^{\{i_2\}} + \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_3\}} \psi_{1\mu}^{\{i_3\}}) - \\
& - m_2 (\bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1\}} \psi_{2\mu}^{\{j_1\}} + \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_2\}} \psi_{2\mu}^{\{j_2\}} + \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_3\}} \psi_{2\mu}^{\{j_3\}}) - \\
& - m_3 (\bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1\}} \psi_{3\mu}^{\{k_1\}} + \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_2\}} \psi_{3\mu}^{\{k_2\}} + \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_3\}} \psi_{3\mu}^{\{k_3\}}).
\end{aligned}$$

Здесь также подразумевается наличие коэффициентов $1/\sqrt{3}$ у полей ритонов, что является следствием условия тождественности волновых функций полей

$$\bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_1\}} \equiv \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_2\}} \equiv \bar{\psi}_{1\mu}^{\{i_3\}}; \quad \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_1\}} \equiv \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_2\}} \equiv \bar{\psi}_{2\mu}^{\{j_3\}}; \quad \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_1\}} \equiv \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_2\}} \equiv \bar{\psi}_{3\mu}^{\{k_3\}}.$$

Поля ритонов больше похожи на поля кварков в КХД, с той разницей, что у отдельных кварков цвета, это скалярные величины, а у тросонов тоны являются векторными величинами.

Тросонные поля

Между ритонами возможны электромагнитные и цветовые взаимодействия, а кроме них возможны наиболее сильные взаимодействия из всех, которые присущи только ритонам. Такие взаимодействия названы *тросонными взаимодействиями*. Тоны ритонов являются источниками *тросонных полей*, а тросоны переносчики данных межритонных взаимодействий. Кванты тросонных полей, это безмассовые векторные частицы.

Тросонные взаимодействия между ритонами осуществляются путём обмена тросоном между ними.

При обмене одним тросоном между двумя ритонами будет происходить также обмен тонами между этими ритонами. Это соответствует изменению одной компоненты у тоновых векторов ритонов, что соответствует повороту тоновых векторов ритонов в тоновом пространстве, причём на одинаковые углы и в противоположных направлениях.

Векторные потенциалы тросонных полей будем обозначать как K_v^A , у которых векторный индекс пробегает значения $v=0, 1, 2, 3$, а индекс A – групповой и пробегает по всем генераторам калибровочной группы. В группе $SU(3\chi)$ будет $(3\chi)^2-1$ генераторов. В случае группы $SU(6)$ будет $A=1, 2, \dots, 35$ генераторов, а для $SU(9)$ будет $A=1, 2, \dots, 80$ генераторов. Число типов тросонов соответствует числу генераторов в калибровочной группе взаимодействия, т. е. в группе $SU(6)$ будет 35 тросонов, а в группе $SU(9)$ - 80 типов тросонов.

Тросонные поля являются *компенсирующими полями*, которые обеспечивают локальную калибровочную инвариантность лагранжиана ритонов при их пространственно-временных преобразованиях. Тросонные поля можно рассматривать как обобщение *полей Янга - Миллса [14-15]* на случаи с векторными зарядами у фермионов.

Тросоны физически и математически очень похожи на глюоны, но между ними есть качественные и количественные отличия. Качественные отличия тонов от глюонов заключается в том, что в основе тросонов лежит другая калибровочная группа и тросоны являются носителями комбинаций тона и антитона, аналогично тому, как это имеется у глюонов, т. е. комбинации цвета и антицвета. Каждый ритон является носителем χ тонов, а кварки имеют только по одному цвету. Количественные отличия проявляются в том, что тросоны взаимодействуют с ритонами и с другими тросонами на несколько порядков более интенсивно, чем в межцветовых взаимодействиях ритонами или между кварками и глюонами.

Математически тросоны будут описываться аналогично тому как глюоны описываются в КХД, но с учётом различий между тросонами и глюонами.

Векторный потенциал K_ν тросонного поля ритонов представляется матрицей в тоновом пространстве как разложение по генераторам калибровочной группы, которое представляется как линейные комбинации тросонов

$$K_\nu = ie_\tau K_\nu^A t_A.$$

Здесь K_ν^A - калибровочные поля тросонов; e_τ - величина тонового заряда; t_A - *генераторы калибровочной группы* для которых не важно, где тоновый индекс, сверху или снизу, т. е. всегда справедливо: $t^A = t_A$. Матрицы t_A пропорциональные *базисным матрицам* θ_A калибровочной группы

$$t_A = \frac{1}{2} \theta_A.$$

Генераторы калибровочной группы удобно выбрать эрмитовыми

$$t_A = t_A^\dagger.$$

Базисные матрицы SU(9) представлены в *приложении 2*.

Для коммутаторов генераторов справедливы равенства

$$[t_A, t_B]_- = t_A t_B - t_B t_A = if_{AB}^C t_C.$$

Здесь f_{AB}^C - структурные константы калибровочной группы.

Локальные калибровочные преобразования полей

$$\psi \rightarrow \psi'(x) = \exp(-i\alpha^A(x)t^A)\psi(x),$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x)\exp(i\alpha^A(x)t^A),$$

$$K_\mu^A \rightarrow K_\mu'^A = K_\mu^A + \frac{1}{e_\tau} \partial_\mu \alpha^A(x).$$

Калибровочные преобразования тросонных полей в матричном виде будут

$$\psi_\nu \rightarrow \psi'_\nu(x) = [\exp(-i\alpha^A(x)t^A)]_{\nu\mu} \psi_\mu(x),$$

$$\bar{\psi}_\nu \rightarrow \bar{\psi}'_\nu(x) = \bar{\psi}_\mu [\exp(i\alpha^A(x)t^A)]_{\mu\nu},$$

$$K_\mu^A \rightarrow K_\mu'^A = UK_\mu^A U^{-1} + \frac{1}{e_\tau} U \partial_\mu U^{-1}.$$

Здесь U – матрица унитарных преобразований.

Преобразуем длинную производную при условии выполнения калибровочной инвариантности

В случае абелева поля, когда $K_\mu^A \rightarrow K_\mu$, операторы K_μ и U коммутируют

$$UK_\mu U^{-1} = UU^{-1}K_\mu = K_\mu UU^{-1} = K_\mu,$$

тогда

$$K_\mu \rightarrow K'_\mu = K_\mu - \frac{i}{e_\tau} (\partial_\mu U) U^{-1} = K_\mu^A + \frac{1}{e_\tau} \partial_\mu \alpha(x).$$

Локальное калибровочное преобразование кинетического члена лагранжиана $\partial_\mu \psi^\dagger \partial^\mu \psi$ приводит к нарушению калибровочной инвариантности. Это связано с неинвариантностью производных $\partial_\mu \psi^\dagger$ и $\partial^\mu \psi$ при калибровочных преобразованиях. Для выполнения локальной калибровочной инвариантности вводится, как это делается в КЭД и КХД, оператор *длинной (ковариантной) производной*

$$D_\nu = \partial_\nu + K_\nu = \partial_\nu + ie_\tau K_\nu^A t_A.$$

Из сказанного следует, что имеем дело с нелинейной калибровочной моделью с векторным зарядом, в которой предполагается, что параметром иерархии $\xi=2$, т. е. $\chi=3$, но не исключает и другие значения этих параметров.

Ввиду того, что кроме тонов, ритоны имеют массу, цвета и электрические заряды у Т-ритона. Поэтому для более точных расчётов желательно учитывать электромагнитные и глюонные взаимодействия. Роль слабых взаимодействий в модели ритонов не совсем ясна. Не исключено, что слабые взаимодействия являются «хвостами» (отголосками) тросонных взаимодействий, как ядерные взаимодействия являются «хвостами» глюонных взаимодействий.

Тензор напряжённости тросонного поля

Другой важной характеристикой является *тензор напряжённости тросонного поля* $B_{\eta\nu}$, который играет такую же роль в межритонных взаимодействиях, как тензоры напряжённости глюонного поля в КХД и электромагнитного поля в КЭД.

Тензор $B_{\eta\nu}$ в неабелевых калибровочных теориях выражается через калибровочные поля K_ν как [15]

$$B_{\eta\nu} = \partial_\eta K_\nu - \partial_\nu K_\eta + [K_\eta, K_\nu]_-.$$

$$\begin{aligned}
D_\eta &= \partial_\eta + K_\eta = \partial_\eta + ie_\tau K_\eta^A t_A, \\
D_\nu &= \partial_\nu + K_\nu = \partial_\nu + ie_\tau K_\nu^A t_A, \\
[D_\eta, D_\nu]_- &= D_\eta D_\nu - D_\nu D_\eta = \partial_\eta K_\nu - \partial_\nu K_\eta + [K_\eta, K_\nu].
\end{aligned}$$

Здесь $[K_\eta, K_\nu]_- = K_\eta K_\nu - K_\nu K_\eta$ - коммутатор тросонных полей.

Первые два слагаемых в тензоре $B_{\eta\nu}$ являются линейными и аналогичны тензору напряжённости КЭД, а третье слагаемое $[K_\eta, K_\nu]_-$ поля входят во второй степени, т. е. нелинейные, благодаря чему обеспечивается самодействие калибровочных полей, а в нашем случае - тросонов.

Коммутатор связан со структурными константами f^{ABC} калибровочной группы

$$[K_\nu^A, K_\nu^B]_- = if^{ABC} K_\nu^C.$$

Разложение тензора $B_{\eta\nu}$ по базисным матрицам калибровочной группы

$$B_{\eta\nu} = ie_\tau B_{\eta\nu}^A t_A.$$

Здесь e_τ - значение тонового заряда; $B_{\eta\nu}^A$ - тензоры напряжённостей тросонных полей.

Преобразуем, $ie_\tau B_{\eta\nu}^A t_A$ используя выражения полей по генераторам для $B_{\eta\nu}$ и для $K_\nu = ie_\tau K_\nu^A t_A$

$$\begin{aligned}
B_{\eta\nu} &= ie_\tau B_{\eta\nu}^A t_A = ie_\tau (\partial_\eta K_\nu^A t_A - \partial_\nu K_\eta^A t_A) + [ie_\tau t_B K_\eta^B, ie_\tau t_C K_\nu^C]_- = \\
&= ie_\tau (\partial_\eta K_\nu^A t_A - \partial_\nu K_\eta^A t_A) + (ie_\tau)^2 [t_B, t_C]_- K_\eta^B K_\nu^C = \\
&= ie_\tau (\partial_\eta K_\nu^A t_A - \partial_\nu K_\eta^A t_A) + (ie_\tau)^2 if_{BC}^A t_A K_\eta^B K_\nu^C = \\
&= ie_\tau (\partial_\eta K_\nu^A t_A - \partial_\nu K_\eta^A t_A) - e_\tau^2 f_{BC}^A t_A K_\eta^B K_\nu^C = \\
&= ie_\tau ((\partial_\eta K_\nu^A t_A - \partial_\nu K_\eta^A t_A) - e_\tau f_{BC}^A t_A K_\eta^B K_\nu^C) = \\
&= ie_\tau ((\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A) - e_\tau f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C) t_A.
\end{aligned}$$

Здесь использовано соотношение для коммутатора базисных матриц, который связан со структурными константами

$$[t_B, t_C]_- = if_{BC}^A t_A.$$

Окончательно поля $B_{\eta\nu}^A$ можно выразить через поля тросонов K_ν^A

$$B_{\eta\nu}^A = \partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A - e_\tau f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C.$$

Лагранжиан тросонного поля L_τ будет зависеть от квадрата тензора $B_{\eta\nu}^A$

$$L_\tau = -\frac{1}{4}(B_{\eta\nu}^A)^2 = \frac{1}{2e_\tau^2} \text{Tr } B_{\eta\nu}^2.$$

Если расписать лагранжиан тросонного поля подробно, то получим

$$\begin{aligned} L_\tau &= -\frac{1}{4} B_{\eta\nu}^A B_{A\eta\nu} = -\frac{1}{4} (\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A - e_\tau f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C)^2 = \\ &= -\frac{1}{4} (\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A)^2 + \frac{e_\tau}{2} (\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A) f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C - \frac{e_\tau^2}{4} (f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C)^2. \end{aligned}$$

Этот лагранжиан можно записать как сумму трёх слагаемых

$$L_\tau = L_{K^2} + L_{K^3} + L_{K^4}.$$

Здесь первое слагаемое

$$L_{K^2} = -\frac{1}{4} (\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A)^2$$

квадратичное по тросонным полям и аналогично лагранжиану электромагнитного поля в КЭД. Это слагаемое описывает свободное поле тросонов.

Второе слагаемое третью степень по тросонным полям

$$L_{K^3} = \frac{e_\tau}{2} (\partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A) f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C.$$

Третье слагаемое имеет четвёртую степень по тросонным полям

$$L_{K^4} = -\frac{e_\tau^2}{4} (f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C)^2.$$

Расписав данное выражение более подробно, получим

$$L_{K^4} = -\frac{1}{4} e_\tau^2 f^{ABC} f^{CDE} K_\eta^A K_\nu^B K_\eta^D K_\nu^E = e_\tau^2 \text{Tr}(K_\eta K_\nu K_\eta K_\nu).$$

Слагаемые третьей L_{K^3} и четвёртой L_{K^4} степеней тросонных полей обеспечивают взаимодействие между тросонами. Это значит, что тросоны являются не только переносчиками межритонных взаимодействий, но сами являются источниками таких взаимодействий. Тросонное взаимодействие тросонов связано с тем, что тросоны являются носителями тоновой структуры, поэтому тросоны сами являются источниками тросонов, которые могут взаимодействовать как с ритонами, так и с другими тросонами. При этом,

тросоны являются носителями одного тона и одного антитона. Это говорит о том, что тросоны во многом аналогичны глюонам в КХД.

Калибровочная инвариантность лагранжиана свободных полей

Глобальные калибровочные преобразования. Матрица калибровочных преобразований U группы $SU(N)$ представима в виде

$$U = \exp(-i\alpha^A t^A) \equiv e^{-i\alpha^A t^A}.$$

Здесь α^A параметры, зависящие в общем случае от пространственно-временных координат.

Для матрицы U обратная матрица и эрмитово сопряжённая матрицы будут

$$U^{-1} = \exp(i\alpha^A t^A); \quad U^\dagger = \exp(i\alpha^A t^A).$$

Матрицы U квадратные размерности $N \times N$ с единичным определителем

$$\det U = 1.$$

След матрицы U равен нулю

$$\text{Tr } t^a = 0.$$

Условие эрмитовости базисных матриц группы

$$t_A = t_A^\dagger.$$

Очевидно, что для матриц преобразования U выполняются условие эрмитовости и унитарности

$$UU^\dagger = U^\dagger U = 1.$$

$$UU^{-1} = U^{-1}U = 1.$$

Умножив первое равенство слева на U^{-1}

$$U^{-1}UU^\dagger = U^{-1} \cdot 1.$$

Получим условие унитарности в другом виде

$$U^\dagger = U^{-1}.$$

Глобальные калибровочные преобразования. Если параметры калибровочных преобразований будут постоянными величинами, т. е. $\alpha^A = \text{const}$, то они называются *глобальными калибровочными преобразованиями* и они одновременно действуют во всём пространстве.

Лагранжианы ритонного и тросонного поля инвариантны при глобальных калибровочных преобразованиях

$$\psi \rightarrow \psi' = \exp(-i\alpha^A t^A) \psi(x).$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}(x) \exp(i\alpha^A t^A).$$

$$K_\mu^A \rightarrow K_\mu'^A = K_\mu^A.$$

Преобразование $\psi' \rightarrow U\psi$ можно рассматривать как вращение поля ψ в тоновом пространстве.

Локальные калибровочные преобразования. Если параметры калибровочных преобразований будут зависеть от пространственно-временных переменных $\alpha^A(x^\mu)$, тогда оператор преобразования тоже будет зависеть от пространственно-временных координат $U(x^\mu)$. Такие преобразования называются *локальными калибровочными преобразованиями*

$$U(x^\mu) = \exp(-i\alpha^A(x^\mu)t^A).$$

Разложив экспоненты $\exp(\mp i\alpha^A(x)t^A)$ в степенные ряды и ограничившись первыми двумя членами разложения, получим *инфинитезимальные (бесконечно малые) преобразования* матрицы калибровочных преобразований

$$U(x) = \exp(-i\alpha^A(x)t^A) \simeq 1 - i\alpha^A(x)t^A,$$

$$U^{-1}(x) = \exp(i\alpha^A(x)t^A) \simeq 1 + i\alpha^A(x)t^A.$$

Тогда инфинитезимальные преобразования тросонных полей будут

$$\psi \rightarrow \psi'(x) \simeq (1 - i\alpha^A(x)t^A) \psi(x),$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}'(x) \simeq \bar{\psi}(x)(1 + i\alpha^A(x)t^A).$$

Взаимодействие ритонов и тросонов

В лагранжиане взаимодействие L_{int} ритонов и поля тросонов будет стоять произведению тросонов K_ν^A и тока ритонов

$$L_{\text{int}} = j_{\{k\}}^{A\nu} K_\mu^A = \chi e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu t^A K_\mu^A \psi^{\mu\{k\}}.$$

Коэффициентами взаимодействия у токов должны выступать тоны, которых у каждого ритона по 3 или, в общем случае, по χ тонов. В этом случае тоны ритона a удобно записать в виде вектора в пространстве тонов $e_{a\tau}^{\{i\}}$. Произведение вектора тонов и тока ритонов будет

$$\begin{aligned}
|e_{a\tau}^{\{i\}}| j_{a\{i\}}^{Av} &= |e_{a\tau}^{\{i\}}| \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i\}} \gamma^\nu t^A \psi_a^{\mu\{i\}} = |e_{a\tau}^{\{i\}}| \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i_1, i_2, i_3\}} \gamma^\nu t^A \psi_a^{\mu\{i_1, i_2, i_3\}} = \\
&= |e_{a\tau}^{i_1}| \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_1}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu t^A \frac{\psi_a^{\mu i_1}}{\sqrt{3}} + |e_{a\tau}^{i_2}| \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_2}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu t^A \frac{\psi_a^{\mu i_2}}{\sqrt{3}} + |e_{a\tau}^{i_3}| \frac{\bar{\psi}_{a\mu}^{i_3}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu t^A \frac{\psi_a^{\mu i_3}}{\sqrt{3}} = \\
&= 3(|e_{a\tau}^{i_1}| + |e_{a\tau}^{i_2}| + |e_{a\tau}^{i_3}|) \frac{\bar{\psi}_{a\mu}}{\sqrt{3}} \gamma^\nu t^A \frac{\psi_a^\mu}{\sqrt{3}} = \\
&= (|e_{a\tau}^{i_1}| + |e_{a\tau}^{i_2}| + |e_{a\tau}^{i_3}|) \bar{\psi}_{a\mu} \gamma^\nu t^A \psi_a^\mu = 3e_\tau \bar{\psi}_{a\mu} \gamma^\nu t^A \psi_a^\mu = 3e_\tau j_a^{Av}.
\end{aligned}$$

Здесь использовано соотношение для суммы модулей тонов.

$$|e_{a\tau}^{i_1}| + |e_{a\tau}^{i_2}| + |e_{a\tau}^{i_3}| = 3|e_{a\tau}| = 3e_\tau.$$

Такое равенство является проявлением того, что тоны ритонов образуют 3-мерные векторы в 9-мерном тоновом пространстве, поэтому токи в КТД в отличие от токов КХД будут многозарядными и иметь по 3 тона.

$$|e_{a\tau}^{i_1}| = |e_{a\tau}^{i_2}| = |e_{a\tau}^{i_3}|.$$

Такое равенство является проявлением того, что тоны ритонов образуют χ -мерные векторы в 3χ -мерном тоновом пространстве, поэтому токи в КТД в отличие от токов КХД будут многозарядными и иметь по χ тонов.

Лагранжиан взаимодействия полей ритонов и трисонов $L_{\rho\tau}$ можно записать несколькими способами

$$\begin{aligned}
L_{\rho\tau} &= -|e_{a\tau}^{\{i\}}| j_{a\{i\}}^{Av} K_\nu^A = -|e_{a\tau}^{\{i\}}| \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i\}} \gamma^\nu t^A \psi_a^{\mu\{i\}} = \\
&= -3e_\tau \bar{\psi}_{a\mu} \gamma^\nu t^A \psi_a^\mu K_\nu^A = -3e_\tau \bar{\psi}_{a\mu} j_a^{Av} K_\nu^A.
\end{aligned}$$

В данном соотношении введён ток вероятности ритона

$$j_{\{k\}}^{Av} = \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu t^A \psi^{\mu\{k\}}.$$

Токи вероятности ритонов в лептонах и в кварках будут

$$j_{1\{a\}}^{Av} = \bar{\psi}_{1\{a\}} \gamma^\nu t^A \psi^{1\{a\}},$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = \bar{\psi}_{2\{b\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{b\}},$$

$$j_{2\{k\}}^{Av} = \bar{\psi}_{2\{k\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{k\}}.$$

Ток ритонов является векторным по тону, поскольку ритоны несут по 3 тона. У отдельных ритонов в лептонах и в кварках токи тонов будут

$$j_{1\{a\}}^{Av} = 3e_\tau \bar{\psi}_{1\{a\}} \gamma^\nu t^A \psi^{1\{a\}},$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = 3e_\tau \bar{\psi}_{2\{b\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{b\}},$$

$$j_{3\{k\}}^{Av} = 3e_{\tau}\bar{\psi}_{3\{k\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{3\{k\}}.$$

Ток антиритонов тоже векторный, но по антитону

$$\tilde{j}_{1\{a\}}^{Av} = -3e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{1\{a\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{1\{a\}},$$

$$\tilde{j}_{2\{b\}}^{Av} = -3e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{2\{b\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{2\{b\}},$$

$$\tilde{j}_{3\{k\}}^{Av} = -3e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{3\{k\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{3\{k\}}.$$

В более общем случае, ток ритонов является вектором тонов у ритонов и имеет размерность χ , тогда для отдельных ритонов в лептонах и в кварках токи будут

$$j_{1\{a\}}^{Av} = \chi e_{\tau}\bar{\psi}_{1\{a\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{1\{a\}},$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = \chi e_{\tau}\bar{\psi}_{2\{b\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{2\{b\}},$$

$$j_{3\{k\}}^{Av} = \chi e_{\tau}\bar{\psi}_{3\{k\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{3\{k\}}.$$

Аналогично можно записать токи антиритонов для более общей размерности χ

$$\tilde{j}_{1\{a\}}^{Av} = -\chi e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{1\{a\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{1\{a\}},$$

$$\tilde{j}_{2\{b\}}^{Av} = -\chi e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{2\{b\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{2\{b\}},$$

$$\tilde{j}_{3\{k\}}^{Av} = -\chi e_{\tau}\bar{\tilde{\psi}}_{3\{k\}}\gamma^{\nu}t^A\tilde{\psi}^{3\{k\}}.$$

Токи при тросонном взаимодействии меняют направление в тоновом пространстве.

Ритоны являются носителями цвета e_h или антицвета - e_h , тогда можно ввести цветовые токи ритонов

$$j_{1\{a\}}^{Av} = \pm e_h\bar{\psi}_{1\{a\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{1\{a\}},$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = \pm e_h\bar{\psi}_{2\{b\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{2\{b\}},$$

$$j_{3\{k\}}^{Av} = \pm e_h\bar{\psi}_{3\{k\}}\gamma^{\nu}t^A\psi^{3\{k\}}.$$

Здесь индекс h может принимать три значения цвета или 3 антицвета, $h=1, 2, 3$.

Аналогично можно записать токи цветов и антицветов для антиритонов.

Электрические токи ритонов будут для заряженных лептонов

$$j_{1\{a\}}^{Av} = \pm \frac{e}{3} \bar{\psi}_{1\{a\}} \gamma^\nu t^A \psi^{1\{a\}} = \pm e_e \bar{\psi}_{1\{a\}} \gamma^\nu t^A \psi^{1\{a\}} ;$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = \pm \frac{e}{3} \bar{\psi}_{2\{b\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{b\}} = \pm e_e \bar{\psi}_{2\{b\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{b\}} ,$$

$$j_{3\{k\}}^{Av} = \pm \frac{e}{3} \bar{\psi}_{3\{k\}} \gamma^\nu t^A \psi^{3\{k\}} = \pm e_e \bar{\psi}_{3\{k\}} \gamma^\nu t^A \psi^{3\{k\}} .$$

Здесь e – заряд позитрона. Ненулевыми электрическими токами у ритонов будут только у электрически заряженных Т ритонов, а у электрически нейтральных V ритонов электрические токи будут равны нулю.

Аналогично можно записать электрические токи антиритонов.

Кроме этого, можно ввести массовые токи ритонов

$$j_{1\{a\}}^{Av} = m_1 \bar{\psi}_{1\{a\}} \gamma^\nu t^A \psi^{1\{a\}} ,$$

$$j_{2\{b\}}^{Av} = m_2 \bar{\psi}_{2\{b\}} \gamma^\nu t^A \psi^{2\{b\}} ,$$

$$j_{3\{k\}}^{Av} = m_3 \bar{\psi}_{3\{k\}} \gamma^\nu t^A \psi^{3\{k\}} .$$

Аналогично можно записать массовые токи антиритонов, которые будут совпадать с массовыми токами ритонов.

Лагранжиан тросонных взаимодействий между ритонами

Матрица взаимодействия в КТД

В качестве параметров в калибровочной группе SU(9) выступают векторные поля тросонов K_μ^A , $\mu=0, 1, 2, 3$, $A=1, 2, \dots, 80$. Взаимодействия между ритонами в кварках и в лептонах посредством обмена тросонами удобно описывать *матрицей взаимодействия* $\mathbf{M}$, которая получается как сумма произведения всех базисных матриц группы SU(9) и тросонов K_μ^A , всего 81 линейная комбинация 80-и полей тросонов K_μ^A

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{9 \times 9} = M_\mu^\nu = \frac{1}{2} \gamma^\nu \theta_A K_\mu^A .$$

Здесь индексы a и b пробегают все значения тонов, a и $b=1, 2, \dots, 9$; θ^A - генераторы группы SU(9), число которых равно $9^2-1=80$, а групповой

индекс A пробегает все матрицы генераторов $A=1, 2, \dots, 80$ представленные как эрмитовы матрицы размерности 9×9 даны в [приложении 2](#).

Лагранжиан взаимодействия ритонов и тросонов можно переписать так

$$L_{\text{int}} = \chi e_{\tau} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^{\nu} \frac{1}{2} \theta_A K_{\mu}^A \psi^{\mu\{k\}} = \chi \frac{1}{2} e_{\tau} \bar{\psi}_{\nu\{k\}} M_{\mu}^{\nu} \psi^{\mu\{k\}}.$$

Элементы матрицы $\mathbf{M}$ выраженные через поля тросонов, будут

$$\mathbf{M} = M_{\mu}^{\nu} = \frac{1}{2} \gamma^{\nu} \theta_A K_{\mu}^A = \frac{1}{2} \gamma^{\nu} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \boxed{M_{\mu}^{11}} & K_{\mu}^1 - iK_{\mu}^2 & K_{\mu}^4 - iK_{\mu}^5 & K_{\mu}^9 - iK_{\mu}^{10} & K_{\mu}^{16} - iK_{\mu}^{17} & K_{\mu}^{25} - iK_{\mu}^{26} & K_{\mu}^{36} - iK_{\mu}^{37} & K_{\mu}^{49} - iK_{\mu}^{50} & K_{\mu}^{64} - iK_{\mu}^{65} \\ K_{\mu}^1 + iK_{\mu}^2 & \boxed{M_{\mu}^{22}} & K_{\mu}^6 - iK_{\mu}^7 & K_{\mu}^{11} - iK_{\mu}^{12} & K_{\mu}^{18} - iK_{\mu}^{19} & K_{\mu}^{27} - iK_{\mu}^{28} & K_{\mu}^{38} - iK_{\mu}^{39} & K_{\mu}^{51} - iK_{\mu}^{52} & K_{\mu}^{66} - iK_{\mu}^{67} \\ K_{\mu}^4 + iK_{\mu}^5 & K_{\mu}^6 + iK_{\mu}^7 & \boxed{M_{\mu}^{33}} & K_{\mu}^{13} - iK_{\mu}^{14} & K_{\mu}^{20} - iK_{\mu}^{21} & K_{\mu}^{29} - iK_{\mu}^{30} & K_{\mu}^{40} - iK_{\mu}^{41} & K_{\mu}^{53} - iK_{\mu}^{54} & K_{\mu}^{68} - iK_{\mu}^{69} \\ K_{\mu}^9 + iK_{\mu}^{10} & K_{\mu}^{11} + iK_{\mu}^{12} & K_{\mu}^{13} + iK_{\mu}^{14} & \boxed{M_{\mu}^{44}} & K_{\mu}^{22} - iK_{\mu}^{23} & K_{\mu}^{31} - iK_{\mu}^{32} & K_{\mu}^{42} - iK_{\mu}^{43} & K_{\mu}^{55} - iK_{\mu}^{56} & K_{\mu}^{70} - iK_{\mu}^{71} \\ K_{\mu}^{16} + iK_{\mu}^{17} & K_{\mu}^{18} + iK_{\mu}^{19} & K_{\mu}^{20} + iK_{\mu}^{21} & K_{\mu}^{22} + iK_{\mu}^{23} & \boxed{M_{\mu}^{55}} & K_{\mu}^{33} - iK_{\mu}^{34} & K_{\mu}^{44} - iK_{\mu}^{45} & K_{\mu}^{57} - iK_{\mu}^{58} & K_{\mu}^{72} - iK_{\mu}^{73} \\ K_{\mu}^{25} + iK_{\mu}^{26} & K_{\mu}^{27} + iK_{\mu}^{28} & K_{\mu}^{29} + iK_{\mu}^{30} & K_{\mu}^{31} + iK_{\mu}^{32} & K_{\mu}^{33} + iK_{\mu}^{34} & \boxed{M_{\mu}^{66}} & K_{\mu}^{46} - iK_{\mu}^{47} & K_{\mu}^{59} - iK_{\mu}^{60} & K_{\mu}^{74} - iK_{\mu}^{75} \\ K_{\mu}^{36} + iK_{\mu}^{37} & K_{\mu}^{38} + iK_{\mu}^{39} & K_{\mu}^{40} + iK_{\mu}^{41} & K_{\mu}^{42} + iK_{\mu}^{43} & K_{\mu}^{44} + iK_{\mu}^{45} & K_{\mu}^{46} + iK_{\mu}^{47} & \boxed{M_{\mu}^{77}} & K_{\mu}^{61} - iK_{\mu}^{62} & K_{\mu}^{76} - iK_{\mu}^{77} \\ K_{\mu}^{49} + iK_{\mu}^{50} & K_{\mu}^{51} - iK_{\mu}^{52} & K_{\mu}^{53} + iK_{\mu}^{54} & K_{\mu}^{55} + iK_{\mu}^{56} & K_{\mu}^{57} + iK_{\mu}^{58} & K_{\mu}^{59} + iK_{\mu}^{60} & K_{\mu}^{61} + iK_{\mu}^{62} & \boxed{M_{\mu}^{88}} & K_{\mu}^{78} - iK_{\mu}^{79} \\ K_{\mu}^{64} + iK_{\mu}^{65} & K_{\mu}^{66} + iK_{\mu}^{67} & K_{\mu}^{68} - iK_{\mu}^{69} & K_{\mu}^{70} + iK_{\mu}^{71} & K_{\mu}^{72} + iK_{\mu}^{73} & K_{\mu}^{74} + iK_{\mu}^{75} & K_{\mu}^{76} + iK_{\mu}^{77} & K_{\mu}^{78} + iK_{\mu}^{79} & \boxed{M_{\mu}^{99}} \end{pmatrix}.$$

Диагональные элементы матрицы $\mathbf{M}$ в развёрнутом виде будут

$$\begin{aligned} M_{\mu}^{11} &= K_{\mu}^3 + \frac{K_{\mu}^8}{\sqrt{3}} + \frac{K_{\mu}^{15}}{\sqrt{6}} + \frac{K_{\mu}^{24}}{\sqrt{10}} + \frac{K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{22} &= -K_{\mu}^3 + \frac{K_{\mu}^8}{\sqrt{3}} + \frac{K_{\mu}^{15}}{\sqrt{6}} + \frac{K_{\mu}^{24}}{\sqrt{10}} + \frac{K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{33} &= \frac{-2K_{\mu}^8}{\sqrt{3}} + \frac{K_{\mu}^{15}}{\sqrt{6}} + \frac{K_{\mu}^{24}}{\sqrt{10}} + \frac{K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{44} &= \frac{-3K_{\mu}^{15}}{\sqrt{6}} + \frac{K_{\mu}^{24}}{\sqrt{10}} + \frac{K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{55} &= \frac{-4K_{\mu}^{24}}{\sqrt{10}} + \frac{K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{66} &= \frac{-5K_{\mu}^{35}}{\sqrt{15}} + \frac{K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{77} &= \frac{-6K_{\mu}^{48}}{\sqrt{21}} + \frac{K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{88} &= \frac{-7K_{\mu}^{63}}{\sqrt{28}} + \frac{K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}, \\ M_{\mu}^{99} &= \frac{-8K_{\mu}^{80}}{\sqrt{36}}. \end{aligned}$$

В диагональных элементах присутствуют только поля $K_\mu^3, K_\mu^8, K_\mu^{15}, K_\mu^{24}, K_\mu^{35}, K_\mu^{48}, K_\mu^{63}, K_\mu^{80}$ и они же отсутствуют в недиагональных элементах, которые справа от главной диагонали матрицы $\mathbf{M}$ будут выражаться как $K_\mu^A - iK_\mu^{A+1}$, а справа от главной диагонали как $K_\mu^A + iK_\mu^{A+1}$, где индекс A пробегает значения 1, 2, ..., 80, кроме $A=3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, 80$.

Матрица $\mathbf{M}$ эрмитова и имеет нулевой след

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^\dagger = \mathbf{M}^{T*}; \quad \text{Tr} \mathbf{M} = 0.$$

В частности

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M}^T.$$

Из этих свойств видно, что из 81 комбинации тросонов независимыми будут не все. Среди диагональных элементов из 9 независимыми являются 8 в силу нулевого следа. Среди недиагональных элементов, которых $81-9=72$. Из 72, в силу эрмитова сопряжения независимыми будут только половина, или 36. Получается, что независимых элементов матрицы $\mathbf{M}$ будет 44

$$44=36+8.$$

В лагранжиан взаимодействия ритонов путём обмена виртуальными полями тросонов, будет

$$\begin{aligned} L_{\text{int}} &= |e_\tau^{\{i\}}| j_{\{i\}}^{Av} K_\nu^A = |e_\tau^{\{i\}}| \bar{\psi}_\mu^{\{i\}} K_\nu^A t_A \gamma^\nu \psi^{\mu\{i\}} = \\ &= 3e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}} K_\nu^A t_A \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}} = 3e_\tau j^{Av} K_\nu^A \end{aligned}$$

$$j^{Av} = \bar{\psi}_{\mu\{k\}} t_A \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}}$$

В лагранжиане взаимодействия ритонов и тросонов описывается взаимодействие между ритонами путём обмена виртуальными полями тросонов. В развёрнутом виде лагранжиан взаимодействия будет

$$\begin{aligned}
L_{\text{int}} &= -|e_{a\tau}^{\{i\}}| j_{a\{i\}}^{Av} K_v^A = -|e_{a\tau}^{\{i\}}| \bar{\psi}_{a\mu}^{\{i\}} \gamma^\nu t^A K_v^A \psi_a^{\mu\{i\}} = \\
&= -\frac{1}{2} |e_{a\tau}^{\{i\}}| (\bar{\psi}_1^{i_1} \quad \bar{\psi}_1^{i_2} \quad \bar{\psi}_1^{i_3} \quad \bar{\psi}_2^{i_4} \quad \bar{\psi}_2^{i_5} \quad \bar{\psi}_2^{i_6} \quad \bar{\psi}_3^{i_7} \quad \bar{\psi}_3^{i_8} \quad \bar{\psi}_3^{i_9}) \gamma^\nu \times \\
&\times \begin{pmatrix} \boxed{M_\mu^{11}} & K_\mu^1 - iK_\mu^2 & K_\mu^4 - iK_\mu^5 & K_\mu^9 - iK_\mu^{10} & K_\mu^{16} - iK_\mu^{17} & K_\mu^{25} - iK_\mu^{26} & K_\mu^{36} - iK_\mu^{37} & K_\mu^{49} - iK_\mu^{50} & K_\mu^{64} - iK_\mu^{65} \\ K_\mu^1 + iK_\mu^2 & \boxed{M_\mu^{22}} & K_\mu^6 - iK_\mu^7 & K_\mu^{11} - iK_\mu^{12} & K_\mu^{18} - iK_\mu^{19} & K_\mu^{27} - iK_\mu^{28} & K_\mu^{38} - iK_\mu^{39} & K_\mu^{51} - iK_\mu^{52} & K_\mu^{66} - iK_\mu^{67} \\ K_\mu^4 + iK_\mu^5 & K_\mu^6 + iK_\mu^7 & \boxed{M_\mu^{33}} & K_\mu^{13} - iK_\mu^{14} & K_\mu^{20} - iK_\mu^{21} & K_\mu^{29} - iK_\mu^{30} & K_\mu^{40} - iK_\mu^{41} & K_\mu^{53} - iK_\mu^{54} & K_\mu^{68} - iK_\mu^{69} \\ K_\mu^9 + iK_\mu^{10} & K_\mu^{11} + iK_\mu^{12} & K_\mu^{13} + iK_\mu^{14} & \boxed{M_\mu^{44}} & K_\mu^{22} - iK_\mu^{23} & K_\mu^{31} - iK_\mu^{32} & K_\mu^{42} - iK_\mu^{43} & K_\mu^{55} - iK_\mu^{56} & K_\mu^{70} - iK_\mu^{71} \\ K_\mu^{16} + iK_\mu^{17} & K_\mu^{18} + iK_\mu^{19} & K_\mu^{20} + iK_\mu^{21} & K_\mu^{22} + iK_\mu^{23} & \boxed{M_\mu^{55}} & K_\mu^{33} - iK_\mu^{34} & K_\mu^{44} - iK_\mu^{45} & K_\mu^{57} - iK_\mu^{58} & K_\mu^{72} - iK_\mu^{73} \\ K_\mu^{25} + iK_\mu^{26} & K_\mu^{27} + iK_\mu^{28} & K_\mu^{29} + iK_\mu^{30} & K_\mu^{31} + iK_\mu^{32} & K_\mu^{33} + iK_\mu^{34} & \boxed{M_\mu^{66}} & K_\mu^{46} - iK_\mu^{47} & K_\mu^{59} - iK_\mu^{60} & K_\mu^{74} - iK_\mu^{75} \\ K_\mu^{36} + iK_\mu^{37} & K_\mu^{38} + iK_\mu^{39} & K_\mu^{40} + iK_\mu^{41} & K_\mu^{42} + iK_\mu^{43} & K_\mu^{44} + iK_\mu^{45} & K_\mu^{46} + iK_\mu^{47} & \boxed{M_\mu^{77}} & K_\mu^{61} - iK_\mu^{62} & K_\mu^{76} - iK_\mu^{77} \\ K_\mu^{49} + iK_\mu^{50} & K_\mu^{51} - iK_\mu^{52} & K_\mu^{53} + iK_\mu^{54} & K_\mu^{55} + iK_\mu^{56} & K_\mu^{57} + iK_\mu^{58} & K_\mu^{59} + iK_\mu^{60} & K_\mu^{61} + iK_\mu^{62} & \boxed{M_\mu^{88}} & K_\mu^{78} - iK_\mu^{79} \\ K_\mu^{64} + iK_\mu^{65} & K_\mu^{66} + iK_\mu^{67} & K_\mu^{68} - iK_\mu^{69} & K_\mu^{70} + iK_\mu^{71} & K_\mu^{72} + iK_\mu^{73} & K_\mu^{74} + iK_\mu^{75} & K_\mu^{76} + iK_\mu^{77} & K_\mu^{78} + iK_\mu^{79} & \boxed{M_\mu^{99}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^{i_1} \\ \psi_1^{i_2} \\ \psi_1^{i_3} \\ \psi_2^{i_4} \\ \psi_2^{i_5} \\ \psi_2^{i_6} \\ \psi_2^{i_7} \\ \psi_3^{i_8} \\ \psi_3^{i_9} \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

У тросонов есть своя тоновая структура в виде комбинации одного из тонов и одного из антитонов.

Матрица **M** описывает тросонное взаимодействие между ритонами, например, внутри кварков и лептонов. Эти взаимодействия осуществляются между разными ритонами или ритонов с самими собой, т. е. их самодействие.

Диагональные элементы M_μ^{aa} матрицы **M** описывают самодействие ритонов, где в каждом из девяти случаев взаимодействие осуществляется только между одним тоном, а элементами являются комбинации тросонов с групповыми индексами $A=3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, 80$. Диагональные элементы имеют скрытый тон, поэтому, очевидно, что при испускании и поглощении такой комбинации тон ритона не меняется.

Для описания взаимодействия как между разными ритонами, так и их самодействие матрицу **M** удобно разложить на девять подматриц размерности 3×3 , через три из которых проходит главная диагональ, которые назовём *диагональными подматрицами*, а остальные шесть назовём *недиагональными подматрицами*.

Диагональные подматрицы матрицы **M** обеспечивают взаимодействия между тонами одного и того же ритона, а недиагональные подматрицы - между тонами у разных ритонов.

Недиагональные комбинации диагональных подматриц матрицы **M** обеспечивают самодействие ритонов между одноимёнными тонами, а недиа-

гональные элементы диагональных подматриц обеспечивают взаимодействие между разноимёнными тонами в одном ритоне. Самодействия ритонов не меняет тоны у ритона. Всего, в случае группы SU(9), у данного ритона будет 3 одноимённых и три разноимённых радиационных поправки. Качественная картина самодействия ритонов показана на **рис. 1** в виде простой диаграммы.

Все комбинации тросонов в квазидиагональных подматрицах обеспечивают радиационные поправки ритонов

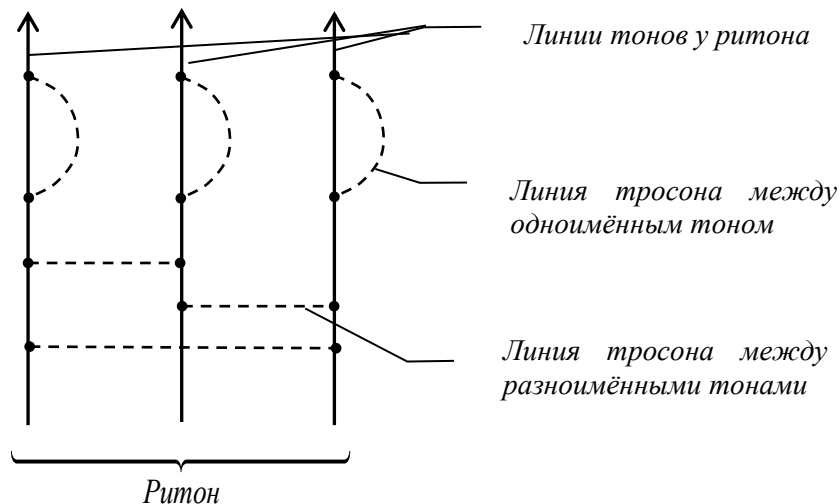


Рис. 1. Тросонные радиационные поправки с двумя вершинами в пределах одного ритона, которых будет 6 для группы SU(9), или 2χ для группы SU(3χ). Наиболее простые диаграммы взаимодействия между 3-я тонами одного ритона в рамках калибровочной группы SU(9), которые показаны вертикальными линиями. Каждая из линий отвечает за обмен тросонами между тонами одного ритона. Вверху самодействие тонов, а внизу взаимодействия между разными тонами в пределах одного ритона. Реально такие взаимодействия должны быть относительно слабыми в силу предполагаемой асимптотической свободы у ритонов.

Число радиационных поправок с двумя вершинами в пределах одного ритона будет выражаться через арифметическую прогрессию, $N_i = \chi + (\chi - 1) + (\chi - 2) + \dots + 2 + 1$, или кратко

$$N_i = \frac{1 + \chi}{2} \chi.$$

Самодействие может осуществляться как диагональными тросонами, так и недиагональными тросонами, но в любом случае набор тонов при самодействии меняться не будет.

В КХД самодействие возможно только между диагональными элементами.

В случае самодействия разноимёнными ритонами, будет происходить в ритоне виртуальное колебание тонов в тоновом пространстве.

Недиагональные подматрицы размерности 3×3 которых будет 6, которые будут описывать силовое взаимодействие между разными ритонами в кварке или в лептоне. Такие взаимодействия сопровождаются обменом тресонами между ритонами. При обмене тресонами у ритонов будет происходить обмен тонами, что будет приводить к поворотам тонов каждого ритона в тоновом пространстве. Картина взаимодействия ритонов показана на [рис. 2](#) на примере простой диаграммы.

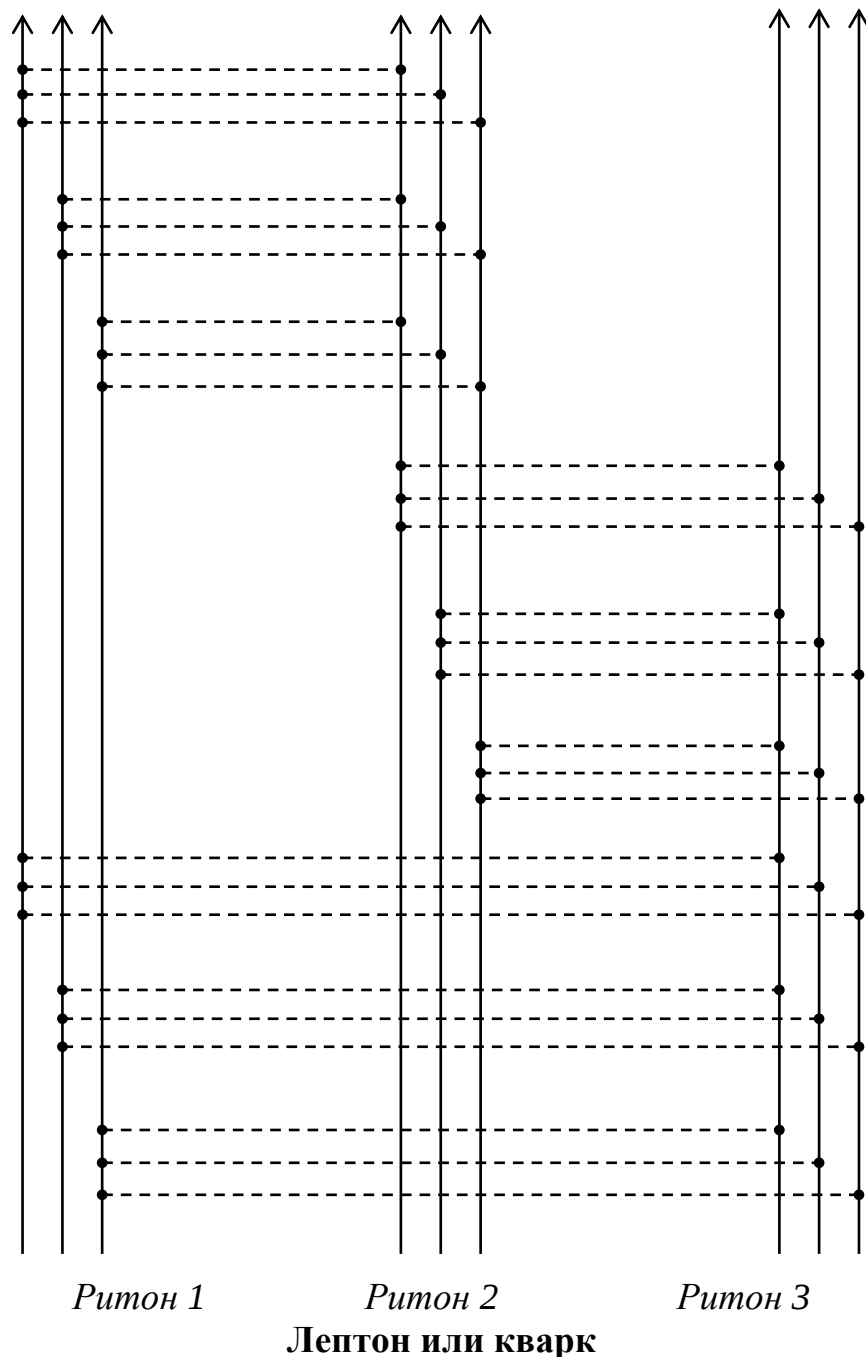


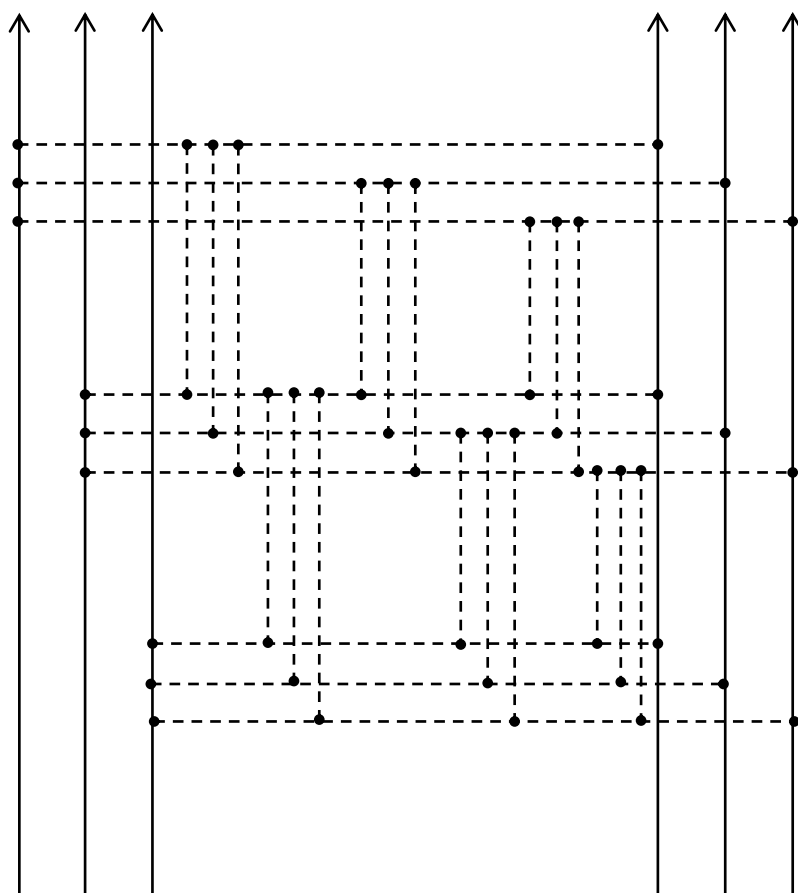
Рис 2. Взаимодействие между ритонами в рамках калибровочной группы SU (9). Показан обмен тресонами между тонами разных ритонов.

В случае группы SU(9) будет 9 тресонных линий, а всего между тремя ритонами в кварке или лептоне будет $3 \cdot 3^2 = 3^3 = 27$ линий, а в случае группы

$SU(3\chi)$ между двумя ритонами будет χ^2 линий, а в общем случае будет $3\chi^2$ линий.

Экранировка и антиэкранировка тонов в КТД

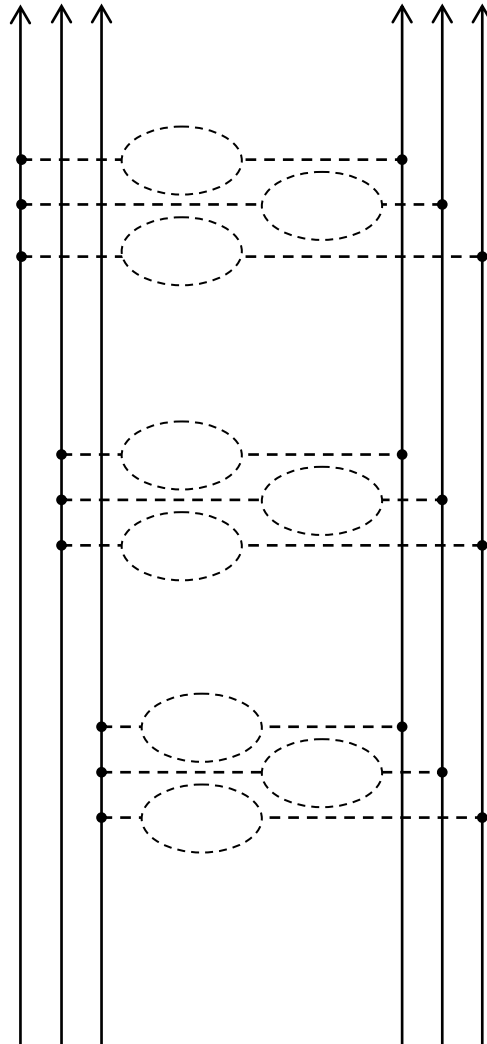
КТД описывает нелинейное взаимодействие, поэтому в ней будут осуществляться взаимодействия не только между ритонами, но и между тросонами, что, в свою очередь, будет приводить к антиэкранировке. Это значит, что с ростом расстояния между ритонами притяжение между ними будет расти за счёт антиэкранировки, как это имеет место в квантовой хромодинамике, только значительно быстрее ввиду наличия нескольких тонов у каждого ритона, что качественно показано на диаграммах (рис. 3)



*Перекры́стные взаимодей-
ствия между тросонами*

Рис 3. Взаимодействия между двумя ритонами с линиями взаимодействия между тросонами приводящими к антиэкранировке. Часть этих линий показана на диаграмме. В первом приближении в рамках калибровочной группы $SU(9)$, между двумя ритонами будет $3^2 = 9$ линий, во втором приближении $3^3 = 27$ линий, в n -м приближении 3^{n+1} линий

Кроме диаграмм на [рис. 3](#) отвечающие за антиэкранировку будут петлевые диаграммы, простейшие из которых показана на [рис. 4](#). Таких диаграмм между двумя ритонами с χ тонами будет χ^2 , а для $\chi=3$, будет 9.



[Рис 4.](#) Взаимодействия между двумя ритонами в однопетлевом приближении

Благодаря большому количеству линий антиэкранировка в КТД происходит значительно более интенсивно, чем в КХД и во многом зависит от размерности вектора тона.

Особенности антиэкранировки в КТД заключаются в том, что чем больше χ в группе $SU(3\chi)$, тем сильнее антиэкранировка, что, в свою очередь, может объяснить значительно меньшие размеры лептонов и кварков, чем адронов. Очевидно, что для этого должны быть соответствующие константы тросонного взаимодействия.

Градиент калибровочного поля в КТД будет нарастать значительно быстрее по мере увеличения расстояния между ритонами, чем это происходит при увеличении расстояния между кварками. Другими словами, конфайнмент в КТД будет более выражен, чем в КХД и эта степень, тем выше, чем

больше размерность вектора тона χ и чем больше константа их взаимодействия.

Конфайнмент ритонов приводит к тому, что ритоны в свободном состоянии существовать не могут. Причем в случае ритонов конфайнмент двойной - по тонам и по цвету. Но при увеличении расстояния между тонами взаимодействия будут “включаться” значительно раньше, чем глюонные.

Асимптотическая свобода в КТД у ритонов выражена меньше, их свобода “более ограничена”, чем у кварков в КХД, что является следствием более значительной антиэкранировки в КТД, чем КХД.

Наличие антиэкранировки будет приводить к тому, что тоны одного ритона практически не будут взаимодействовать, но видимо многотоновость ритонов будет приводить к некоторым топологическим, вакуумным и иным эффектам и особенностям моделей с векторным тоном. Например, инстантоны в КТД, очевидно, могут играть более существенную роль, чем в КХД. Вакуум в КТД будет иметь более значительные отклонения от тривиального, чем вакуум КХД.

Наряду с антиэкранировкой заряда в КТД будет происходить экранировка тонов аналогично тому, как это происходит в КТД.

За экранировку будут отвечать диаграммы типа показанных на [рис. 5](#). В этом случае должны рождаться виртуальные пары ритон-антиритон $T\bar{T}$ и $V\bar{V}$ с тремя тонами и с тремя антитонами, которые являются *виртуальными ризонами*. В то время как тросонные линии отвечают за обмен одним тоном, а пары $T\bar{T}$ и $V\bar{V}$ имеют по три пары тон-антитон, то это может приводить к подавлению диаграмм экранировки тона.

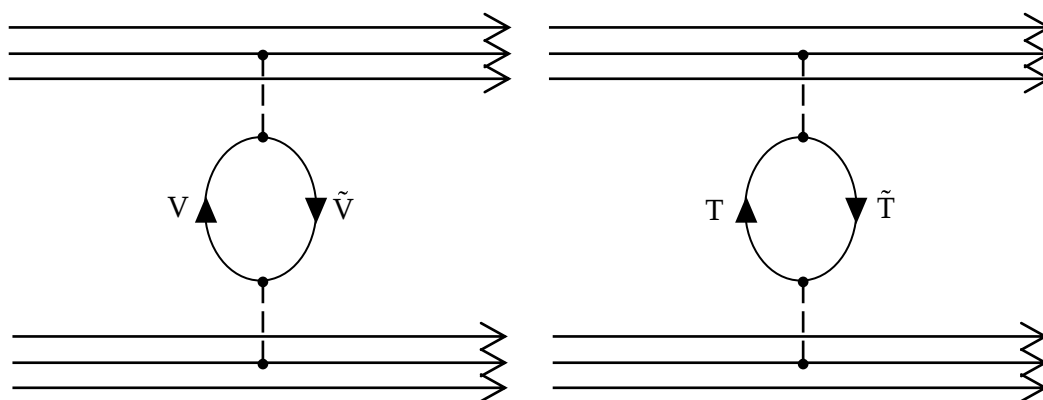


Рис 5. Примеры петлевых диаграмм виртуальных $T\bar{T}$ и $V\bar{V}$ пар ритонов, которые должны приводить антиэкранировке тонов между ритонами

Из простых рассуждений ясно, что в случае векторного заряда взаимодействие усложняется, появляется существенно больше виртуальных переносчиков взаимодействия, которые должны приводить к более интенсивному взаимодействию, чем в случае, когда заряд скалярный, как заряд в КХД.

Диаграммы с $T\tilde{T}$ - и $V\tilde{V}$ -петлями или проще *T-* и *V-петлями*, экранируют не только тоновые заряды, но и цветовые заряды, а петли T-петли экранируют ещё и электрический заряд. По причине меньшей массы у V-ритонов, чем у T-ритонов, очевидно, что V-петель в «шубе» виртуальных ритонов будет значительно больше, чем T-петель.

Очевидно, что расчёт всех диаграмм и их суммирование в КТД представляет значительно более громоздкую задачу, чем аналогичная задача в КХД. Сложность эта носит в значительной степени комбинаторный характер, но не только.

Ввиду того, что константа связи в КТД будет значительно больше, чем в КХД, то при «обычных» энергиях диаграммная техника будет неприменима. Расчёт по теории возмущений в КТД может быть возможен только при очень больших энергиях взаимодействия, которая, видимо будет на много порядков больше, чем в КХД, что должно стать предметом отдельного исследования.

Поэтому, для расчёта процессов в КТД наиболее подходящим методом расчёта представляется вычисление процессов на решётках аналогично тому, как это делается в КХД.

О перенормируемости КТД

Сходство КТД и КХД позволяет надеяться на то, что КТД как и КХД будет перенормируемой теорией, что является серьёзным аргументом в её пользу.

Трособолы

В КТД могут существовать аналоги глюболов в КХД. Комбинации трособолов имеющие в совокупности нулевой тон могут образовывать *трособолы*. Наиболее простой из них, это два трособола с суммарным нулевым тоном, которые взаимодействуют путём обмена трособолами. Возможны и другие, более сложные варианты трособолов состоящие из более, чем двух трособолов с нулевым тоном у всей системы.

Трособолы могут существовать в свободном виде.

Возможно существование трособолов с открытым тоном, тогда в свободном состоянии такие системы существовать не могут, но могут появляться в ритонной плазме или в составе кварков и лептонов как квазичастицы.

Трособолы могут иметь ненулевую массу и, возможно, должны проявляться как резонансы.

Лагранжиан квантовой тросодинамики

Зависимость лагранжиана (плотности функции Лагранжа) от полей ритонов и тросонов и их производных будет

$$L(\psi^{\mu\{k\}}, \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, K_\nu^A, \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}, \partial_\nu \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, \partial_\nu K_\nu^A).$$

Функция Лагранжа $\mathcal{L}$ получается при интегрировании лагранжиана по пространственным координатам x

$$\mathcal{L} = \int dx L(\psi^{\mu\{k\}}, \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, K_\nu^A, \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}, \partial_\nu \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, \partial_\nu K_\nu^A).$$

Здесь индекс a пробегает значения по всем ритонам и/или антиритонам.

Для действия полей ритонов и тросонов можно записать

$$S = \int dx^\nu L(\psi^{\mu\{k\}}, \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, K_\nu^A, \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}, \partial_\nu \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, \partial_\nu K_\nu^A).$$

Лагранжиан с тоновыми индексами у полей ритонов будет

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} B_{\eta\nu}^A B^{A\eta\nu} + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}}^a(x) \gamma^\nu \partial_\nu \psi_a^{\mu\{k\}}(x) - \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}^a(x) \gamma^\nu \psi_a^{\mu\{k\}}(x) - \\ - m_a \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \psi_a^{\mu\{k\}} + \chi e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}}^a K_\nu^A t_A \gamma^\nu \psi_a^{\mu\{k\}}.$$

Здесь $B_{\eta\nu}^A$, как указывалось ранее тензор тросонного поля

$$B_{\eta\nu}^A = \partial_\eta K_\nu^A - \partial_\nu K_\eta^A - e_\tau f_{BC}^A K_\eta^B K_\nu^C.$$

Взаимодействие ритонов и тросонов можно записать через токи ритонов j^{Av}

$$j^{Av} = \bar{\psi}_{\mu\{k\}} t_A \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}}.$$

Далее индекс a будем опускать.

Тогда лагранжиан примет вид

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} B_{\eta\nu}^A B^{A\eta\nu} + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu (\partial_\mu \psi^{\mu\{k\}}) - \frac{i}{2} (\partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}) \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}} - \\ - m \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \psi^{\mu\{k\}} + \chi e_\tau j^{Av} K_\nu^A$$

В случае группы $SU(3\chi)$, когда $\chi=3$, ковариантная производная и лагранжиан будут

$$D_\nu = \partial_\nu + K_\nu = \partial_\nu + i3e_\tau K_\nu^A t_A.$$

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} B_{\eta\nu}^A B^{A\eta\nu} + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu (\partial_\mu \psi^{\mu\{k\}}) - \frac{i}{2} (\partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}) \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}} - \\ - m \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \psi^{\mu\{k\}} + 3e_\tau j^{Av} K_\nu^A$$

Расписав в лагранжиане первое слагаемое в развёрнутом виде, получим

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu K_\nu^A - \partial_\nu K_\mu^A - e_\tau f^{ABC} K_\eta^B K_\nu^C)^2 + \\ + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu (\partial_\mu \psi^{\mu\{k\}}) - \frac{i}{2} (\partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}) \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}} - \\ - m \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \psi^{\mu\{k\}} + \chi e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu t^A K_\nu^A \psi^{\mu\{k\}}.$$

В частности, для $SU(3\chi)$, когда $\chi=3$ лагранжиан будет

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu K_\nu^A - \partial_\nu K_\mu^A - e_\tau f^{ABC} K_\eta^B K_\nu^C)^2 + \\ + \frac{i}{2} \bar{\psi}_\mu \gamma^\nu (\partial_\mu \psi^\mu) - \frac{i}{2} (\partial_\nu \bar{\psi}_\mu) \gamma^\nu \psi^\mu - m \bar{\psi}_\mu \psi^\mu - 3e_\tau \bar{\psi}_\mu \gamma^\nu t^A K_\nu^A \psi^\mu.$$

Расписав этот лагранжиан с тоновыми индексами, получим

$$L_{QTD} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu K_\nu^A - \partial_\nu K_\mu^A - e_\tau f^{ABC} K_\eta^B K_\nu^C)^2 + \\ + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu (\partial_\mu \psi^{\mu\{k\}}) - \frac{i}{2} (\partial_\nu \bar{\psi}_{\mu\{k\}}) \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}} - \\ - m \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \psi^{\mu\{k\}} - \chi e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\nu t^A K_\nu^A \psi^{\mu\{k\}}.$$

Из приведённых соотношений можно видеть, что лагранжиан квантовой тросодинамики, по сути, является «малым» обобщением некоммутативных калибровочных лагранжианов на случай, когда частицы являются носителями не одного, как КХД, а сразу нескольких зарядов, т. е. наделены векторным зарядом. В частном случае, когда $\chi=1$, тогда калибровочная группа $SU(3\chi)$ переходит в группу $SU(3)$, а лагранжиан КТД переходит в лагранжиан КХД [12].

На лагранжиан КТД, в отличие от лагранжиана КХД, должны накладываться дополнительные условия на ритонные поля в группе $SU(3\chi)$, которые представляются системой тождеств:

$$\psi_{\{i_1\}} \equiv \psi_{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \psi_{\{i_\chi\}} \equiv \psi^{\{i_1\}} \equiv \psi^{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \psi^{\{i_\chi\}}$$

и

$$\tilde{\psi}_{\{i_1\}} \equiv \tilde{\psi}_{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \tilde{\psi}_{\{i_\chi\}} \equiv \tilde{\psi}^{\{i_1\}} \equiv \tilde{\psi}^{\{i_2\}} \equiv \dots \equiv \tilde{\psi}^{\{i_\chi\}},$$

что отвечает условию χ -зарядности (точнее χ -тоновости) каждого ритона.

Классические уравнения движения ритонного поля и тросонного поля

Уравнения движения для ритонов и тросонов и тросонных взаимодействий ритонов, без учёта электромагнитных, слабых и цветовых и других взаимодействий, можно получить исходя из лагранжиана $L(\psi^{\mu\{k\}}, \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, K_\nu^A, \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}, \partial_\nu \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, \partial_\nu K_\nu^A)$, выраженного через обобщённые координаты:

$$q^i = (\psi^{\mu\{k\}}, \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, K_\nu^A, \partial_\nu \psi^{\mu\{k\}}, \partial_\nu \bar{\psi}^{\mu\{k\}}, \partial_\nu K_\nu^A).$$

Уравнения движения для обобщённых координат будут:

$$\frac{\delta S}{\delta q^i} = \frac{\partial L}{\partial q^i} - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q^i}{\partial x^\nu} \right)} \right) = 0,$$

Или немного проще уравнения движения можно записать

$$\frac{\delta S}{\delta q^i} = \frac{\partial L}{\partial q^i} - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\partial L}{\partial q^{i;\nu}} \right) = 0, \quad \text{где} \quad \frac{\partial L}{\partial q^{i;\nu}} \equiv \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q^i}{\partial x^\nu} \right)}.$$

В частности, уравнения движения для ритонов будут

$$\frac{\delta S}{\delta \psi^{\mu\{k\}}} = \frac{\partial L}{\partial \psi^{\mu\{k\}}} - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\partial L}{\partial \psi^{\mu\{k\};\nu}} \right) = 0,$$

$$\frac{\delta S}{\delta \bar{\psi}^{\mu\{k\}}} = \frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}^{\mu\{k\}}} - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left(\frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}^{\mu\{k\};\nu}} \right) = 0.$$

Для ритонных и сопряжённых им полей получим уравнения движения

$$i\gamma^\nu (\partial_\nu - m)\psi^{\mu\{k\}} = -\chi e_\tau K_\nu^A t_A \gamma^\nu \psi^{\mu\{k\}}$$

$$(i\partial_\nu \gamma^\nu + m)\bar{\psi}_{\mu\{k\}} = \chi e_\tau \bar{\psi}_{\mu\{k\}} K_\nu^A t_A \gamma^\nu$$

Для тросонного поля уравнения Лагранжа будут:

$$\frac{\delta S}{\delta K_\eta^A} = \frac{\partial L}{\partial K_\eta^A} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial L}{\partial K_{\eta;\nu}^A} \right) = 0.$$

Уравнения движения для тросонного поля получаются

$$\partial_\mu B_{\mu\nu}^A - e_\tau B_{\mu\nu}^B f^{ABC} K_\mu^C = -\chi e_\tau \bar{\psi}_\mu \gamma^\nu t^A \psi_\nu.$$

С учётом тоновых индексов уравнения для тросонного поля можно переписать

В этих уравнениях заданы тоновые токи ритонов и тросонов

$$j_\eta^{rit} = e_{\tau\{i\}} j_{\eta\{i\}}^A = \chi e_\tau j_\eta^A = \chi e_\tau \bar{\psi}_\mu \gamma^\nu t^A \psi_\nu$$

$$j_\eta^{tr} = e_{\tau\{i\}} f_{BC}^A K_\eta^A B_{\eta\nu}^C$$

Здесь $e_{\tau\{i\}} j_{\eta\{i\}}^A$ - ритонный ток; $e_{\tau\{i\}} f_{BC}^A K_\eta^A B_{\eta\nu}^C$ - тросонный ток.

В случае группы SU(9), в этих уравнениях движения для ритонов и тросонов необходимо подставить значение $\chi=3$.

Суммарный тоновый заряд

$$E_\tau = \int d^3x (j_\eta^{rit} + j_\eta^{tr})$$

Тензор энергии-импульса в КТД

Ритон-тросонный тензор энергии-импульса можно получить по стандартной формуле через обобщённые координаты

$$T^{\eta\nu} = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\eta q_i)} \partial^\nu q_i - \delta_\eta^\nu L.$$

Вид тензора энергии-импульса тросонного и ритонного поля будет

$$T^{\eta\nu} = -G_\lambda^{A\eta} \partial^\nu K^{A\lambda} + \frac{1}{4} g^{\eta\nu} G_{\lambda\sigma}^A G^{A\lambda\sigma} + \frac{i}{2} \bar{\psi}_{\mu\{k\}} \gamma^\eta \partial^\nu \psi^{\mu\{k\}}.$$

Законы сохранения будут

$$\frac{\partial T^{\eta\nu}}{\partial x^\eta} = 0.$$

Тензор энергии-импульса определяется с точностью до слагаемого, которое представляет дивергенцию вида $\partial^\lambda \phi_{\eta\nu\lambda}$

$$T^{\eta\nu} \rightarrow T^{\eta\nu} + \partial^\lambda \phi_{\eta\nu\lambda}; \quad \phi_{\eta\nu\lambda} = -\phi_{\lambda\eta\nu}.$$

Полный вектор энергии-импульса

$$P^i = \int d^3x T^{i0}.$$

Приложение 1. Матрицы Дирака

Матрицы Дирака в представлении Дирака

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$
$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Приложение 2. Базисные матрицы генераторов группы SU(9)

Все 80 базисных матриц θ_A группы SU(9) можно разделить на три типа.

1. Тип 8 матриц, у которых элементы отличные от нуля лежат только на главной диагонали. Таких матриц 8. Диагональные матрицы перестановочны со всеми остальными матрицами генераторов.

Имеется 72 матрицы, у которых ненулевые элементы лежат не на главной диагонали. Эти матрицы можно разделить на симметричные и антисимметричные.

2. Тип симметричных вещественных матриц, элементы которых равны 1. Таких матриц 36.

3. Тип антисимметричных матриц, у которых элементами являются мнимые единицы со знаком «-» справа от главной диагонали и знаком «+» слева от главной диагонали. Таких матриц 36.

Далее выписаны все 80 матриц θ_A , у которых большая часть элементов равны нулю (разряженные матрицы). Для большей наглядности точками обозначены нули

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \theta_2 = \begin{pmatrix} \cdot & -i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \theta_3 = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}.$$

$$\theta_4 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \theta_5 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & -i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \theta_6 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix};$$

$$\theta_{28} = \left(\begin{array}{ccccccc} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & -i & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & i & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{array} \right); \quad \theta_{29} = \left(\begin{array}{ccccccc} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{array} \right); \quad \theta_{30} = \left(\begin{array}{ccccccc} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & -i & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & i & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{array} \right);$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$$\theta_{48} = \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} 1 & . & . & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 1 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & 1 & . & . \\ . & . & . & . & . & . & -6 & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \end{pmatrix}.$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$$\vartheta_{58} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -i & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \quad \theta_{59} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}; \quad \theta_{60} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & i & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

[illegible]

[illegible]

$$\theta_{67} = \begin{pmatrix} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & -i \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ i & . & . & . & . & . & . \end{pmatrix}; \quad \theta_{68} = \begin{pmatrix} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & . \end{pmatrix}; \quad \theta_{69} = \begin{pmatrix} . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & -i \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & i & . & . & . & . \end{pmatrix};$$

[illegible]

Литература

1. *Harari H.* A schematic model of quarks and leptons // *Physics Letters* 1979. Т. 86 В, № 1, pp. 83-86.
2. *Shupe M. A.* A composite model of leptons and quarks // *Physics Letters* 1979. Т. 86 В, № 1, pp. 87-92.
3. *Гринберг О. У.* Новый структурный уровень // *Успехи физических наук*, 1987. Т. 153, № 2, 335-351. (*Greenberg O. W.* A New Level of Structure // *Physics Today*, 1985, V. 38. № 9, p. 22-30).
4. *Чуриков В. А.* Барионная асимметрия Вселенной в рамках модели рионов. Депонировано ВИНТИ, 1990. № 12 78 - В90. 8 с. От 13.02.1990 Печатается в соответствии с решением бюро редколлегии журнала «Известия вузов. Физика».
5. *Чуриков В.А.* Феноменологическая модель рионов // В.А. Чуриков. Работы по физике. М., 2004.– 99 с. Деп. в ВИНТИ 27. 12. 2004, № 2061-В2004.– С. 46–53. (*Чуриков В.А.* Модель рионов – составная модель кварков и лептонов //Труды IV Международной конференции студентов и молодых учёных: Перспективы развития фундаментальных наук. Россия, Томск, 15 – 18 мая 2007 г.– С. 122 – 125. (IV International Conference “Prospects of fundamental sciences development”. Russia, Tomsk. May 15 – 18, 2007 - Томск: Изд-во Томского политехнического ун-та, 2007, – 322 p.).
6. *Bellini G., Ludhova L., Ranucci G., Villante F.L.* Neutrino oscillations - 2013. — [arXiv:1310.7858](https://arxiv.org/abs/1310.7858). <https://arxiv.org/abs/1310.7858>.
7. *Шимковиц Ф.* Нейтрино: массы, взаимодействия и лабораторные эксперименты // *Успехи физических наук*, 2021, т 191, № 12, 1307–1332; (*Phys. Usp.*, 64:12 (2021), 1238–1260. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.08.039036>) (Mi ufn6976).
8. *Чуриков В. А.* 2023. Нейтрино, векторные бозоны, бета-распады и возможные новые частицы в рамках феноменологической субкварковой модели рионов // *PREPRINTS.RU*. <https://doi.org/10.24108/preprints-3112795>. 2023. 08. 30. - 23 с. <https://preprints.ru/files/1206>.
9. *Чуриков В. А.* 2021. О решении проблемы асимметрии материи и антиматерии во вселенной на основе субкварковой модели рионов // *PREPRINTS.RU* 2021. 05. 05. <https://doi.org/10.24108/preprints-3112224>.
10. *Bezginov N. et al.* A measurement of the atomic hydrogen Lamb shift and the proton charge radius // *Science*. - 2019. - Vol. 365. - P. 1007-1012. - [doi:10.1126/science.aau7807](https://doi.org/10.1126/science.aau7807).
11. *Демельт Х.* Эксперименты с покоящейся изолированной субатомной частицей. [(Нобелевская лекция)] (рус.) // *Успехи физических наук*. - 1990. - Т. 160, вып. 12. - С. 129-139. (Nobel lecture, December, 8, 1989, Hans D. Dehmelt Experiments with an isolated subatomic particle at rest)].

13. Чуриков В.А. Введение в векторную хромодинамику // В.А. Чуриков. Работы по физике. М., 2004.– 99 с. Деп. в ВИНТИ 27. 12. 2004, № 2061-B2004.– С. 53–70. (Чуриков В.А. Калибровочные теории с векторным цветом // Труды IV Международной конференции студентов и молодых учёных: Перспективы развития фундаментальных наук. Россия, Томск, 15 – 18 мая 2007 г.– С. 125 – 128. (IV International Conference “Prospects of fundamental sciences development”. Russia, Tomsk, May 15 – 18, 2007. pp. 125 –128) - Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2007, – pp. 122 –125)).

14. Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей, 2 изд. - М., 1988. - 271 с.

15. Степаньянц К. В. Классическая теория поля. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 544 с.