ОГЛАВЛЕНИЕ

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ГИПОТЕЗЫ КОЛЛАТЦА

Ключевые слова: Алгоритм; натуральное число; Гипотеза Коллатца; сиракузская последовательность.

Key words: Algorithm; natural number; Collatz conjecture; Syracuse sequence.

Аннотация: В статье представлено доказательство гипотезы Коллатца, состоящее из доказательств двух утверждений: не существует последовательностей закольцованных, основанное на свойствах умножения и деления десятичных дробей, и утверждения, что не существует последовательностей бесконечных. Представлена зеркальная концепция последовательности, которая отражает тенденцию любого натурального, следующего по алгоритму Коллатца, стремиться к единице.

Abstract: The article presents a proof of the Collatz conjecture, consisting of proofs of two statements: there are no loop sequences, based on the properties of multiplication and division of decimal fractions, and the statement that there are no infinite sequences. A mirror concept of a sequence is presented that reflects the tendency of any natural number following the Collatz algorithm to tend toward one.

УДК 511.12; УДК 511.13

Актуальность: Гипотеза находится в списке нерешённых проблем математики.
Цель: Доказать гипотезу простыми средствами.

ВВЕДЕНИЕ: Гипотеза Коллатца, известная также как «3X+1»-гипотеза или как сиракузская последовательность, относится к алгоритмам управления натуральными числами, утверждает, что с какого бы числа, целого и положительного, мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, мы в итоге придём к единице.

Какой интерес был у Коллатца заниматься вообще алгоритмами, подобными «3X+1». Вероятно были и другие, но именно алгоритм «3X+1» стал проблемой. При этом, с начальными числами из натурального ряда такими, как 1, 2, 3 … 1 000 ... 1 000 000 … и т.д., очевидно проблем не было. Они были проверены простым перебором. Нет сомнений в том, что Коллатц исследуя простые алгоритмы, искал ответы на волнующие его вопросы далеко за пределами чистой математики. Возможно, даже не так, Коллатц исследуя простые алгоритмы, за пределами обычной, искал чистую математику, в которой символические действия с числами могут быть тождественны взаимоотношениям Сознания и Материи, если алгоритм уподобить сознательному действию, а натуральное число предмету или явлению физического мира .

Удивительная по своей простоте формулировки гипотеза привлекает к себе внимание. Существует множество попыток её доказательства от простых до невероятно сложных, но пока не признанных математическим сообществом. Исследователи всегда отмечают одну особенность в доказательстве гипотезы; добившись определённых результатов, сделав очередной шаг в доказательстве они сталкиваются с новой проблемой. Доказательство постоянно ускользает. Создаётся иллюзия недосягаемости доказательства. В 2019 появилось сообщение, отмеченное в [1], что Теренс Тао с помощью теории вероятностей доказал, что почти все орбиты Коллатца ограничены любой функцией, уходящей в бесконечность. В рецензии на эту работу, журнал Quanta Magazine написал, что «это один из самых значительных результатов по гипотезе Коллатца, достигнутых за последние десятилетия». Но, автору представленной здесь статьи хотелось бы отметить ещё одну работу, а именно видеоролик: [2], по теме, как важный вклад в поиске пути решения гипотезы. Видеоролик, длительностью около 20 минут, на первый взгляд является развлекательным научно-популярным контентом канала Vert Dider, размещённый на площадке Yutube, но представленная в нём информация, да ещё в великолепном изложении ведущего Дерека Мюллера, подтолкнула к ответу, на один из важных вопросов в доказательстве гипотезы, о чём, в том числе, будет далее. С большим Уважением и огромной благодарностью к несравненному Дереку Мюллеру.

Во всех известных, но непризнанных доказательствах гипотезы Коллатца, остаются нерешёнными два принципиальных вопроса:

1) Не доказано и не опровергнуто существование последовательностей, замкнутых в кольцо.
2) Не доказано и не опровергнуто существование последовательностей, уходящих в бесконечность;

Из этих нерешённых вопросов выделим два утверждения, те, которые подтверждают гипотезу. Если они будут доказаны: доказывать какое-либо другое уже не имеет смысла. Выводы построенные на других утверждениях всегда будут вызывать сомнения, если не будут доказаны эти:

УТВЕРЖДЕНИЕ 1: в алгоритме Коллатца не существует последовательностей закольцованных.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2: в алгоритме Коллатца не существует последовательностей, уходящих в бесконечность.

ЧАСТЬ 1

УТВЕРЖДЕНИЕ 1: в алгоритме Коллатца не существует последовательностей закольцованных

1.1 УСПЕШНЫЕ РЕШЕНИЯ АЛГОРИТМА КОЛЛАТЦА

Если в алгоритме Коллатца конечной целью является единица, то перед тем как к ней прийти мы обязательно выйдем на одно из значений из ряда 2^n. Для ряда 2^n выполним действия обратные алгоритму «3X+1», тем самым выясним, при достижении каких значений 2^n алгоритм сворачивается в 1. Оказывается не при всех, а только с чётным показателем степени. Результаты сведены в таблицу обратных преобразований ряда 2^{2n} по алгоритму Коллатца (Таблица 1)

N	2^{2n}	2^{2n}-1	$\frac{2^{2n}-1}{3}$
1	4	3	1
2	16	15	5
3	64	63	21
4	256	255	85
5	1024	1023	341
6	4096	4095	1365
И т.д.	...	...	...

Таблица1. Таблица обратных преобразований ряда 2^{2n} по алгоритму Коллатца.

Существует бесконечное количество значений натурального ряда, определяемые формулой:

$$\frac{2^{2n}-1}{3} \qquad (1)$$

которые в итоге приводят к значению 2^{2n} и сворачиванию числа в 1. Будем называть эти значения, и маршруты к ним приводящие, **успешными решениями алгоритма**. Можно показать, что делитель 3 в приведённой формуле не является помехой для нашего вывода, т.е. число 2^{2n}-1 при всех n≥1 кратно 3. Решения для соседних чисел различаются между собой значением:

$$\frac{2^{2(n+1)}-1}{3} - \frac{2^{2n}-1}{3} = 2^{2n} \qquad (2)$$

Это значит, зная решение для предыдущего числа n, решение для следующего n+1 можно определить по формуле:

$$\frac{2^{2n}-1}{3} + 2^{2n} = \frac{2^{2(n+1)}-1}{3} \qquad (3)$$

И так далее, до бесконечности. Куда бы мы не двигались, вперёд-назад, мы всегда будем находиться между двух, тех или иных, успешных решений алгоритма. И хотя нам, для доказательства гипотезы, уже достаточно утверждения, что количество успешных решений бесконечное множество, мы всегда можем его усилить. Например, каждое значение натурального ряда, определяемое (1) можно дополнительно умножить на 2^n. Например, число 5 умножить на 2^n, число 7 умножить на 2^n. Каждое число, из уже известных, ранее пройденных и завершённых единицей маршрутов, умножить на 2^n. Тогда мы должны удивляться уже не тому, что каждое число по алгоритму Коллатца завершается единицей, а почему вообще существуют числа с большими маршрутами. Оказавшись в значении успешного решения, число должно немедленно свернуться в единицу. Ответ находим простой. Во первых: множество чисел сворачивается действительно быстро, во вторых: каждый длинный маршрут составлен из уже известных, ранее пройденных и завершённых единицей маршрутов.

Предположим, между успешными решениями всё же существуют значения, не относящиеся к успешным. Сколько их. Определённо, должно быть ограниченное количество, значит мы простым перебором неизбежно их преодолеем. Каждое новое число на пути алгоритма есть очередной шаг к цели. Успешное решение алгоритма - это просто один из очередных шагов. Как только мы окажемся на одном из ранее пройденных и завершённых единицей маршрутов, можно считать завершённым и текущий. Формула (3X+1)/2 производит движение вперёд, в сторону увеличения текущего числа, а формула (3X+1)/2n, где n>1, назад, в сторону его уменьшения. Действие +1 в алгоритме «3X+1» гарантирует его непрерывность, способствует непрерывности движения числа к успешному решению. Для того, чтобы этот процесс движения не прерывался необходимо чтобы каждое очередное число последовательности отличалось от любого из предыдущих. Иначе будет образовано так называемое кольцо – бесконечное чередование одного и того же фрагмента последовательности.

Мы должны доказать, что алгоритм «3X+1» исключает повторения , каждое очередное число последовательности отличается от любого из предыдущих.

1.2 ПРИМЕЧАНИЕ К УТВЕРЖДЕНИЮ 1:

К слову сказать, так называемый цикл 4-2-1, часто упоминаемый в связи с гипотезой Коллатца, по определению не является кольцом. Алгоритм «3X+1», или «3n+1» – гипотеза: есть сокращённое название гипотезы Коллатца, сокращённая запись алгоритма, а полный алгоритм перехода из одного состояния в другое, от одного нечётного к другому нечётному, включает ещё и деление на два, в общем виде выражается формулой (4):

$$X_{n+1} = \frac{3X_n+1}{2^m} \tag{4}$$

Здесь: X_n- исходное (или предыдущее) нечётное, X_{n+1} - очередное нечётное, m – количество делений на два до очередного нечётного. Запись алгоритма в виде формулы (4) предполагает начинать именно с нечётного. С какого бы числа, целого и положительного, мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, мы в итоге придём к единице. Известны и другие формулировки гипотезы, не меняющие её сути. Например такая: Берём любое натуральное число; Если оно чётное, разделим его на два, а если нечётное, то умножаем на три и прибавляем единицу; Над полученным числом выполняем те же действия, и так далее. Какое бы начальное число мы ни взяли, рано или поздно мы получим единицу. Утверждается, что эта простая формулировка понятна практически всем здравомыслящим людям. После того, как мы пришли к единице алгоритм завершается, точка.

Кольцом может называться последовательность, состоящая из нескольких нечётных. Фраза “С какого бы числа, целого и положительного, мы не начали…” - между строк содержит смысл, в котором имеется в виду, что несомненно, это число должно быть натуральное и оно должно быть больше единицы и больше известного проверенного. С этого - только начинается ГИПОТЕЗА.

Но, мы работаем с разными натуральными числами, маленькими, большими. Если гипотеза верна, она верна для любого натурального.

1.3 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО УТВЕРЖДЕНИЯ 1

Пусть $X_0 = 107$ число произвольной последовательности. Предположим оно является исходным числом закольцованного фрагмента. Отследим маршрут исходного числа этого предположительно закольцованного фрагмента.

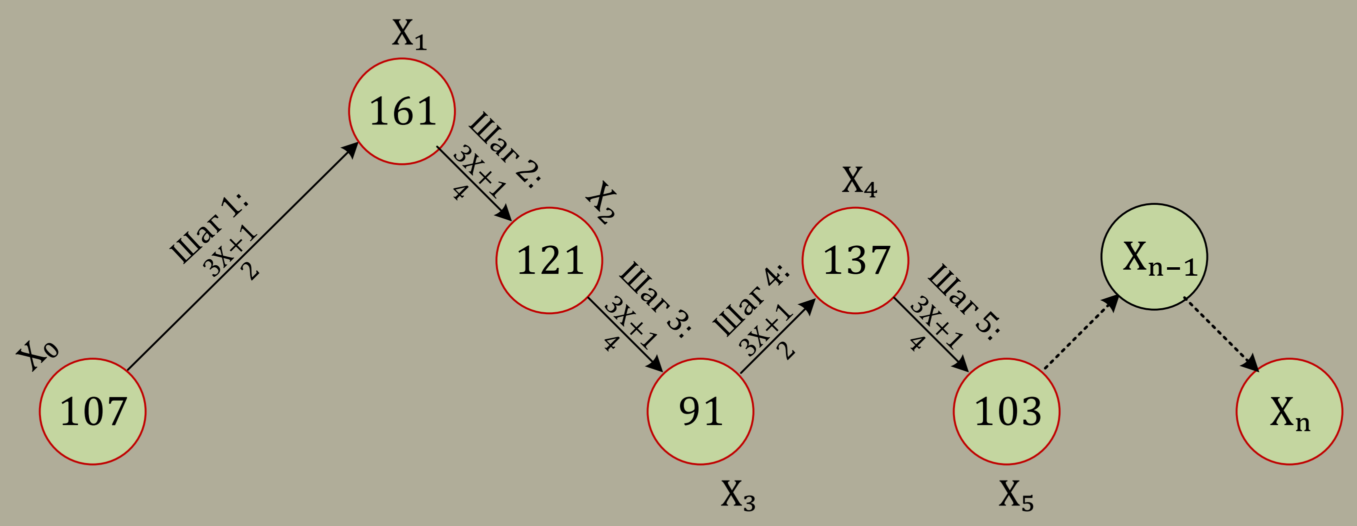


Рис.1 Маршрут числа 107 по алгоритму Коллатца

Шаг 1 (вперёд):

$$X_1 = \frac{3X_0+1}{2} \quad \Rightarrow \quad X_1 = \frac{3 \cdot 107+1}{2} = 161 \tag{5}$$

С другой стороны переход от $X_0=107$ к числу $X_1=161$ можно выразить через коэффициент K_1

$$X_1 = K_1 \cdot X_0 \quad \Rightarrow \quad K_1 = \frac{X_1}{X_0} \quad \Rightarrow \quad K_1 = \frac{161}{107} \approx 1{,}50467 \tag{6}$$

Шаг 2 (назад):

$$X_2 = \frac{3X_1+1}{4} \quad \Rightarrow \quad X_2 = \frac{3 \cdot 161+1}{4} = 121 \quad \text{или} \quad X_2 = K_2 \cdot X_1 \quad \Rightarrow \quad K_2 = \frac{X_2}{X_1} \quad \Rightarrow \quad K_2 = \frac{121}{161} \approx 0{,}75155 \tag{7}$$

Шаг 3 (назад):

$$X_3 = \frac{3X_2+1}{4} \quad \Rightarrow \quad X_3 = \frac{3 \cdot 121+1}{4} = 91 \quad \text{или} \quad X_3 = K_3 \cdot X_2 \quad \Rightarrow \quad K_3 = \frac{X_3}{X_2} \quad \Rightarrow \quad K_3 = \frac{91}{121} \approx 0{,}75206 \tag{8}$$

Шаг 4 (вперёд):

$$X_4 = \frac{3X_3+1}{2} \quad \Rightarrow \quad X_4 = \frac{3 \cdot 91+1}{2} = 137 \quad \text{или} \quad X_4 = K_4 \cdot X_3 \quad \Rightarrow \quad K_4 = \frac{X_4}{X_3} \quad \Rightarrow \quad K_4 = \frac{137}{91} \approx 1{,}50549 \tag{9}$$

Шаг 5 (назад):

$$X_5 = \frac{3X_4+1}{4} \Rightarrow X_5 = \frac{3\cdot137+1}{4} = 103 \quad \text{или} \quad X_5 = K_5 \cdot X_4 \Rightarrow K_5 = \frac{X_5}{X_4} \Rightarrow K_5 = \frac{103}{137} \approx 0{,}75182 \tag{10}$$

В приведённых примерах, а также в любом шаге любой последовательности мы всегда имеем дробный переходный коэффициент от одного нечётного к другому нечётному. При этом, в шаге (вперёд), когда делитель равен 2 переходный коэффициент больше единицы. Представленный в десятичном виде он имеет более одного количество знаков после запятой. В шаге (назад), когда делитель равен 2^n, где n>1 переходный коэффициент всегда меньше единицы. Представленный в десятичном виде он также имеет более одного количество знаков после запятой.

Если представленный на рис. 1 фрагмент последовательности является закольцованным, значит одно из его очередных чисел равно исходному. Переход от исходного к этому очередному можно выразить через произведение промежуточных коэффициентов (11).

$$X_n = K\cdot X_0 = (K_1\cdot K_2 \cdot K_3 \ldots)\, X_0 \tag{11}$$

Для того, чтобы соблюдалось условие закольцованности $X_n = X_0$, необходимо, чтобы коэффициент К был равен единице,

$$K = K_1\cdot K_2 \cdot K_3\cdot K_4 \ldots \Rightarrow K = 1{,}50467 \cdot 0{,}75155 \cdot 0{,}75206 \cdot 1{,}50549 \ldots = 1{,}2803523612526303419 \ldots > 1 \tag{12}$$

$$K = K_1\cdot K_2 \cdot K_3\cdot K_4 \cdot K_5 \ldots \Rightarrow K = 1{,}50467 \cdot 0{,}75155 \cdot 0{,}75206 \cdot 1{,}50549 \cdot 0{,}75182 \ldots = 0{,}96259451223695254364 7258 \ldots < 1 \tag{13}$$

Произведение всех промежуточных коэффициентов в любом их сочетании между очередным и любым из предыдущих может принимать только два значения: или больше единицы, или меньше единицы, и никогда равным ей. Потому что в этом произведении абсолютно все промежуточные коэффициенты являются нечётными десятичными дробями. При умножении двух нечётных дробных чисел, представленных в десятичном виде, количество знаков после запятой в произведении равно сумме знаков после запятой, которые имели множители. Это есть одно из известных свойств умножения десятичных дробей. Результатом произведения всех промежуточных коэффициентов в любом их сочетании всегда является десятичная дробь с количеством знаков после запятой больше одного, т.е. число, отличающееся от единицы. Значит очередное никогда не станет равным ни одному из предыдущих. Что и требовалось доказать.

Вывод: С какого бы числа мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3Х+1, а в случае чётного следуя формуле Х/2, вперёд-назад, увеличиваясь или уменьшаясь, в процессе своего движения алгоритм исключает повторения. Применяя алгоритм к единице можно убедиться, что единица остаётся на своём месте. Единица не передвигается ни вперёд, ни назад, не увеличивается и не уменьшается. Работа, совершённая алгоритмом по отношению к единице равна нулю.

В алгоритме Коллатца не существует последовательностей закольцованных. УТВЕРЖДЕНИЕ 1 ДОКАЗАНО.

ЧАСТЬ 2.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2: из всех натуральных, с какого бы числа мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, не существует таких, которые бы уходили в бесконечность.

Доказательство утверждения 2 будет строиться на поиске потенциальных возможностей для натуральных, следовать описанным алгоритмом по сценарию непрерывного роста.

2.1. МНОЖЕСТВО НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА

Перед нами бесконечный ряд нечётных (Рис.2):

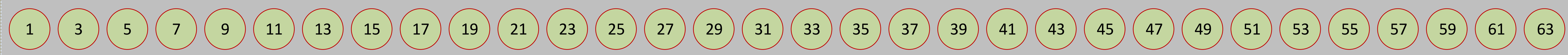


Рис.2 Ряд натуральных чисел

Представим путь нечётного числа к следующему нечётному. Умножаем на 3, прибавляем 1: получаем чётное (Рис.3):

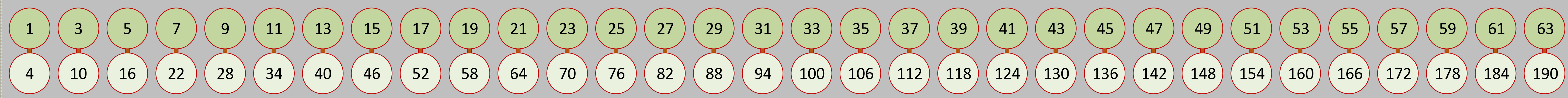


Рис.3 Ряд промежуточных чётных в алгоритме Коллатца

В половине случаев деление на 2 нас тут же вернёт к нечётному (Рис.4):

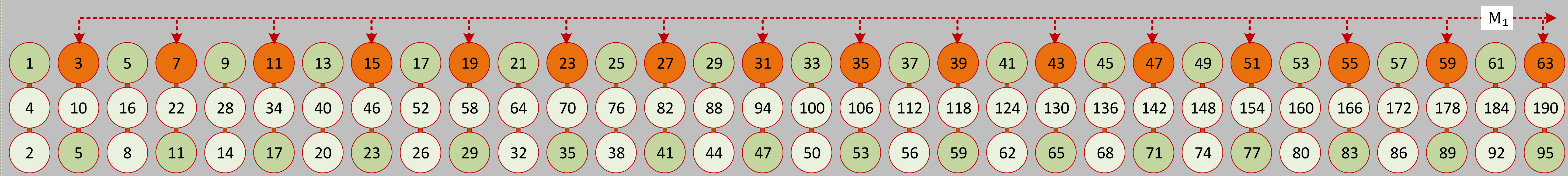


Рис.4 Первое множество Коллатца

Но каждое 4-е число, делить придётся дважды т.е. на 4.

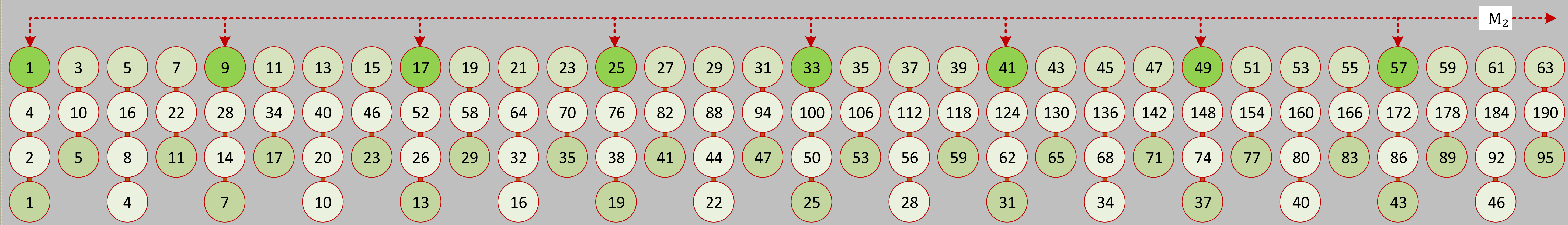


Рис.5 Второе множество Коллатца

Каждое 8-е число, делить придётся на 8, чтобы получить следующее нечётное:

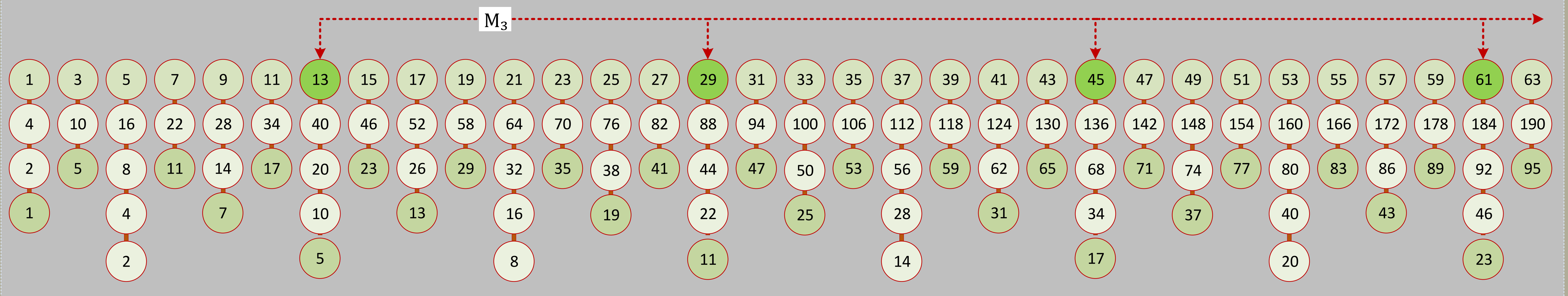


Рис.6 Третье множество Коллатца

Каждое 16-е на 16, и т.д

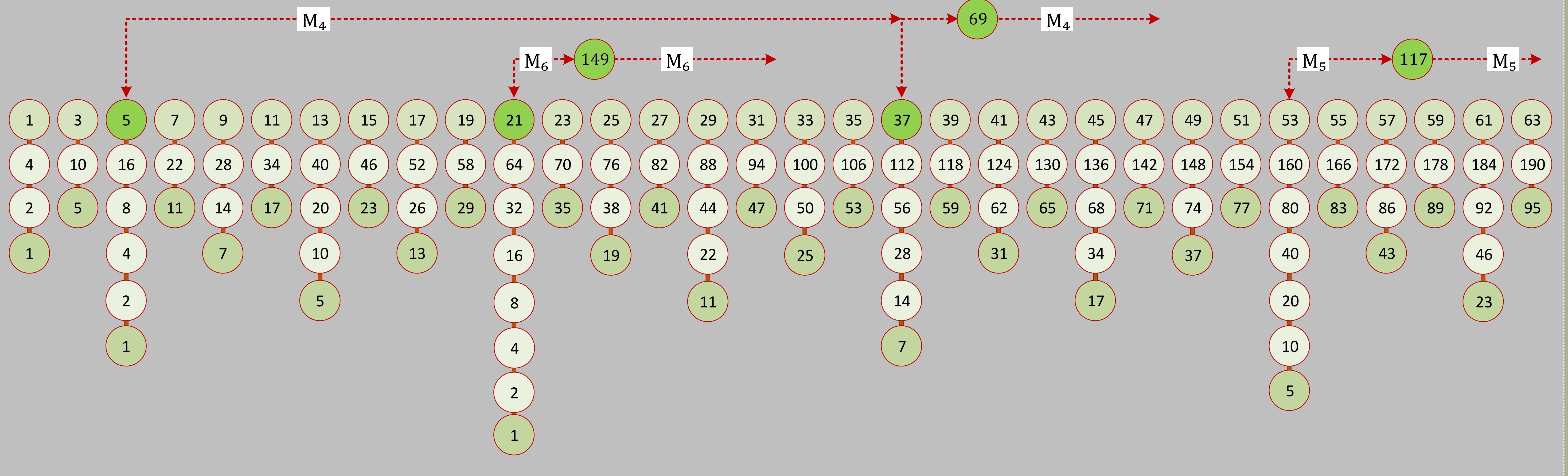


Рис.7 Четвёртое, пятое, шестое и далее другие множества Коллатца

Взяв среднее геометрическое:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{8}} \left(\frac{3}{16}\right)^{\frac{1}{16}} \cdots \left(\frac{3}{n}\right)^{\frac{1}{n}} \approx \frac{3}{4} < 1 \qquad (14)$$

мы увидим, что в среднем, чтобы добраться от одного нечетного числа к другому, нужно умножить его примерно на 3/4, что меньше единицы. При больших значениях нечётного единицей в алгоритме можно пренебречь. Выходит, чисто статистически, последовательности «3X+1» уменьшаются чаще, чем растут. Ведущий видеоролика [2] в своих рассуждениях использовал идею такого наглядного представления структуры натурального ряда для вывода статистической формулы (14), а получив её, переключился развивать мысль в другом направлении. Демонстрируя визуальные эффекты сложения параллельных потоков в один общий, прекрасно понимая, что представленные картины по прежнему остаются частным случаем общего вопроса, поставленного гипотезой Коллатца.

Нам потребуется выполнить ещё один маленький шаг, и мы **сможем увидеть механизм действия алгоритма, в результате которого число изменяет направление своего движения,** будет понятно, почему следуя одному и тому же алгоритму, с одним и тем же делителем в знаменателе формулы алгоритма, число может “неожиданно” изменить направление своего движения.

Введем новые понятия: Множество нечётных Коллатца; Производительность числа в алгоритме Коллатца; Работа числа выполненная по алгоритму Коллатца.

МНОЖЕСТВО НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА

Обозначение: **Mm,** где **m-** порядковый номер множества

Назовём ряд нечётных [3, 7, 11, 15 …} - **первым множеством** Коллатца, далее по тексту просто первым множеством или М1. Первым оно называется по признаку, того, что в результате действия алгоритма «3X+1», числа этого ряда становятся сначала четными, а затем после деления на два сразу нечётными. В результате выполнен только один полный шаг алгоритма. Позиции нечётного числа в М1 продвигают очередное всегда вперёд, в сторону его увеличения. Каждое очередное число 1-го множество отличается от предыдущего на 4, и описывается формулой (15).

$$X_n \in N \equiv Y_1\{a\} = 4a-1 \qquad (15)$$

Где: a =[1,2,3… } – порядковый номер числа принадлежащего М1; индекс 1 при Y_1 указывает на принадлежность числа к М1.

Назовём ряд нечётных [1, 9, 17, 25 …} - **вторым множеством** Коллатца, обозначим его М2 . Вторым оно называется по признаку, того, что чётные полученные в результате действия алгоритма «3X+1» приходится делить 2 раза на 2, чтобы получить очередное нечётное. Позиции нечётного числа в М2 продвигают число в сторону его уменьшения. Каждое очередное число 2-го множества отличается от предыдущего уже на 8, и описывается формулой (16):

$$X_n \in N \equiv Y_2\{a\} = 8a-7 \qquad (16)$$

Где a =[1,2,3… } – порядковый номер числа принадлежащего М2; индекс 2 при Y_2 указывает на принадлежность числа к М2.

Назовём ряд нечётных [13, 29, 45, 61 …} - **третьим множеством** Коллатца. По аналогии с первым и вторым множеством, обозначим его М3. Позиции нечётного числа в М3 продвигают число также в сторону его уменьшения. Каждое очередное число 3-го множества отличается от предыдущего на 16, и описывается формулой (17):

$$X_n \in N \equiv Y_3\{a\} = 16a-3 \qquad (17)$$

где a =[1,2,3… } – порядковый номер числа принадлежащего М3; индекс 3 при Y_3 указывает на принадлежность числа к М3.

И так далее. У каждого множества своя формула числа, которая в общем виде выглядит, как (18):

$$X_n \in N \equiv Y_m\{a\} = 2^{m+1}a - C_m \tag{18}$$

Где: m = [1,2,3…} – порядковый номер множества;

a = [1,2,3…} – порядковый номер числа принадлежащего множеству;

2^{m+1} - первая константа множества Коллатца (период).

C_m - вторая константа множества Коллатца.

$$C_m = 2^{m+1} - Y_m\{1\} \tag{19}$$

Где: $Y_m\{1\}$ - начальное число множества Mm.

Формула (18) имеет ограниченное применение, т.к. ей можно воспользоваться только когда известно начальное число $Y_m\{1\}$. В таблице 2 приведен вариант определения числа $Y_m\{a\}$ с использованием предыдущего, уже известного, значения C_{m-2}. Так мы последовательно можем легко составить таблицу формул для всех множеств от M_1 до M_m

Порядковый номер: m	$X_n \in N \equiv Y_m\{a\}$	Начальное $Y_m\{1\}$
1	$Y_1\{a\} = 4a-1$	3
3	$Y_3\{a\} = 16a-3$	13
5	$Y_5\{a\} = 64a-11$	53
7	$Y_7\{a\} = 256a-43$	213
9	$Y_9\{a\} = 1024a-171$	853
...	...	...
m-нечётное	$Y_m\{a\} = 2^{m+1}a - (C_{m-2} + 2^{m-2})$	$2^{m+1} - C_m$

Порядковый номер: m	$X_n \in N \equiv Y_m\{a\}$	Начальное $Y_m\{1\}$
2	$Y_2\{a\} = 8a-7$	1
4	$Y_4\{a\} = 32a-27$	5
6	$Y_6\{a\} = 128a-107$	21
8	$Y_8\{a\} = 512a-427$	85
10	$Y_{10}\{a\} = 2048a-1707$	341
...	...	...
m-чётное	$Y_m\{a\} = 2^{m+1}a - (C_{m-2} + 2^{m-2}5)$	$2^{m+1} - C_m$

Таблица 2. Таблицы определения произвольного значения $Y_m\{a\} \in M_m$ с использованием предыдущего значения C_{m-2}

Подводя итог описаниям основных характеристик множеств, отметим следующий факт: множество M1, единственное из всех, следующим ходом увеличивает значение числа, все остальные M_m -множества его уменьшают.

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЛА В АЛГОРИТМЕ КОЛЛАТЦА

Обозначение: **W**

Определение: Производительностью числа в алгоритме Коллатца называется количество единиц пройденных нечётным при исполнении алгоритма «3X+1» за один полный шаг. В последовательности Коллатца не существует времени. Единицей отсчёта событий является шаг алгоритма. Значение производительности определяется модулем разности между очередным нечётным и исходным.

РАБОТА ЧИСЛА В АЛГОРИТМЕ КОЛЛАТЦА

Обозначение: **A**

Определение: Работа числа выполненная по алгоритму Коллатца - есть количество единиц пройденных нечётным при исполнении алгоритма «3X+1» за несколько последовательных шагов в пределах одного множества, в пределах интервала последовательности, или всей последовательности. Значение работы определяется модулем разности между конечным в интервале нечётным и исходным.

2.2 ОПИСАНИЕ МЕХАНИЗМА ПЕРЕХОДА ЧИСЛА ИЗ ОДНОГО МНОЖЕСТВА В ДРУГОЕ

Возьмём число 7. В результате исполнения алгоритма (3X+1)/2, число 7 увеличилось примерно в 3/2 раза, переместилось в позицию числа 11. На маленьких числах, таких как 7 и 11, неочевидно, но на больших: значением +1 в формуле алгоритма можно пренебречь, и тогда действительно, в результате действия (3X+1)/2, число увеличивается примерно в 3/2 раза. С другой стороны очередное число 11 стало больше исходного на значение 11-7=4. Числа 7 и 11, отличающиеся на 4, принадлежат одному и тому же множеству M1. Числа множества M1 занимают позиции в натуральном ряду, которые продвигают очередное число всегда вперёд, в сторону его увеличения.

Каковы шансы теперь уже у исходного числа 11 следующим шагом остаться в этом же множестве. Шансы ещё есть. Та же самая формула увеличивает исходное число примерно в те же 3/2 раза (3·11+1)/2 =17, но теперь уже разница между очередным и исходным не 4, а 17-11=6. Потому что, действие умножения мы провели для большего числа, а 11 больше 7. С ещё большими числами будет ещё больше разница. Так число 11 переходит из первого множества в другое, потому, что очередное число 17 принадлежит уже другому множеству, если конкретно, то второму. Но большее число окажется в любом другом, потому что разница будет ещё больше. Таким образом, очевидных предпосылок остаться в исходном множестве следующим шагом, тем более последовательно несколько раз, у числа 11 нет. Нет таких же предпосылок по тем же причинам и у любого другого числа принадлежащего первому множеству. Нет таких же предпосылок остаться в исходном множестве по тем же причинам и у любого другого числа принадлежащего вообще любому множеству.

Механизм перехода из одного множества в другое является математическим описанием известного закона перехода количественных изменений в качественные. Число в новом множестве обретает возможность изменяться алгоритмом уже с другим делителем, поэтому переход числа в другое множество всегда является качественным переходом.

Алгоритм «3X+1» имеет закономерный механизм перехода из одного множества нечетных в другое. Алгоритму не важно в какую сторону будет изменяться очередное число. Он просто совершает свою работу. Каждая вторая позиция числа в натуральном ряду принадлежит первому множеству. Вероятность попадания очередного числа в первое множество равна 50 на 50. Такая же вероятность попадания очередного числа в любое из множеств M2, M3, M4 … M_m, ведь они также занимают каждую вторую позицию. Один очередной шаг, следующий и т.д. В какую бы сторону мы не направились, мы можем оказаться вообще в любом множестве, в любой момент сменить направление.

Теперь, когда мы знаем механизм перехода числа из одного множества в другое, когда знаем формулу числа каждого множества, каждый шаг алгоритма можно легко просчитать. Это только подтверждает, что абсолютно все последовательности Коллатца закономерны.

Рассмотрим первые 32 числа из множества нечётных Коллатца M1 (Рисунок 8). Порядковый номер числа в M1определим по формуле (15). Прибавим к числу единицу и разделим результат на четыре.

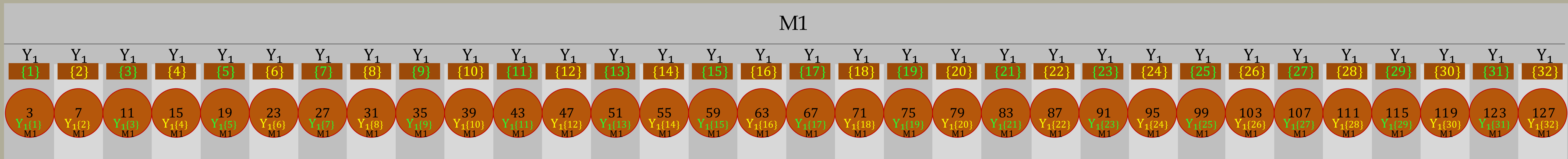


Рис.8 Первое множество Коллатца

Для наглядности, нечётные первого множества будем различать в зависимости от чётности их порядкового номера, по цветовым признакам, как на Рис 9.

Рис.9 Цветовые признаки чётности порядкового номера чисел из множества нечётных Коллатца M1

Числа, принадлежащие множествам M2, M3, M4 … M_m обозначим всех одинаково, зелёным цветом как на (Рис.10):

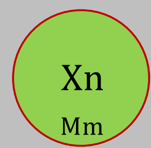


Рис.10 Цветовые признаки множеств нечётных Коллатца M2, M3, M4 … Mm.

Найдём очередное значение каждого числа из M1 (Рис.11).

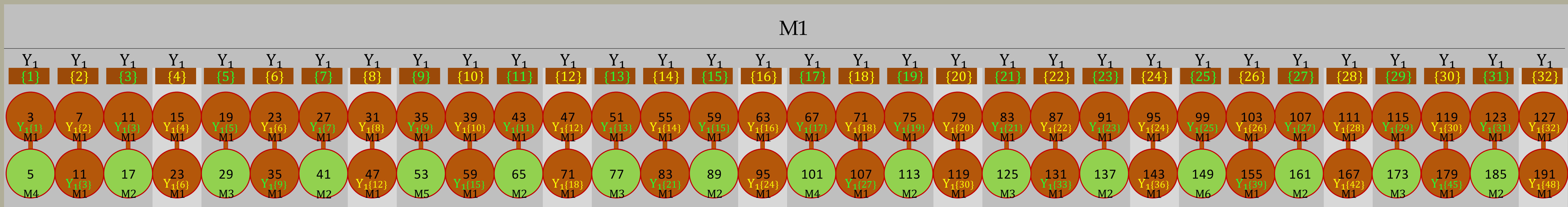


Рис.11

После первого хода все числа множества M1, с нечётным порядковым номером {1}, {3}, {5} ... перешли в одно из множеств M2, M3, M4 … M_m. а числа с чётным {2}, {4} , {6} … остались в M1. **Но, каждое второе чётное, т.е. ровно половина от их общего числа, осталось в M1 чётным.** Вторая половина чётных в M1 перешла в разряд нечётных, значит следующим ходом из нечётных эта часть перейдёт в одно из множеств M2, M3, M4 … M_m. Как видим из Рис.11 - такое поведение чисел M1, в результате действия на них алгоритма Коллатца является закономерным.

Выполним очередной шаг алгоритма.

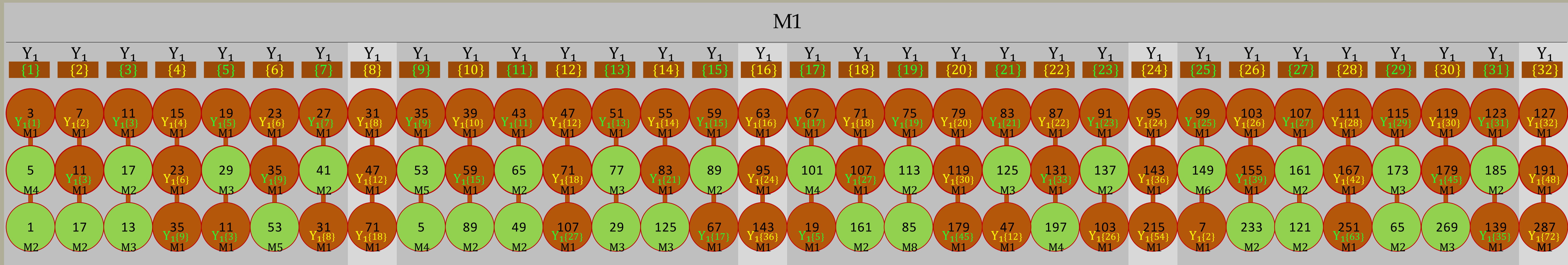


Рис.12

Очередное число в каждой четвёртой последовательности из M1 стало меньше исходного. Эти последовательности {1}, {5}, {9}, {17}, {21}, {25}, {29} мы больше рассматривать не будем. Исходим из того, что число меньше исходного, является числом проверенным, и относится к уже известным, ранее пройденным и завершённых единицей маршрутам.

Количество чётных последовательностей только с чётными порядковыми номерами входящих в них чисел, сократилось вдвое: было восемь: {4}, {8}, {12}, {16}, {20}, {24}, {28}, {32} стало четыре: {8}, {16}, {24}, {32}.

Выполним очередной шаг алгоритма.

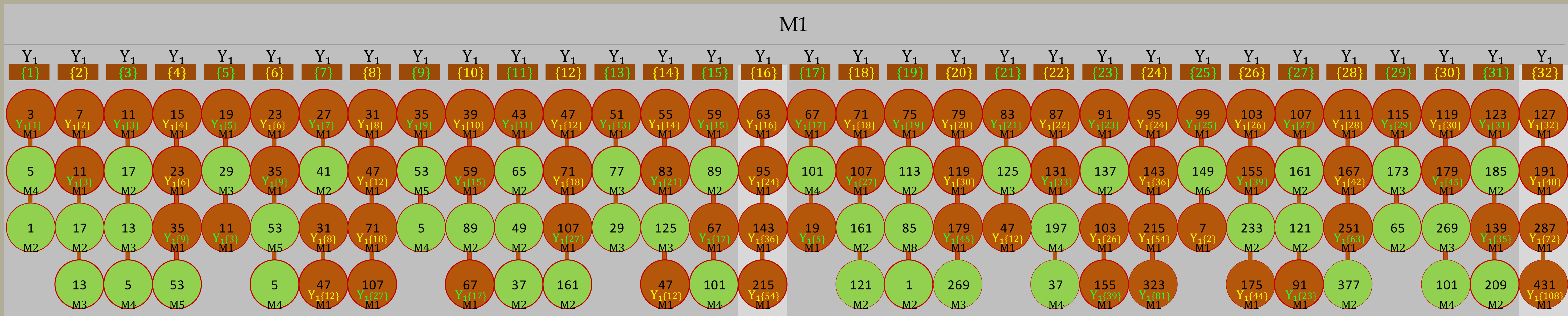


Рис.13

Из оставшихся - третья часть стала меньше исходного. Эти последовательности {3}, {6}, {11}, {14}, {19}, {22}, {27}, {30} мы также больше рассматривать не будем.

Количество чётных последовательностей только с чётными номерами входящих в них чисел опять сократилось вдвое, было четыре: {8} , {16}, {24}, {32}, стало две: {16}, {32}.

Выполним очередной шаг алгоритма.

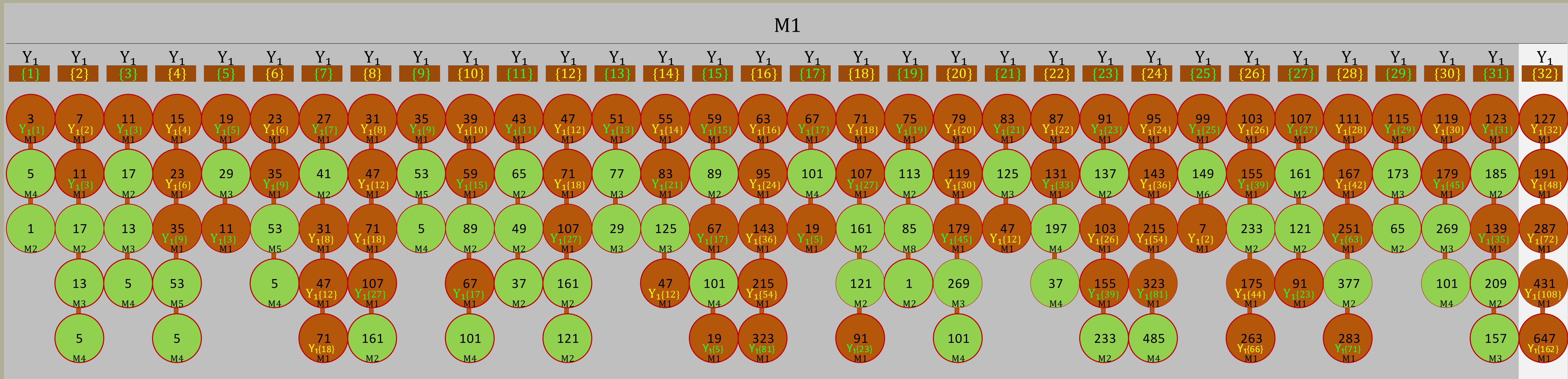


Рис.14

Количество последовательностей только с чётными номерами входящих в неё чисел опять сократилось вдвое, было две: {16}, {32}, осталась одна : {32}. Следующим шагом и эта перейдёт в позицию числа с нечётным порядковым номером, а затем в одно из множеств [M2, M3, M4…}. Но, далее в натуральном ряду, ещё остаются {64}, {128}, … и т.д.

В бесконечном натуральном ряду существует бесконечное количество последовательностей, принадлежащих M_1, состоящих только из чисел с чётными порядковыми номерами отстоящих друг от друга на дистанции 2^n, до тех пор пока очередным “n+1”- ходом они не перейдут в число с нечётным порядковым номером, а затем в одно из множеств [M2, M3, M4…}. Таким образом, можно утверждать: любая последовательность, состоящая только из чисел с чётными порядковыми номерами в M1, отстоящими друг от друга на дистанции 2^n - **конечна**.

Проведём дополнительную работу по изучении структуры множества M1. Рассмотрим фрагмент произвольной последовательности:

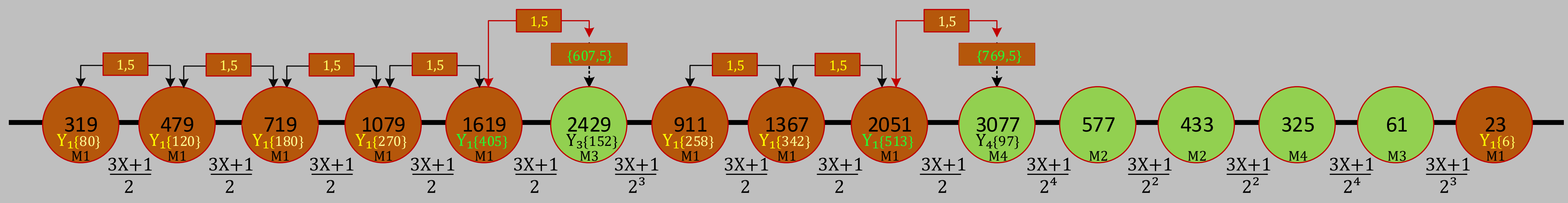


Рис.15 Фрагмент последовательности с исходным 319

Обнаружили закономерность последовательности чисел с чётными порядковыми номерами в M1. В результате действия алгоритма число в этой последовательности увеличивается приблизительно в 1,5 раза, в соответствии с полной формулой алгоритма (20), :

$$\frac{3\cdot 319+1}{2} = 479 \quad \Rightarrow \quad \frac{479}{319} \approx 1{,}50157 \tag{20}$$

а порядковый номер очередного числа увеличивается ровно в 1,5 раза (21):

$$\frac{\{120\}}{\{80\}} = 1{,}5\ ; \quad \frac{\{180\}}{\{120\}} = 1{,}5\ ; \quad \frac{\{270\}}{\{180\}} = 1{,}5\ ; \quad \frac{\{405\}}{\{270\}} = 1{,}5\ ; \quad \frac{\{342\}}{\{228\}} = 1{,}5\ ; \quad \frac{\{513\}}{\{342\}} = 1{,}5\ ; \tag{21}$$

Почему так происходит, становится ясно, после того как применим алгоритм к формуле (15) числа, принадлежащего M1:

$$\frac{3\cdot(4a-1)+1}{2} = \frac{12a-2}{2} = 6a-1 \tag{22}$$

Алгоритм, воздействуя на формулу числа M1 изменил значение коэффициента при номере "a" числа в формуле (22). Было 4a-1 стало 6a-1, а 6/4=1,5.
Увеличение чётного в 1,5 раза, последовательно несколько раз, в конечном итоге закономерно приводит к нечётному. Движение чётного к нечётному через умножение на 1,5 равносильно делению чётного пополам, значит движение чётного к нечётному в M1 для любого чётного закономерно. Другой закономерностью множества M1 является неизбежность перехода числа с нечётным порядковым номером следующим ходом в одно из множеств M2, M3, M4 ... Mm. Это видно из Рис.15. Например, при умножении нечётного номера {405}∈M1 числа 1619 на 1,5 очередное число 2429 должно было получить порядковый номер в M1 {607,5}∈M1, но число {607,5} не является натуральным, значит номером чего либо оно не может быть. Оно занимает промежуточное положение между двумя рядом стоящими номерами {607}∈M1 и {608}∈M1. Так число 2429 оказалось в другом множестве, а именно M3, но уже с натуральным порядковым номером {152}∈M3. Следующим ходом число 2429 вернулось в M1, но уже в другой последовательности чётных. Между отдельными последовательностями чётных в M1 не существует возможности перехода из одной в другую не покидая M1. Сценарий движения числа с чётным порядковым номером в M1, всегда один: сначала закономерное движение к нечётному, а затем переход в любое другое множество. Коэффициент 1,5 является простым и удобным инструментом распознавания группы нечётных в M1, следующих один за другим по алгоритму Коллатца. Последовательности чисел, непрерывно следующих в одном и том же множестве M1 объединяются в отдельные ряды групп: одиночных, двух, трёх, четырёх и т.д.

2.3 РЯДЫ ГРУПП МНОЖЕСТВА M1 НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА

Группа нечётных M1 - последовательность нечётных M1, в которой порядковый номер очередного больше предыдущего ровно в 1,5. Количество членов в группе нечётных может быть любым, в том числе состоящей из одного, с нечётным порядковым номером. Если группа состоит из нескольких нечётных, то её возглавляет нечётное-**лидер** с чётным порядковым номером, а замыкает группу **замыкающее** с нечётным порядковым номером. В свою очередь каждый лидер окажется простым членом в очередной, старшей группе. Лидера и членов группы будем различать по цветовым признакам, как на Рис 16.

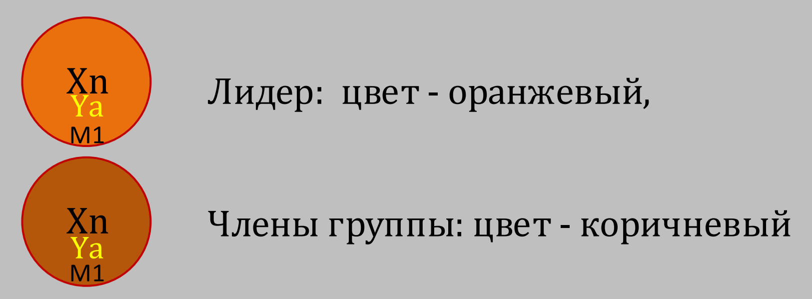


Рис.16 Отличительные цветовые признаки лидера и членов группы из множества нечётных M1

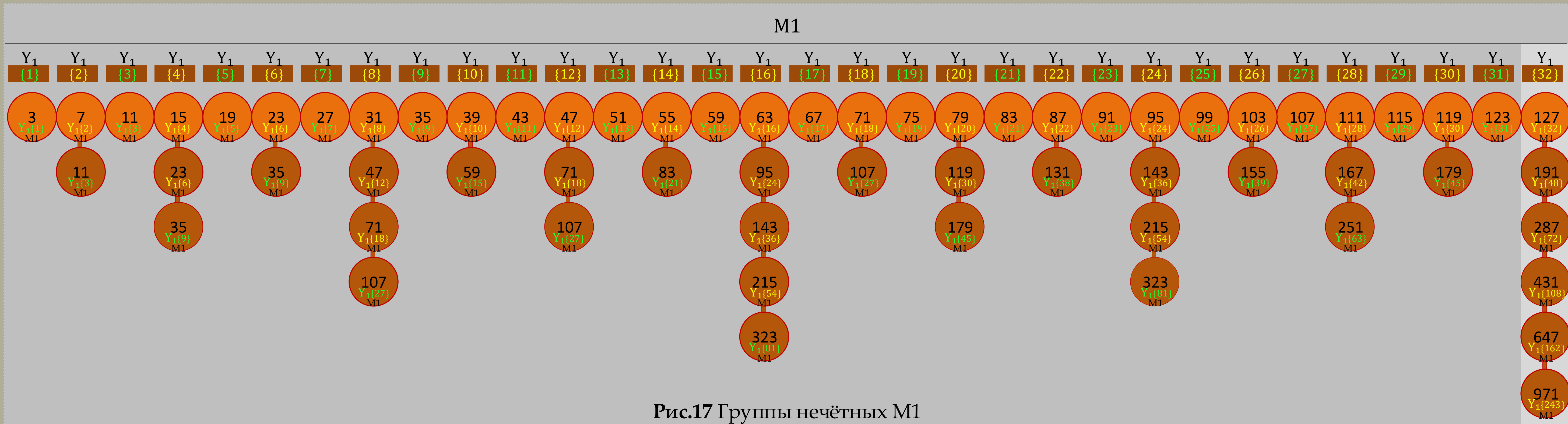


Рис.17 Группы нечётных M1

В математике при решении уравнений часто применяют метод приведения подобных. Нечто подобное выполним и мы для множества групп принадлежащих M1. Разделим множество групп, представленных Рис.17, по признаку количества находящихся в них членов:

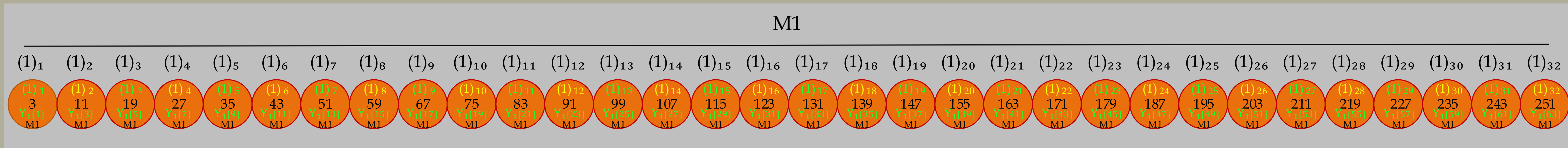


Рис.18 Множество одиночных $(1)_s \in M_1$

Очередное число ряда нечётных одиночных отличается от предыдущего на одно то же значение 8, и оно описывается формулой (23):

$$X_n \in N \equiv (1)_s \in M_1 = 8s-5 \qquad (23)$$

где s = 1, 2 , 3 … - порядковый номер натурального в ряду нечётных одиночных $(1)_s$, принадлежащих M1.

Например числом с порядковым номером s=14 из ряда $(1)_s \in M_1$ является: $(1)_{14} \in M_1 = 8 \cdot 14 - 5 = 107$.

Если требуется определить какое положение будет занимать число из натурального ряда X_{107} =107 в ряде $(1)_s \in M_1$: $X_{107} \in (1) = (107+5)/8 \Rightarrow X_{107} \in (1) = 14$

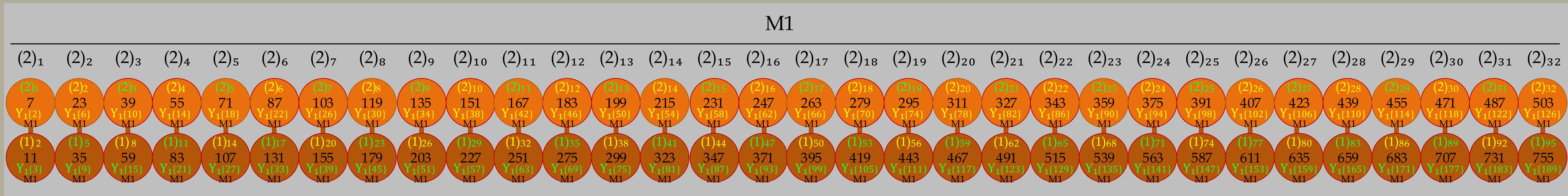


Рис.19 Множество двух $(2)_s \in$ M1

Очередное число-лидер ряда нечётных двух отличается от предыдущего на одно то же значение 16, и оно описывается формулой (24):

$$X_n \in N \equiv (2)_s \in M_1 = 16s-9 \qquad (24)$$

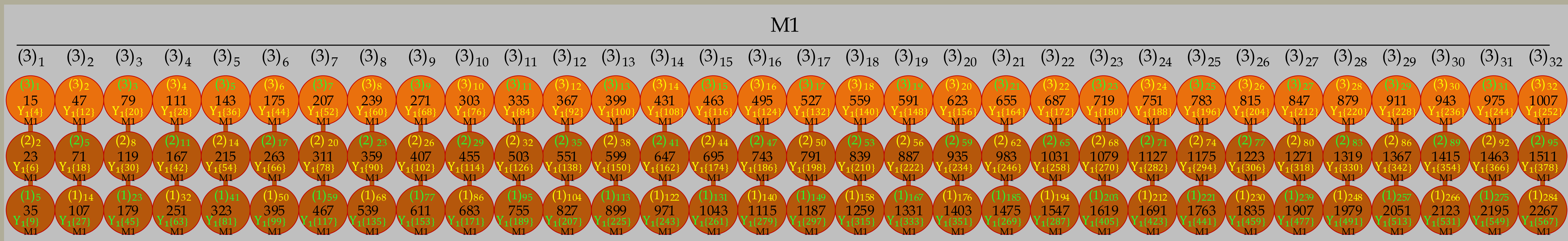


Рис.20 Множество трёх $(3)_s \in$ M1

Очередное число-лидер ряда нечётных трёх отличается от предыдущего на одно то же значение 32, и оно описывается формулой(25):

$$X_n \in N \equiv (3)_s \in M_1 = 32s-17 \tag{25}$$

И так далее. Каждый следующий ряд, содержащий большее количество членов в группе описывается формулой общего вида (26):

$$X_n \in N \equiv (G)_s \in M_1 = 2^{G+2}s - (2^{G+1}+1) \tag{26}$$

Где G-номер ряда, с количеством членов в группе равным G.

s - порядковый номер числа в ряде (G).

В таблице 3 приведены формулы лидеров первых десяти рядов групп нечётных принадлежащих множеству M1

Порядковый номер: s	$X_n \in N \equiv (G)_s \in M_1 = 2^{G+2}s - (2^{G+1}+1)$	Начальное $(G)_1$
1	$(1)_s = 8s-5$	3
2	$(2)_s = 16s-9$	7
3	$(3)_s = 32s-17$	15
4	$(4)_s = 64s-33$	31
5	$(5)_s = 128s-65$	63
6	$(6)_s = 256s-129$	127
7	$(7)_s = 512s-257$	255
8	$(8)_s = 1024s-513$	511
9	$(9)_s = 2048s-1025$	1023
10	$(10)_s = 4096s-2049$	2047
И т.д.	. . .	И т.д.

Таблица 3. Таблица формул рядов лидеров групп нечётных принадлежащих множеству M1

Таким образом, каждое нечётное, принадлежащее М1 анатомически проявляет себя, как минимум, в трёх измерениях. В каждом из этих измерений число имеет свой порядковый номер **a**, **n**, или **s**. При этом имеем тождественность $X_n \in N \equiv Y_a \in Mm \equiv (G)_s \in M1$. Совокупность всех признаков числа (порядковый номер числа, чётность номера) определяет его положение в структуре множества нечётных М1. Далее будем изображать нечётное, принадлежащее множеству М1, как на **Рис.21**:

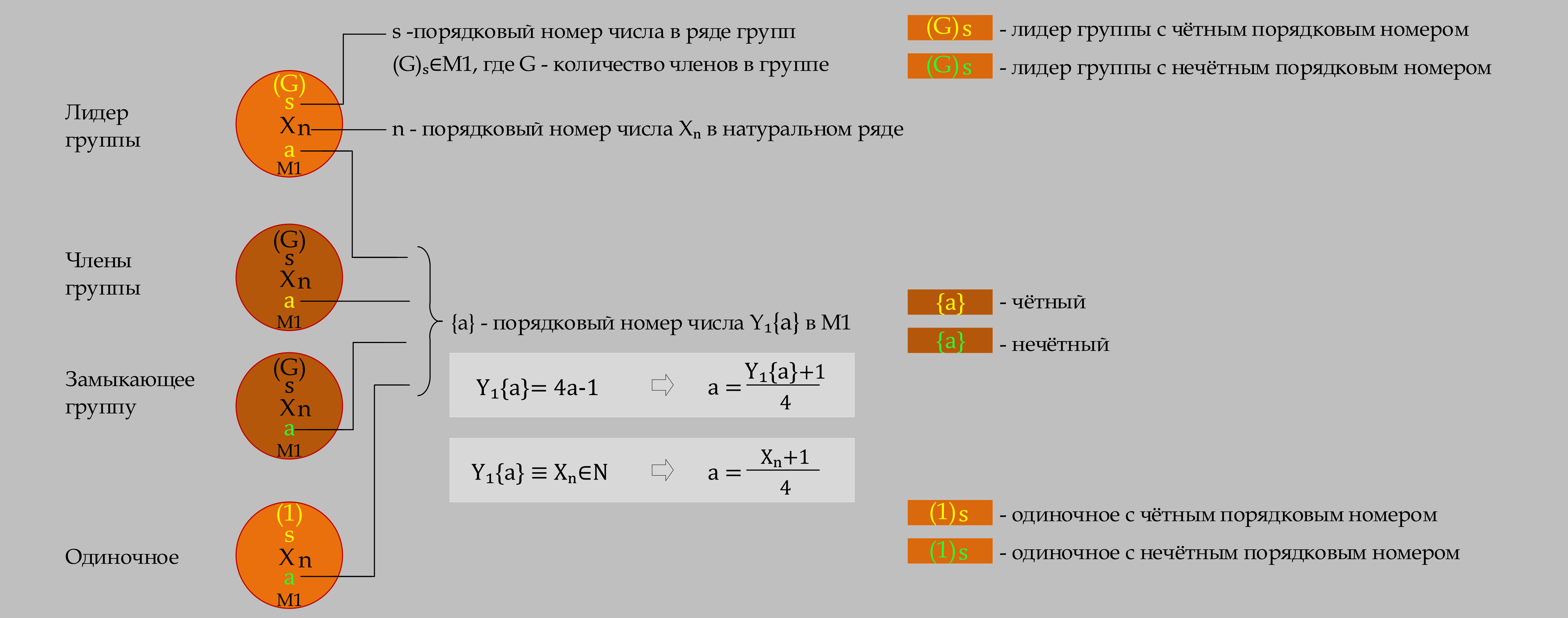


Рис.21 Анатомия нечётного числа, принадлежащего множеству М1

2.4 ЗЕРКАЛЬНЫЙ РЯД АЛГОРИТМА КОЛЛАТЦА

Из Таблицы 3 и Таблицы 2 выделим начальные значения и периоды закономерных рядов групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s и рядов множеств М2, М3, М4, … Мм, соответственно.
Результаты сведены в таблицу 4 (Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца)

М1	$(G)_s$	Начальное $(G)_1$	период 2^{G+2}	Вектор
	$(1)_s$	3	8	↗
	$(2)_s$	7	16	↗
	$(3)_s$	15	32	↗
	$(4)_s$	31	64	↗
	$(5)_s$	63	128	↗
	$(6)_s$	127	256	↗
	$(7)_s$	255	512	↗
	$(8)_s$	511	1024	↗
	$(9)_s$	1023	2048	↗
	И т.д.	…	…	↗

$\equiv$

М2, М3, М4, … Мм	Мm	Начальное $Y_{m\{1\}}$	период 2^{m+1}	Вектор
	М2	1	8	↘
	М3	13	16	↘
	М4	5	32	↘
	М5	53	64	↘
	М6	21	128	↘
	М7	213	256	↘
	М8	85	512	↘
	М9	853	1024	↘
	М10	341	2048	↘
	И т.д.	…	…	↘

Таблица 4. Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца

Таблица 4 даёт наглядное представление того, как одно множество соотносится с другим. Каждому закономерному ряду $(G)_s$ находим зеркальное соответствие, в виде другого ряда, с таким же периодом, в одном из множеств Мm. Зеркальные по направлению закономерные ряды имеют одинаковые периоды между членами ряда, значит количество членов в них в пределах натурального одинаково. Каждому члену одного ряда найдём зеркальное соответствие другого. Начальные значения закономерных рядов множеств М2, М3, М4, … Мм есть ни что иное, как успешные решения алгоритма, интересный факт, но нам важнее будет увидеть другое.
Составим последовательности начальных значений этих закономерных рядов (Рис.22)

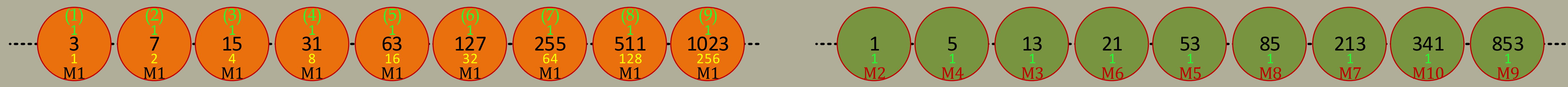


Рис.22 Последовательности начальных (первых по порядку) номеров нечётных, принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)S ∈M1 и множествам M2, M3, M4, … Mм

Начальные этих закономерных рядов расположим в порядке их следования в натуральном ряде (Рис.23)

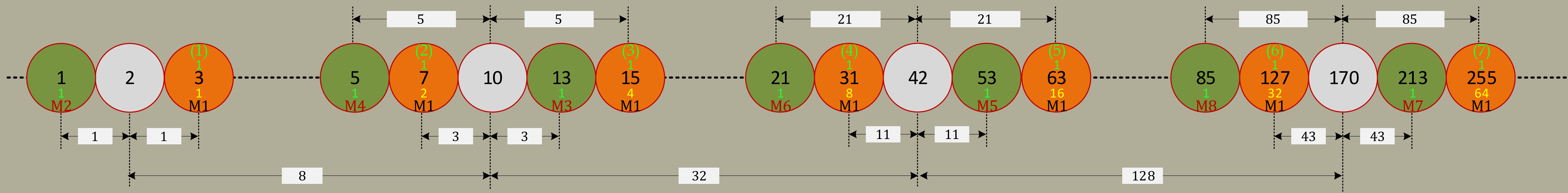


Рис.23. Зеркальный ряд Коллатца 1-го порядка (ряд чисел с 1-м порядковым номером)

Алгоритм Коллатца разделил натуральный ряд на два зеркально симметричных множества закономерных рядов. На оси симметрии находятся чётные числа натурального ряда – успешные решения алгоритма Коллатца. Они образуют закономерный ряд начальных, описываемый формулой (27):

$$Z_u \in N = \frac{2^{2u}-1}{3} \cdot 2 \tag{27}$$

Где “u” -порядковый номер очередного начального зеркальных рядов.

Из Таблицы 2 и Таблицы 3 выделим следующие после начальных значения закономерных рядов групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s и рядов множеств M2, M3, M4, … Мм, соответственно. Результаты 9 порядковых номеров сведены в Таблицу 5 (Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца)

$(G)_s$	период 2^{G+2}	$(G)_1$	$(G)_2$	$(G)_3$	$(G)_4$	$(G)_5$	$(G)_6$	$(G)_7$	$(G)_8$	$(G)_9$
$(1)_s$	8	3	11	19	27	35	43	51	59	67
$(2)_s$	16	7	23	39	55	71	87	103	119	135
$(3)_s$	32	15	47	79	111	143	175	207	239	271
$(4)_s$	64	31	95	159	223	287	351	415	479	543
$(5)_s$	128	63	191	319	447	575	703	831	959	1087
$(6)_s$	256	127	383	639	895	1151	1407	1663	1919	2175
$(7)_s$	512	255	767	1279	1791	2303	2815	3327	3839	4351
$(8)_s$	1024	511	1535	2559	3583	4607	5631	6655	7679	8703
$(9)_s$	2048	1023	3071	5119	7167	9215	11263	13311	15359	17407
И т.д.	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

≡

Mm	период 2^{m+1}	$Y_m\{1\}$	$Y_m\{2\}$	$Y_m\{3\}$	$Y_m\{4\}$	$Y_m\{5\}$	$Y_m\{6\}$	$Y_m\{7\}$	$Y_m\{8\}$	$Y_m\{10\}$
M2	8	1	9	17	25	33	41	49	57	65
M3	16	13	29	45	61	77	93	109	125	141
M4	32	5	37	69	101	133	165	197	229	261
M5	64	53	117	181	245	309	373	437	501	565
M6	128	21	149	277	405	533	661	789	917	1045
M7	256	213	469	725	981	1237	1493	1749	2005	2261
M8	512	85	597	1109	1621	2133	2645	3157	3669	4181
M9	1024	853	1877	2901	3925	4949	5973	6997	8021	9045
M10	2048	341	2 389	4437	6485	8533	10581	12629	14677	16725
И т.д.	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Таблица 5. Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца

Составим последовательности следующих, после начальных, значений этих закономерных рядов (Рис.24)

Рис.24. Последовательности вторых по порядку номеров нечётных, принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s∈M1 и множествам M2, M3, M4, … Мм

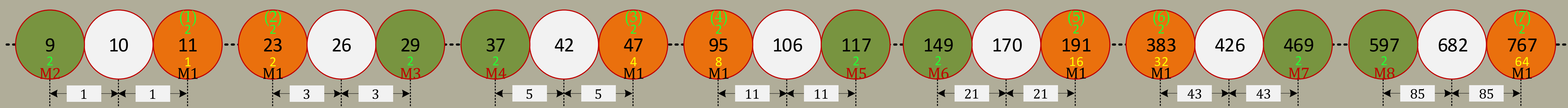


Рис.25. Зеркальный ряд Коллатца 2 порядка (ряд чисел со 2-м порядковым номером)

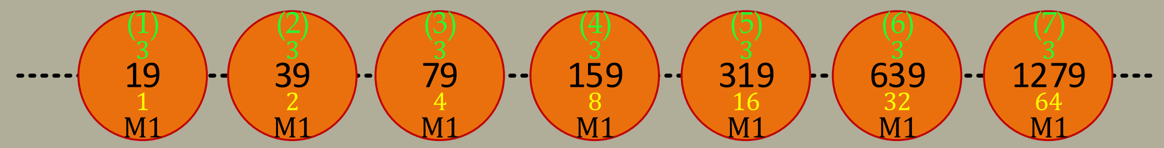


Рис.26. Последовательности третьих по порядку номеров нечётных, принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, ... (G)s∈M1 и множествам M2, M3, M4, ... Mm

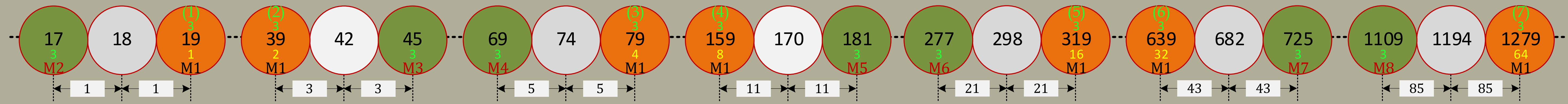


Рис.27. Зеркальный ряд Коллатца 3 порядка (ряд чисел с 3-м порядковым номером)

Рис.28. Последовательности чевёртых по порядку номеров нечётных, принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, ... (G)S ∈M1 и множествам M2, M3, M4, ... Mm

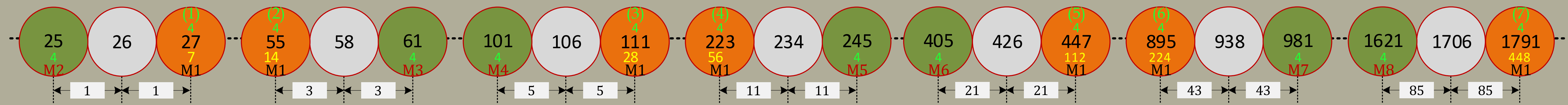


Рис.29. Зеркальный ряд Коллатца 4 порядка (ряд чисел с 4-м порядковым номером)

Продолжая таким же образом для других по порядку номеров получим и остальные значения чётных, находящихся на зеркальной оси (Рис.30):

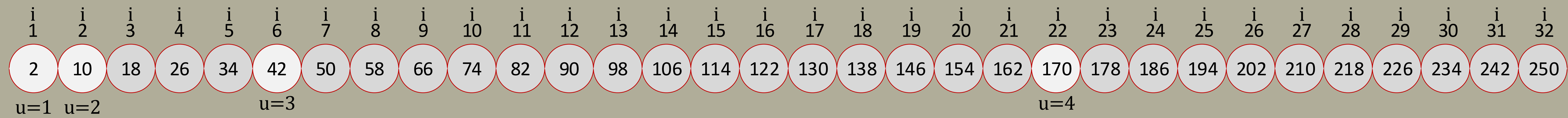


Рис.30. Первые 32 числа полного зеркального ряда алгоритма Коллатца

Алгоритм Коллатца разделил натуральный ряд на два зеркально симметричных множества закономерных рядов. На оси симметрии, которую мы назвали полным зеркальным рядом алгоритма Коллатца находятся чётные натурального ряда следующие друг за другом с периодом равным восьми. Они образуют закономерный ряд, описываемый формулой (28):

$$Z_i \in N = 8i - 6 \tag{28}$$

Где “i” -порядковый номер очередного зеркального.
Мы знаем, что половина нечётных из натурального ряда принадлежит первому множеству, а вторая половина нечётных является суммой всех нечётных остальных множеств (35):

$$M_1 = M_2 + M_3 + M_4 \ldots + M_m \qquad \text{или} \qquad \big((1)_s + (2)_s + (3)_s \ldots + (G)_s\big) \in M_1 = M_2 + M_3 + M_4 \ldots + M_m \tag{29}$$

Т.е. по количественному составу сценариев роста (ВПЕРЁД) и убывания (НАЗАД), не существует доминирования одного сценария над другим. Но, ещё мы знаем, что продвижение ВПЕРЁД, никогда не бывает тождественным продвижению НАЗАД по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному. Причина в том, что формула алгоритма (4) по своей природе асимметрична.
В сценарии зеркального ВПЕРЁД количество шагов определяется количеством применения полной формулы (3X+1)/2, а в сценарии зеркального НАЗАД количеством делений на два чётного, полученного в результате вычисления числителя этой формулы (3X+1). Получается, что количество шагов отличаются на единицу в пользу сценария убывания.
Рассмотрим произвольную зеркальную пару с нечётным порядковым номером, например s=99, для удобства вычислений и наглядности пусть она имеет небольшое количество ходов, например из ряда двух, принадлежащего множеству M1: по формуле для ряда двух из Таблицы 3 находим значение числа с порядковым номером s=99

$$(2)_s \in M1 = 16s - 9 \quad \Rightarrow \quad (2)_{99} \in M1 = 16 \cdot 99 - 9 = 1575 \tag{30}$$

В соответствии с анатомией нечётного в M1 (Рис.21), учитывая тождественность $X_n \in N \equiv Y_a \in Mm \equiv (G)_s \in M1$, порядковый номер числа 1575 в M1 вычислим по формуле множества M1 из Таблицы 2:

$$Y_a \in M1 = 4a - 1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{Y_a \in M1 + 1}{4} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1575 + 1}{4} = 394 \tag{31}$$

Зеркальное для числа из ряда двух $(2)_{99} \in M1 = 1575$ находится в M3, потому что количество шагов -делений на два в зеркальном должно быть больше на +1.
Значение $X_n \in N \equiv Y_a \in M3$ для a=99 найдем по соответствующей формуле из Таблицы 2

$$X_n \in N \equiv Y_a \in M_3 = 16a - 3 \quad \Rightarrow \quad Y_{99} \in M_3 = 16 \cdot 99 - 3 = 1581 \tag{32}$$

Чётное, для зеркальной пары является её средним арифметическим, т.е. 1578, таким образом имеем все необходимые атрибуты зеркальной пары с нечётным порядковым номером s=99, Рис.31:

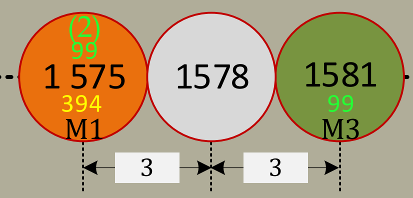


Рис.31. Зеркальная пара нечётных с нечётным порядковым номером 99 из ряда двух и зеркального ему множества М3

Выполним сравнительный анализ зеркальной пары нечётных 1575 и 1581 по совершаемой алгоритмом работе (Рис.32):

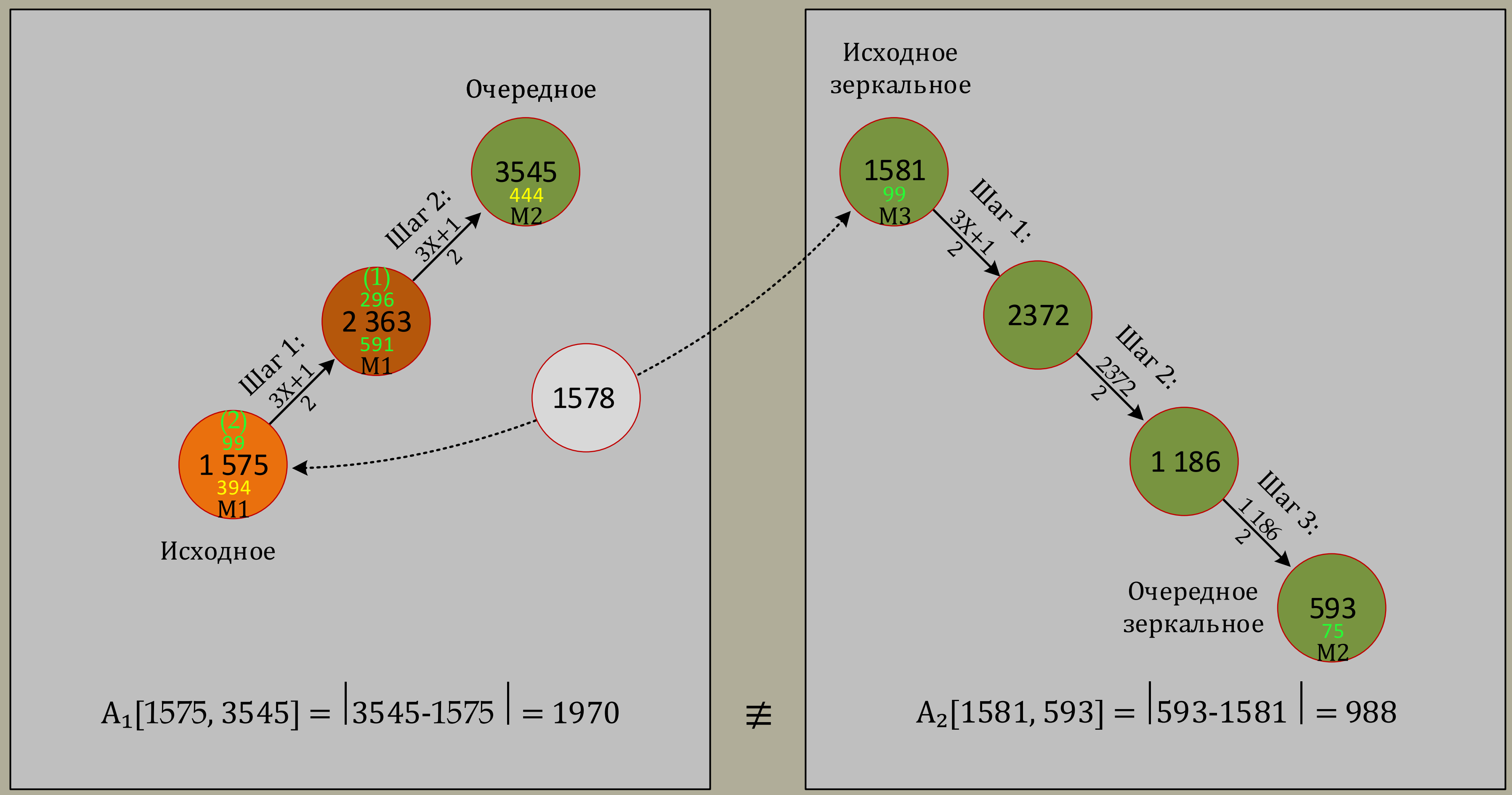
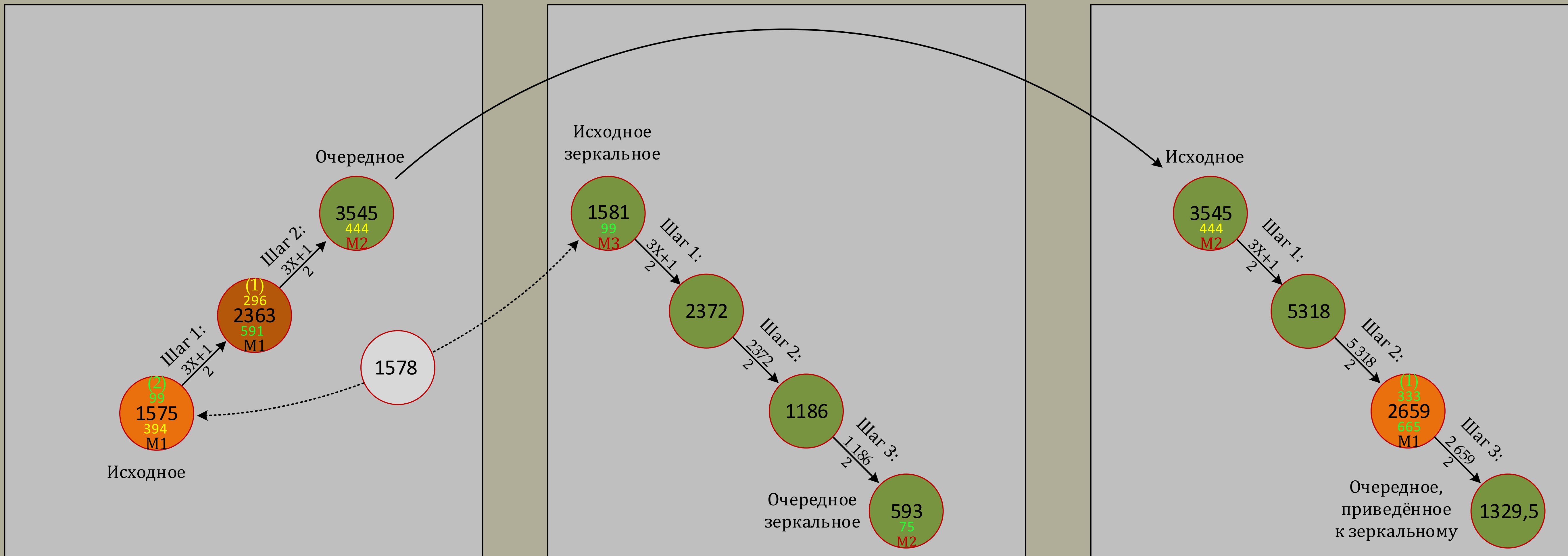


Рис.32. Сравнительный анализ зеркальной пары нечётных 1575 и 1581 по совершаемой работе.

Совершаемая алгоритмом работа зависит от значения исходного. Чем больше значение исходного, тем больше работа, при прочих равных условиях, для одного шага алгоритма. Приведённый пример сравнения (Рис.32) некорректен. Сравнивать работу алгоритма в сценариях ВПЕРЁД и НАЗАД можно, только когда один сценарий является продолжение другого.

Зеркальный шаг ВПЕРЁД всегда завершается переходом в одно из множеств, содержащих сценарии НАЗАД. В примере Рис.32 найдём продолжение сценария ВПЕРЁД. Очередное для исходного 1575 это 3545∈М2, значит 3545∈М2 является исходным для сценария НАЗАД. Необходимо для исходного 3545 выполнить такое же количество шагов назад, как и для зеркального с исходным 1581 (Рис.33):



$A_1[1575, 3545] = |3545-1575| = 1970$

$K_1 = \dfrac{3545}{1575} \approx 2{,}250793$

$\not\equiv$

$A_2[1581, 593] = |593-1581| = 988$

$K_2 = \dfrac{593}{1581} \approx 0{,}375079$

$\equiv$

$A_3[3545, 1329{,}5] = |1329{,}5 - 3545| = 2215{,}5$

$K_3 = \dfrac{1329{,}5}{3545} = 0{,}375035$

Рис.33. Сравнительный анализ зеркальной пары нечётных 1575 и 1581 по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному.

Получили приведённое к зеркальному число 1329,5 . Сценарий НАЗАД приведённый к зеркальному по количеству одинаковых шагов переместил очередное 3545 ниже исходного 1575. Это также видно из сравнения выполненных работ: $A_3[3545, 1329{,}5]=2215{,}5 > A_1[1575, 3545]= 1970$. Если бы составляющие зеркальных пар были продолжением одно другого, процесс сворачивания последовательности в единицу для любого натурального был бы очевидным. Но мы имеем ситуацию, в которой составляющие зеркальных пар оказались разделёнными. В реальности имеем те же самые составляющие зеркальных пар, возможно даже входящие в состав одной и тоже последовательности, а процесс сворачивания последовательности в единицу для любого натурального уже стал неочевидным.

Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары

$$K_{1\text{-}2} = K_1 \cdot K_2 \approx 2{,}250793 \cdot 0{,}375079 \approx 0{,}844225 \qquad (33)$$

Найдём значение общего переходного коэффициента пары тождественной зеркальной

$$K_{1-3} = K_1 \cdot K_3 \approx 2{,}250793 \cdot 0{,}375035 \approx 0{,}844126 \quad \text{или} \quad K_{1-3} = \frac{1329{,}5}{1575} \approx 0{,}844126 \tag{34}$$

Сценарий НАЗАД для исходного 3545 тождественен сценарию НАЗАД для исходного1581, потому что переходные коэффициенты K_3 и K_2 тождественны. Незначительное расхождение в третьем знаке после запятой обусловлено наличием +1 в алгоритме, на числах, больших чем в приведённом примере это расхождение будет становиться в итоге пренебрежительно малым, и на общий результат влиять не будет. Пренебрегая этим незначительным расхождением можно утверждать, что K_{1-2} и K_{1-3} тождественны.

$$K_{1-2} \equiv K_{1-3} \tag{35}$$

Для подтверждения сказанного приводим ещё один сравнительный анализ, для зеркальной пары теперь уже с чётным порядковым номером 10000, нечётных $(2)_{10000}$ и Y_{10000} (Рис.21). Следуя алгоритмом выявления зеркальной пары, изложенным формулами (31), (32), (33) определим её атрибуты.

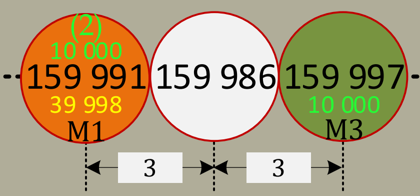


Рис.34. Зеркальная пара нечётных с чётным порядковым номером 10 000 из ряда двух и зеркального ему множества М3

Выполним сравнительный анализ зеркальной пары нечётных из ряда чисел с чётным 10 000-м порядковым номером по совершаемой алгоритмом работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному. (Рис.35):

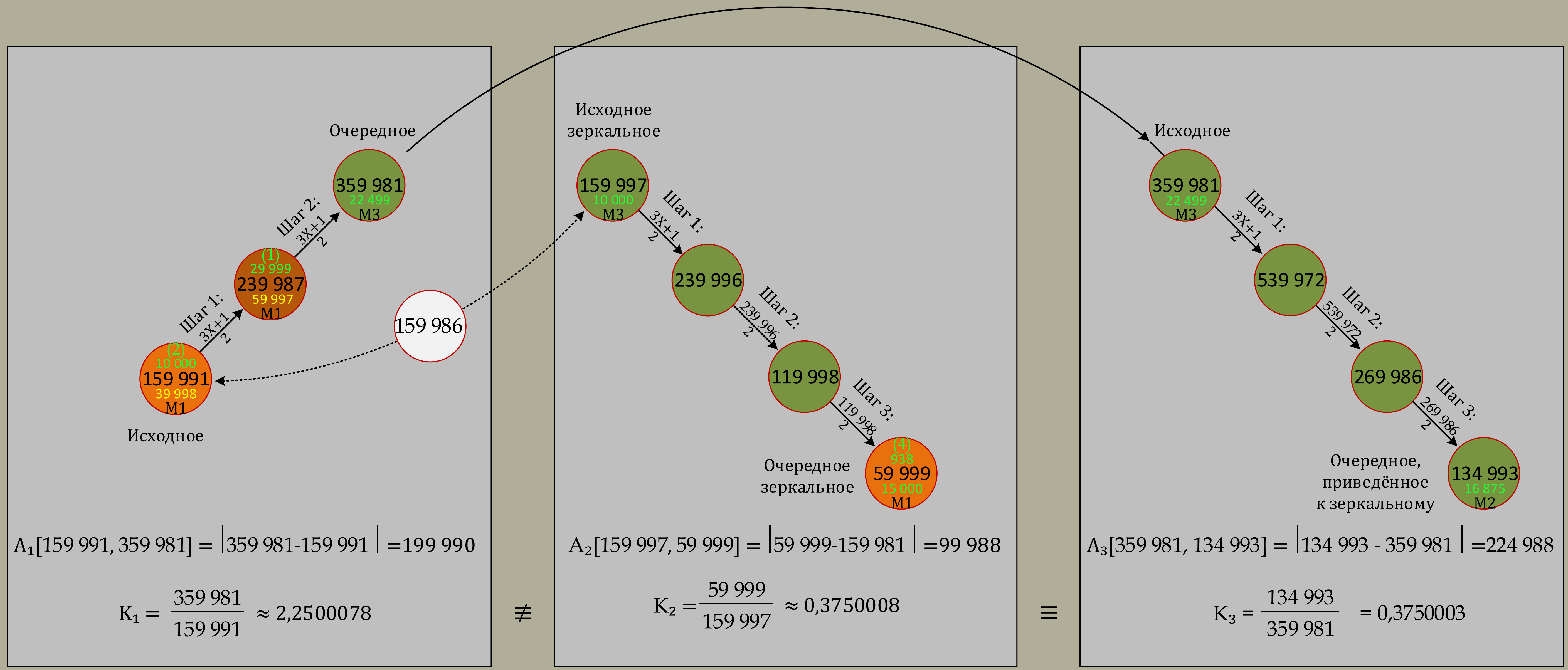


Рис.35. Сравнительный анализ зеркальной пары нечётных 159 975 и 159 981 по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному.

Иногда, как в нашем примере на Рис.35 очередное, приведённое к зеркальному может совпадать с очередным зеркальным по количеству шагов, хотя и является составляющей от другой зеркальной пары. Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары

$$K_{1-2} = K_1 \cdot K_2 \approx 2{,}2500078 \cdot 0{,}3750007 \approx 0{,}8437545 \qquad (36)$$

Найдём значение общего переходного коэффициента пары тождественной зеркальной

$$K_{1-3} = K_1 \cdot K_3 \approx 2{,}2500078 \cdot 0{,}3750003 \approx 0{,}8437537 \qquad \text{или} \qquad K_{1-3} = \frac{134\,979{,}5}{159\,991} \approx 0{,}8437537 \qquad (37)$$

Значение общего переходного коэффициента любого фрагмента последовательности меньшее единицы всегда указывает на переход очередного ниже исходного.
Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары для других рядов.
Возьмём из каждого закономерного ряда групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s и множества М2, М3, М4, … Мм зеркальную пару, с произвольным порядковым номером, например s=10, a=10 и применим к нему алгоритм (4). Результаты сведены в Таблицу 6

Сценарий ВПЕРЁД				Сценарий НАЗАД				Переходный коэффициент
Ряд $(G)_s \in M_1$	Исходное	Очередное $\in M_m$	K1	Ряд $Y_a \in M_m$	Исходное	Очередное	K2	$K = K1 \cdot K2$
$(1)_{10} \in M_1$	75	113	1,506666	$Y_{10} \in M_2$	73	55	0,753425	1,135
$(2)_{10} \in M_1$	151	341	2,258278	$Y_{10} \in M_3$	157	59	0,375796	0,848
$(3)_{10} \in M_1$	303	1 025	3,382838	$Y_{10} \in M_4$	293	55	0,187713	0,635
$(4)_{10} \in M_1$	607	3 077	5,069193	$Y_{10} \in M_5$	629	59	0,093799	0,475
$(5)_{10} \in M_1$	1215	9 233	7,599177	$Y_{10} \in M_6$	1173	55	0,046888	0,356
$(6)_{10} \in M_1$	2431	27 701	11,394899	$Y_{10} \in M_7$	2517	59	0,023441	0,267
$(7)_{10} \in M_1$	4863	83 105	17,089245	$Y_{10} \in M_8$	4693	55	0,011719	0,300
$(8)_{10} \in M_1$	9727	249 317	25,631438	$Y_{10} \in M_9$	10069	59	0,005859	0,150
$(9)_{10} \in M_1$	19455	747 953	38,445284	$Y_{10} \in M_{10}$	18773	55	0,002929	0,112
$(10)_{10} \in M_1$	38 911	2 243 861	57,666495	$Y_{10} \in M_{11}$	40 277	59	0,001465	0,084

Таблица 6. Таблица переходных коэффициентов зеркальных пар

На основании данных Таблицы 6 можно утверждать, что только половина из общего количества зеркальных пар нечётных в любом диапазоне от 1 до N переводят очередное ниже исходного. Это вытекает из того, что ряд одиночных $(1)_s$ содержит ровно половину всех нечётных из множества M1. На первый взгляд соблюдается баланс. В зеркально симметричном пространстве натуральных каждому нечётному следующему по сценарию ВПЕРЁД противостоит другое нечётное следующее по сценарию НАЗАД, причём с количеством шагов большим на единицу. К сожалению, оно не является продолжением первого, и потому это не так очевидно. Но факт заключается в том, что зеркальное одной пары становится продолжением зеркального другой.

Учитывая тождественность переходных коэффициентов зеркального и приведенного к зеркальному, а также учитывая, что от перемены мест сомножителей (переходных коэффициентов) результат их произведения не меняется, очерёдность вхождения составляющих зеркальных пар в последовательность становится уже не важной. На конечный результат влияет общий состав переходных коэффициентов, их количество и качество.

Благодаря преимуществу зеркального НАЗАД по совершаемой алгоритмом работе, пара, тождественная зеркальной, переводит число ниже исходного. Но, плюс к этому, асимметричность алгоритма формирует направленность переходов одного сценария в другой. Направленность закономерных переходов одного сценария в другой определяет общую тенденцию движения числа, смещает баланс в сторону абсолютного доминирования сценария НАЗАД над сценарием ВПЕРЁД. Прежде мы считали что последовательность Коллатца это последовательный переход от одного нечётного к другому нечётному. Но теперь, с появлением концепции зеркальных пар можно утверждать, что последовательность Коллатца это последовательность двух зеркальных сценариев ВПЕРЁД и НАЗАД. Но, зеркальный ВПЕРЁД, через каждый свой шаг передаёт эстафету зеркальным сценариям НАЗАД. Потому что зеркальное одного из закономерных рядов групп $(G)_s \in M1$, являясь нечётным с чётным порядковым номером всегда безальтернативно переходит сначала в позицию с нечётным порядковым номером множества M1, а затем в одно из множеств Mm, таким образом совершая ВПЕРЁД только один шаг. А вот нечётное из множества Mm имеет возможность совершать неограниченное количество переходов из одного зеркального НАЗАД в другое НАЗАД, очевидно до тех пор, пока не окажется опять в M1, в одном из закономерных рядов групп $(G)_s \in M1$ или не свернётся в единицу. В итоге мы имеем: с одной стороны один шаг ВПЕРЁД, а с другой сколько угодно НАЗАД.

Зеркальные равномерно распределены вдоль натурального ряда, их общее количество одинаково, поэтому для упрощения аналитических расчётов можно усреднить их переходные коэффициенты, и тогда становится возможным оценивать общую тенденцию алгоритма через количественное отношение зеркальных сценариев НАЗАД/ВПЕРЁД. Этот факт пока ещё не доказывает гипотезу Коллатца, но становится весомым аргументом в её пользу. Подтверждение сказанного можно найти далее (Рис.51), где произвольная последовательность Коллатца с исходным X_0=63 728 127 представлена в виде последовательности зеркальных сценариев ВПЕРЁД – НАЗАД.

Девяносто седьмым шагом НАЗАД алгоритм переводит очередное ниже исходного. Здесь численное соотношение НАЗАД/ВПЕРЁД = 97/55 = 1,76, а в конце последовательности соотношение уже: 150/80 = 1,875. Для любой другой последовательности это соотношение ожидаемо: НАЗАД/ВПЕРЁД>1. Очевидно, что для любой другой последовательности, это соотношение начиная с единицы всегда будет непрерывно расти, до тех пор, пока последовательность не завершится в итоге “другой” единицей.

Из чего можно сделать ВЫВОД: Общая тенденция алгоритма для любого натурального - сворачивать последовательность в единицу. Концепция зеркальных пар в алгоритме Коллатца наглядное тому подтверждение.

2.5 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО УТВЕРЖДЕНИЯ 2: в алгоритме Коллатца не существует последовательностей, уходящих в бесконечность.

Сделаем выборку последовательностей следующих по сценарию неуклонного продвижения вперёд.

Мы уже знаем, что неуклонное продвижение нечётного с чётным порядковым номером ВПЕРЁД в пределах одного множества М1 ограничено. Оно завершается числом с нечётным порядковым номером и следующим шагом переходит в одно из множеств М2, М3, М4, … M_m. Другим самым очевидным сценарием неуклонного продвижения вперёд является чередование нечётных М1 и М2. Сценарий, в котором число покидая множество М1 попадает в М2, а следующим шагом возвращается в М1, в любой из рядов групп нечётных М1.

Любые другие чередования с привлечением множеств М3, М4, М5 … M_m малопригодны для выявления сценариев неуклонного продвижения вперёд, потому что они, чаще всего, возвращают число к исходному и ниже исходного. Это всегда шаг назад, всегда прерывание неуклонного продвижения вперёд.

Рассмотрим сценарий неуклонного продвижения нечётного вперёд, в котором нечётные из ряда одиночных чередуются с М2. Перед нами ряд одиночных (Рис.36):

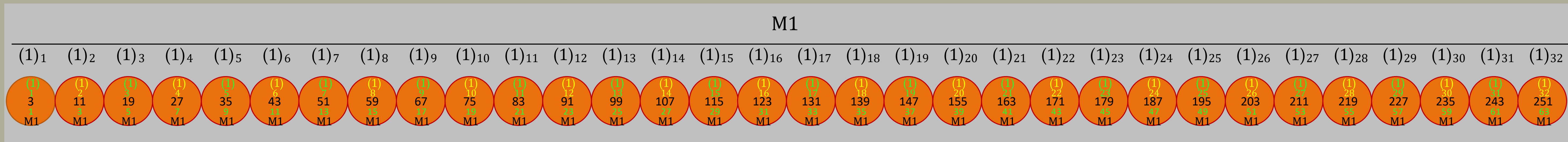


Рис.36

Из ряда одиночных групп нечётных М1 сделаем первый шаг по алгоритму Коллатца к очередному нечётному (Рис.37):

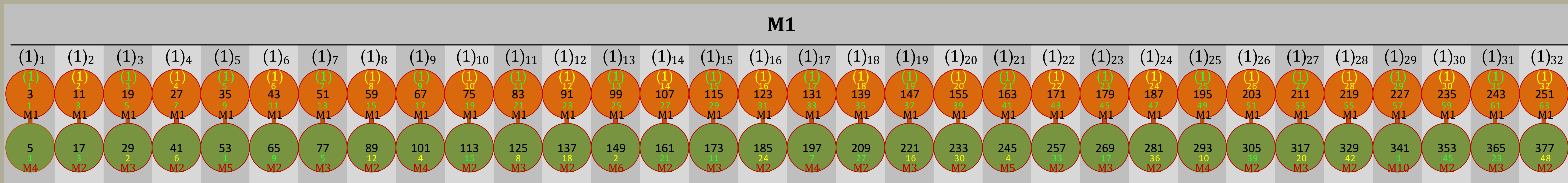


Рис.37

Каждое число ряда одиночных является исходным для своей отдельной последовательности. После первого шага все числа ряда одиночных с чётным порядковым номером $(1)_2$, $(1)_4$, $(1)_6$ … перешли в М2, а числа с нечётным порядковым номером $(1)_1$, $(1)_3$, $(1)_5$ … перешли в одно из множеств М3, М4, М5 … M_m. Любое из множеств М3, М4, М5 … M_m следующим шагом возвращает число ниже исходного, поэтому сценарии представленные этими линиями далее не рассматриваем. Ряд одиночных в очередном шаге с зависимости от чётности раздвоился на сценарии ВПЕРЁД и НАЗАД: одиночное с чётным порядковые номером оказавшись в М2 через одного будет чётным, оставшиеся через одного соответственно нечётным. Применив к каждому числу исходного закономерного ряда одну и ту же формулу получим другой закономерный ряд, отличающимся от первого начальным числом и периодом. Поэтому неудивительно, что далее, во всех других закономерных рядах, мы будем наблюдать чередование по чётности их порядковых номеров.

Во всех множествах М2, М3, М4...и т.д. соблюдается чередование чётных - нечётных. Между чётностью порядкового номера числа и сценариями ВПЕРЁД – НАЗАД существует прямая корреляция, своя для каждого множества. Чётность порядкового номера становится для нас признаком того или иного сценария. Опираясь на этот факт, далее, когда мы будем выполнять структурный анализ произвольной последовательности, мы разделим маршруты исходного в пределах отдельных групп с учётом чётности порядковых номеров их членов.

Сделаем выборку чисел ряда одиночных с чётным порядковым номером $(1)_2$,$(1)_4$, $(1)_6$ ... $(1)_s$.

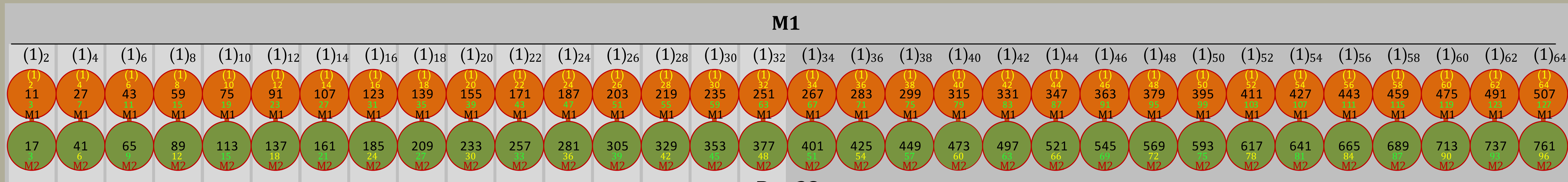


Рис.38

Выполним очередной шаг алгоритма для каждой отдельной последовательности, с исходным из ряда одиночных групп нечётных M1с чётным порядковым номером.

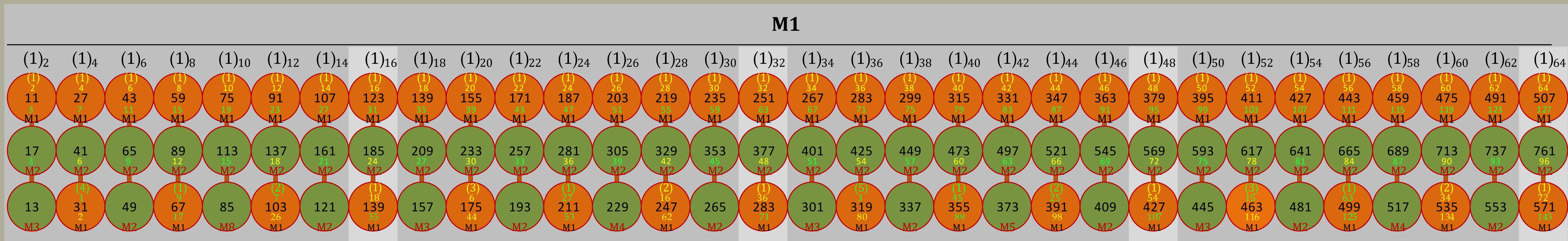


Рис.39

Из 32 представленных последовательностей осталось четыре $(1)_{16}$, $(1)_{32}$, $(1)_{48}$, $(1)_{64}$ в которых соблюдается чередование одиночных с чётным порядковым номером $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$.

Сформируем из них новый бесконечный ряд последовательностей, с исходными из ряда одиночных.

Из Рис.39 выделим последовательности $(1)_{16}$, $(1)_{32}$, $(1)_{48}$, $(1)_{64}$ ... и т.д., следующие по сценарию $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$. Для краткости обозначим такой сценарий последовательностей как $F_k\{(1)_s, M2, (1)_s\}$, где индекс k при F_k показывает порядковый номер очередной выборки сценария указанного в скобках { ... }.

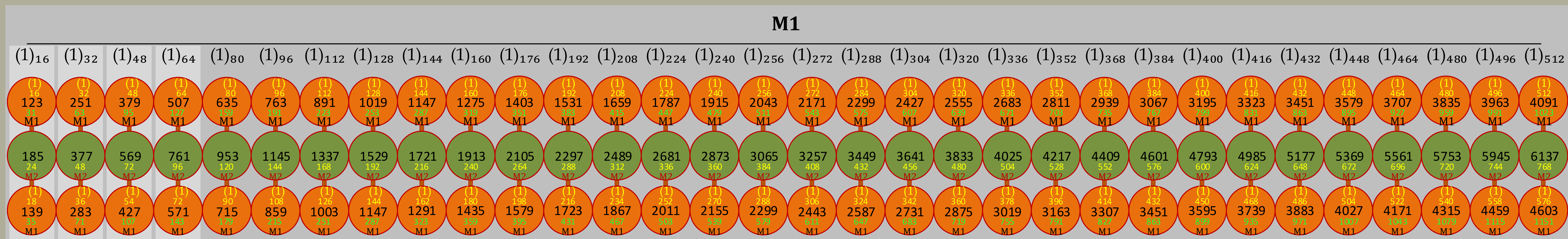


Рис.40

Каждое исходное число очередной последовательности в этом сценарии 123, 251, 379, 507 … и т.д., отличается от исходного предыдущей на 128. Таким образом исходные образуют закономерный ряд, описываемый формулой (38):

$$F_1\{(1)_s, M2, (1)_s\} = 128n-5 \tag{38}$$

Выполним переход к следующему нечётному из ряда одиночных с чётным порядковым номером в нём.

Рис.41

Из 32 представленных последовательностей осталось четыре $(1)_{128}$, $(1)_{256}$, $(1)_{384}$, $(1)_{512}$ в которых соблюдается чередование $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$

Сформируем из них новый бесконечный ряд последовательностей, с исходными из ряда одиночных.

Рис.42

Каждое исходное число очередной последовательности в этом сценарии отличается от исходного предыдущей на 1024. Таким образом исходные образуют закономерный ряд, описываемый формулой (39):

$$F_2\,\{(1)_s,\,M2,\,(1)_s\} = 1024n-5 \qquad (39)$$

Выполним переход к следующему нечётному из ряда одиночных с чётным порядковым номером в нём.

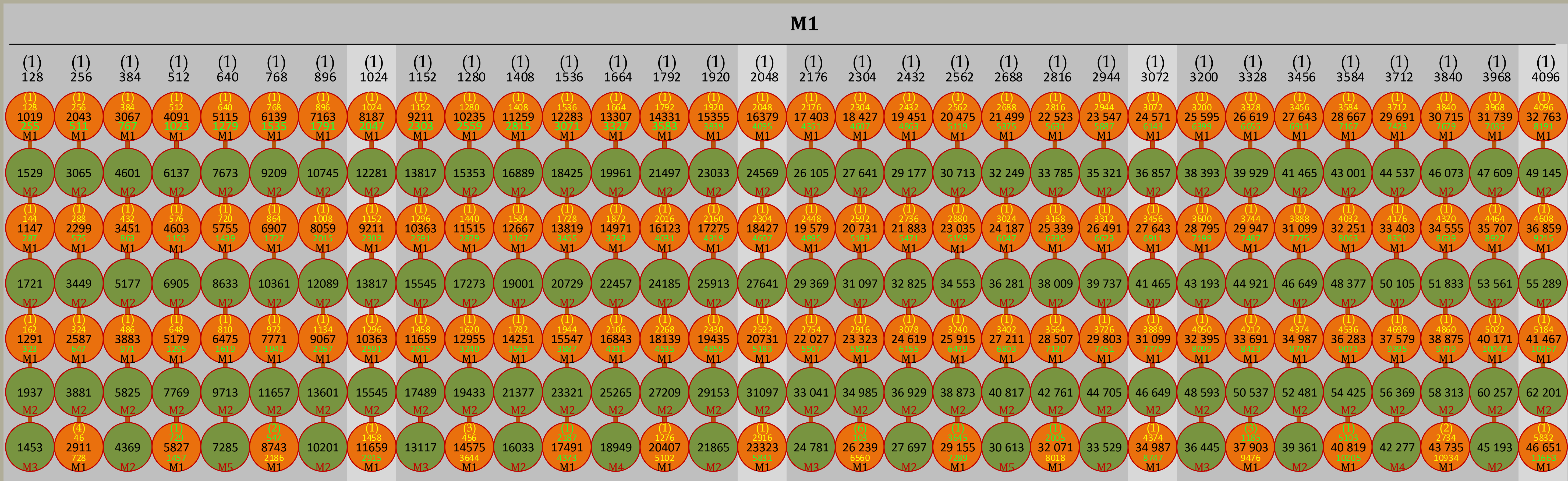


Рис.43

Из 32 представленных последовательностей опять осталось четыре $(1)_{1024}$, $(1)_{2048}$, $(1)_{3072}$, $(1)_{4096}$, в которых соблюдается чередование чисел ряда одиночных с чётным порядковым номером в нём и чисел множества M2.

После того, как мы сформируем из них новый бесконечный ряд последовательностей - каждое исходное число очередной последовательности в этом сценарии будет отличаться от исходного предыдущей уже на 8192, поэтому очередной новый ряд будет описываться формулой (40):

$$F_3\,\{(1)_s\,,\,M2,\,(1)_s\} = 8192n-5 \qquad (40)$$

Так можно продолжать бесконечно. Для сценария $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$ существует бесконечное количество конечных последовательностей, описываемых формулой (41):

$$F_k\,\{(1)_s,\,M2,\,(1)_s\} = 2^{3k+4}n-5 \qquad (41)$$

Где k-количество повторений сценария $\{(1)_s,\,M2,\,(1)_s\}$, по завершению которого нечётное переходит в другой сценарий.

Из 32 представленных (Рис.43)последовательностей мы выявили только четыре $(1)_{1024}$, $(1)_{2048}$, $(1)_{3072}$, $(1)_{4096}$, с выбранными параметрами. А что с теми, которые не соответствуют нашему выбору. Они находятся между выбранными, подчиняются такой же периодичности, а значит закономерны и также конечны.

Рассмотрим другой сценарий неуклонного продвижения нечётного вперёд, в котором нечётные теперь уже из ряда двух чередуются с М2. Ряд двух $(2)_s$, как и любой другой ряд групп нечётных из М1 завершается нечётным из ряда одиночных. Для неуклонного продвижения ВПЕРЁД, используя предыдущий опыт, сразу сделаем исходную выборку из ряда двух такую, в которой последовательности завершаются замыкающими из ряда одиночных с чётным порядковым номером(Рис.44):

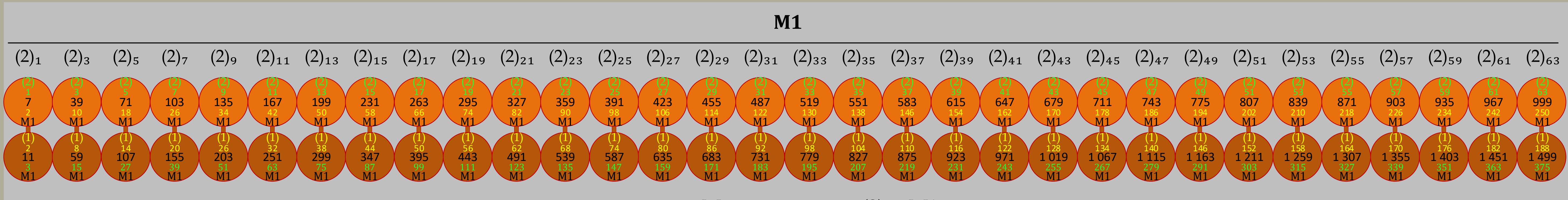


Рис.44 Множество двух $(2)_s \in$ М1

Выполним продолжение последовательностей нечётных по алгоритму Коллатца до очередного из ряда двух с выбранными параметрами(Рис.45):

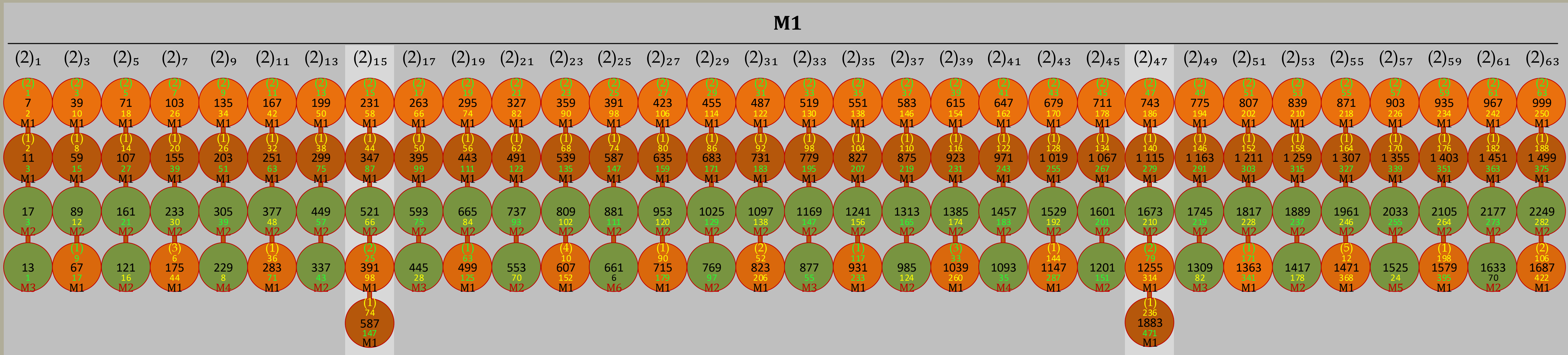


Рис.45 Множество двух $(2)_s \in$ М1

Из 32 представленных последовательностей осталось две $(2)_{15}$, $(2)_{47}$, с замыкающим из ряда одиночных с чётным порядковым номером.

Сформируем из них новый бесконечный ряд последовательностей, с исходными из ряда двух.

Рис. 46 Множество двух $(2)_s \in$ M1

Каждое исходное число очередной последовательности в этом сценарии 231, 743, 1255, … и т.д., отличается от исходного предыдущей на 512. Таким образом исходные образуют закономерный ряд, описываемый формулой (42):

$$F_1\{(2)_s, M2, (2)_s\} = 512n-281 \qquad (42)$$

Выполним продолжение последовательностей нечётных до очередного из ряда двух с выбранными параметрами (Рис.47):

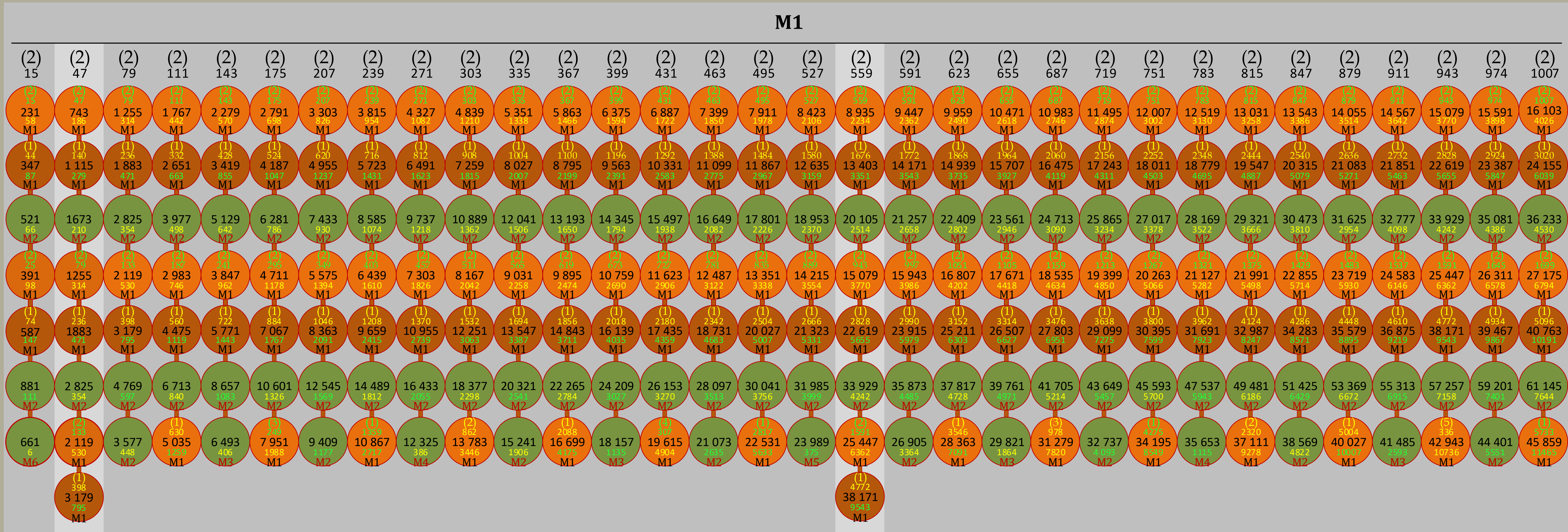


Рис.47 Множество двух $(2)_s \in$ M1

Из 32 представленных последовательностей осталось две $(2)_{47}$, $(2)_{559}$, с замыкающим из ряда одиночных с чётным порядковым номером в группе.

Сформируем из них новый бесконечный ряд последовательностей, с исходными из ряда двух.

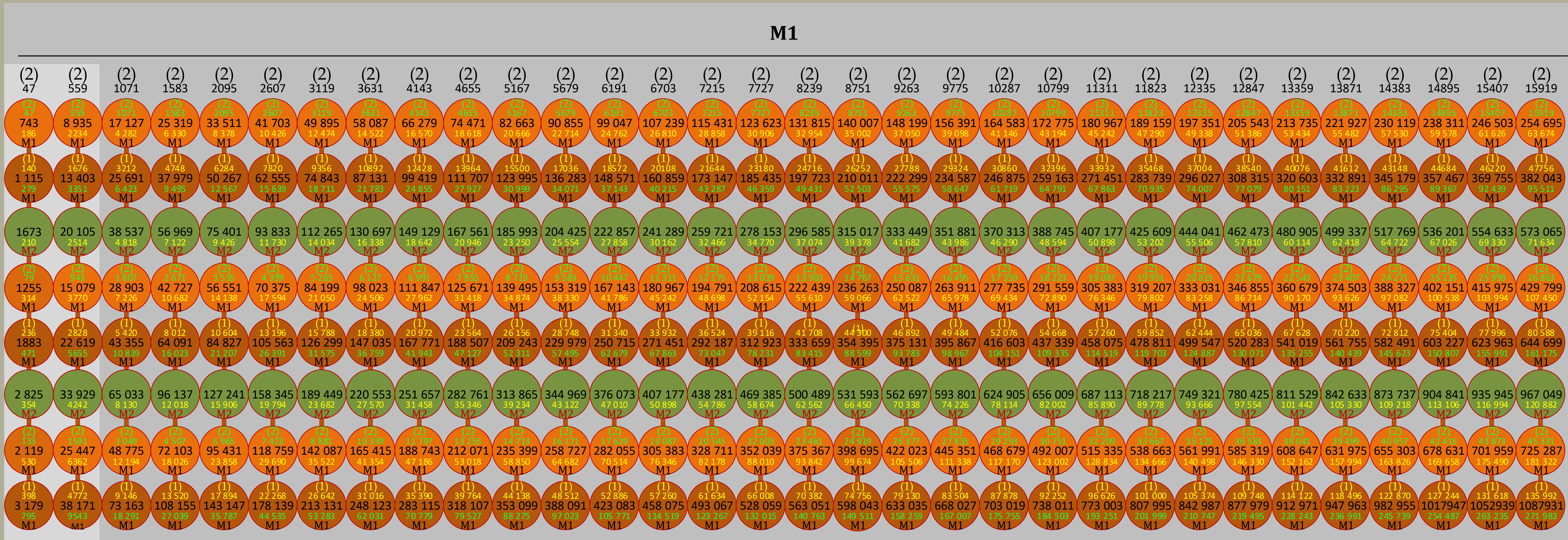


Рис.48 Множество двух $(2)_s \in$ М1

Каждое исходное число очередной последовательности в этом сценарии 743, 8935, 17127, ... и т.д., отличается от исходного предыдущей на 8192. Таким образом исходные образуют закономерный ряд, описываемый формулой (43):

$$F_2\{(2)_s, M2, (2)_s\} = 8192n - 7449 \tag{43}$$

Выполним продолжение последовательностей нечётных по алгоритму Коллатца до очередного из ряда двух с выбранными параметрами (Рис.49):

Рис.49 Множество двух $(2)_s \in$ M1

Из 32 представленных последовательностей осталось опять две $(2)_{6703}$, $(2)_{14895}$, в которых соблюдается чередование $\{(2)_s \in M1,\ M2,\ (2)_s \in M1\}$. Можно из них сформировать новый бесконечный закономерный ряд последовательностей, и так продолжать бесконечно. Но, самое главное, что мы должны вынести из этих преобразований: каждая отдельно взятая последовательность, с исходным из ряда групп, принадлежащих множеству M1 – конечна, и имеет максимум, после которого выбранный нами сценарий неуклонного роста прерывается. Максимум находится в прямой зависимости от количества шагов ВПЕРЁД. Поэтому в очередной последовательности максимум будет на один шаг больше, чем в предыдущей.

Существует бесконечное количество других сценариев неуклонного продвижения вперёд, чередование которых обеспечивает продвижение вперёд $\{(G)_s \in M1,\ M2,\ (G)_s \in M1\}$ или $\{(G)_s \in M1,\ Mm,\ (G)_s \in M1\}$. Проделав подобные преобразования и с ними, мы убедимся в повторении результата. Переход в другой по интенсивности роста сценарий сути не меняет.

Очередной шаг по алгоритму Коллатца из одного закономерного ряда формирует другой закономерный. В результате действия закона перехода количественных изменений в качественные, каждый очередной шаг алгоритма делит общее количество сценариев ВПЕРЁД пополам, при этом одна половина последовательностей продолжает следовать сценарию ВПЕРЁД, и в итоге приходит к своему максимуму, а другая половина следует сценарию НАЗАД.

Аналогично обратное, каждый очередной шаг алгоритма делит общее количество сценариев НАЗАД также пополам, при этом ровно половина из них встанет опять на путь сценария продвижения ВПЕРЁД, но уже с меньших стартовых позиций, которые приведут к очередному максимуму, меньше предыдущего. Снижение очередных максимумов указывает на стремление алгоритма, перемещаться в область меньших значений, что наглядно представлено далее (Рис.54 ... Рис.65). Разделение одной общей траектории на несколько параллельных в пределах закономерных рядов групп простой способ увидеть эту общую закономерность. Поскольку ряды параллельные, то и закономерность они будут демонстрировать одну и ту же, совпадающую с закономерностью общей последовательности.

Из всех натуральных мы сделали выборку таких, которые обеспечивают неуклонное продвижение вперёд. С равным успехом можно сделать выборку как из ряда одиночных, так и из любого другого ряда групп $(G)_s \in M_1$ или их сочетаний. Результат получаем одинаковый. Мы всегда можем найти продолжение текущей последовательности сценариев, но для этого нам понадобится делать новую выборку исходных продвигаясь дальше вдоль натурального ряда, таким образом увеличивая их значение. А поскольку натуральный ряд бесконечный, расходящийся, то и выборки исходного будут бесконечны. Бесконечность сценариев и бесконечность натурального ряда в этом смысле тождественны. Можно предположить, что максимальные значения бесконечного ряда последовательностей сценариев образуют свой закономерный ряд, или несколько параллельных, симметричных зеркальных или иных, бесконечных, расходящихся, но обязательно закономерных. Но, в рамках данной статьи, в нахождение таких закономерностей уже нет практической необходимости.

Доказательство Утверждения 2, что "Из всех натуральных, с какого бы числа мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, не существует таких, которые бы уходили в бесконечность" мы строили от обратного, на предположении существования потенциальных возможностей для натуральных, следовать описанным алгоритмом по сценарию непрерывного роста и пришли к выводу: таких возможностей нет, и убедились, что каждая отдельно взятая последовательность - конечна. Значит

Утверждение 2 ДОКАЗАНО.

Рассмотрим произвольную последовательность Коллатца с исходным X_0=63 728 127:

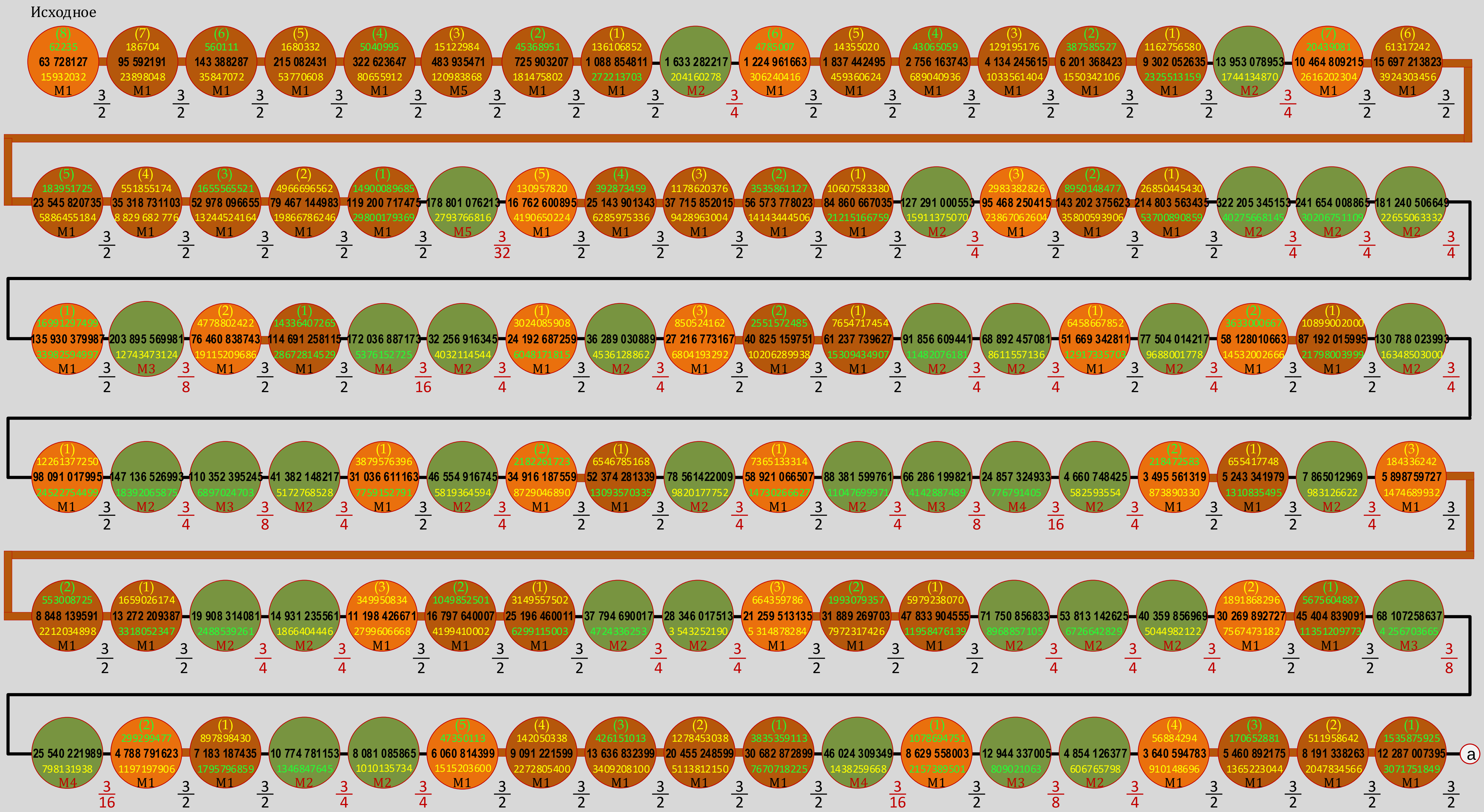


Рис. 50-1 1-й фрагмент последовательности Коллатца с исходным 63 728 127
(продолжение следует)

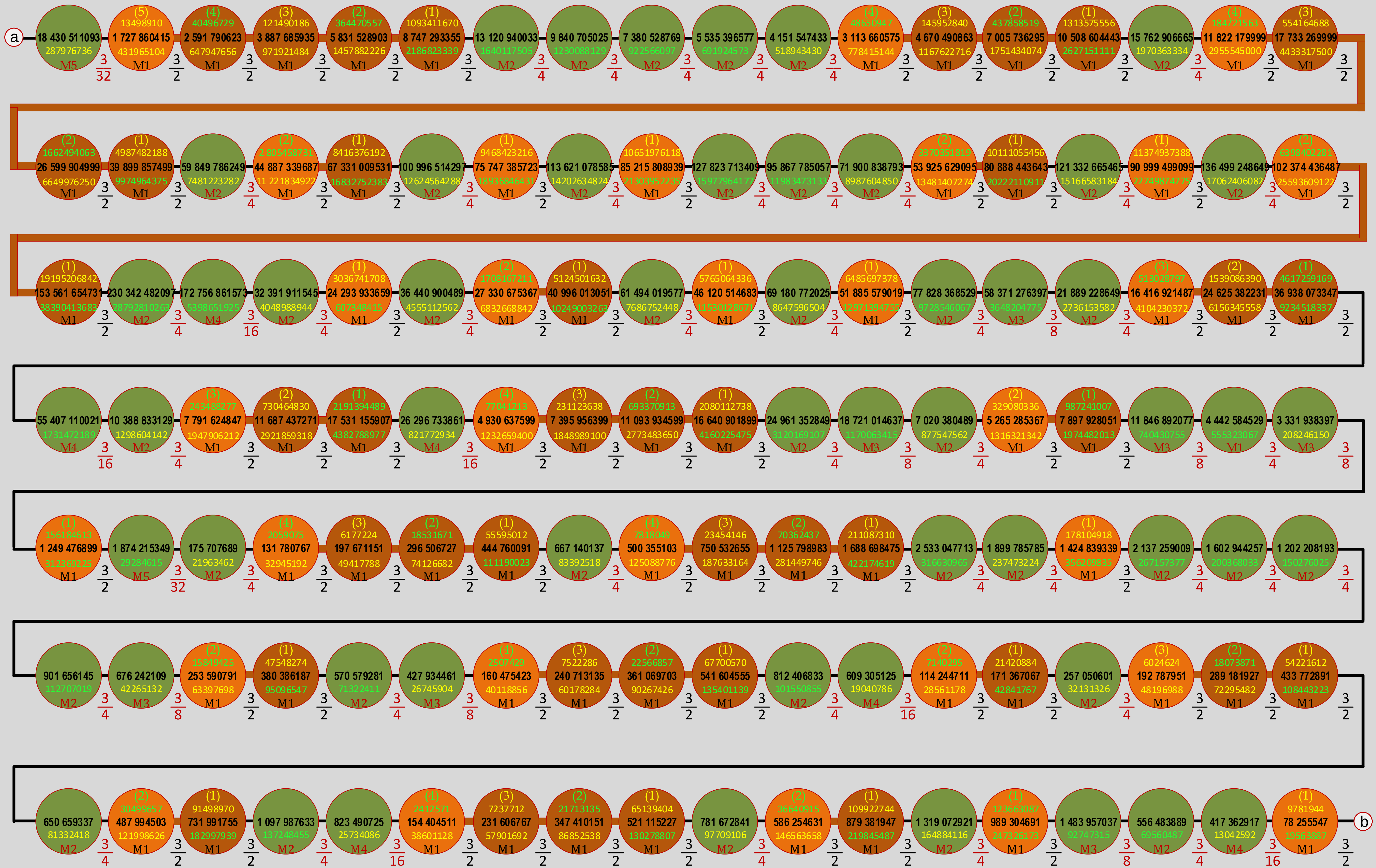


Рис. 50-2 2-й фрагмент последовательности Коллатца с исходным 63 728 127

(продолжение следует)

Рис. 50-3 3-й фрагмент последовательности Коллатца с исходным 63 728 127

Представим произвольную последовательность Коллатца с исходным X_0=63 728 127 в виде последовательности зеркальных сценариев ВПЕРЁД - НАЗАД:

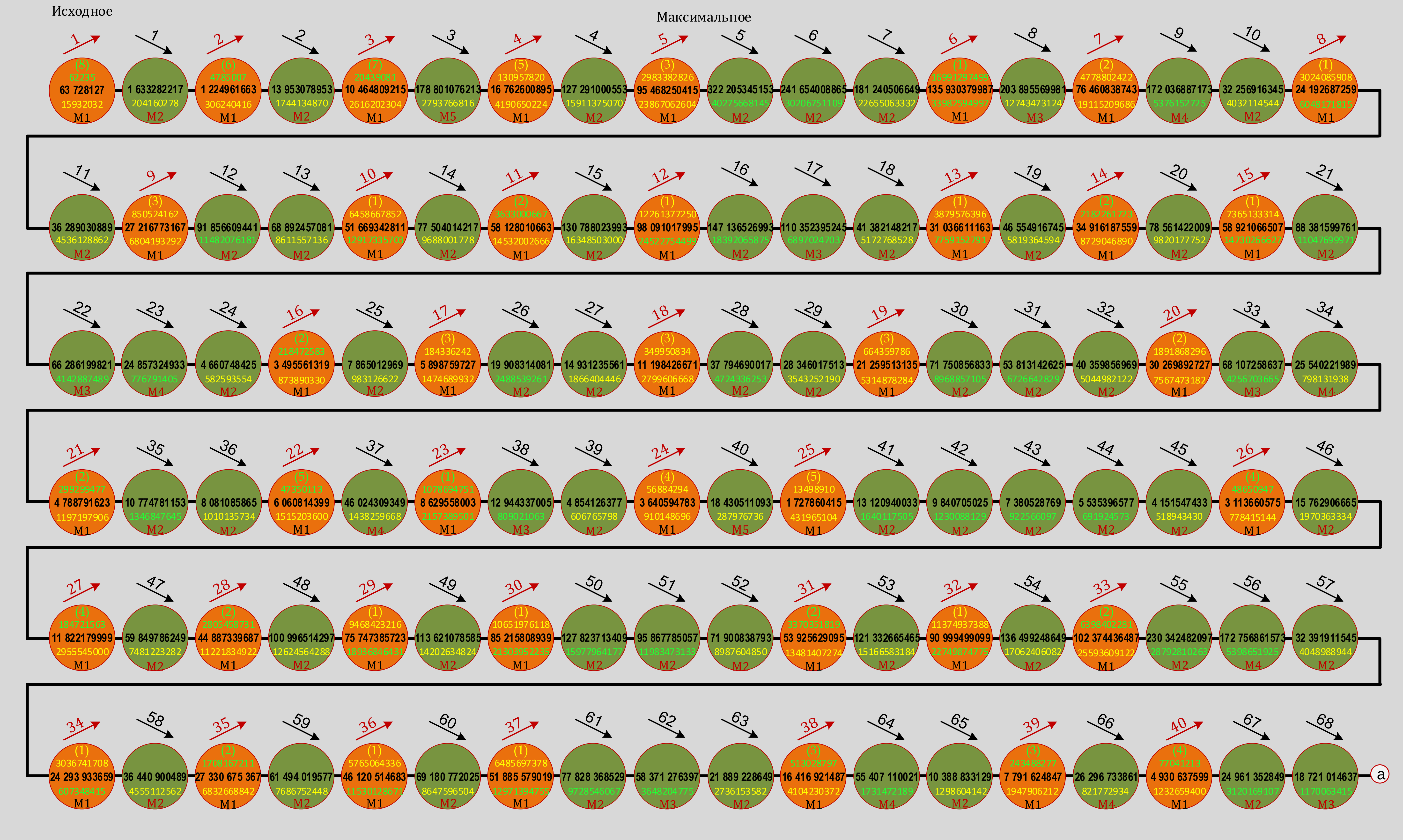


Рис. 51-1 1-й фрагмент последовательности зеркальных Коллатца с исходным 63 728 127

(продолжение следует)

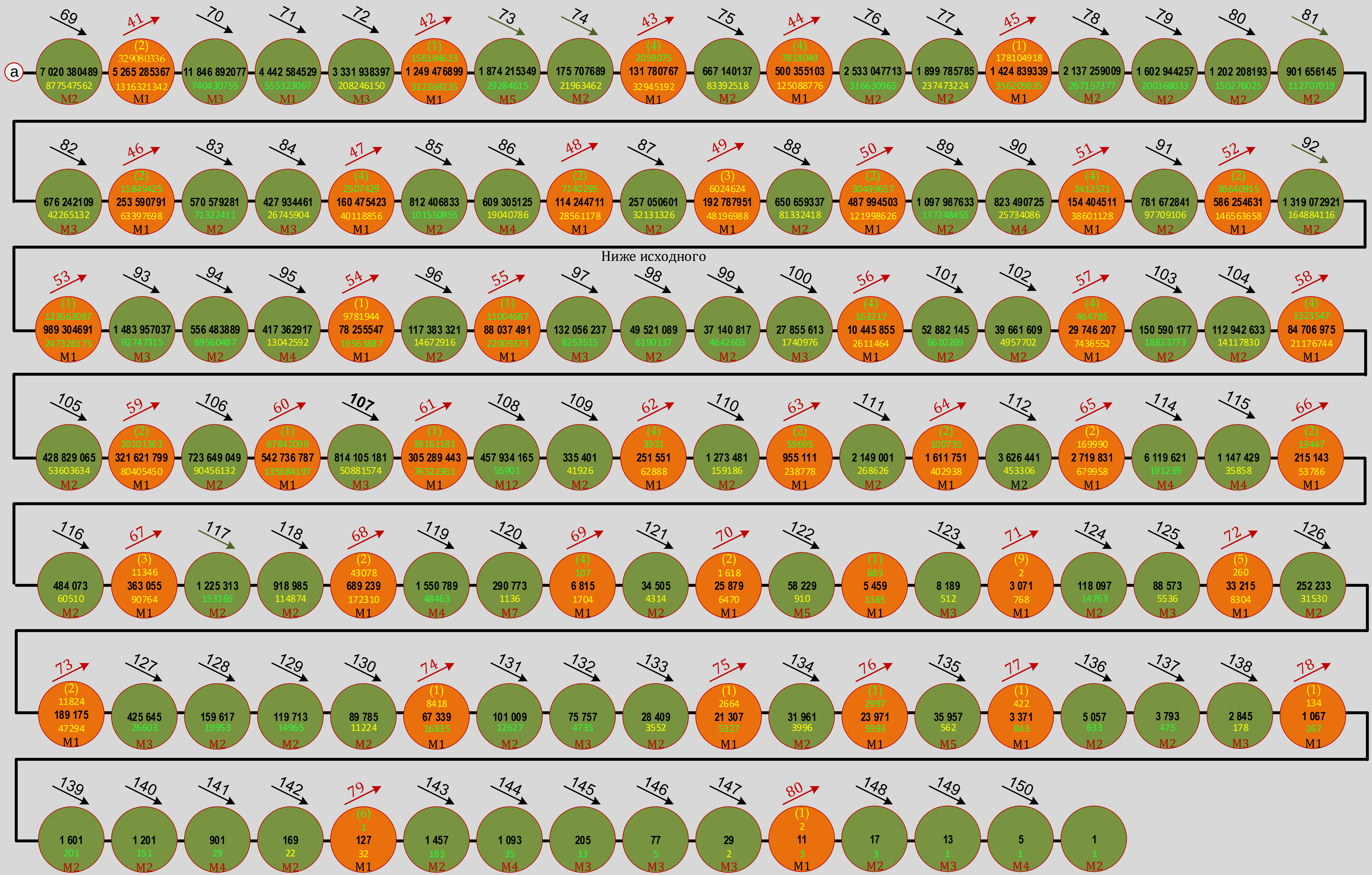


Рис. 51-2 2-й фрагмент последовательности зеркальных Коллатца с исходным 63 728 127

Представим последовательность Коллатца с исходным 63 728 127 маршрутом в пределах множества М1. Попутно вычислим промежуточные коэффициенты между очередным и предыдущим. Рис.36:

Рис. 52-1 1-й фрагмент последовательности Коллатца с исходным 63 728 127, представленная маршрутом в пределах множества М1 (продолжение следует)

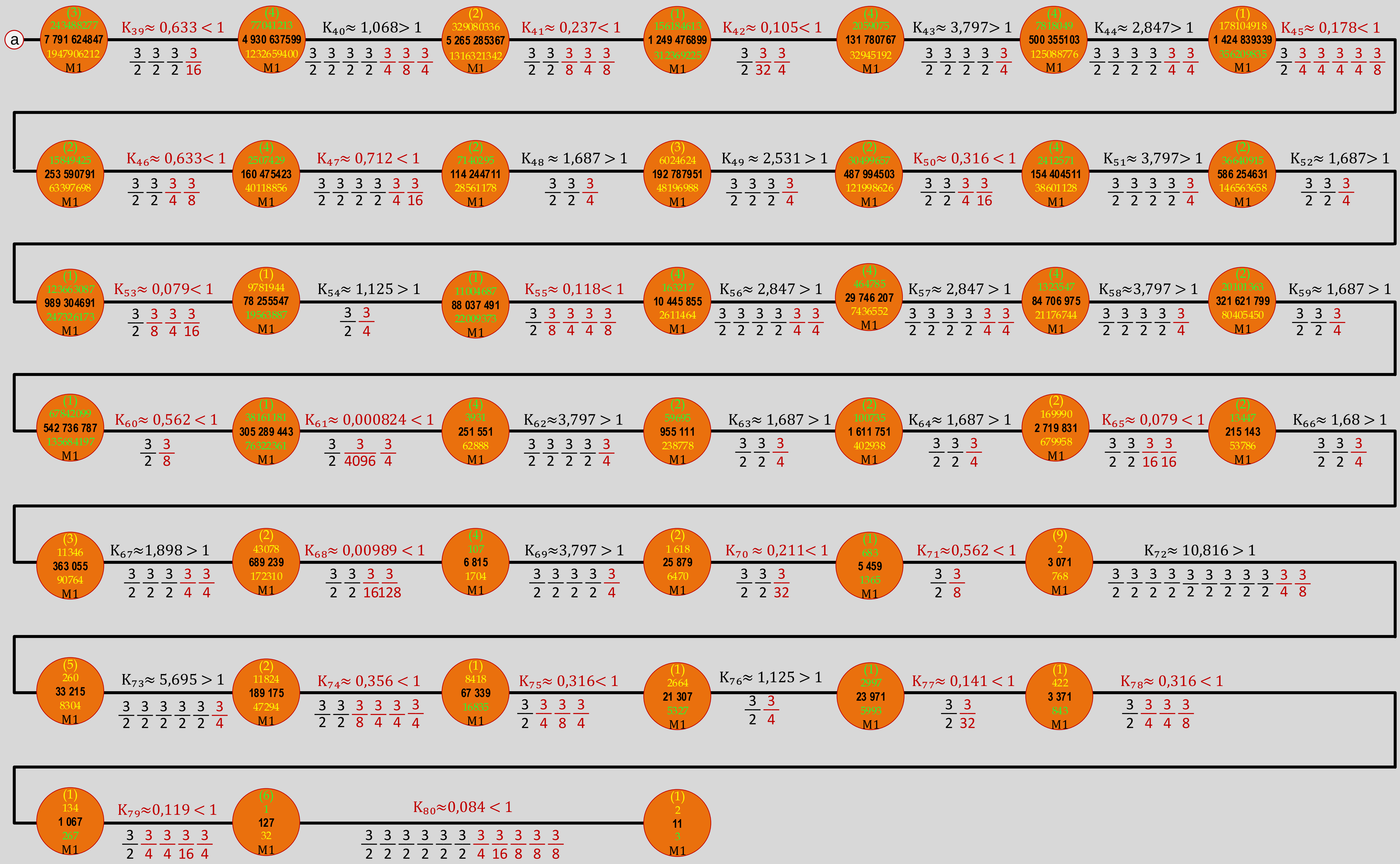


Рис. 52-2 2-й фрагмент последовательности Коллатца с исходным 63 728 127, представленная маршрутом в пределах множества М1

Рис.53 Маршрут исходного 63 728 127 в пределах ряда одиночных с чётным порядковым номером в сценарии роста.

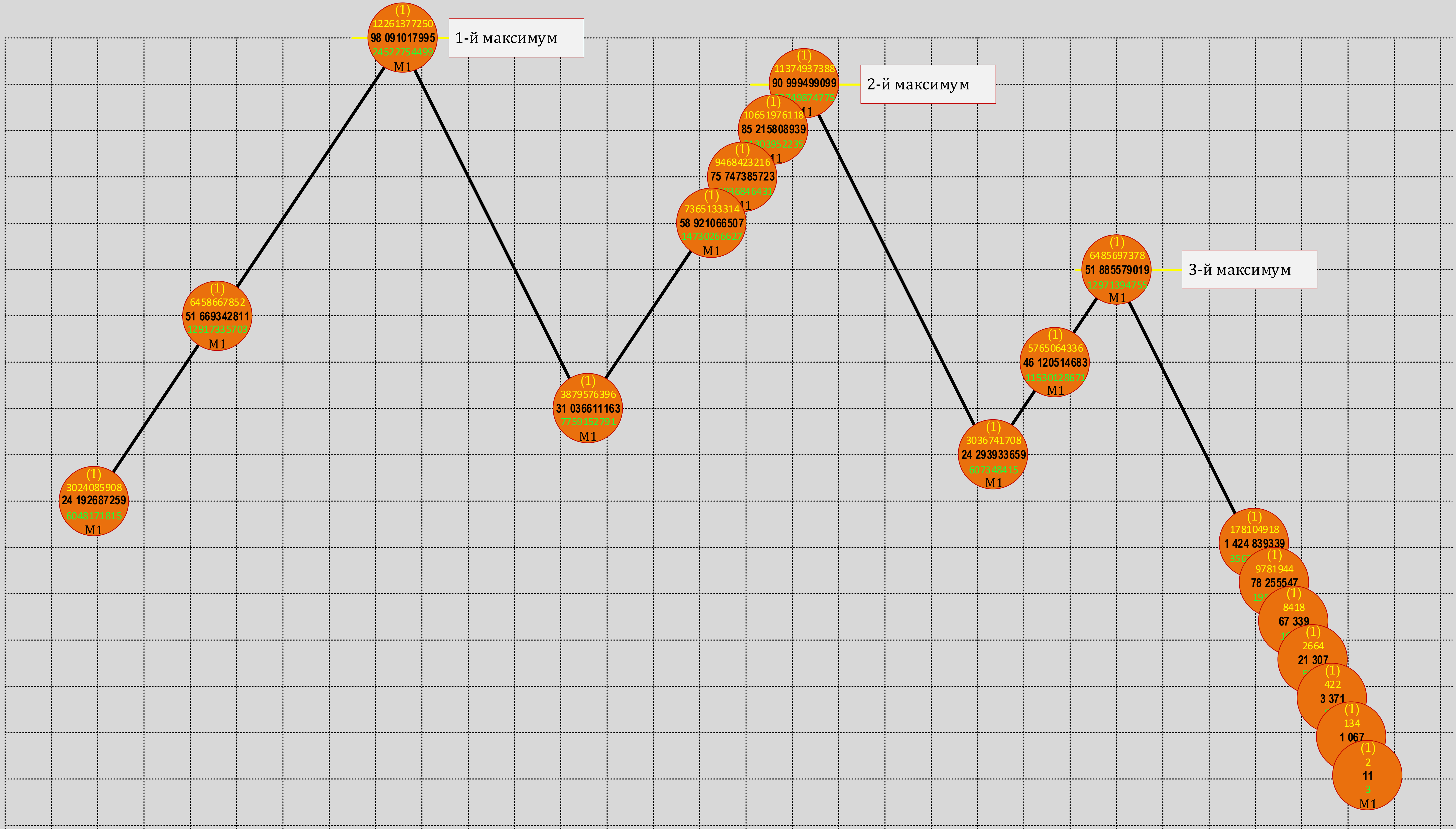


Рис.54 Траектория исходного 63 728 127 в пределах ряда одиночных с чётным порядковым номером в сценарии роста.

Рис.55 Маршрут исходного 63 728 127 в пределах ряда одиночных с нечётным порядковым номером в сценарии убывания.

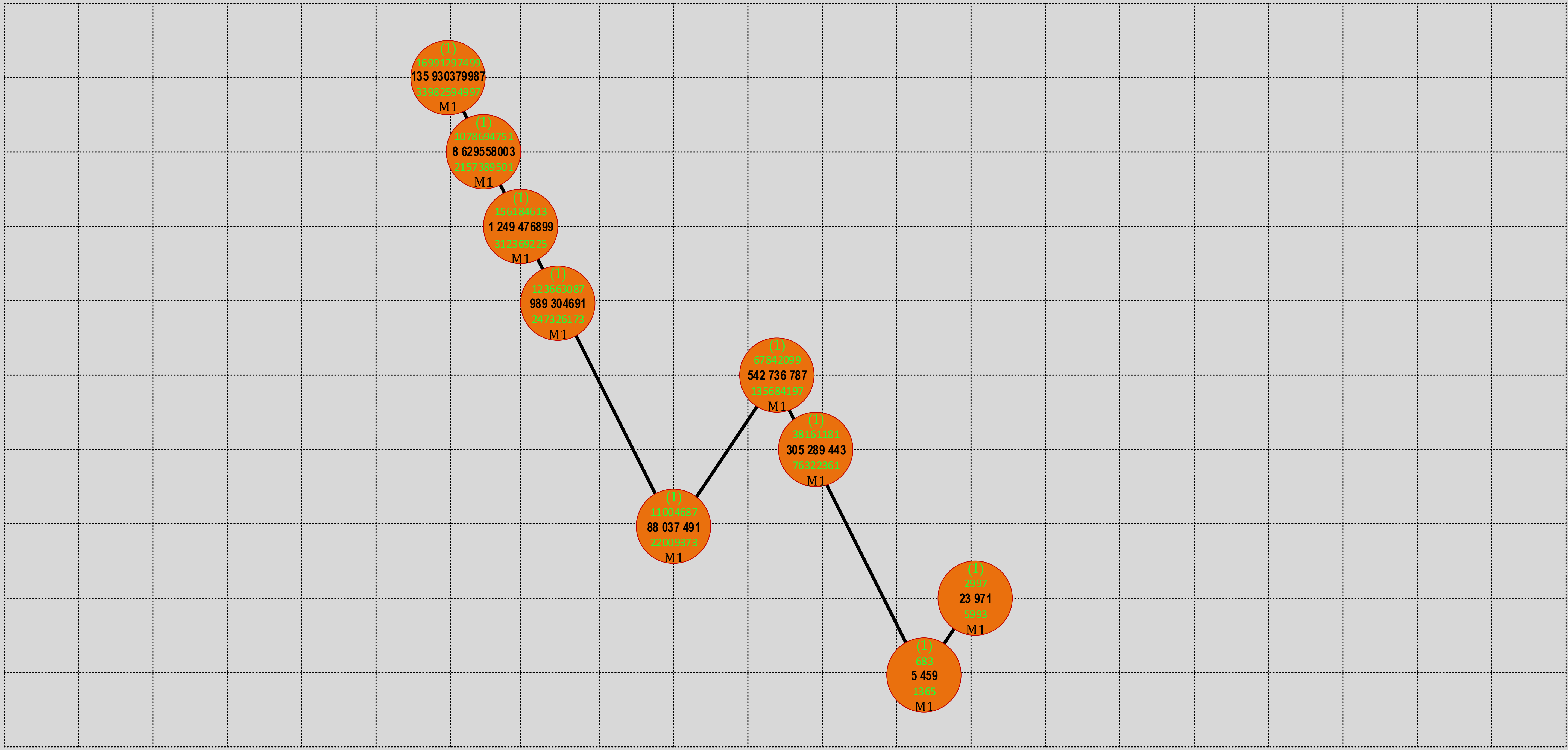


Рис.56 Траектория исходного 63 728 127 в пределах ряда одиночных с нечётным порядковым номером в сценарии убывания.

Рис.57 Маршрут исходного 63 728 127 в пределах ряда двух с нечётным порядковым номером в сценарии роста

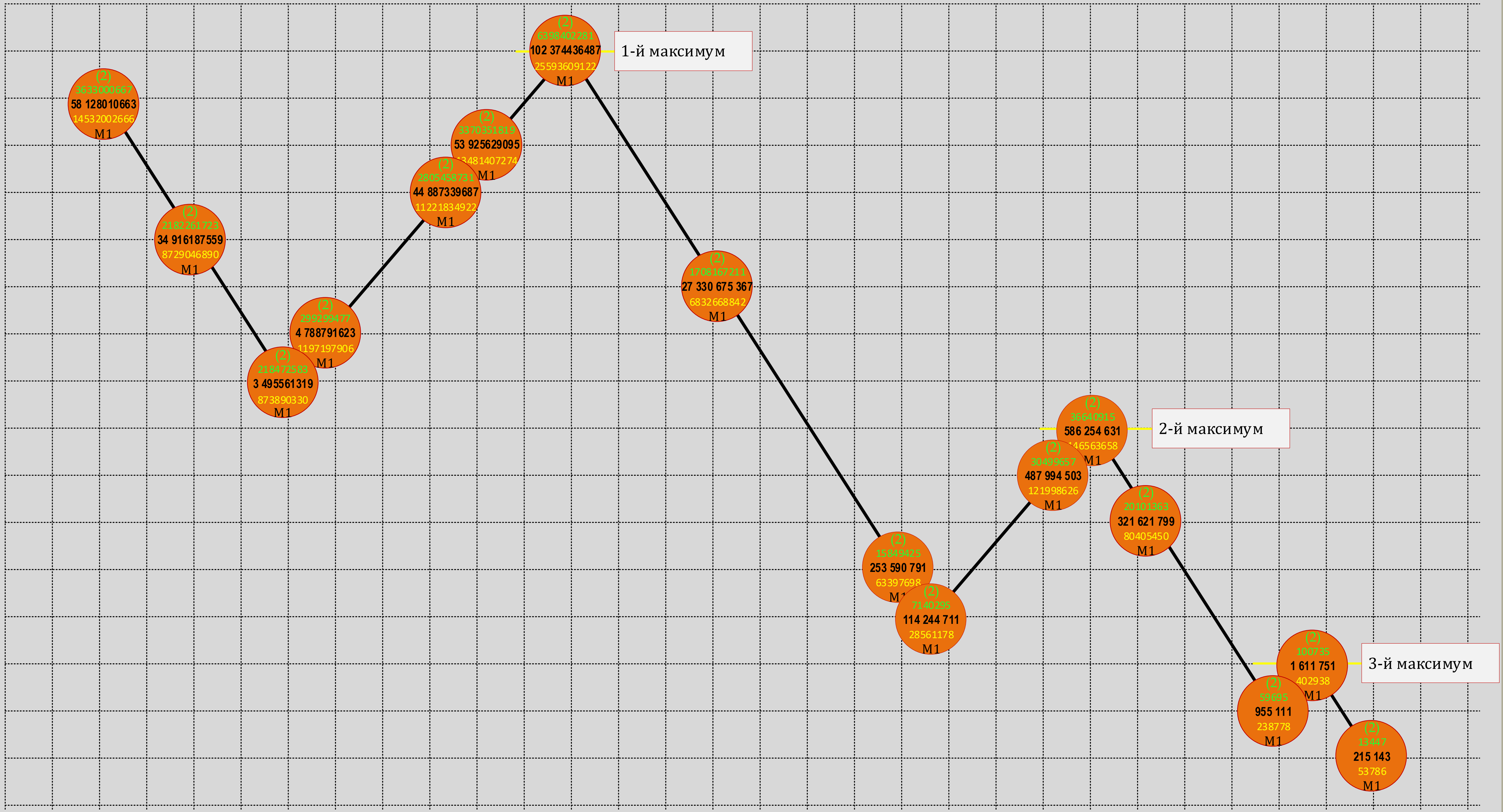


Рис.58 Траектория исходного 63 728 127 в пределах ряда двух с нечётным порядковым номером в сценарии роста.

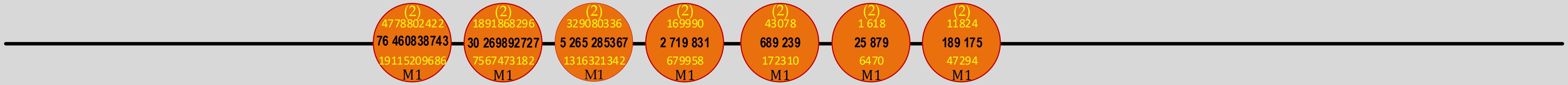


Рис.59 Маршрут исходного 63 728 127 в пределах ряда двух с чётным порядковым номером в сценарии убывания.

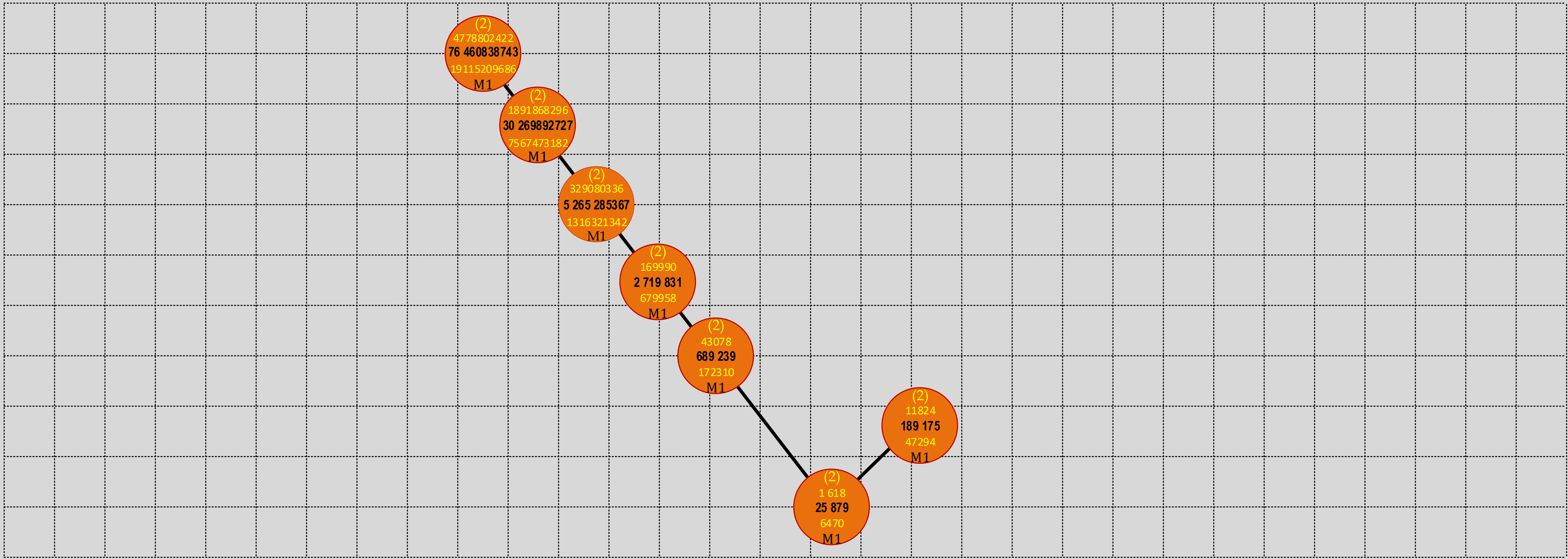


Рис.60 Траектория исходного 63 728 127 в пределах ряда двух с чётным порядковым номером в сценарии убывания.

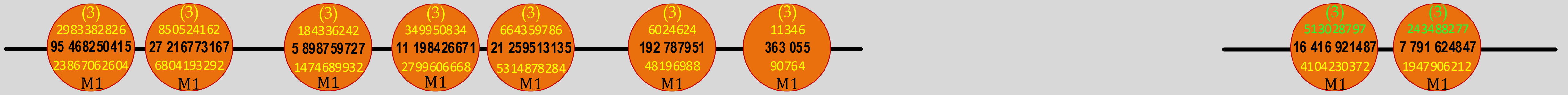


Рис.61 Маршруты исходного 63 728 127 в пределах ряда трёх с чётным и с нечётным порядковым номером

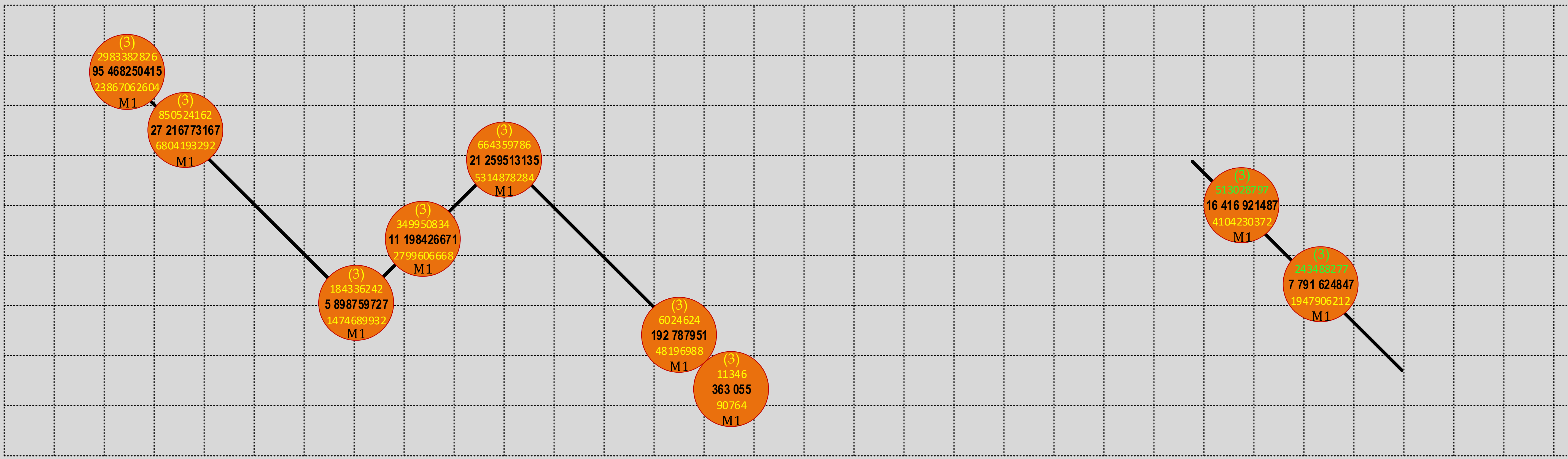


Рис.62 Траектории исходного 63 728 127 в пределах ряда трёх с чётным и с нечётным порядковым номером $n \in (3)_n = (X_n + 17)/32$

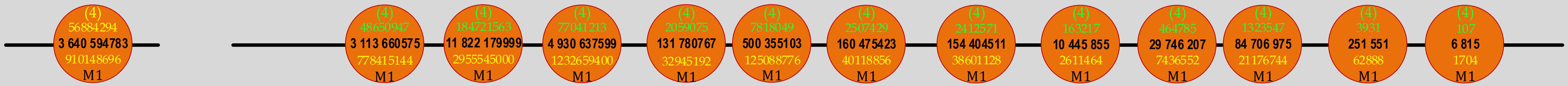


Рис.63 Маршрут исходного 63 728 127 в пределах ряда четырёх с нечётным порядковым номером в сценарии роста

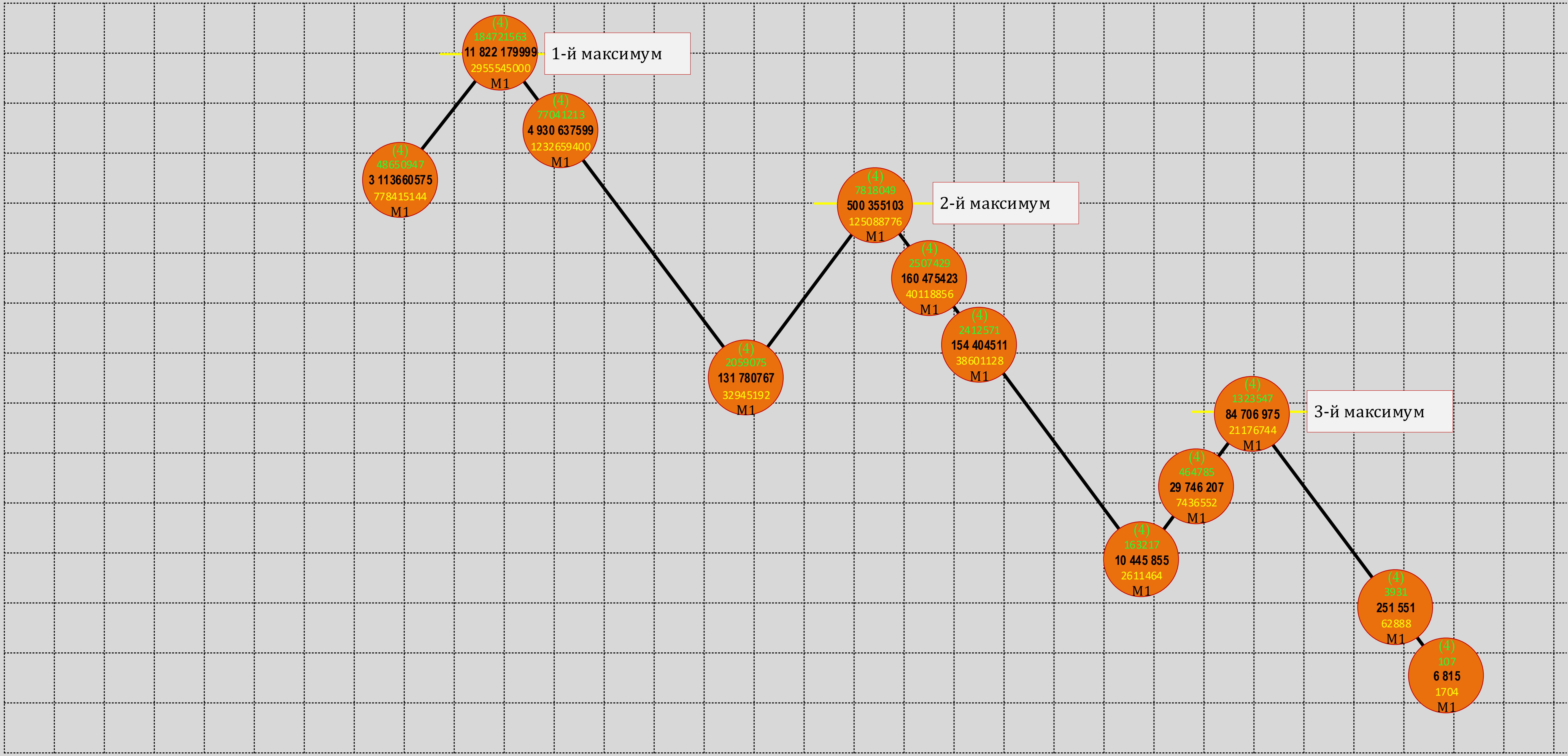


Рис.64 Траектория исходного 63 728 127 в пределах ряда четырёх с нечётным порядковым номером в сценарии роста

Рис.65 Отдельные ниспадающие траектории исходного 63 728 127 в пределах отдельных рядов групп $(G)_s \in M1$

ЧАСТЬ 4: Выводы, заключение, результаты

ВЫВОДЫ:

1) В алгоритме Коллатца не существует последовательностей закольцованных. Потому что произведение всех промежуточных коэффициентов в любом их сочетании между очередным и любым из предыдущих может принимать только два значения: или больше единицы, или меньше, и никогда равным ей. Значит очередное в последовательности никогда не станет равным ни одному из предыдущих.

2) В алгоритме Коллатца повсеместно действует фундаментальный закон перехода количественных изменений в качественные. Этот закон всегда проявляется переходом из одного множества в другое, обретением качественного разнообразия промежуточных коэффициентов, приводящего в конечном итоге общего переходного коэффициента к значению, меньшему единицы, переходом из одного направленного сценария в другой.

3) Алгоритм Коллатца, асимметричный по своему структурному содержанию, несмотря на асимметричность, но благодаря заложенной непрерывности, разделил натуральный ряд на два симметричных множества зеркальных пар, сбалансировал его по количеству сценариев. Но, оказалось, что следуя по такому алгоритму: сценарий убывания (НАЗАД) доминирует над сценарием роста (ВПЕРЁД), как значением выполняемой работы, что равносильно переводу числа ниже исходного, так и количеством последовательных шагов. Количество шагов зеркальных ВПЕРЁД ограничено одним шагом, в то время как у зеркальных НАЗАД оно может быть каким угодно. В результате дисбаланс количественного соотношения зеркальных сценариев растёт вместе с увеличением последовательности. Такая ситуация неизбежно приводит алгоритм к сворачиванию любого натурального в единицу.

4) Не существует таких натуральных, которые бы уходили в бесконечность потому что:

* не существует предпосылок, указывающих на какую либо иную возможность числу, принадлежащему множеству M1, обойти успешные решения алгоритма, или преодолеть преграду нечётных из M2, M3, M4 … Mm, а непрерывное продвижение числа вперёд в чётных последовательностях множества M1, с чётными порядковыми номерами входящих в них чисел, ограничено количеством шагов алгоритма, до тех пор, пока порядковый номер последовательности делится пополам.

* каждая отдельно взятая последовательность, состоящая из сценариев, чередование которых обеспечивает продвижение вперёд - конечна.

* сценарий продвижения ВПЕРЁД с меньших стартовых позиций завершается меньшим максимумом в очередных этапах, что также, как и в предыдущем пункте, указывает на стремление алгоритма сворачиваться в единицу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: Таким образом, в совокупности приведенных выше аргументов и доказательств утверждений:

* в алгоритме Коллатца не существует последовательностей закольцованных;

* в алгоритме Коллатца не существует последовательностей, уходящих в бесконечность,

с какого бы числа, целого и положительного, мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, мы в итоге придём к единице.

ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА ДОКАЗАНА.

Библиографический список:

1. Тао, Теренс. [Электронный ресурс] // URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тао,_Теренс (дата обращения: 21.03.2025)

2. Derek Muller. Самая простая нерешённая задача – гипотеза Колатца [Veritasium]/[Электронный ресурс]// Студия Vert Dider: сайт. - URL: https://youtu.be/QgzBDZwanWA?si=QW5HRHFjov1Y5F5l (дата обращения: 21.03.2025)