Псевдоволновое уравнение гравитационного поля и космологическая постоянная

Васильев Н.С.*

В данной работе предложен вывод псевдоволновых уравнений гравитационного поля. На основе известного предположения о "космологической постоянной", которую добавляют в качестве дополнительного члена к действию гравитационного поля, рассмотрено взаимодействие между частицами и полем.

Рассмотрим пространство Римана, для которого задан метрический тензор (g_{ik}) и аффинная связность (Γ^i_{km} – коэффициенты связности или символы Кристоффеля). Кручение равно нулю ($\Gamma^i_{km} = \Gamma^i_{mk}$) [1, 2]. Известно, что движение частицы в гравитационном поле определяется принципом наименьшего действия [1].

1 Псевдоволновое уравнение

Соответствующее уравнение движения, выраженное посредством ковариантных компонент, имеет следующий вид [1]:

$$\frac{du_i}{ds} - \Gamma_{k,il} u^k u^l = 0 \tag{1.1}$$

где $u^k = dx^k/ds$ – 4-скорость и du_i/ds – 4-ускорение.

При подстановке $\Gamma_{k,il} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ki}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{il}}{\partial x^k}\right)$ в выражение (1.1) два члена данного коэффициента связности сокращаются и остается [1]

$$\frac{du_i}{ds} - \frac{1}{2}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} u^k u^l = 0 \tag{1.2}$$

Согласно выражению (1.2) метрический тензор g_{kl} играет роль "потенциалов" гравитационного поля, а его производные определяют "напряженность" поля [1]. Исходя из этого, введем следующее обозначение:

$$F_{ikl} = \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} \text{ и } F^{ikl} = \frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i},$$

где $\frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i} = g^{im}\frac{\partial g^{kl}}{\partial x^m} = g^{im}(-\Gamma^k_{nm} g^{nl} - \Gamma^l_{nm} g^{kn})$ [1].

Известно, что риманову метрику можно накладывать по-разному, фактически, метрический тензор вводится произвольно за исключением нескольких основных условий ($det|g_{ik}| \neq 0$, $g_{ik} = g_{ki}$ и др.) [2]. С другой стороны аффинную связность в римановом пространстве всегда можно построить единственным образом при условии равенства нулю кручения ($\Gamma^i_{md} = \Gamma^i_{dm}$) и неизменности скалярного произведения двух векторов, которые одновременно подвергаются параллельному переносу вдоль какого-либо пути [2]. Поскольку "потенциалы" гравитационного поля определены неоднозначно, то они не могут входить в выражение для его действия S_f [1]. Поэтому S_f должно быть интегралом от "напряженности" гравитационного поля F_{ikl}. Кроме того необходимо учесть взаимодействие между частицами и полем. Это взаимодействие представим в следующем виде: mg_{ik}, где m - масса частицы. Обоснование появления массивного члена в уравнениях Эйнштейна предложено ниже в пункте 2. Здесь же отметим, что добавление к действию гравитационного поля некоторого постоянного члена приводит к появлению стационарных решений гравитационных уравнений [1].

Согласно вышеизложенному и учитывая, что действие должно представлять собой интеграл от скаляра, получим следующее выражение ($g^{kl}g_{kl} = 4$ [1]):

$$(F^{ikl}ds + g^{kl}mdx^i)(-F_{ikl}ds + mg_{kl}dx_i) =$$

$$= -(F^{ikl}ds + g^{kl}mdx^i)(F_{ikl}ds - mg_{kl}dx_i) =$$

$$= -(F^{ikl}F_{ikl} - 4m^2)ds^2$$

Поскольку варьировать необходимо только потенциалы поля, то действие выразим в виде

$$S_f = \int (F^{ikl}F_{ikl} - 4m^2)\sqrt{-g}d\Omega,$$

где $\sqrt{-g}d\Omega$ – 4-объем в криволинейных координатах, g – определитель метрического тензора.

На основе принципа наименьшего действия найдем вариацию δS_f:

$$\delta S_f = \delta \int (F^{ikl}F_{ikl} - 4m^2)\sqrt{-g}d\Omega =$$

$$= \int (2\sqrt{-g}F^{ikl}\frac{\partial}{\partial x^i}\delta g_{kl} + F^{ikl}F_{ikl}\delta\sqrt{-g} - \tag{1.3}$$

$$-4m^2\delta\sqrt{-g})d\Omega$$

Интегрируя первый член выражения (1.3) по частям и считая, что на пределах интегрирования поле задано

*nikolasvs@mail.ru

или равно нулю [1], получим

$$\delta S_f = \int(-2(\sqrt{-g}\frac{\partial F^{ikl}}{\partial x^i} + F^{ikl}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^i})\delta g_{kl} + \\ +(\frac{1}{2}F^{ikl}F_{ikl} - 2m^2)\sqrt{-g}g^{nm}\delta g_{nm})d\Omega \quad (1.4)$$

где $\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{nm}\delta g_{nm}$ [1].

Переобозначив во втором члене выражения (1.4) n и m индексами k и l, а также учитывая, что $\Gamma^n_{in} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^i}$, имеем

$$\delta S_f = \int(-2\frac{\partial F^{ikl}}{\partial x^i} - 2\Gamma^n_{in}F^{ikl} + \\ +g^{kl}(\frac{1}{2}F^{inm}F_{inm} - 2m^2))\delta g_{kl}\sqrt{-g}d\Omega \quad (1.5)$$

Следовательно, согласно принципу наименьшего действия ($\delta S_f = 0$) и в соответсвии с выражением (1.5) получим уравнение:

$$-2\frac{\partial F^{ikl}}{\partial x^i} - 2\Gamma^n_{in}F^{ikl} + \frac{g^{kl}}{2}(F^{inm}F_{inm} - 4m^2) = 0 \quad (1.6)$$

Перейдем к производным метрического тензора и проведем следующее преобразование:

$$-2\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - 2\Gamma^n_{in}\frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i} + \frac{1}{2}g^{kl}\frac{\partial g^{nm}}{\partial x_i}\frac{\partial g_{nm}}{\partial x^i} - 2m^2g^{kl} =$$

$$= -2\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - 2\Gamma^n_{in}\frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i} + \frac{1}{2}g^{kl}g_{kl}\frac{\partial g^{nm}}{\partial x_k}\frac{\partial g_{nm}}{\partial x_l} - 2m^2g^{kl}$$

Поскольку $g^{kl}g_{kl} = 4$ [1], то уравнение (1.6) примет вид

$$-\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - \Gamma^n_{in}\frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial g^{nm}}{\partial x_k}\frac{\partial g_{nm}}{\partial x_l} - m^2g^{kl} = 0 \quad (1.7)$$

Полученное выражение (1.7) умножим на g_{kl}, тогда

$$-g_{kl}\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} + 2\Gamma^n_{in}\Gamma^{ki}_k + \frac{\partial g^{nm}}{\partial x_k}\frac{\partial g_{nm}}{\partial x^k} - g_{kl}m^2g^{kl} = 0 \quad (1.8)$$

где $\quad g_{kl}\frac{\partial g^{kl}}{\partial x_i} = -g^{kl}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i} = -2\frac{1}{2}g^{kl}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i} = -2\Gamma^{ki}_k$ [1].

Учитывая, что $\frac{\partial}{\partial x^i}\left(g^{kl}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i}\right) = \frac{\partial g^{kl}}{\partial x^i}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i} + g^{kl}\frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i\partial x_i}$,

преобразуем выражение (1.8):

$$-g_{kl}\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - g^{kl}\frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - g_{kl}m^2g^{kl} + \\ +2\Gamma^n_{in}\Gamma^{ki}_k + \frac{\partial}{\partial x^i}\left(g^{kl}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i}\right) = 0 \quad (1.9)$$

Необходимо отметить, что последние два слагаемых уравнения (1.9) представляют собой ковариантную дивергенцию, т. е.

$$2\Gamma^n_{in}\Gamma^{ki}_k + \frac{\partial}{\partial x^i}\left(g^{kl}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i}\right) = 2\Gamma^n_{in}\Gamma^{ki}_k + 2\frac{\partial\Gamma^{ki}_k}{\partial x^i} = 2D_i\Gamma^{ki}_k$$

Ковариантную дивергенцию рассмотрим в виде аналога условий Лоренца и предположим, что она равна нулю ($D_i\Gamma^{ki}_k = 0$). В этом случае уравнение (1.9) примет следующий вид

$$-g_{kl}\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - g^{kl}\frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - g_{kl}m^2g^{kl} = 0 \quad (1.10)$$

Предположим, что $g_{kl}m^2g^{kl} = \frac{1}{2}g_{kl}m^2g^{kl} + \frac{1}{2}g^{kl}m^2g_{kl}$, тогда выражение (1.10) можно представить в виде суммы двух следующих уравнений:

$$g_{kl}\left(-\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - \frac{1}{2}m^2g^{kl}\right) = 0 \\ g^{kl}\left(-\frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - \frac{1}{2}m^2g_{kl}\right) = 0 \quad (1.11)$$

Окончательно имеем

$$-\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - \frac{1}{2}m^2g^{kl} = 0 \\ -\frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i\partial x_i} - \frac{1}{2}m^2g_{kl} = 0 \quad (1.12)$$

Отдельно необходимо рассмотреть условие $D_n\Gamma^{kn}_k = 0$.

$$D_n\Gamma^{kn}_k = \frac{\partial\Gamma^{kn}_k}{\partial x^n} + \Gamma^l_{nl}\Gamma^{kn}_k = 0 \quad (1.13)$$

Подставим в выражение (1.13) коэффициенты связности в виде $\Gamma^k_{nk} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_n\sqrt{-g}$:

$$D_n\Gamma^{kn}_k = \frac{\partial}{\partial x^n}\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x_n}\right) + \\ +\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^n}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x_n}\right) = 0 \quad (1.14)$$

Раскрывая производную в первом слагаемом (1.14), получим

$$D_n\Gamma^{kn}_k = -\frac{1}{\sqrt{-g}\sqrt{-g}}\left(\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^n}\right)\left(\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x_n}\right) + \\ +\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial^2\sqrt{-g}}{\partial x^n\partial x_n} + \\ +\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^n}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x_n}\right) = 0 \quad (1.15)$$

Сокращая первое и последнее слагаемое, имеем

$$D_n\Gamma^{kn}_k = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial^2\sqrt{-g}}{\partial x^n\partial x_n} = 0 \quad (1.16)$$

Считая, что в полученном выражении (1.16) множитель $1/\sqrt{-g}$ не равен нулю, можно рассмотреть волновое уравнение $\frac{\partial^2\sqrt{-g}}{\partial x^n\partial x_n} = 0$.

2 Космологическая постоянная

Предположим [1], что действие материи (S_m) можно выразить посредством следа её тензора энергии-импульса ($T = T_i^i$), включая электромагнитное поле:

$$S_m = \int T\sqrt{-g}d\Omega \tag{2.1}$$

Необходимо найти вариацию данного действия:

$$\begin{gathered}\delta S_m = \delta \int g^{ik}T_{ik}\sqrt{-g}d\Omega = \\ = \int (\sqrt{-g}T_{ik}\delta g^{ik} + \sqrt{-g}g^{ik}\delta T_{ik} + \\ + g^{ik}T_{ik}\delta\sqrt{-g})d\Omega\end{gathered} \tag{2.2}$$

Известно, что след тензора энергии-импульса электромагнитного поля равен нулю [1]. В этом случае тензор энергии-импульса материи представим как [2]

$$T_{ik} = \mu c^2 u_i u_k = \frac{m}{\sqrt{\gamma}}c^2 u_i u_k, \tag{2.3}$$

где γ – определитель пространственного метрического тензора, m – точечная масса частицы [1].
Необходимо отметить, что для многочастичной системы плотность масс (μ) представляет собой сумму по всем частицам. Плотность μ равна нулю везде кроме тех точек, где находятся точечные массы [1]. Поэтому предположим, что действие материи определяется для двух бесконечно близких событий, происходящих в одной и той же точке пространства [1], тогда

$$\begin{gathered}T_{ik} = \frac{m}{\sqrt{\gamma}}c^2 u_i u_k = \frac{m}{\sqrt{\gamma}}\frac{1}{\sqrt{g_{00}}}\sqrt{g_{00}}c^2 u_i u_k = \\ = \frac{m}{\sqrt{-g}}cu_i u_k\frac{ds}{dt}\end{gathered} \tag{2.4}$$

где $\sqrt{-g} = \sqrt{\gamma g_{00}}$ и $\sqrt{g_{00}} = \frac{1}{c}ds/dt$ [1].
Подставляя выражение (2.4) в вариацию действия (2.2), получим

$$\begin{gathered}\delta S_m = \int (T_{ik}\delta g^{ik} - \frac{1}{2}Tg_{ik}\delta g^{ik} + \\ + g^{ik}mcu_i u_k\frac{ds}{dt}\delta\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\right) + \\ + g^{ik}\frac{mc}{\sqrt{-g}}\frac{ds}{dt}\delta(u_i u_k))\sqrt{-g}d\Omega\end{gathered} \tag{2.5}$$

Учитывая, что

$$\begin{gathered}\delta\left(\frac{1}{\sqrt{-g}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{-g}\sqrt{-g}}\left(\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^n}\right)\delta x^n = \\ = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\Gamma^l_{nl}\delta x^n = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{1}{2}g^{lm}\frac{\partial g_{lm}}{\partial x^n}\delta x^n = \\ = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{1}{2}g_{lm}\frac{\partial g^{lm}}{\partial x^n}\delta x^n = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{1}{2}g_{lm}\delta g^{lm}\end{gathered}$$

преобразуем выражение (2.5):

$$\begin{gathered}\delta S_m = \int (T_{ik}\delta g^{ik} - \frac{1}{2}Tg_{ik}\delta g^{ik} + \\ + g^{ik}\frac{m}{\sqrt{-g}}cu_i u_k\frac{ds}{dt}\frac{1}{2}g_{lm}\delta g^{lm} + \\ + g^{ik}\frac{mc}{\sqrt{-g}}\frac{ds}{dt}\delta(u_i u_k))\sqrt{-g}d\Omega\end{gathered} \tag{2.6}$$

Поскольку третий член вариации действия (2.6) равен $\frac{1}{2}Tg_{lm}\delta g^{lm}$, то получим

$$\begin{gathered}\delta S_m = \int (T_{ik}\delta g^{ik} + \\ + g^{ik}\frac{1}{\sqrt{-g}}mc\frac{ds}{dt}2u_i\delta u_k)\sqrt{-g}d\Omega\end{gathered} \tag{2.7}$$

Предположим, что в соответствии с выражением (1.2) вариация

$$\delta u_k = \frac{1}{2}u^i\frac{\partial g_{in}}{\partial x^k}\delta x^n = \frac{1}{2}u^i\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^n}\delta x^n = \frac{1}{2}u^i\delta g_{ik}.$$

Умножив правую и левую часть полученного равенства на u_i и учитывая, что $u^i u_i = 1$ [1], имеем $u_i\delta u_k = \frac{1}{2}\delta g_{ik}$. Поэтому выражение (2.7) можно представить в следуюем виде

$$\begin{gathered}\delta S_m = \int (T_{ik}\delta g^{ik} + g^{ik}\frac{mc}{\sqrt{-g}}\frac{ds}{dt}\delta g_{ik})\sqrt{-g}d\Omega = \\ = \int (T_{ik}\delta g^{ik} - \frac{mc}{\sqrt{-g}}\frac{ds}{dt}g_{ik}\delta g^{ik})\sqrt{-g}d\Omega = \\ = \int (T_{ik} - \mu c^2 g_{ik})\delta g^{ik}\sqrt{-g}d\Omega\end{gathered} \tag{2.8}$$

Если для вариации действия материи (2.8) учесть коэффициент $1/(2c)$ [1], то окончательно имеем

$$\delta S_m = \frac{1}{2c}\int (T_{ik} - \mu c^2 g_{ik})\delta g^{ik}\sqrt{-g}d\Omega \tag{2.9}$$

Согласно выражению (2.9), так называемую, "космологическую постоянную" (Λ) можно определить следующим образом: $\Lambda = -\lambda\mu c^2$, где $\lambda = \frac{8\pi k}{c^4}$ и k – гравитационная постоянная [1].
Известно, что Λ должна иметь малое значение, чтобы наличие члена (Λg_{ik}) в гравитационных уравнениях не оказывало существенного влияния на гравитационное поле и чтобы её можно было учитывать только в рамках небольших областей пространства-времени [1].

Сравнивая выражение (2.9) и (1.3) возникает следующее противоречие: вариация действия δS_m (2.9) содержит массу в первой степени, а вариация действия δS_f (1.3) – квадрат массы. Разрешить данное противоречие можно, предположив, что действие материи имеет дополнительную постоянную (a), тогда для выражения (2.9) получим (коэффициент $1/(2c)$ не указан):

$$\delta S_m = a\int (T_{ik} - \mu c^2 g_{ik})\delta g^{ik}\sqrt{-g}d\Omega \tag{2.10}$$

Согласно принципу наименьшего действия $\delta S_m = 0$ и, учитывая произвольные вариации δg^{ik} в выражении (2.10), переходим к уравнению:

$$aT_{ik} - a\mu c^2 g_{ik} = 0 \qquad (2.11)$$

Считая, что $a \neq 0$, используем выражение (2.3), тогда

$$a\frac{m}{\sqrt{\gamma}}c^2 u_i u_k = a\frac{m}{\sqrt{\gamma}}c^2 g_{ik} \qquad (2.12)$$

Сокращая определитель пространственного метрического тензора и умножая правую и левую часть уравнения (2.12) на g^{ik}, получим

$$acu_k p^k = amc^2, \qquad (2.13)$$

где $p^k = mcu^k$ – 4-импульс частицы в гравитационном поле и для упрощения считаем $g^{kl}g_{kl} \sim 1$.
Предположим, что постоянная $a = m$. В этом случае согласно выражению (2.13) имеем

$$p_k p^k = m^2 c^2 \qquad (2.14)$$

Следовательно, на основе изложенного обоснования (2.10 - 2.14) действие материи можно выразить следующим образом:

$$S_m = \frac{m}{c}\int T\sqrt{-g}d\Omega \qquad (2.15)$$

Если провести аналогию с электромагнитным полем, то видно (см., например, выражение 1.3, 1.11, 2.15), что масса (m) для гравитационного поля играет ту же роль, что и электрический заряд для электромагнитного поля. Чтобы обосновать это предположение рассмотрим известные уравнения гравитационного поля с учетом выражения (2.10) и (2.15)

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = m\lambda(T_{ik} - \mu c^2 g_{ik}), \qquad (2.16)$$

где R_{ik} – тензор Риччи, R – скаляргная кривизна пространства [1].
Упрощая выражение (2.16), получим

$$R = -m\lambda(T - 4\mu c^2) \qquad (2.17)$$

Учитывая, что согласно равенству (2.3) след тензора энергии-импульса $T = \mu c^2$, то имеем ($\tilde{\lambda} = 3\lambda$)

$$R = m\tilde{\lambda}\mu c^2. \qquad (2.18)$$

Поскольку $\mu = m/\sqrt{\gamma}$ (2.3), то

$$\frac{\sqrt{\gamma}}{\tilde{\lambda}}R = m^2 c^2 \qquad (2.19)$$

Исходя из полученного выражения (2.16) и (2.19), аккуратно предположим, что массивный параметр m – источник гравитационного поля, связанный с материальным носителем, а именно, внутренняя характеристика элементарной частицы, определяющая её гравитационное взаимодействие [1, 3]. К аналогичной формулировке можно прийти, если обратить внимание на псевдоволновые уравнения (1.10 - 1.12). Выражение (1.12) необходимо представить в следующем виде

$$\frac{\partial F^{ikl}}{\partial x^i} = -\frac{1}{2}m^2 g^{kl} \qquad (2.20)$$

Поскольку трехвалентный тензор F^{ikl} можно интерпретировать как "напряженность" гравитационного поля (см. пункт 1), то правая часть уравнения (2.20) отражает взаимодействие между частицами с массивным параметром m и тензорным "потенциалом" g^{kl} [1]. Допуская, что $\frac{\partial g^{kl}}{\partial x^i} = -\Gamma^k_{ni}g^{nl}$, упрощенно можно показать следующее (1.12):

$$-g^{im}\frac{\partial^2 g^{kl}}{\partial x^m \partial x^i} = g^{im}\frac{\partial(\Gamma^k_{ni}g^{nl})}{\partial x^m} =$$

$$= g^{im}\left(g^{nl}\frac{\partial\Gamma^k_{ni}}{\partial x^m} + \Gamma^k_{ni}\frac{\partial g^{nl}}{\partial x^m}\right) =$$

$$= g^{im}\left(g^{nl}\frac{\partial\Gamma^k_{ni}}{\partial x^m} - \Gamma^k_{ni}\Gamma^n_{jm}g^{jl}\right) = g^{im}g^{nl}\left(\frac{\partial\Gamma^k_{ni}}{\partial x^m} - \Gamma^k_{ji}\Gamma^j_{nm}\right)$$

Подставляя полученное выражение в уравнение (1.12) или (2.20), имеем

$$g^{im}g^{nl}\left(\frac{\partial\Gamma^k_{ni}}{\partial x^m} - \Gamma^k_{ji}\Gamma^j_{nm}\right) = \frac{1}{2}m^2 g^{kl} \qquad (2.21)$$

Упрощая g^{im} и g^{nl}, проводя альтернацию тензора по индексам i и m [2] в левой части (2.21), получим

$$\frac{\partial\Gamma^k_{ni}}{\partial x^m} - \frac{\partial\Gamma^k_{nm}}{\partial x^i} - \Gamma^k_{ji}\Gamma^j_{nm} + \Gamma^k_{jm}\Gamma^j_{ni} = \frac{m^2}{16}\delta^k_n g_{im}, \qquad (2.22)$$

где δ^k_n – единичный 4-тензор и в левой части – тензор Римана, упрощая который, получим тензор Риччи [1]. Таким образом, согласно выражению (2.16), (2.20) и (2.22) предположение о массивном параметре m, как источнике гравитационного поля, обосновано.

Отдельно необходимо отметить схожесть выражения (1.12) и (1.16) с известным уравнением Клейна-Гордона-Фока [4]. Это дает возможность рассмотреть гравитационное взаимодействие с позиции квантовой теории поля. Чтобы получить аналог уравнения Дирака в отношении гравитационного взаимодействия, можно провести факторизацию [4] псевдоволновых уравнений (1.12).

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц Теория поля, ФИЗМАТЛИТ, Москва (2001), с. 536.

2. П.К. Рашевский Риманова геометрия и тензорный анализ, Едиториал УРСС, Москва (2003), с. 664.

3. Физический энциклопедический словарь, Большая Российская энциклопедия, Москва (1998), с. 944.

4. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков Введение в теорию квантованных полей, Наука, Москва (2008), с. 736.