

УТОЧНЕНИЕ РАСЧЁТА ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ КРУГЛЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Введение

Коаксиальные волноводы – одна из наиболее распространённых СВЧ-линий передачи, в том или ином виде, широко применяемых практически во всех радиотехнических устройствах. Этот тип волноводов позволяет обеспечить высокую степень электромагнитной совместимости радиоэлектронной аппаратуры, т.к. является закрытой электродинамической структурой.

Наибольшее распространение причине относительной простоты изготовления получили круглые коаксиальные волноводы (КВ) (коаксиальные линии), с волновым сопротивлением 50 и 75 Ом. Первые обеспечивают оптимальное согласование линий передачи и поэтому чаще используются в трактах различной измерительной радиоаппаратуры, вторые применяются при решении задач, связанных с передачей радиосигналов с минимальными потерями мощности.

Характеристическое сопротивление КВ определяется следующим известным соотношением (1) в предположении, что в них распространяется ТЕМ-волна:

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon\mu}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (1)$$

где D – диаметр внешнего проводника КВ, d – диаметр внутреннего проводника КВ, ϵ и μ – соответственно относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости пространства между внутренним и внешним проводниками КВ.

К одному из главных достоинств КВ можно отнести широкий диапазон её рабочих частот основной волны ТЕМ-типа. Он начинается с постоянного тока и ограничивается граничной (критической) ча-

стотой, значение которой определяется возможностью распространения первой волны высшего типа – TE₁₁ (H₁₁). Теоретическое значение частоты возникновения мод высших типов определяется трансцендентным уравнением [1]:

$$J'_n(k_c \cdot a) \cdot Y'_n(k_c \cdot b) = J'_n(k_c \cdot b) \cdot Y'_n(k_c \cdot a). \quad (2)$$

Для моды TE₁₁ (2) принимает следующий вид:

$$J'_1(k_c \cdot a) \cdot Y'_1(k_c \cdot b) = J'_1(k_c \cdot b) \cdot Y'_1(k_c \cdot a), \quad (3)$$

где J'_n и J'_1 – производные функции Бесселя первого рода n -го и первого порядков соответственно, Y'_n и Y'_1 – производные функции Бесселя второго рода n -го и первого порядков соответственно, $a = d / 2$ – радиус внутреннего проводника КВ, $b = D / 2$ – радиус внешнего проводника КВ, $k_c = 2\pi \cdot \sqrt{\epsilon\mu} \cdot f_c / c$ – коэффициент распространения на граничной частоте f_c , c – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

Применение соотношения (3) для нахождения значений граничных частот затрудняется наличием в нём специальных функций, поэтому на практике часто применяется приближительная формула:

$$f_c \approx \frac{c}{\pi \left(\frac{D+d}{2} \right) \sqrt{\epsilon_r}}, \quad (4)$$

либо её упрощённый вариант:

$$f_c \approx \frac{190.85}{(D+d)\sqrt{\epsilon\mu}}, \text{ ГГц}, \quad (5)$$

где D и d берутся в миллиметрах.

Однако значения граничных частот, полученные по этим формулам, могут отличаться от реальных значений на несколько сотен мегагерц. Для оценки погрешности приближённых вычислений f_c в данной работе приводятся сравнение значений численного расчёта

граничной частоты на основе соотношений (4), (5) и точных решений уравнений (3). Представлены сравнительные зависимости граничных частот от диаметров внешнего проводника с различными значениями диэлектрической проницаемости, полученные на основе соотношения (3) и с помощью приближительной формулы (4). Кроме того, для диаметров внешнего проводника со следующими значениями: 7; 3.5; 2.92; 2.4; 1.85; 1.35 и 1 мм приводятся результаты значений граничных частот, полученных в САПР электродинамических расчётов. На основе полученных данных уточняется формула (5).

Определение граничных частот решением трансцендентного уравнения

В качестве примера расчёта найдём значение граничной частоты ККВ с волновым сопротивлением 50 Ом, диаметром внешнего проводника $D = 2.92$ и воздушным заполнением ($\varepsilon = \mu = 1$).

Сначала найдём значение граничной частоты с помощью соотношения (4). Для этого выразим значение диаметра внутренней проводящей поверхности из (1) и подставим в (4), в результате получаем выражение (6) для f_c :

$$f_c \approx \frac{2 \cdot c}{\pi \cdot D \cdot \left(1 + \frac{1}{e^{\frac{Z_0 \sqrt{\varepsilon \mu}}{60}}} \right)} \approx \frac{6 \cdot 10^8}{3.1415 \cdot 2.92 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 + \frac{1}{e^{\frac{50}{60}}} \right)} \approx 45.59 \text{ ГГц.} \quad (6)$$

Для получения значения граничной частоты с помощью соотношения (3), его можно представить в виде функциональной зависимости от частоты, волнового сопротивления, диаметра внешнего проводника и относительной диэлектрической и магнитной проницаемостей $Q_{cTE11}(f, D, Z_0, \varepsilon, \mu)$. Граничная частота находится из условия, $Q_{cTE11}(f, D, Z_0, \varepsilon, \mu) = 0$ на меньшей из частот.

$$Q_{cTE11}(f, D, Z_0, \varepsilon, \mu) = J_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2}) \cdot Y_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) - \\ - J_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) \cdot Y_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2}), \quad (7)$$

где

$$J_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2}) = \frac{-J_2 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2} \right) + J_0 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2} \right)}{2}, \quad (8)$$

$$Y_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) = \frac{-Y_2 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2} \right) + Y_0 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2} \right)}{2}, \quad (9)$$

$$J_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) = \frac{-J_2 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2} \right) + J_0 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2} \right)}{2}, \quad (10)$$

$$Y_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2}) = \frac{-Y_2 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2} \right) + Y_0 \left(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{d}{2} \right)}{2}. \quad (11)$$

Учитывая известные значения параметров D, Z_0, ε, μ , а также то, что из

(5) диаметр внутреннего проводника $d = \frac{D}{e^{\frac{Z\sqrt{\varepsilon\mu}}{60}}}$, перепишем (7) в виде

функции частоты и численно рассчитаем значение граничной частоты из условия обращения (7) в нуль на меньшей граничных частот:

$$Q_{cTE11}(f) = J_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2e^{\frac{Z\sqrt{\varepsilon\mu}}{60}}}) \cdot Y_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) - \\ - J_1 b(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2}) \cdot Y_1 a(2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \frac{f}{c} \cdot \frac{D}{2e^{\frac{Z\sqrt{\varepsilon\mu}}{60}}}) = \\ = J_1 a(f \cdot g) \cdot Y_1 b(f \cdot G) - J_1 b(f \cdot G) \cdot Y_1 a(f \cdot g), \quad (12)$$

$$\text{где } g = \pi \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{7 \cdot 10^{-3}}{e^{\frac{50}{60}}} \text{ и } G = \pi \cdot \frac{1}{c} \cdot 7 \cdot 10^{-3}.$$

На рисунках 1 и 2 представлены частотные зависимости функций $J_1 a(f \cdot g)$, $J_1 b(f \cdot G)$, $Y_1 a(f \cdot g)$ и $Y_1 b(f \cdot G)$ и функция $Q_{cTE11}(f)$ с численным расчётным значением её первого нуля соответственно.

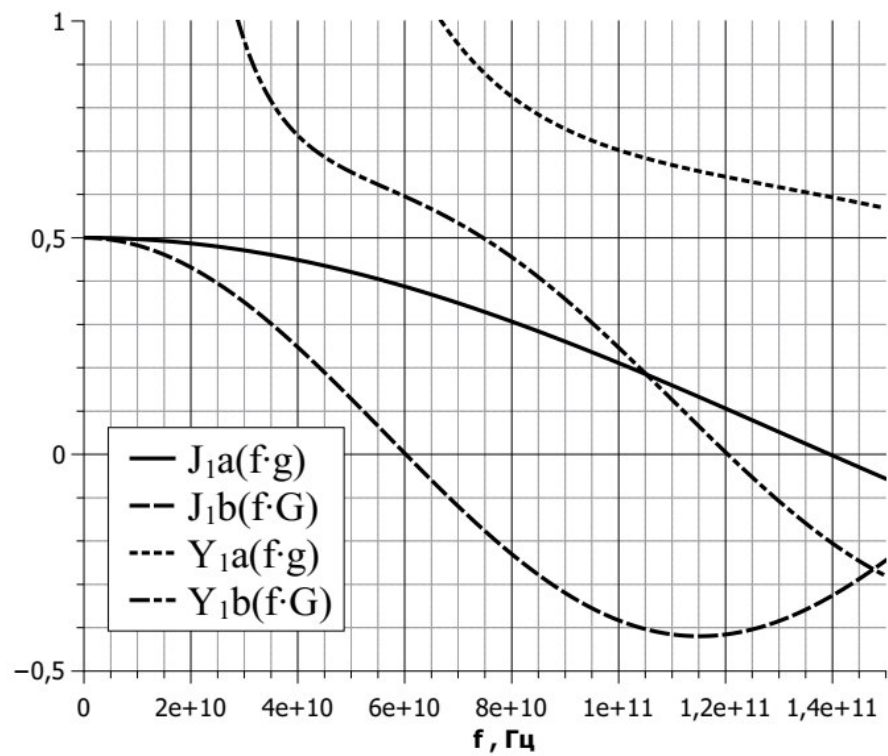


Рисунок 1 – Частотные зависимости функций $J_1a(f \cdot g)$, $J_1b(f \cdot G)$, $Y_1a(f \cdot g)$ и $Y_1b(f \cdot G)$

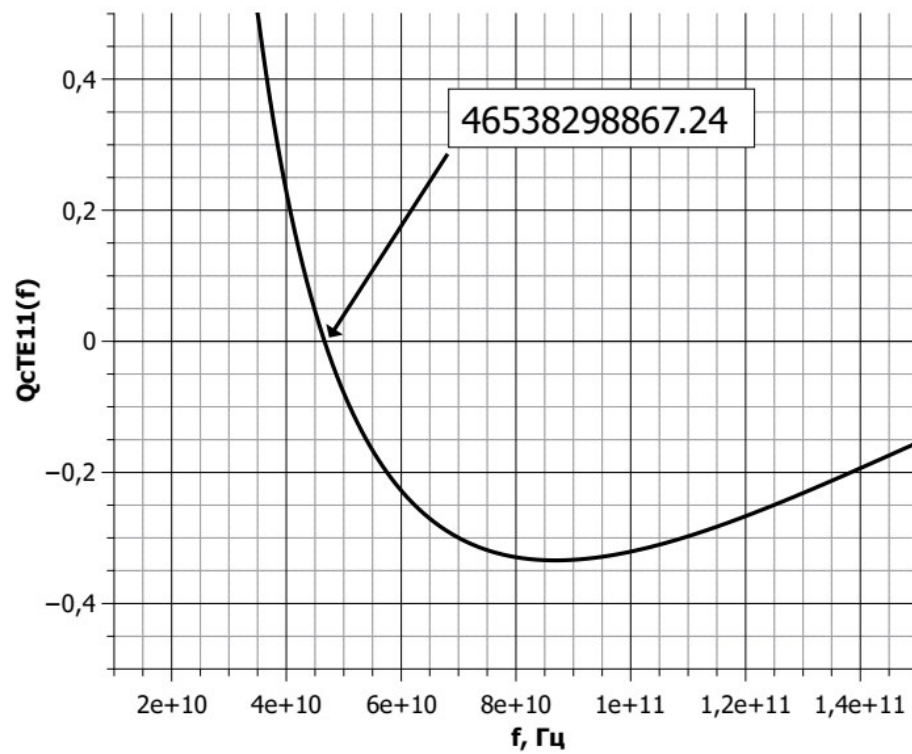


Рисунок 2 – Частотная зависимости функций $Q_{cTE11}(f)$

Таким образом значение граничной частоты, полученное на основе строго соотношения (3) равно 46,53 ГГц, что приблизительно на один гигагерц отличается от значения полученного на основе приближенной формулы (4).

На примере приведённого выше расчёта для КВ с волновым сопротивлением 50 Ом были получены семейства зависимостей граничных частот от значений диаметра внешнего проводника $Q_{cTE11}(D)$ при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости пространства между проводниками КВ. На рисунках ниже представлены сравнительные графики полученные на основе (3) и приближенного соотношения (4). Кроме того, для диаметров, соответствующих значениям стандартных воздушных коаксиальных соединителей – 7, 3.5; 2.92; 2.4; 1.85; 1.35 и 1 мм при помощи САПР были получены численные значения граничных частот.

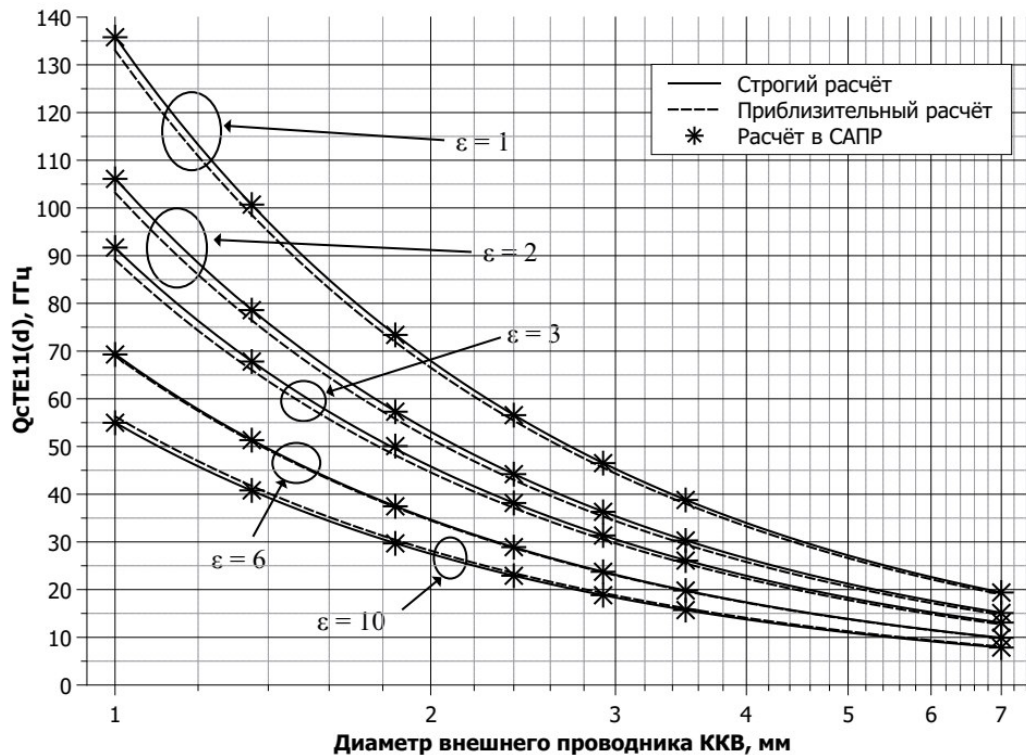


Рисунок 3 – Семейства частотных зависимости функций

$$Q_{cTE11}(D)$$

Из сравнения кривых, представленных на рисунке 3 видно, что результаты вычислений кривых зависимостей граничных частот, полученные на основе строгого соотношения (3) практически совпадают в точках, полученных при вычислении в САПР, что может указывать на корректность соотношения (3) и результатов расчёта. Кроме того, из этого же рисунка можно заметить, что форма кривых, полученных из приблизительной формулы (4) очень хорошо повторяет форму кривых строгого соотношения (3) – основное их отличие заключается в относительном уровне над частотной осью, которое становится заметным при D меньше 3 мм. Это обстоятельство позволяет модифицировать формулу (5), введя в неё поправочный коэффициент k :

$$f_c \approx \frac{190.85 + k}{(D + d)\sqrt{\varepsilon}}, \text{ ГГц}, \quad (5)$$

где D и d берутся в миллиметрах.

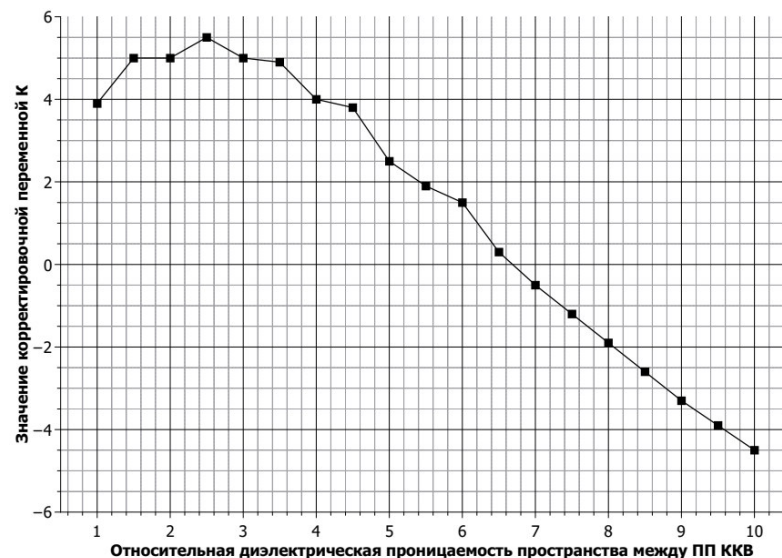


Рисунок 4 – Зависимость поправочного коэффициента k , от значения относительной диэлектрической проницаемости

ССЫЛКИ:

[1] J. Dimitrios, "Exact Cutoff Frequencies of Precision Coax. ", Micro-waves, June 1965, pp.28-31.

[2] John Gilmore, "TE₁₁-mode Resonances in Precision Coaxial Connectors," General Radio Experimenter, Vol. 40, No. 8, August 1966, pp.10-13.