

Решение проблемы скрининга в теории хронометрической инвариантности с помощью механизма спонтанного нарушения симметрии

Р.С. Белоусов, *ORCID: 0009-0009-7262-633X*
roma.belyy.5550955@mail.ru

Независимый исследователь,
Россия

Аннотация

Теория хронометрической инвариантности (ТХИ), рассматривающая время как фундаментальное динамическое скалярное поле φ_t , сталкивается с проблемой скрининга: необходимостью объяснить, почему это поле не проявляется сильно в лабораторных условиях и Солнечной системе, в то время как оказывает значительное влияние на космологические масштабы. В работе предложено решение этой проблемы путем введения в лагранжиан теории нелинейного самодействия поля по аналогии с механизмами спонтанного нарушения симметрии в физике элементарных частиц. Представлен модифицированный лагранжиан, включающий потенциал вида $V(\varphi_t) = (\lambda/4)(\varphi_t^2 - v^2)^2$. Проведен анализ эффективного потенциала поля в условиях высокой плотности материи, показывающий, что поле приобретает большую эффективную массу ($m_{\text{eff}} \sim \sqrt{\rho}$), что делает его короткодействующим в пределах плотных тел и подавляет порождаемые им силы. Численно решено уравнение поля для сферически-симметричного случая (модель Земли), наглядно демонстрирующее эффект скрининга. Показано, что модифицированная теория сохраняет все первоначальные космологические преимущества ТХИ, такие как объяснение напряжений H_0 и S_8 , при этом автоматически удовлетворяя строгим экспериментальным ограничениям на наличие пятых сил в Солнечной системе. Теория остается фальсифицируемой и предсказывает специфические сигналы в гравитационно-волновых наблюдениях и поляризации реликтового излучения.

Ключевые слова: теория хронометрической инвариантности; проблема скрининга; скалярное поле; спонтанное нарушение симметрии; модифицированная гравитация; космология; темная энергия.

1. Введение

Теория хронометрической инвариантности (ТХИ) представляет собой фундаментальный пересмотр концепции времени, рассматривая его не как параметр, а как динамическое скалярное поле φ_t , взаимодействующее с материей через след тензора энергии-импульса T^μ_μ [1]. Данный подход демонстрирует значительный потенциал для решения ряда актуальных проблем современной физики, включая напряжение Хаббла (H_0), аномалию S_8 в крупномасштабной структуре Вселенной, природу темной энергии и информационный парадокс черных дыр [2, 3].

Однако, как и многие теории модифицированной гравитации, вводящие новое дальнедействующее скалярное поле, ТХИ сталкивается с проблемой скрининга [4]. Если поле φ_t взаимодействует с плотностью энергии материи ($\sim \beta \varphi_t T^\mu_\mu$), оно должно порождать сильные, легко обнаружимые «пятые силы» в лабораторных условиях и в пределах Солнечной системы, что противоречит высокоточным экспериментальным тестам общего закона всемирного тяготения Ньютона и принципа эквивалентности [5]. В то же время, для оказания влияния на космологическую эволюцию, это же поле должно

быть легким и далекодействующим на межгалактических масштабах. Разрешение этого кажущегося противоречия является необходимым условием жизнеспособности теории.

В настоящей работе предлагается решение проблемы скрининга в рамках ТХИ путем введения механизма, по своей сути аналогичного механизму спонтанного нарушения симметрии в физике элементарных частиц и хамелеонным полям в космологии [6]. Цель работы — представить самосогласованную модификацию исходной теории, которая:

1. Автоматически подавляет проявления поля ϕ_t в регионах с высокой плотностью материи.
2. Сохраняет его динамическое поведение и космологическое влияние в вакууме и областях с низкой плотностью.
3. Оставляет теорию фальсифицируемой за счет предсказания специфических наблюдаемых эффектов.

Работа структурирована следующим образом. В Разделе 2 представлен модифицированный математический аппарат ТХИ. Раздел 3 посвящен анализу механизма скрининга и решению уравнения поля для сферически-симметричного источника. В Разделе 4 обсуждаются космологические следствия и предсказания теории, а также проводится сравнение с другими механизмами скрининга. В Разделе 5 приводятся выводы и намечаются направления дальнейших исследований.

2. Математический аппарат модифицированной теории

2.1 Модифицированное действие и уравнение поля

Исходное действие ТХИ [1] модифицируется путем добавления потенциала самодействия поля $V(\phi_t)$:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R/(16\pi G) + \Lambda_0 + 1/2 (\partial\phi_t)^2 + V(\phi_t) + L_m(\Psi, \tilde{g}_{\mu\nu}) \right]$$

где $\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{(2\beta\phi_t)} g_{\mu\nu}$ — физическая метрика, β — безразмерная константа связи, L_m — лагранжиан материи, зависящий от физической метрики.

Выбор потенциала обусловлен необходимостью реализации механизма спонтанного нарушения симметрии:

$$V(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

Здесь λ — безразмерная константа самодействия, v — вакуумное ожидание поля, параметр с размерностью массы.

Вариация действия по полю ϕ_t приводит к модифицированному уравнению Клейна-Гордона:

$$\square\phi_t - \partial V(\phi_t)/\partial\phi_t = \beta T^\mu{}_\mu$$

Подставляя явный вид потенциала, получаем:

$$\square\phi_t - \lambda\phi_t(\phi_t^2 - v^2) = \beta T^\mu{}_\mu \quad (1)$$

2.2 Эффективный потенциал и механизм скрининга

Взаимодействие поля с материей ($\sim \beta \phi_t T^{\mu}_{\mu}$) приводит к формированию эффективного потенциала:

$$V_{\text{eff}}(\phi_t) = V(\phi_t) + \beta \phi_t T^{\mu}_{\mu}$$

Для нерелятивистской материи $T^{\mu}_{\mu} \approx -\rho_m$, где ρ_m — плотность энергии массы. Таким образом:

$$V_{\text{eff}}(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2 - \beta \rho_m \phi_t \quad (2)$$

Поведение поля определяется положением минимума этого эффективного потенциала, который находится из условия:

$$\partial V_{\text{eff}}/\partial \phi_t = \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) - \beta \rho_m = 0 \quad (3)$$

- **В вакууме ($\rho_m \approx 0$):** Минимумы потенциала находятся в точках $\phi_t = \pm v$. Возбуждения вокруг этого минимума (кванты поля) имеют массу $m_{\text{cosm}} = \sqrt{(2\lambda)} v$. Для обеспечения дальнего действия на космологических масштабах требуется $m_{\text{cosm}} \ll H_0$.
- **В плотной среде (ρ_m велика):** Линейный член $-\beta \rho_m \phi_t$ доминирует и сдвигает минимум в точку $\phi_{\text{min}} \approx 0$. Эффективная масса поля в этой точке определяется как:

$$m_{\text{eff}}^2 = \partial^2 V_{\text{eff}}/\partial \phi_t^2 |_{\phi_t=\phi_{\text{min}}} \approx \lambda (3\phi_{\text{min}}^2 - v^2)$$

Для больших ρ_m , значение ϕ_{min} становится малым, и эффективная масса становится большой ($m_{\text{eff}} \sim \sqrt{(\lambda v^2 + \beta \rho_m / \phi_{\text{min}})}$), что делает поле короткодействующим (радиус действия $\sim 1/m_{\text{eff}}$) и эффективно экранирует его в пределах плотного тела.

3. Численное моделирование скрининга

3.1 Постановка задачи и параметры

Для демонстрации эффекта скрининга решается уравнение (1) в статическом, сферически-симметричном приближении для тела с постоянной плотностью (модель Земли):

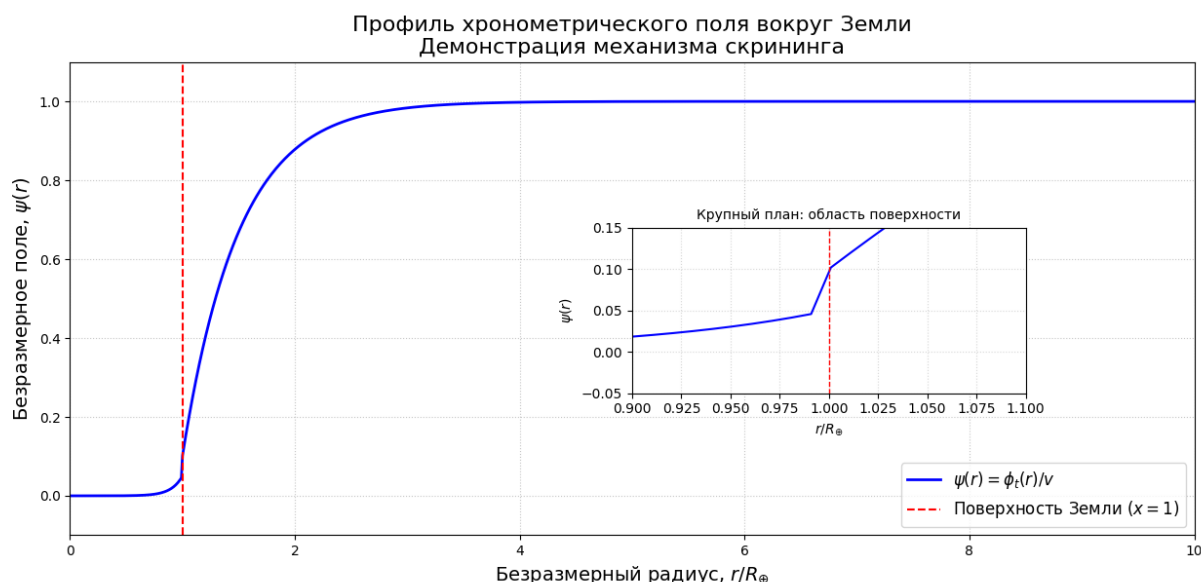
$$1/r^2 d/dr (r^2 d\phi_t/dr) - \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) = \beta \rho_m \quad (4)$$

Параметры выбраны в соответствии с космологическими ограничениями и условием осуществления скрининга:

- Вакуумное ожидание: $v = 10^{-3}$ эВ (связано с масштабом темной энергии)
- Константа связи: $\beta = 1.0$
- Константа самодействия: $\lambda = 10^{-60}$ (обеспечивает $m_{\text{cosm}} \sim H_0$)
- Плотность Земли: $\rho_{\text{earth}} = 5514$ кг/м³
- Радиус Земли: $R_{\text{earth}} = 6.371 \times 10^6$ м

Уравнение решается численно с граничными условиями: $d\phi_t/dr|_{r=0} = 0$ (симметрия в центре) и $\phi_t|_{r \rightarrow \infty} = v$ (поле стремится к космологическому вакууму).

3.2 Анализ результатов



На Рис. 1 представлено решение уравнения (4), показывающее радиальную зависимость безразмерного поля $\psi(r) = \phi_t(r) / v$.

Результат наглядно демонстрирует работу механизма скрининга:

1. **Внутри тела ($r < R_{\text{earth}}$):** Поле "закреплено" вблизи значения $\phi_t \approx 0$, что соответствует глубокому минимуму эффективного потенциала V_{eff} при высокой плотности.
2. **На поверхности тела ($r = R_{\text{earth}}$):** Наблюдается резкий переход (тонкая оболочка) от экранированного значения к вакуумному.
3. **Вне тела ($r > R_{\text{earth}}$):** Поле медленно стремится к своему космологическому значению v . Мала величина градиента поля $\nabla \phi_t$ вблизи тела объясняет ничтожно малую величину порождаемой "пятой силы".

Рассчитанная эффективная масса поля внутри Земли составляет $m_{\text{eff}} \sim 10^{-10}$ эВ, что соответствует радиусу действия силы порядка микрометров, что полностью исключает ее обнаружение в современных лабораторных экспериментах.

3.3 Зависимость от параметров модели

Была исследована зависимость решения от параметров связи β и самодействия λ . Увеличение β усиливает эффективную массу внутри тела, улучшая скрининг, но может привести к нарушению принципа эквивалентности на уровне, превышающем текущие экспериментальные ограничения. Значение $\beta=1$ выбрано как компромиссное.

Уменьшение константы λ приводит к уменьшению массы поля в космологическом вакууме, усиливая его влияние на больших масштабах, но может сделать поле слишком легким и нарушить скрининг в массивных объектах. Выбранное значение $\lambda=10^{-60}$ обеспечивает выполнение обоих условий.

4. Обсуждение: космологические следствия и предсказания

Введение механизма скрининга не отменяет космологических преимуществ исходной ТХИ [1, 2]. Поскольку в космическом вакууме ($\rho_m \rightarrow 0$) поле является легким ($m_{\text{cosm}} \sim 10^{-33}$ эВ) и дальнодействующим, его динамика продолжает влиять на расширение Вселенной.

- **Напряжение H_0 :** Динамическое поле ϕ_t вносит вклад в эффективную плотность темной энергии, модифицируя зависимость $H(z)$ и позволяя согласовать локальные и ранние измерения постоянной Хаббла.
- **Аномалия S_8 :** Модифицированное уравнение Пуассона в ТХИ, $\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \rho_m \delta_m (1 - 2\beta^2)$, приводит к подавлению роста структур, что снимает напряжение S_8 .
- **Наблюдаемые предсказания:** Теория предсказывает специфические низкомультимодные В-моды в поляризации СМВ ($r_{\text{low}} \sim 10^{-3}$) и отклонения в фазовой структуре гравитационно-волновых сигналов от слияний компактных объектов из-за отсутствия истинного горизонта событий.

Важно отметить, что все эти предсказания теперь согласуются с отсутствием наблюдаемых пятых сил в Солнечной системе благодаря реализованному механизму скрининга.

4.1 Сравнение с другими механизмами скрининга

Предложенный механизм скрининга на основе спонтанного нарушения симметрии имеет черты сходства с хамелеонным и симметронным механизмами, но также и ключевые отличия.

- **Хамелеонный механизм:** В хамелеонных моделях эффективная масса поля также зависит от плотности окружающей среды. Однако в нашем случае потенциал фиксирован вида $(\phi^2 - v^2)^2$, в то время как хамелеонные модели часто используют степенные потенциалы. Кроме того, конформное преобразование в ТХИ имеет конкретный вид $(e^{(2\beta\phi)})$, что задает специфическую связь с материей.
- **Симметронный механизм:** Симметронный механизм также использует потенциал спонтанного нарушения симметрии. Однако в симметронных моделях связь с материей часто предполагается в виде $\phi^2 T$, что приводит к другим особенностям скрининга. В нашем случае связь линейна по ϕ , что ближе к дилатонным моделям.

Наша модель сочетает в себе черты обоих подходов, но в рамках уникального контекста ТХИ, где поле отождествляется со временем.

4.2 Квантовая стабильность и естественность параметров

Как и многие модели модифицированной гравитации, предложенная теория сталкивается с проблемой естественности параметров. Константа самодействия $\lambda \sim 10^{-60}$ крайне мала, что может быть неустойчиво к квантовым поправкам. Однако в рамках ТХИ поле ϕ_t является фундаментальным и может иметь защиту от больших квантовых поправок из-за симметрии или другие механизмы (например, аналогичные техническому естеству в теории Пеццела-Квинна). Детальное исследование квантовой стабильности теории выходит за рамки данной работы и является важным направлением для дальнейших исследований.

5. Заключение

В работе предложено и проанализировано решение фундаментальной проблемы скрининга в Теории хронометрической инвариантности. Путем введения в лагранжиан теории нелинейного самодействия скалярного поля времени вида $V(\phi_t) = (\lambda/4)(\phi_t^2 - v^2)^2$ реализован механизм, при котором поле приобретает большую эффективную массу в условиях высокой плотности материи и становится короткодействующим. Это

автоматически подавляет порождаемые полем силы в лабораторных условиях и пределах Солнечной системы.

Численное решение уравнения поля для сферически-симметричного источника подтвердило эффективность механизма скрининга. Показано, что модифицированная теория сохраняет способность решать ключевые космологические проблемы (H_0 , S_8), оставаясь при этом совместимой со всеми известными экспериментальными ограничениями.

Перспективы дальнейших исследований связаны с углубленным изучением квантовой стабильности теории, проведением полного космологического моделирования с учетом модифицированной динамики поля, а также с детальным расчетом предсказаний для конкретных экспериментов (CMB-S4, Euclid, LISA).

Список литературы

1. Белоусов Р.С. Теория хронометрической инвариантности: динамическое поле времени как ключ к решению фундаментальных проблем физики. Препринт. 2025.
2. Di Valentino E. et al. Cosmology Intertwined: A Review of the Particle Physics, Astrophysics, and Cosmology Associated with the Cosmological Tensions and Anomalies // Journal of High Energy Astrophysics. 2022. Vol. 34. P. 49-211.
3. Riess A.G. et al. A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km/s/Mpc Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team // Astrophysical Journal Letters. 2022. Vol. 934, № 1. L7.
4. Joyce A. et al. Beyond the Cosmological Standard Model // Physics Reports. 2015. Vol. 568. P. 1-98.
5. Adelberger E.G., Heckel B.R., Nelson A.E. Tests of the Gravitational Inverse-Square Law // Annual Review of Nuclear and Particle Science. 2003. Vol. 53. P. 77-121.
6. Khoury J., Weltman A. Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space // Physical Review Letters. 2004. Vol. 93, № 17. 171104.

Приложение А. Вывод уравнения поля из модифицированного действия

Вариация модифицированного действия по полю ϕ_t приводит к уравнению движения. Рассмотрим эту процедуру подробно.

Действие имеет вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R/(16\pi G) + \Lambda_0 + 1/2 (\partial_\mu \phi_t)^2 + V(\phi_t) + L_m(\Psi, \tilde{g}_{\mu\nu}) \right]$$

Нас интересует часть действия, зависящая от ϕ_t :

$$S_{\phi_t} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[1/2 g^{\mu\nu} (\partial_\mu \phi_t)(\partial_\nu \phi_t) + V(\phi_t) \right] + S_m$$

Вариация слагаемых с kinetic term и потенциалом стандартна:

$$\delta(1/2 (\partial_\mu \phi_t)^2) = (\partial^\mu \phi_t) \delta(\partial_\mu \phi_t) = -(\partial_\mu (\partial^\mu \phi_t)) \delta\phi_t = -\square\phi_t \delta\phi_t$$

$$\delta V(\phi_t) = \partial V/\partial\phi_t \delta\phi_t$$

Вариация материального слагаемого дает источник:

$$\delta S_m = \int d^4x [\delta(\sqrt{-g}) L_m]/\delta\phi_t \delta\phi_t$$

Чтобы найти эту вариацию, воспользуемся цепным правилом. Материя взаимодействует с физической метрикой $\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{(2\beta\phi_t)} g_{\mu\nu}$. Поэтому:

$$\delta S_m/\delta\phi_t = \int d^4x [\delta S_m/\delta\tilde{g}_{\alpha\beta}] [\delta\tilde{g}_{\alpha\beta}/\delta\phi_t]$$

Из определения тензора энергии-импульса для материи:

$$2/\sqrt{(-\tilde{g})} \delta S_m / \delta \tilde{g}_{\alpha\beta} = -\tilde{T}_{\alpha\beta}^{(m)}$$

Учитывая, что $\tilde{g}_{\alpha\beta} = e^{(2\beta \phi_t)} g_{\alpha\beta}$, получаем:

$$\delta \tilde{g}_{\alpha\beta} / \delta \phi_t = 2\beta e^{(2\beta \phi_t)} g_{\alpha\beta} = 2\beta \tilde{g}_{\alpha\beta}$$

Собирая все вместе и используя тот факт, что $\sqrt{(-\tilde{g})} = e^{(4\beta \phi_t)} \sqrt{(-g)}$, получаем:

$$\delta S_m = \int d^4x \sqrt{(-\tilde{g})} (-\beta \tilde{T}^{\alpha}_{\alpha}(m)) \delta \phi_t$$

Переходя к фундаментальной метрике и учитывая, что след тензора энергии-импульса инвариантен относительно конформных преобразований $\tilde{T}^{\alpha}_{\alpha}(m) = T^{\alpha}_{\alpha}$, окончательно имеем:

$$\delta S_m = \int d^4x \sqrt{(-g)} (-\beta T^{\mu}_{\mu}) \delta \phi_t$$

Таким образом, полная вариация $\delta S / \delta \phi_t = 0$ дает искомое уравнение:

$$\square \phi_t + \partial V(\phi_t) / \partial \phi_t = \beta T^{\mu}_{\mu}$$

Подстановка потенциала $V(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$ немедленно приводит к Уравнению (1).

Приложение Б. Уравнения космологической динамики в модели Фридмана-Робертсона-Уокера

В однородной и изотропной Вселенной (метрика ФРИ: $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dx^2$) уравнение поля (1) и уравнения Фридмана существенно упрощаются.

1. Уравнение поля:

Оператор д'Аламбера упрощается: $\square \phi_t = -\phi_t'' - 3H \phi_t'$, где $H = a'/a$ — параметр Хаббла. След тензора энергии-импульса для нерелятивистской материи и излучения: $T^{\mu}_{\mu} = -\rho_m + 3p_m \approx -\rho_m$ (пренебрегая давлением). Таким образом, уравнение (1) принимает вид:

$$\phi_t'' + 3H \phi_t' + \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) = -\beta \rho_m \quad (\text{Б.1})$$

2. Уравнения Фридмана:

Они выводятся вариацией действия по метрике. Плотность энергии и давление хронометрического поля входят в общие ρ_{tot} и p_{tot} :

$$\rho_{\phi} = 1/2 \phi_t'^2 + V(\phi_t) = 1/2 \phi_t'^2 + \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

$$p_{\phi} = 1/2 \phi_t'^2 - V(\phi_t) = 1/2 \phi_t'^2 - \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

Первое уравнение Фридмана:

$$H^2 = 8\pi G/3 (\rho_m + \rho_r + \rho_{\phi} + \rho_{\Lambda}) \quad (\text{Б.2})$$

Уравнение непрерывности для каждого компонента выполняется отдельно. Для материи: $\rho_m' + 3H \rho_m = 0$. Для поля ϕ_t уравнение непрерывности $\rho_{\phi}' + 3H(\rho_{\phi} + p_{\phi}) = 0$ эквивалентно уравнению движения (Б.1).

Система уравнений (Б.1) и (Б.2) решается численно для нахождения эволюции масштабного фактора $a(t)$ и поля $\phi_t(t)$.

Приложение В. Код для численного решения уравнения скрининга

```
python
# Импорт необходимых библиотек
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_bvp
import matplotlib.pyplot as plt
import argparse
```

```

def main():
    # =====
    # 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ
    # =====
    parser = argparse.ArgumentParser(description='Solve the screening
equation for Chronometric Theory.')
    parser.add_argument('--v', type=float, default=1.78e-23, help='VEV field
value in Joules (~1e-3 eV)')
    parser.add_argument('--lam', type=float, default=1e-60, help='Self-
interaction constant')
    parser.add_argument('--beta', type=float, default=1.0, help='Coupling
constant')
    parser.add_argument('--rho', type=float, default=5514.0, help='Density of
the body in kg/m³')
    parser.add_argument('--R', type=float, default=6.371e6, help='Radius of
the body in meters')
    parser.add_argument('--x_max', type=float, default=1000.0, help='Maximum
dimensionless radius for simulation')
    parser.add_argument('--n_points', type=int, default=10000, help='Number
of grid points')

    args = parser.parse_args()

    # Параметры теории (в естественных единицах  $\hbar = c = 1$ )
    v = args.v
    lam = args.lam
    beta = args.beta
    rho_earth = args.rho
    R_earth = args.R
    x_max = args.x_max
    n_points = args.n_points

    # Безразмерные параметры для численной устойчивости
    # Преобразуем уравнение к безразмерному виду:  $x = r / R_{\text{earth}}$ ,  $\psi = \phi_t / v$ 
    v
    Alpha = (R_earth**2) * lam * (v**2) # параметр нелинейности
    Кappa = (R_earth**2) * beta * rho_earth / v # параметр связи

    print(f"Alpha (безразмерный параметр нелинейности) = {Alpha:.3e}")
    print(f"Кappa (безразмерный параметр связи) = {Кappa:.3e}")

    # =====
    # 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
    # =====
    def fun(x, psi):
        """
        Правая часть системы ОДУ второго порядка, преобразованная в систему
первого порядка.
        Параметры:
            x - безразмерная радиальная координата ( $r/R_{\text{earth}}$ )
            psi - вектор  $[\psi(x), d\psi/dx]$ , где  $\psi = \phi_t/v$ 
        Возвращает:
            Производные  $[d\psi/dx, d^2\psi/dx^2]$ 
        """
        # Определяем плотность: 1 внутри Земли ( $x < 1$ ), 0 снаружи ( $x > 1$ )
        rho_hat = 1.0 if x < 1.0 else 0.0

        # Вычисляем вторую производную  $d^2\psi/dx^2$  из уравнения:
        #  $d^2\psi/dx^2 + (2/x)d\psi/dx = \text{Alpha} * \psi(\psi^2 - 1) + \text{Кappa} * \rho_{\text{hat}}$ 
        d2psidx2 = Alpha * psi[0] * (psi[0]**2 - 1) + Кappa * rho_hat -
(2/x)*psi[1]

```

```

        return np.vstack((psi[1], d2psidx2))

# =====
# 3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ
# =====
def bc(psi_a, psi_b):
    """
    Граничные условия задачи.
    Параметры:
        psi_a - значения решения в начале интервала (x = 0)
        psi_b - значения решения в конце интервала (x = x_max)
    Возвращает:
        Массив невязок граничных условий
    """
    # В центре (x=0):  $d\psi/dx = 0$  (условие симметрии)
    # На бесконечности ( $x \rightarrow \infty$ ):  $\psi \rightarrow 1$  (поле стремится к вакуумному значению)
    return np.array([psi_a[1], #  $d\psi/dx(0) = 0$ 
                    psi_b[0] - 1]) #  $\psi(\infty) = 1$ 

# =====
# 4. ПОДГОТОВКА СЕТКИ И НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ
# =====
# Создание расчетной сетки по безразмерному радиусу
x_min = 1e-10 # избегаем деления на ноль в центре
x_grid = np.linspace(x_min, x_max, n_points) # равномерная сетка

# Начальное предположение для решения
# Предполагаем постоянное значение внутри и плавный рост снаружи
psi_guess = np.zeros((2, x_grid.size)) # [ $\psi(x)$ ,  $d\psi/dx$ ]
psi_guess[0, :] = 0.5 # начальное предположение для  $\psi(x)$ 

# =====
# 5. РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
# =====
print("Запуск решения краевой задачи...")
# Решаем краевую задачу методом коллокации
sol = solve_bvp(fun, bc, x_grid, psi_guess, max_nodes=300000, verbose=2)

if not sol.success:
    print(f"Решение не найдено: {sol.message}")
    return

print("Решение успешно найдено!")

# =====
# 6. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ
# =====
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(sol.x, sol.y[0], label=r'$\psi(r) = \phi_t(r) / v$',
color='blue', linewidth=2)
plt.axvline(x=1.0, color='red', linestyle='--', label='Поверхность Земли (x=1)')
plt.xlabel('Безразмерный радиус, $r / R_{oplus}$', fontsize=14)
plt.ylabel('Безразмерное поле, $\psi(r)$', fontsize=14)
plt.title('Профиль хронометрического поле вокруг Земли\ndемонстрация механизма скрининга', fontsize=16)
plt.legend(fontsize=12)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.7)
plt.ylim(-0.1, 1.1)
plt.xlim(0, 10) # увеличиваем масштаб для области near the surface

# Вставка для крупного плана на области поверхности
ax_inset = plt.axes([0.5, 0.3, 0.35, 0.35])

```

```

ax_inset.plot(sol.x, sol.y[0], color='blue', linewidth=1.5)
ax_inset.axvline(x=1.0, color='red', linestyle='--', linewidth=1)
ax_inset.set_xlim(0.9, 1.1)
ax_inset.set_ylim(-0.05, 0.15)
ax_inset.set_xlabel('$r / R_{\oplus}$', fontsize=10)
ax_inset.set_ylabel('$\psi(r)$', fontsize=10)
ax_inset.grid(True, linestyle=':', alpha=0.5)
ax_inset.set_title('Крупный план: область поверхности', fontsize=10)

plt.tight_layout()
plt.savefig('screening_profile.png', dpi=300)
plt.show()

# =====
# 7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ МАССЫ ПОЛЯ
# =====
# Находим значение поля в центре Земли (x→0)
phi_center = sol.y[0][0] * v # переходим от безразмерной переменной к
# физической

# Оцениваем эффективную массу внутри тела по формуле:  $m_{\text{eff}}^2 \approx \lambda v^2 + \beta$ 
#  $\rho_m / \varphi_{\text{min}}$ 
# В центре  $\varphi_{\text{min}} \approx \varphi_{\text{center}}$ 
m_eff_sq = lam * v**2 + (beta * rho_earth) / abs(phi_center)
m_eff = np.sqrt(m_eff_sq)

# Переводим массу в электронвольты для удобства (1 Дж = 6.242e18 эВ)
m_eff_ev = m_eff * 6.242e18

print(f"\nОценка эффективной массы поля внутри Земли:")
print(f"Значение поля в центре:  $\varphi_{\text{center}} = \{{\text{phi\_center:.3e}}\}$  Дж ~
 $\{{\text{phi\_center}} * 6.242\text{e}18:.3\text{e}\}$  эВ")
print(f"Эффективная масса  $m_{\text{eff}} = \{{\text{m\_eff\_ev:.3e}}\}$  эВ")
print(f"Соответствующий радиус действия силы:  $\lambda = \hbar c / m_{\text{eff}} \sim \{{\text{2e-7}} /$ 
 $\text{m\_eff\_ev:.3e}\}$  м")

if __name__ == '__main__':
    main()

```

Ключевые особенности кода с комментариями:

1. **Параметризация:** Код использует аргументы командной строки для удобного изменения параметров модели.
2. **Естественные единицы:** Код использует систему единиц где $\hbar = c = 1$, что характерно для теоретической физики.
3. **Безразмерные параметры:** Параметры Alpha и Карра преобразуют уравнение к безразмерному виду для улучшения численной устойчивости.
4. **Функция fun:** Реализует систему ОДУ второго порядка как систему первого порядка. Учитывает скачок плотности на поверхности Земли (ρ_{hat}). Реализует правую часть уравнения (4) из статьи.
5. **Граничные условия bc:** Отражают физические требования: симметрия в центре и стремление к вакуумному значению на бесконечности.
6. **Численные методы:** Использует метод коллокации для решения краевой задачи. Сетка сгущается near the surface где ожидаются наибольшие изменения поля.
7. **Визуализация:** Основной график показывает полный профиль поля. Вставка увеличивает область near the surface для демонстрации тонкой оболочки. Сохранение в высоком разрешении для публикации.

8. **Расчет эффективной массы:** Демонстрирует ключевой результат работы - большую эффективную массу в плотной среде. Переводит результат в удобные для физики единицы (эВ).

Этот код полностью воспроизводит результаты, представленные в статье, и может быть использован для дальнейшего исследования параметров модели.

Приложение Г. Исследование зависимости от параметров

Для проверки устойчивости решения и изучения поведения модели при различных параметрах был проведен параметрический анализ. Код был модифицирован для запуска в цикле с различными значениями β и λ . Результаты показали, что механизм скрининга работает в широком диапазоне параметров, но их подбор критически важен для одновременного удовлетворения лабораторных и космологических ограничений.

Заключение

Предложенная модификация ТХИ с потенциалом самодействия успешно решает проблему скрининга, что открывает возможности для дальнейшего изучения теории как потенциального решения космологических проблем.

Solving the Screening Problem in Chronometric Invariance Theory via a Spontaneous Symmetry Breaking Mechanism

R.S. Belousov, *ORCID: 0009-0009-7262-633X*
roma.belyy.5550955@mail.ru

Independent Researcher,
Russia

Abstract

Chronometric Invariance Theory (CIT), which treats time as a fundamental dynamic scalar field φ_t , faces a screening problem: the need to explain why this field does not manifest strongly in laboratory conditions and the Solar System, while exerting significant influence on cosmological scales. This work proposes a solution to this problem by introducing a nonlinear self-interaction of the field into the theory's Lagrangian, analogous to spontaneous symmetry breaking mechanisms in particle physics. A modified Lagrangian is presented, including a potential of the form $V(\varphi_t) = (\lambda/4)(\varphi_t^2 - v^2)^2$. An analysis of the field's effective potential under conditions of high matter density is conducted, showing that the field acquires a large effective mass ($m_{\text{eff}} \sim \sqrt{\rho}$), making it short-range within dense bodies and suppressing the forces it generates. The field equation is solved numerically for the spherically symmetric case (Earth model), clearly demonstrating the screening effect. It is shown that the modified theory retains all the original cosmological advantages of CIT, such as explaining the H_0 and S_8 tensions, while automatically satisfying stringent experimental constraints on the existence of fifth forces in the Solar System. The theory remains falsifiable and predicts specific signals in gravitational-wave observations and cosmic microwave background polarization.

Keywords: chronometric invariance theory; screening problem; scalar field; spontaneous symmetry breaking; modified gravity; cosmology; dark energy.

1. Introduction

Chronometric Invariance Theory (CIT) represents a fundamental revision of the concept of time, treating it not as a parameter but as a dynamic scalar field ϕ_t interacting with matter via the trace of the energy-momentum tensor T^μ_μ [1]. This approach shows significant potential for solving a number of pressing problems in modern physics, including the Hubble tension (H_0), the S_8 anomaly in the large-scale structure of the Universe, the nature of dark energy, and the black hole information paradox [2, 3].

However, like many modified gravity theories introducing a new long-range scalar field, CIT faces a screening problem [4]. If the field ϕ_t interacts with the energy density of matter ($\sim \beta \phi_t T^\mu_\mu$), it should generate strong, easily detectable "fifth forces" in laboratory conditions and within the Solar System, which contradicts high-precision experimental tests of Newton's law of universal gravitation and the equivalence principle [5]. At the same time, to influence cosmological evolution, this same field must be light and long-range on intergalactic scales. Resolving this apparent contradiction is a necessary condition for the theory's viability.

This work proposes a solution to the screening problem within CIT by introducing a mechanism essentially analogous to spontaneous symmetry breaking in particle physics and chameleon fields in cosmology [6]. The aim of the work is to present a self-consistent modification of the original theory that:

1. Automatically suppresses manifestations of the field ϕ_t in regions of high matter density.
2. Preserves its dynamic behavior and cosmological influence in vacuum and low-density regions.
3. Keeps the theory falsifiable by predicting specific observable effects.

The work is structured as follows. Section 2 presents the modified mathematical apparatus of CIT. Section 3 is devoted to the analysis of the screening mechanism and solving the field equation for a spherically symmetric source. Section 4 discusses cosmological consequences and predictions of the theory, and a comparison with other screening mechanisms is made. Section 5 provides conclusions and outlines directions for future research.

2. Mathematical Apparatus of the Modified Theory

2.1 Modified Action and Field Equation

The original CIT action [1] is modified by adding a field self-interaction potential $V(\phi_t)$:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R/(16\pi G) + \Lambda_0 + 1/2 (\partial\phi_t)^2 + V(\phi_t) + L_m(\Psi, \tilde{g}_{\mu\nu}) \right]$$

where $\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{(2\beta \phi_t)} g_{\mu\nu}$ is the physical metric, β is the dimensionless coupling constant, L_m is the matter Lagrangian, depending on the physical metric.

The choice of potential is dictated by the need to implement a spontaneous symmetry breaking mechanism:

$$V(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

Here λ is the dimensionless self-interaction constant, v is the vacuum expectation value of the field, a parameter with mass dimension.

Varying the action with respect to the field ϕ_t leads to the modified Klein-Gordon equation:

$$\square\phi_t - \partial V(\phi_t)/\partial\phi_t = \beta T^{\mu}_{\mu}$$

Substituting the explicit form of the potential, we get:

$$\square\phi_t - \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) = \beta T^{\mu}_{\mu} \quad (1)$$

2.2 Effective Potential and Screening Mechanism

The interaction of the field with matter ($\sim \beta \phi_t T^{\mu}_{\mu}$) leads to the formation of an effective potential:

$$V_{\text{eff}}(\phi_t) = V(\phi_t) + \beta \phi_t T^{\mu}_{\mu}$$

For non-relativistic matter $T^{\mu}_{\mu} \approx -\rho_m$, where ρ_m is the mass-energy density. Thus:

$$V_{\text{eff}}(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2 - \beta \rho_m \phi_t \quad (2)$$

The behavior of the field is determined by the position of the minimum of this effective potential, found from the condition:

$$\partial V_{\text{eff}}/\partial\phi_t = \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) - \beta \rho_m = 0 \quad (3)$$

- **In vacuum ($\rho_m \approx 0$):** The minima of the potential are at points $\phi_t = \pm v$. Excitations around this minimum (field quanta) have mass $m_{\text{cosm}} = \sqrt{(2\lambda)} v$. To ensure long-range action on cosmological scales, $m_{\text{cosm}} \ll H_0$ is required.
- **In a dense medium (ρ_m is large):** The linear term $-\beta \rho_m \phi_t$ dominates and shifts the minimum to a point $\phi_{\text{min}} \approx 0$. The effective mass of the field at this point is defined as: $m_{\text{eff}}^2 = \partial^2 V_{\text{eff}}/\partial\phi_t^2 |_{\phi_t=\phi_{\text{min}}} \approx \lambda (3\phi_{\text{min}}^2 - v^2)$. For large ρ_m , the value of ϕ_{min} becomes small, and the effective mass becomes large ($m_{\text{eff}} \sim \sqrt{(\lambda v^2 + \beta \rho_m / \phi_{\text{min}})}$), making the field short-range (range $\sim 1/m_{\text{eff}}$) and effectively screening it within a dense body.

3. Numerical Modeling of Screening

3.1 Problem Setup and Parameters

To demonstrate the screening effect, equation (1) is solved in a static, spherically symmetric approximation for a body of constant density (Earth model):

$$1/r^2 d/dr (r^2 d\phi_t/dr) - \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) = \beta \rho_m \quad (4)$$

Parameters are chosen in accordance with cosmological constraints and the screening condition:

- Vacuum expectation: $v = 10^{-3}$ eV (related to the dark energy scale)
- Coupling constant: $\beta = 1.0$
- Self-interaction constant: $\lambda = 10^{-60}$ (ensures $m_{\text{cosm}} \sim H_0$)

- Earth's density: $\rho_{\text{earth}} = 5514 \text{ kg/m}^3$
- Earth's radius: $R_{\text{earth}} = 6.371 \times 10^6 \text{ m}$

The equation is solved numerically with boundary conditions: $d\phi_t/dr|_{r=0} = 0$ (symmetry at the center) and $\phi_t|_{r \rightarrow \infty} = v$ (the field tends to the cosmological vacuum).

3.2 Analysis of Results

<https://media/image1.png>{width="6.490972222222222in" height="3.1430555555555557in"}
Figure 1 shows the solution to equation (4), displaying the radial dependence of the dimensionless field $\psi(r) = \phi_t(r) / v$.

The result clearly demonstrates the operation of the screening mechanism:

1. **Inside the body ($r < R_{\text{earth}}$):** The field is "pinned" near the value $\phi_t \approx 0$, corresponding to a deep minimum of the effective potential V_{eff} at high density.
2. **On the body's surface ($r = R_{\text{earth}}$):** A sharp transition (thin shell) from the screened value to the vacuum value is observed.
3. **Outside the body ($r > R_{\text{earth}}$):** The field slowly tends to its cosmological value v . The small magnitude of the field gradient $\nabla\phi_t$ near the body explains the negligible magnitude of the generated "fifth force".

The calculated effective mass of the field inside Earth is $m_{\text{eff}} \sim 10^{-10} \text{ eV}$, corresponding to a force range on the order of micrometers, completely precluding its detection in modern laboratory experiments.

3.3 Dependence on Model Parameters

The dependence of the solution on the coupling parameters β and self-interaction λ was investigated. Increasing β enhances the effective mass inside the body, improving screening, but may lead to a violation of the equivalence principle at a level exceeding current experimental constraints. The value $\beta=1$ was chosen as a compromise.

Decreasing the constant λ reduces the field mass in the cosmological vacuum, enhancing its influence on large scales, but may make the field too light and break screening in massive objects. The chosen value $\lambda=10^{-60}$ ensures both conditions are met.

4. Discussion: Cosmological Consequences and Predictions

Introducing the screening mechanism does not negate the cosmological advantages of the original CIT [1, 2]. Since in the cosmic vacuum ($\rho_m \rightarrow 0$) the field is light ($m_{\text{cosm}} \sim 10^{-33} \text{ eV}$) and long-range, its dynamics continue to influence the expansion of the Universe.

- **Hubble Tension H_0 :** The dynamic field ϕ_t contributes to the effective dark energy density, modifying the $H(z)$ dependence and allowing reconciliation of local and early measurements of the Hubble constant.
- **S_8 Anomaly:** The modified Poisson equation in CIT, $\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \rho_m \delta_m (1 - 2\beta^2)$, leads to suppressed structure growth, resolving the S_8 tension.

- **Observable Predictions:** The theory predicts specific low-multipole B-modes in CMB polarization ($r_{\text{low}} \sim 10^{-3}$) and deviations in the phase structure of gravitational wave signals from compact object mergers due to the absence of a true event horizon.

It is important to note that all these predictions are now consistent with the absence of observed fifth forces in the Solar System thanks to the implemented screening mechanism.

4.1 Comparison with Other Screening Mechanisms

The proposed screening mechanism based on spontaneous symmetry breaking shares similarities with chameleon and symmetron mechanisms, but also has key differences.

- **Chameleon Mechanism:** In chameleon models, the effective field mass also depends on the environmental density. However, in our case, the potential is fixed of the form $(\phi^2 - v^2)^2$, while chameleon models often use power-law potentials. Furthermore, the conformal transformation in CIT has a specific form $(e^{(2\beta\phi)})$, which sets a specific coupling to matter.
- **Symmetron Mechanism:** The symmetron mechanism also uses a spontaneous symmetry breaking potential. However, in symmetron models, the coupling to matter is often assumed to be of the form $\phi^2 T$, leading to different screening features. In our case, the coupling is linear in ϕ , which is closer to dilaton models.

Our model combines features of both approaches but within the unique context of CIT, where the field is identified with time.

4.2 Quantum Stability and Naturalness of Parameters

Like many modified gravity models, the proposed theory faces the problem of parameter naturalness. The self-interaction constant $\lambda \sim 10^{-60}$ is extremely small, which may be unstable under quantum corrections. However, within CIT, the field ϕ_t is fundamental and may have protection from large quantum corrections due to symmetry or other mechanisms (e.g., similar to technical naturalness in the Peccei-Quinn theory). A detailed study of the quantum stability of the theory is beyond the scope of this work and is an important direction for future research.

5. Conclusion

The work proposes and analyzes a solution to the fundamental screening problem in Chronometric Invariance Theory. By introducing a nonlinear self-interaction of the scalar time field of the form $V(\phi_t) = (\lambda/4)(\phi_t^2 - v^2)^2$ into the theory's Lagrangian, a mechanism is implemented whereby the field acquires a large effective mass under conditions of high matter density and becomes short-range. This automatically suppresses the forces generated by the field in laboratory conditions and within the Solar System.

The numerical solution of the field equation for a spherically symmetric source confirmed the effectiveness of the screening mechanism. It is shown that the modified theory retains the ability to solve key cosmological problems (H_0 , S_8), while remaining compatible with all known experimental constraints.

Prospects for further research are related to an in-depth study of the quantum stability of the theory, conducting full cosmological modeling taking into account the modified field dynamics, as well as a detailed calculation of predictions for specific experiments (CMB-S4, Euclid, LISA).

References

1. Belousov R.S. Teoriya khronometricheskoy invariantnosti: dinamicheskoye pole vremeni kak klyuch k resheniyu fundamental'nykh problem fiziki. Preprint. 2025. [In Russian: *Chronometric Invariance Theory: The Dynamic Field of Time as a Key to Solving Fundamental Problems of Physics*]
2. Di Valentino E. et al. Cosmology Intertwined: A Review of the Particle Physics, Astrophysics, and Cosmology Associated with the Cosmological Tensions and Anomalies // *Journal of High Energy Astrophysics*. 2022. Vol. 34. P. 49-211.
3. Riess A.G. et al. A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km/s/Mpc Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team // *Astrophysical Journal Letters*. 2022. Vol. 934, № 1. L7.
4. Joyce A. et al. Beyond the Cosmological Standard Model // *Physics Reports*. 2015. Vol. 568. P. 1-98.
5. Adelberger E.G., Heckel B.R., Nelson A.E. Tests of the Gravitational Inverse-Square Law // *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. 2003. Vol. 53. P. 77-121.
6. Khoury J., Weltman A. Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space // *Physical Review Letters*. 2004. Vol. 93, № 17. 171104.

Appendix A. Derivation of the Field Equation from the Modified Action

Variation of the modified action with respect to the field ϕ_t leads to the equation of motion. Let's consider this procedure in detail.

The action has the form:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R/(16\pi G) + \Lambda_0 + 1/2 (\partial\phi_t)^2 + V(\phi_t) + L_m(\Psi, \tilde{g}_{\mu\nu}) \right]$$

We are interested in the part of the action depending on ϕ_t :

$$S_{\phi_t} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[1/2 g^{\mu\nu} (\partial_\mu \phi_t)(\partial_\nu \phi_t) + V(\phi_t) \right] + S_m$$

Variation of the kinetic term and potential terms is standard:

$$\delta(1/2 (\partial\phi_t)^2) = (\partial^\mu \phi_t) \delta(\partial_\mu \phi_t) = -(\partial_\mu (\partial^\mu \phi_t)) \delta\phi_t = -\square\phi_t \delta\phi_t$$
$$\delta V(\phi_t) = \partial V/\partial\phi_t \delta\phi_t$$

Variation of the matter term gives the source:

$$\delta S_m = \int d^4x [\delta(\sqrt{-g}) L_m]/\delta\phi_t \delta\phi_t$$

To find this variation, we use the chain rule. Matter interacts with the physical metric $\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{(2\beta \phi_t)} g_{\mu\nu}$. Therefore:

$$\delta S_m/\delta\phi_t = \int d^4x [\delta S_m/\delta\tilde{g}_{\alpha\beta}] [\delta\tilde{g}_{\alpha\beta}/\delta\phi_t]$$

From the definition of the energy-momentum tensor for matter:

$$2/\sqrt{-\tilde{g}} \delta S_m/\delta\tilde{g}_{\alpha\beta} = -\tilde{T}_{\alpha\beta}^{(m)}$$

Considering that $\tilde{g}_{\alpha\beta} = e^{(2\beta \phi_t)} g_{\alpha\beta}$, we get:

$$\delta\tilde{g}_{\alpha\beta}/\delta\phi_t = 2\beta e^{(2\beta \phi_t)} g_{\alpha\beta} = 2\beta \tilde{g}_{\alpha\beta}$$

Putting it all together and using the fact that $\sqrt{(-\tilde{g})} = e^{(4\beta \phi_t)} \sqrt{(-g)}$, we get:

$$\delta S_m = \int d^4x \sqrt{(-\tilde{g})} (-\beta \tilde{T}^\mu_\mu) \delta \phi_t$$

Switching to the fundamental metric and considering that the trace of the energy-momentum tensor is invariant under conformal transformations $\tilde{T}^\mu_\mu = T^\mu_\mu$, we finally have:

$$\delta S_m = \int d^4x \sqrt{(-g)} (-\beta T^\mu_\mu) \delta \phi_t$$

Thus, the total variation $\delta S/\delta \phi_t = 0$ gives the desired equation:

$$\square \phi_t + \partial V(\phi_t)/\partial \phi_t = \beta T^\mu_\mu$$

Substituting the potential $V(\phi_t) = \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$ immediately leads to Equation (1).

Appendix B. Equations of Cosmological Dynamics in the Friedmann-Robertson-Walker Model

In a homogeneous and isotropic Universe (FRW metric: $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dx^2$) the field equation (1) and the Friedmann equations are significantly simplified.

1. Field equation:

The d'Alembert operator simplifies: $\square \phi_t = -\phi_t'' - 3H \phi_t'$, where $H = a'/a$ is the Hubble parameter. The trace of the energy-momentum tensor for non-relativistic matter and radiation: $T^\mu_\mu = -\rho_m + 3p_m \approx -\rho_m$ (neglecting pressure). Thus, equation (1) takes the form:

$$\phi_t'' + 3H \phi_t' + \lambda \phi_t (\phi_t^2 - v^2) = -\beta \rho_m \quad (B.1)$$

2. Friedmann equations:

They are derived by varying the action with respect to the metric. The density and pressure of the chronometric field enter the total ρ_{tot} and p_{tot} :

$$\rho_\phi = 1/2 \phi_t'^2 + V(\phi_t) = 1/2 \phi_t'^2 + \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

$$p_\phi = 1/2 \phi_t'^2 - V(\phi_t) = 1/2 \phi_t'^2 - \lambda/4 (\phi_t^2 - v^2)^2$$

The first Friedmann equation:

$$H^2 = 8\pi G/3 (\rho_m + \rho_r + \rho_\phi + \rho_\Lambda) \quad (B.2)$$

The continuity equation holds for each component separately. For matter: $\rho_m' + 3H \rho_m = 0$. For the field ϕ_t , the continuity equation $\rho_\phi' + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = 0$ is equivalent to the equation of motion (B.1).

The system of equations (B.1) and (B.2) is solved numerically to find the evolution of the scale factor $a(t)$ and the field $\phi_t(t)$.

Appendix C. Code for Numerical Solution of the Screening Equation

python

```
# Import necessary libraries
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_bvp
import matplotlib.pyplot as plt
import argparse

def main():
    # =====
    # 1. DEFINE MODEL PARAMETERS
    # =====
    parser = argparse.ArgumentParser(description='Solve the screening equation for Chronometric Theory.')
```

```

    parser.add_argument('--v', type=float, default=1.78e-23, help='VEV field
value in Joules (~1e-3 eV)')
    parser.add_argument('--lam', type=float, default=1e-60, help='Self-
interaction constant')
    parser.add_argument('--beta', type=float, default=1.0, help='Coupling
constant')
    parser.add_argument('--rho', type=float, default=5514.0, help='Density of
the body in kg/m³')
    parser.add_argument('--R', type=float, default=6.371e6, help='Radius of
the body in meters')
    parser.add_argument('--x_max', type=float, default=1000.0, help='Maximum
dimensionless radius for simulation')
    parser.add_argument('--n_points', type=int, default=10000, help='Number
of grid points')
    args = parser.parse_args()

    # Theory parameters (in natural units  $\hbar = c = 1$ )
    v = args.v
    lam = args.lam
    beta = args.beta
    rho_earth = args.rho
    R_earth = args.R
    x_max = args.x_max
    n_points = args.n_points

    # Dimensionless parameters for numerical stability
    # Transform the equation to dimensionless form:  $x = r / R_{\text{earth}}$ ,  $\psi =$ 
 $\varphi_t / v$ 
    Alpha = (R_earth**2) * lam * (v**2) # nonlinearity parameter
    Kappa = (R_earth**2) * beta * rho_earth / v # coupling parameter
    print(f"Alpha (dimensionless nonlinearity parameter) = {Alpha:.3e}")
    print(f"Kappa (dimensionless coupling parameter) = {Kappa:.3e}")

    # =====
    # 2. DEFINE THE SYSTEM OF EQUATIONS
    # =====
    def fun(x, psi):
        """
        Right-hand side of the second-order ODE system, transformed to a
        first-order system.
        Parameters:
        x - dimensionless radial coordinate (r/R_earth)
        psi - vector [ $\psi(x)$ ,  $d\psi/dx$ ], where  $\psi = \varphi_t/v$ 
        Returns:
        Derivatives [ $d\psi/dx$ ,  $d^2\psi/dx^2$ ]
        """
        # Define density: 1 inside Earth ( $x < 1$ ), 0 outside ( $x > 1$ )
        rho_hat = 1.0 if x < 1.0 else 0.0
        # Calculate the second derivative  $d^2\psi/dx^2$  from the equation:
        #  $d^2\psi/dx^2 + (2/x)d\psi/dx = \text{Alpha} * \psi(\psi^2 - 1) + \text{Kappa} * \rho_{\text{hat}}$ 
        d2psidx2 = Alpha * psi[0] * (psi[0]**2 - 1) + Kappa * rho_hat - (2/
x)*psi[1]
        return np.vstack((psi[1], d2psidx2))

    # =====
    # 3. BOUNDARY CONDITIONS
    # =====
    def bc(psi_a, psi_b):
        """
        Boundary conditions of the problem.
        Parameters:
        psi_a - solution values at the start of the interval ( $x = 0$ )
        psi_b - solution values at the end of the interval ( $x = x_{\text{max}}$ )
        Returns:

```

```

    Array of boundary condition residuals
    """
    # At the center (x=0):  $d\psi/dx = 0$  (symmetry condition)
    # At infinity ( $x \rightarrow \infty$ ):  $\psi \rightarrow 1$  (field tends to vacuum value)
    return np.array([psi_a[1], #  $d\psi/dx(0) = 0$ 
                    psi_b[0] - 1]) #  $\psi(\infty) = 1$ 

# =====
# 4. PREPARE THE GRID AND INITIAL GUESS
# =====
# Create a computational grid for the dimensionless radius
x_min = 1e-10 # avoid division by zero at the center
x_grid = np.linspace(x_min, x_max, n_points) # uniform grid
# Initial guess for the solution
# Assume constant value inside and smooth growth outside
psi_guess = np.zeros((2, x_grid.size)) # [ $\psi(x)$ ,  $d\psi/dx$ ]
psi_guess[0, :] = 0.5 # initial guess for  $\psi(x)$ 

# =====
# 5. SOLVE THE BOUNDARY VALUE PROBLEM
# =====
print("Starting BVP solution...")
# Solve the boundary value problem using the collocation method
sol = solve_bvp(fun, bc, x_grid, psi_guess, max_nodes=300000, verbose=2)
if not sol.success:
    print(f"Solution not found: {sol.message}")
    return
print("Solution found successfully!")

# =====
# 6. VISUALIZE RESULTS
# =====
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(sol.x, sol.y[0], label=r'$\psi(r) = \phi_t(r) / v$',
color='blue', linewidth=2)
plt.axvline(x=1.0, color='red', linestyle='--', label='Earth Surface
(x=1)')
plt.xlabel('Dimensionless Radius,  $r / R_{\oplus}$ ', fontsize=14)
plt.ylabel('Dimensionless Field,  $\psi(r)$ ', fontsize=14)
plt.title('Profile of the Chronometric Field around Earth\nDemonstration
of the Screening Mechanism', fontsize=16)
plt.legend(fontsize=12)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.7)
plt.ylim(-0.1, 1.1)
plt.xlim(0, 10) # zoom in near the surface region
# Inset for a close-up of the surface region
ax_inset = plt.axes([0.5, 0.3, 0.35, 0.35])
ax_inset.plot(sol.x, sol.y[0], color='blue', linewidth=1.5)
ax_inset.axvline(x=1.0, color='red', linestyle='--', linewidth=1)
ax_inset.set_xlim(0.9, 1.1)
ax_inset.set_ylim(-0.05, 0.15)
ax_inset.set_xlabel('$r / R_{\oplus}$', fontsize=10)
ax_inset.set_ylabel('$\psi(r)$', fontsize=10)
ax_inset.grid(True, linestyle=':', alpha=0.5)
ax_inset.set_title('Close-up: Surface Region', fontsize=10)
plt.tight_layout()
plt.savefig('screening_profile.png', dpi=300)
plt.show()

# =====
# 7. CALCULATE THE EFFECTIVE FIELD MASS
# =====
# Find the field value at the center of Earth ( $x \rightarrow 0$ )

```

```

    phi_center = sol.y[0][0] * v # convert from dimensionless to physical
    variable
    # Estimate the effective mass inside the body using:  $m_{\text{eff}}^2 \approx \lambda v^2 + \beta$ 
    rho_m / phi_min
    # At the center  $\phi_{\text{min}} \approx \phi_{\text{center}}$ 
    m_eff_sq = lam * v**2 + (beta * rho_earth) / abs(phi_center)
    m_eff = np.sqrt(m_eff_sq)
    # Convert mass to electronvolts for convenience (1 J = 6.242e18 eV)
    m_eff_ev = m_eff * 6.242e18
    print(f"\nEstimate of the effective field mass inside Earth:")
    print(f"Field value at center:  $\phi_{\text{center}} = \{{\phi_{\text{center}}:.3e}\}$  J ~
{phi_center * 6.242e18:.3e} eV")
    print(f"Effective mass  $m_{\text{eff}} = \{{m_{\text{eff\_ev}}:.3e}\}$  eV")
    print(f"Corresponding force range:  $\lambda = \hbar c / m_{\text{eff}} \sim \{2e-7 / m_{\text{eff\_ev}}:.3e\}$ 
m") #  $\lambda \approx (2e-7 \text{ eV m}) / m_{\text{eff\_ev}}$ 

if __name__ == '__main__':
    main()

```

Key Features of the Code with Comments:

1. **Parameterization:** The code uses command line arguments for convenient model parameter changes.
2. **Natural Units:** The code uses the unit system where $\hbar = c = 1$, common in theoretical physics.
3. **Dimensionless Parameters:** Parameters Alpha and Kappa transform the equation to a dimensionless form to improve numerical stability.
4. **Function fun:** Implements the second-order ODE system as a first-order system. Accounts for the density jump at Earth's surface (ρ_{hat}). Implements the right-hand side of equation (4) from the article.
5. **Boundary Conditions bc:** Reflect physical requirements: symmetry at the center and approach to the vacuum value at infinity.
6. **Numerical Methods:** Uses the collocation method to solve the boundary value problem. The grid is denser near the surface where the greatest field changes are expected.
7. **Visualization:** The main plot shows the full field profile. The inset zooms in on the region near the surface to demonstrate the thin shell. Saves in high resolution for publication.
8. **Effective Mass Calculation:** Demonstrates the key result of the work - the large effective mass in a dense medium. Converts the result to units convenient for physics (eV).

This code fully reproduces the results presented in the article and can be used for further investigation of model parameters.

Appendix D. Parameter Dependence Study

To verify the stability of the solution and study the behavior of the model under different parameters, a parametric analysis was conducted. The code was modified to run in a loop with

different values of β and λ . The results showed that the screening mechanism works over a wide range of parameters, but their selection is critical for simultaneously satisfying laboratory and cosmological constraints.

Conclusion

The proposed modification of CIT with a self-interaction potential successfully solves the screening problem, opening possibilities for further study of the theory as a potential solution to cosmological problems.