

ГЕОМЕТРИЗИРОВАННАЯ ФИЗИКА ВАКУУМА. ЧАСТЬ 13: СВЯЗЬ С КВАНТОВОЙ МЕХАНИКОЙ

Михаил Батанов-Гаухман¹

(1) Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Институт № 2 “Авиационные и ракетные двигатели и энергетические установки”,
ул. Волоколамское шоссе 4, Москва – Россия, 125993
(e-mail: alsignat@yandex.ru)

15.10.2025

АННОТАЦИЯ

Данная статья является тринадцатой частью научного проекта под общим названием «Геометризированная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур» [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12]. Данная статья направлена на обоснование утверждения о том, что нет различия в математическом описании поведения объектов макромира и микромира. Иерархическая космологическая модель, предложенная в предыдущих статьях данного проекта, предполагает, что метрико-динамические модели всех «корпускул» независимо от их размеров (например, «элементарные частицы», голые «планеты» и «звезды», а так же голые «галактики») устроены практически одинаково. Основные отличия между ними связаны в основном с различимостью мелких деталей. Чем больше «корпускула», тем более тонко проявляется ее инфраструктура. Однако сходство «корпускул» разного размера не ограничивается совпадением их формы. Их случайные перемещения (т.е. хаотические отклонения ядер «корпускул» от среднего положения) также подчиняются одним и тем же закономерностям. В статье приведен вывод стохастических уравнений Шредингера и самодиффузии, пригодных для описания усреднённых (в том числе квантованных) состояний стохастических систем любого масштаба. Показано, что, например, хаотически смещающиеся ядра планеты (или звезды) может иметь квантовый набор возможных усредненных состояний, подобно возбужденным состояниям электрона в атоме. Высказано предположение, что при приходе ядра планеты (или звезды) из одного квантового состояния в другое, недра этого небесного тела могут поглощать или излучать гравитационные волны. Эта гипотеза может лечь в основу звездно-планетарной гравитационной спектроскопии.

ABSTRACT

This article is the thirteenth part of the scientific project under the general title "Geometrized Vacuum Physics Based on the Algebra of Signature" [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12]. This article is aimed at substantiating the assertion that there is no difference in the mathematical description of the behavior of objects in the macrocosm and the microcosm. The hierarchical cosmological model proposed in the previous articles of this project assumes that the metric-dynamic models of all "corpuscles", regardless of their size (for example, "elementary particles", naked "planets" and "stars", as well as naked "galaxies") are structured almost identically. The main differences between them are associated primarily with the distinguishability of small details. The larger the "corpuscle", the more subtly its infrastructure is manifested. However, the similarity of "corpuscles" of different sizes is not limited to the coincidence of their shape. Their random movements (i.e., chaotic deviations of the core of the "corpuscles" from their mean positions) also obey the same laws. The article presents the derivation of the stochastic Schrödinger equations and self-diffusion equation, suitable for describing the averaged (including quantized) states of stochastic systems of any scale. It is shown that, for example, the chaotically shifting core of a planet (or star) can have a quantum set of possible averaged states, similar to the excited states of an electron in an atom. It is suggested that when the core of a planet (or star) transitions from one quantum state to another, the interior of this celestial body can absorb or emit gravitational waves. This hypothesis may form the basis of stellar-planetary gravitational spectroscopy.

Ключевые слова: физика вакуума, стохастическая квантовая механика, вывод уравнений Шредингера, возбужденные состояния недр планет и звезд.

Keywords: Vacuum physics, stochastic quantum mechanics, derivation of the Schrödinger equations, excited states of the interiors of planets and stars.

ПРЕДЫСТОРИЯ И ВВЕДЕНИЕ

1] Проблема сосуществования ОТО и КМ

Одна из наиболее сложных проблем современной физики – это существование двух основополагающих, но совершенно невязанных теорий: Общей теории относительности (ОТО) и Квантовой механики (КМ). На ОТО А. Эйнштейна основаны все теории, описывающие детерминированное поведение небесных (т.е. макроскопических) тел и космологические модели, а на принципах КМ построены все квантовые теории, позволяющие прогнозировать наиболее вероятное состояние мельчайших частичек и окружающих их полей.

Обе теории ОТО и КМ достаточно убедительно подтверждаются экспериментально в рамках области их применимости и лежат в основе практически всех современных передовых технологий.

В рамках современных представлений ОТО и КМ не удастся связать друг с другом. Основной интеллектуальный дискомфорт ученых заключается в том, что эти теории базируются на взаимно исключающих принципах.

Главная причина несовместимости ОТО и КМ кроется в различии подходов к пониманию природы пространства, времени и материи. ОТО основывается на предположении, что пространство-время является гладкой, непрерывно искривляющейся 4-мерной протяженностью. Тогда как в рамках квантовой механики гладкость пространства-времени должна нарушаться из-за исходной вероятностной причинности событий и принципа "неопределенности". Поэтому, когда обе теории применяются одновременно, возникают глубокие концептуальные противоречия.

Например, расчет энергии физического вакуума в рамках КМ приводит к бесконечности, из-за необходимости учета сильных флуктуаций пространства-времени на микроскопических масштабах (т.е. существования "квантовой пены"). С другой стороны, попытки применить методы квантовой механики к квантованию гравитации также приводят к бесконечности, которую невозможно устранить стандартными способами, как это делается в других квантовых теориях.

2] Квантование в модернизированной ОТО

Отчаявшись уловить основополагающую идею для построения единой теории поля, Эйнштейн как-то сказал: – «Мне кажется, для реального прогресса нужно опять попытаться у Природы какой-то общий руководящий принцип». Другой величайший ученый 20-го века Вольфганг Паули критиковал программу Эйнштейна по созданию единой теории поля. Известен комментарий Паули на эту тему: – «Что Бог разорвал, человек да не соединит». По всей видимости, он перефразировал высказывание Библии: – «Что Бог Сочетал, человек да не разделяет» (Евангелие от Матфея 19:6). Тем не менее, в 1958 г. Паули прочитал лекцию в Колумбийском университете, где он изложил свою версию единой теории поля, которая была основана на разработках Гейзенберга в этой области. На этой лекции присутствовал Нильс Бор. В дискуссии с Паули Бор сказал: – «Мы на галерке убеждены, что Ваша теория безумна, но разошлись во мнении достаточно ли она безумна, чтобы быть правильной». Позже на возражения Паули Бор ответил: – «Все простые способы создать единую теорию поля Эйнштейн уже опробовал, и все они не оправдали надежд. Следовательно, нужно учитывать что-то радикально отличное от всех предыдущих подходов; нужно придумать что-то достаточно безумное, чтобы теория оказалась верной». Возможно, предложенные в Геометризированной физике вакуума на основе Алгебры сигнатур идеи достаточно радикальны и неожиданны для того, чтобы приблизить нас к цели, намеченной Эйнштейном.

В предыдущих статьях Геометризированной физики вакуума на основе Алгебры сигнатур (ГФВ&АС) [1,2,3,4,5,6,7, 8,9,10,11,12] в основном рассматривалась иерархическая космологическая модель, которая основана на двух основных модернизациях общей теории относительности Эйнштейна:

1) Во всех теориях и учебниках, основанных на общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейна, используются метрические пространства с одной и/или с двумя сигнатурами (+ – – –) и/или (– + + +). Тогда как в предлагаемой ГФВ&АС учитывается все 16 возможных видов 4-мерных пространств со следующими сигнатурами (т.е. с топологиями, смотрите §4 в [2]):

$$\text{sign}(ds^{(a,b)2}) = \begin{pmatrix} (+ + + +) & (+ + + -) & (- + + -) & (+ + - +) \\ (- - - +) & (- + + +) & (- - + +) & (- + - +) \\ (+ - - +) & (+ + - -) & (+ - - -) & (+ - + +) \\ (- - + -) & (+ - + -) & (- + - -) & (- - - -) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

2) В ОТО используется вакуумное уравнение Эйнштейна только с одним Λ -членом:

$$R_{ik} + \Lambda g_{ik} = 0, \quad (2)$$

а в предлагаемой ГФВ&АС в качестве законов сохранения применяется тоже вакуумное уравнение Эйнштейна, но с бесконечным числом $\pm\Lambda_i$ -членов (смотрите §6 в [5] и Введение в [6])

$$R_{ik} + g_{ik}(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3 + \dots + \Lambda_\infty) = 0, \quad (3)$$

где Λ_i могут принимать как положительные, так и отрицательные значения

$$\pm\Lambda_i = \pm \frac{3}{r_i^2}, \quad (4)$$

здесь r_i – радиусы соответствующих сфер.

В рамках ГФВ&АС уравнение (3) называется третьим вакуумным уравнением Эйнштейна.

Анализ решений уравнения (3) показал (смотрите [6]), что протяженность замкнутой сферической Вселенной наполнена бесконечным количеством сферических $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (условно названных «корпускулами» и «антикорпускулами»), которые по-разному вложены друг в друга подобно матрешкам (рис. 1).

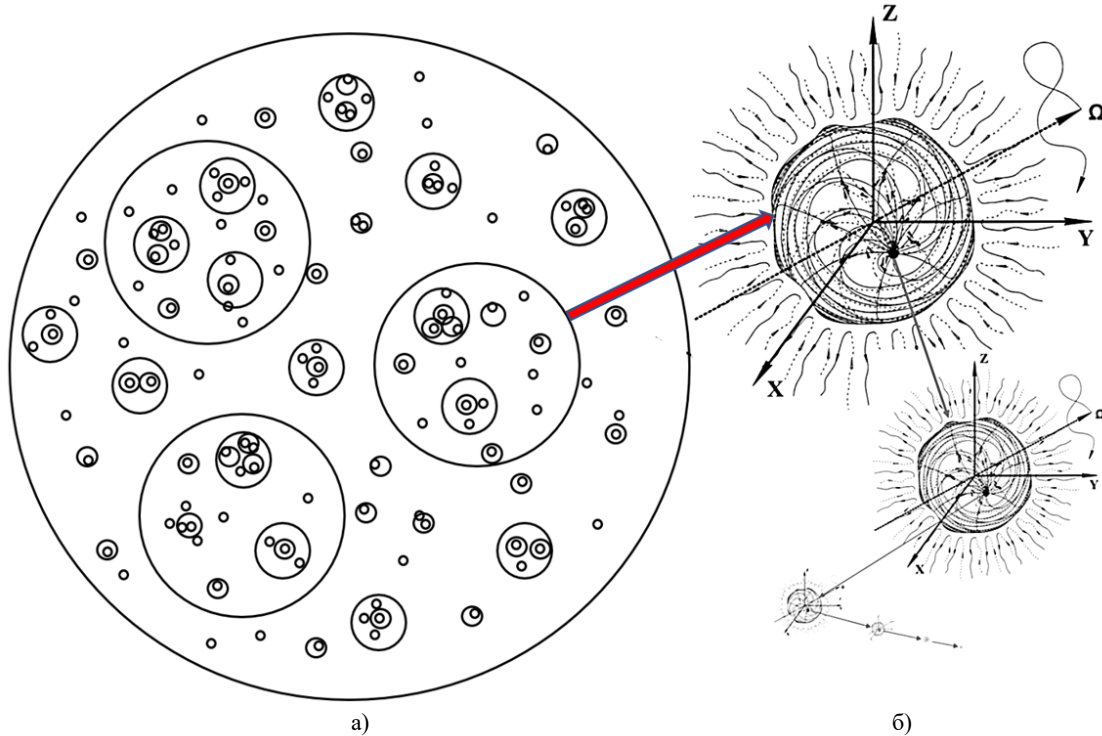


Рис. 1. (Повторение рис. 10 в [6]) Иллюстрация иерархической космологической модели, состоящей из множества сферических $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований («корпускул» и «антикорпускул»), по-разному вложенных друг в друга подобно матрешкам

Масштабная сортировка «корпускул» и «антикорпускул» по размерам позволяет представить уравнение (3) в виде

$$R_{ik} + \frac{1}{2} g_{ik} (\sum_{k=1}^{10} \sum_{m=1}^{\infty} \Lambda_{km} + \sum_{k=1}^{10} \sum_{m=1}^{\infty} - \Lambda_{km}) = 0, \quad (5)$$

где $\pm \Lambda_{km} = \pm \frac{3}{r_{km}^2}$, с иерархией радиусов (44а) в [6]:

$$\begin{aligned} r_{1m} &\sim 10^{39} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом «мега-Вселенной»}; \\ r_{2m} &\sim 10^{29} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом «наблюдаемой Вселенной»}; \\ r_{3m} &\sim 10^{17} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра голой «галактики»}; \\ r_{4m} &\sim 10^7 \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра голой «планеты»}; \\ r_{5m} &\sim 10^{-3} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом голой «биологической клетки»}; \\ r_{6m} &\sim 10^{-13} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «элементарной частицы»}; \\ r_{7m} &\sim 10^{-24} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «прото-кварка»}; \\ r_{8m} &\sim 10^{-34} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «планктона»}; \\ r_{9m} &\sim 10^{-45} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «прото-планктона»}; \\ r_{10m} &\sim 10^{-55} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «инстантона»}. \end{aligned} \quad (6)$$



Напомним, что на самом деле мы не знаем, сколько сферических объектов с радиусами (6) имеется в самой большой иерархической цепочке. Только радиусы $r_{2m}, r_{3m}, r_{4m}, r_{5m}, r_{6m}$ соответствуют размерам ядер реальных сферических тел («корпускул»). Существование «корпускул» с радиусами ядер $r_{1m}, r_{7m}, r_{8m}, r_{9m}, r_{10m}$ только прогнозируется. Другими словами, мы предположили, что имеется иерархическая последовательность всего 10 сортов «корпускул», отличающихся друг от друга по величине примерно на 10 порядков, но мы уверены только в пяти из них. Однако иерархическая космологическая модель строится так, что на первом этапе исследований количество разномасштабных «корпускул» в иерархической последовательности (6) не имеет решающего значения и может быть изменено в результате дальнейших исследований.

Исходное условие вакуумного баланса, сформулированного в [1,2,3,4], требует, чтобы усреднение второго слагаемого в выражении (5) по всему объему «мега-Вселенной» (или по всем «корпускулам» и «антикорпускулам» различных масштабов) равнялось нулю

$$(\sum_{k=1}^{10} \sum_{m=1}^{\infty} \Lambda_{km} + \sum_{k=1}^{10} \sum_{n=1}^{\infty} - \Lambda_{kn}) = 0. \quad (7)$$

Таким образом, мы в среднем возвращаемся к исходному (первому) вакуумному уравнению Эйнштейна

$$R_{ik} = 0, \quad (8)$$

предопределяющему метрико-динамическую модель замкнутой сферической мега-Вселенной в целом.

Вместе с тем в локальных областях Вселенной результат усреднения второго слагаемого в уравнении (5) может быть не равным нулю

$$(\sum_{k=1}^{10} \sum_{m=1}^{\infty} \Lambda_{km} + \sum_{k=1}^{10} \sum_{n=1}^{\infty} - \Lambda_{kn}) = \pm \Lambda_l. \quad (9)$$

Тогда метрико-динамические свойства такой локальной области пространства могут определяться вторым вакуумным уравнением Эйнштейна

$$R_{ik} \pm \Lambda_l g_{ik} = 0. \quad (10)$$

Кроме исследования усредненных космологических моделей типа (8) и (10), из уравнения (5) можно выделить бесконечное количество отдельных иерархических космологических цепочек, например,

$$\begin{cases} R_{ik} + g_{ik} \sum_{m=1}^{10} \Lambda_m = 0, \\ R_{ik} - g_{ik} \sum_{m=1}^{10} \Lambda_m = 0. \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} R_{ik} + g_{ik} \sum_{m=1}^3 \Lambda_m = 0, \\ R_{ik} - g_{ik} \sum_{m=1}^3 \Lambda_m = 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} R_{ik} + g_{ik} \sum_{m=1}^{14} \Lambda_m = 0, \\ R_{ik} - g_{ik} \sum_{m=1}^{14} \Lambda_m = 0. \end{cases} \quad (13)$$

п т.п. в зависимости от того, сколько разномасштабных сферических $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (т.е. «корпускул» и «антикорпускул») с радиусами ядер из иерархии (6)) находятся внутри друг друга (рис. 1а,б).

Каждую из бесконечного количества иерархических цепочек, описываемых системами уравнений типа (11) – (13) можно решать по отдельности.

Однако в рамках ГФВ&АС имеется общее правило, что все иерархические цепочки начинаются с одного общего ядра самой большой «корпускулы» (в частности, с ядра «мега-Вселенной» с радиусом $r_{1m} \sim 10^{39}$ см) и заканчиваются на ядре одной общей самой маленькой «корпускулы» (в частности, на ядре «инстантона» с радиусом $r_{10m} \sim 10^{-55}$ см) (смотрите рис. 2).

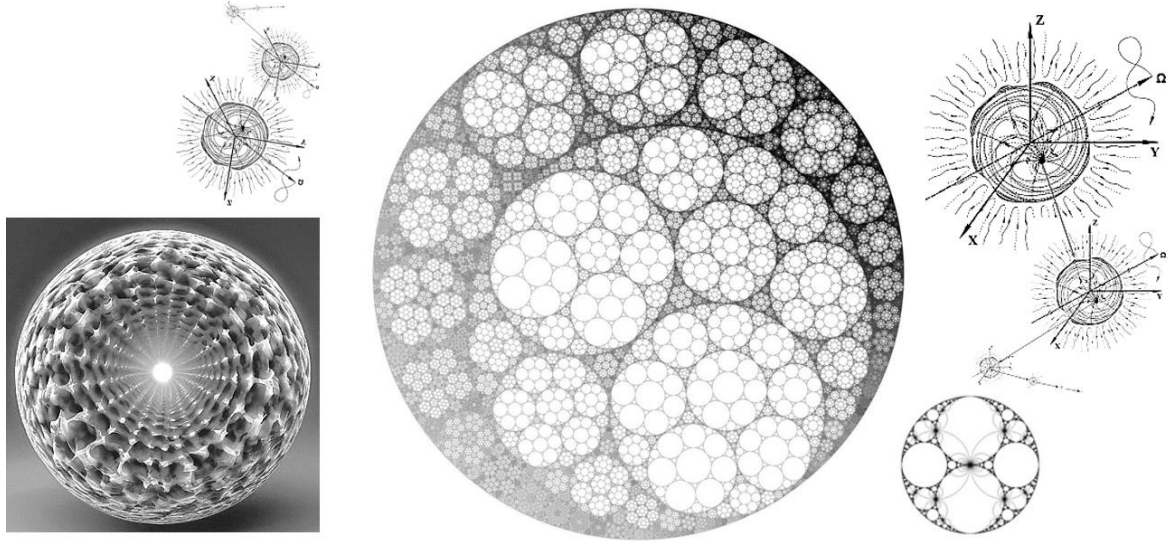


Рис. 2. Иллюстрации несчетного количества иерархических цепочек разномасштабных «корпускул» и «антикорпускул», которые начинаются с одного общего самого большого ядра «мега-Вселенной» и заканчиваются на одном общем самом маленьком ядре «инстантона»

Например, в рамках ГФВ&АС метрико-динамическая модель свободного «электрона», ядро которого находится только внутри ядра «мега-Вселенной» и внутри которого имеется только одно ядро «инстантона», определяется уравнением трехуровневой иерархической цепочки

$$R_{ik} + g_{ik} (\Lambda_1 + \Lambda_6 + \Lambda_{10}) = R_{ik} + g_{ik} \left(\frac{3}{r_1^2} + \frac{3}{r_6^2} + \frac{3}{r_{10}^2} \right) = 0, \quad (14)$$

точнее системой метрик-решений этого уравнения (вида (1) – (10) в [7]):

$$\begin{aligned}
& \text{«ЭЛЕКТРОН»} \\
& \text{свободный, валентный} \\
& \text{в среднем сферическое стабильное "выпуклое" многослойное сферическое} \\
& \text{искривление } \lambda_{12,-15}\text{-вакуума с сигнатурой } (+ - -), \text{ состоящее из:}
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Внешняя оболочка} \\
& \text{в интервале } [r_1, r_6] \text{ (смотрите рис. 3)} \\
\text{I} \quad ds_1^{(+---)^2} &= \left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{H} \quad ds_2^{(+---)^2} = \left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \tag{17}$$

$$\text{V} \quad ds_3^{(+---)^2} = \left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_6}{r} - \frac{r^2}{r_1^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \tag{18}$$

$$\text{H}' \quad ds_4^{(+---)^2} = \left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_6}{r} + \frac{r^2}{r_1^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2); \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Ядро} \\
& \text{в интервале } [r_6, r_{10}] \text{ (рис. 3)} \\
\text{I} \quad ds_1^{(+---)^2} &= \left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\text{H} \quad ds_2^{(+---)^2} = \left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \tag{21}$$

$$\text{V} \quad ds_3^{(+---)^2} = \left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_{10}}{r} - \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \tag{22}$$

$$\text{H}' \quad ds_4^{(+---)^2} = \left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_{10}}{r} + \frac{r^2}{r_6^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2); \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Шельт свободного валентного «электрона»} \\
& \text{в интервале } [0, \infty] \\
i \quad ds_5^{(+---)^2} &= c^2 dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),
\end{aligned} \tag{24}$$

где согласно иерархии (6):

$$r_1 \sim 10^{39} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом «мега-Вселенной»}; \tag{25}$$

$$r_6 \sim 10^{-13} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «электрона»};$$

$$r_{10} \sim 10^{-55} \text{ см} - \text{радиус, соизмеримый с радиусом ядра «инстантона»}.$$

Анализ совокупности метрик типа (17) – (24) проведенный в [7,8,9], показал, что при определенных упрощениях такой «электрон» занимает все ядро «мега-Вселенной» с радиусом $r_1 \sim 10^{39}$ см. При этом в таком вселенском «электроне» можно выделить три явно выраженные зоны (смотрите рис. 3):

- 1) внешняя оболочка «электрона», которая простирается от ядра «электрона» с радиусом $r_6 \sim 10^{-13}$ см до края ядра «мега-Вселенной» с радиусом $r_1 \sim 10^{39}$ см;
- 2) ядро «электрона» с радиусом $r_6 \sim 10^{-13}$ см;
- 3) внутренне ядрышко «электрона», которое является ядром «инстантона» с радиусом $r_{10} \sim 10^{-55}$ см.

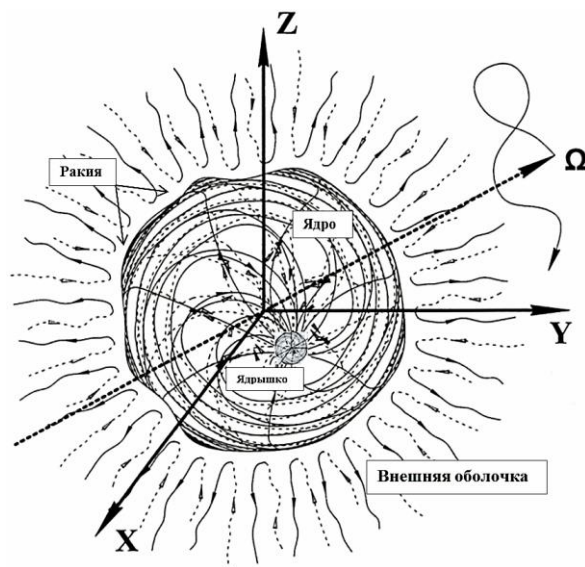


Рис. 3. Вселенский «электрон», в котором можно выделить три основные зоны:
внешняя оболочка, ядро и внутреннее ядрышко

В предыдущих статьях [6,7,8,9,10,11,12] подробно рассматривались в основном иерархическая космологическая цепочка, состоящая из $10 + 10 = 20$ -ти ячеек (т.е. из 10 «корпускул», вложенных друг в друга и 10 «антикорпускул» вложенных друг в друга). Другими словами, мы решали систему уравнений (11) с $10 + 10 = 20$ -ю $\pm\Lambda_i$ -членами. В результате была получена замкнутая метрико-динамическую иерархическая модель одной цепочки (рис. 4)

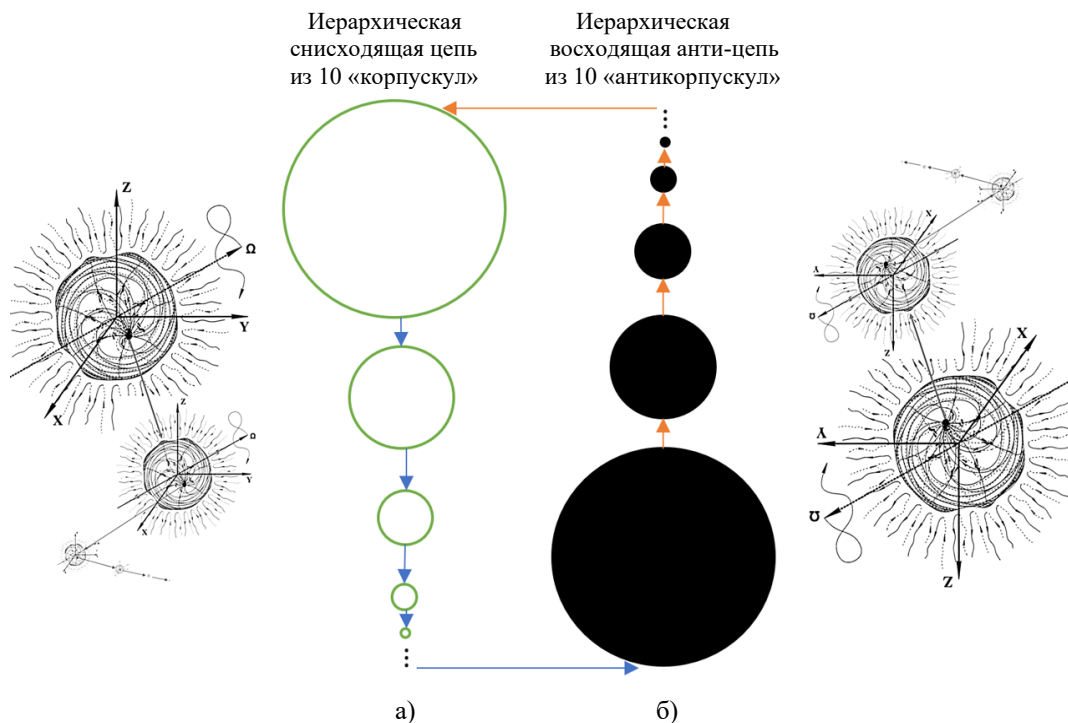


Рис. 4. (Повторение рис. A1 в [12]). Схематическое изображение одной замкнутой иерархической космологической цепочки, состоящей из 10 вложенных друг в друга «корпускул» (т.е. выпуклостей $\lambda_{m,n}$ -вакуума) и 10 вложенных друг в друга «антикорпускул» (т.е. вогнутостей $\lambda_{m,n}$ -вакуума)

В иерархической цепочке, показанной на рис. 4а, присутствуют: 1 - ядро «мега-Вселенной», 2 - внутри которого находится ядро «наблюдаемой Вселенной», 3 - внутри которого ядро голой «галактики», 4 - внутри которого ядро голой «планеты», 5 - внутри которого ядро «биологической клетки», 6 - внутри которого ядро «элементарной частицы», 7 - внутри которого ядро «прото-кварка», 8 - внутри которого ядро «планктона»; 9 - внутри которого ядро «прото-планктона», 10 внутри которого ядро «инстантона».

Другие иерархические цепочки могут содержать, например, 6 ячеек (т.е. разномасштабных «корпускул»): 1 - ядро «мега-Вселенной», 2 - внутри которого находится ядро «наблюдаемой Вселенной», 3 - внутри которого ядро голой «галактики», 4 - внутри которого ядро «элементарной частицы», 5 - внутри которого ядро «планктона»; 6 - внутри которого ядро «инстантона»; или 8 ячеек, или 4 ячейки и т.д. (но не менее трех).

Бесконечное количество таких иерархических цепочек и анти-цепочек, начинающихся с одного общего ядра «мега-Вселенной» и заканчивающихся на одном общем ядре «инстантона», образуют единую иерархическую космологическую модель, состоящую из бесчисленного числа разномасштабных «корпускул» (рис. 1 и 2). При этом размерный ряд «корпускул» и «антикорпускул» строго проквантован, т.е. каждый масштабный сорт «корпускул» и «антикорпускул» имеет строго определенный базовый размер наименьшего ядра.

Причина такого масштабного квантования «корпускул» и «антикорпускул» по их размерам, судя по всему, связана с условиями разрыва вакуума, которые обсуждалась в разделе вакуумной кинематики (смотрите §7.3 в [3]), и обусловлена конечностью скорости света. Однако эта проблема в рамках ГФВ&АС не решена и требует дополнительного рассмотрения.

Внутри каждого размерного сорта «корпускул» и «антикорпускул» имеется дополнительная возможность квантования. Дело в том, что стабильными сферическими $\lambda_{m,n}$ -вакуумными образованиями (т.е. «корпускулами» и «антикорпускулами») являются только те из них, которые описываются метриками-решениями вакуумного уравнения Эйнштейна $R_{ik} \pm \Lambda_k g_{ik} = 0$ с суммарными (или усредненными) сигнатурами (+ ---) или (- +++) или (0 0 0 0) (смотрите [5,6,7], а также [10,12]). Сфероидные $\lambda_{m,n}$ -вакуумные образования с любыми другими сигнатурами из матрицы (1) нестабильны, т.е. могут на время локально проявляться из пустоты, но в последствии растворяются или аннигилируют.

При этом сигнатура метрик-решений вакуумного уравнения Эйнштейна, определяющих метрико-динамическую модель сфероидных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (т.е. «корпускул» и «антикорпускул») связана с их топологией. Например, если «корпускулу» с усредненной сигнатурой (+ ---) условно назвать стабильной сферической выпуклостью $\lambda_{m,n}$ -вакуума, то «антикорпускулу» с усредненной противоположной сигнатурой (- +++) следует называть стабильной сферической вогнутостью того же $\lambda_{m,n}$ -вакуума.

Ярким примером таких заряженных стабильных сферических $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (т.е. «корпускул» и «антикорпускул») являются «электрон» с сигнатурой (+ ---) (смотрите (1) в [7]) и «позитрон» с сигнатурой (- +++) (смотрите (11) в [7]), а также различные состояния «протона» с усредненной сигнатурой (- +++) (смотрите (84) – (86) в [6]):

$$\begin{aligned} d_k^+ (+ + + -) \\ u_3^- (- - - +) \\ u_l^- (- - + +) \\ p_1^- (- + + +)_+ \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} d_3^+ (+ + - +) \\ u_l^- (- - + +) \\ u_k^- (- + + -) \\ p_2^- (- + + +)_+ \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} d_l^+ (+ - + +) \\ u_k^- (- + + -) \\ u_3^- (- + - +) \\ p_3^- (- + + +)_+ \end{aligned} \quad (28)$$

и «антипротона» с усредненной сигнатурой (- +++) (смотрите (87) – (89) в [6]):

$$\begin{aligned} d_k^- (- - - +) \\ u_3^+ (+ - - -) \\ u_l^+ (+ + - -) \\ p_1^+ (+ - - -)_+ \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} d_3^- (- - + -) \\ u_l^+ (+ + - -) \\ u_k^+ (+ - - +) \\ p_2^+ (+ - - -)_+ \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} d_l^- (- + - -) \\ u_k^+ (+ - - +) \\ u_3^+ (+ - + -) \\ p_3^+ (+ - - -)_+ \end{aligned} \quad ((31)$$

В свою очередь, «корпускулы» с усредненной нулевой сигнатурой, например, $\frac{1}{2} [(+ - - -) + (- + + +)] = (0\ 0\ 0\ 0)$ – это в среднем плоские (т.е. незаряженные) $\lambda_{m,n}$ -вакуумные образования. Некоторые из них могут долго оставаться стабильными, но относительно легко распадаются и/или преобразуются или сливаются с другими подобными «корпускулами» и «антикорпускулами». Примером нейтральной «корпускулы» является «нейтрон», способный принимать следующие сигнатурные (или топологические) конфигурации (смотрите (103) в [6]):

$$(32)$$

$i_6^- (- - - -)$	$i_6^- (- - - -)$	$i_6^- (- - - -)$	$i_6^- (- - - -)$
$d_7^+ (+ - + +)$	$d_3^+ (+ + - +)$	$d_7^+ (+ - + +)$	$u_3^- (- + - +)$
$u_6^- (- + + -)$	$d_6^+ (+ + + -)$	$u_3^- (- + - +)$	$d_7^+ (+ - + +)$
$d_3^+ (+ + - +)$	$u_7^- (- - + +)$	$d_6^+ (+ + + -)$	$d_6^+ (+ + + -)$
$n_1^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_2^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_3^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_4^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$
$i_6^+ (+ + + +)$	$i_6^+ (+ + + +)$	$i_6^+ (+ + + +)$	$i_6^+ (+ + + +)$
$d_7^- (- + - -)$	$d_3^- (- - + -)$	$d_7^- (- + - -)$	$u_3^+ (+ - + -)$
$u_6^+ (+ - - +)$	$d_6^- (- - - +)$	$u_3^+ (+ - + -)$	$d_7^- (- + - -)$
$d_3^- (- - + -)$	$u_7^+ (+ + - -)$	$d_6^- (- - - +)$	$d_6^- (- - - +)$
$n_5^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_6^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_7^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$	$n_8^0 (0\ 0\ 0\ 0)_+$

Напомним, что каждой сигнатуре в ранжирах (26) – (32) соответствует цветной «кварк» или «антикварк» из табл. 1 в [6], при этом каждый из них описывается 10-ю метриками вида (72) – (80) в [6] с соответствующей сигнатурой.

Нестабильные сфероидные «корпускулы» и «антикорпускулы» с остальными сигнатурами из матрицы (1) – это временные выпукло-вогнутые состояния $\lambda_{m,n}$ -вакуума: вывернутые тороиды, гиперboloиды, параболоиды и т.д. Связь сигнатуры метрической протяженности с ее топологией была рассмотрена в работах Феликса Клейна и обсуждается в §4 в [2].

Так образом, ГФВ&АС (т.е. модернизированная общая теория относительности, далее М-ОТО), с дополнением бесчисленного числа $\pm\Lambda_i$ -членов и с учетом всех 16-и типов сигнатур из матрицы (1), квантуется. То есть, М-ОТО является квантовой теорией, в которой присутствует: масштабное (или иерархическое) квантование $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (точнее, дискретная сортировка «корпускул» и «антикорпускул» по их размерам); и дискретное распределение каждого сорта «корпускул» и «антикорпускул» по критерию их стабильной топологической (узловой) конфигурации.

Все эти виды квантования $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (т.е. «корпускул» и «антикорпускул») были рассмотрены в предыдущих статьях ГФВ&АС [5,6,7,10,12].

В этой статье мы попытаемся показать, что в рамках ГФВ&АС может иметь место не только масштабное и топологическое квантование стабильных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований, но и квантование в смысле стохастической квантовой механики.

3]. *Компромисс между «порядком» и «хаосом»*

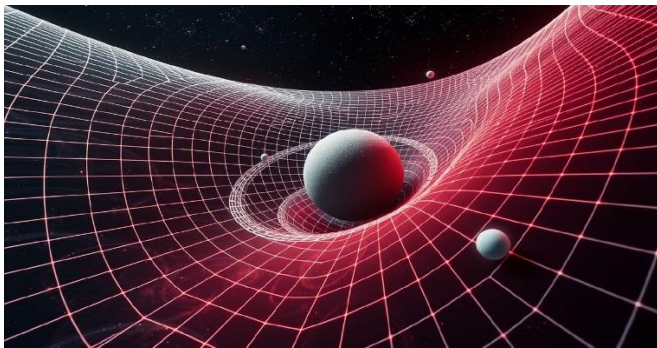
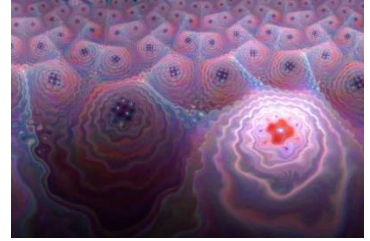
«Свобода – есть познанная необходимость»
ברוך שפינוזה (Барух Спиноза)

Все явления окружающего мира есть результат стремления к компромиссу между «порядком» и «хаосом». Порядок часто проявляется из хаоса при оптимальном увеличении масштаба рассмотрения, что во многих случаях равносильно усреднению. Однако при дальнейшем увеличении масштаба рассмотрения порядок может опять раствориться в более крупномасштабном хаосе. Периодическое (т.е., явно дискретное) чередование порядка и хаоса – это еще один вариант квантования.

Во всех предыдущих статьях ГФВ&АС [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12] мы относились к метрико-динамическим моделям стабильных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований (т.е. к «корпускулам» и «антикорпускулам»), как к объектам сферической

формы. На самом деле, все слои $\lambda_{m,n}$ -вакуума повсеместно хаотически колеблются и причудливо искривляются. Стабильные формы «корпускул» и «антикорпускул» любого размера выявляются из всеобщего хаоса посредством усреднения советующего масштаба. Например, чтобы выявить из хаоса «электрон» (15) или «позитрон» необходимо усреднять бурлящую протяженность $\lambda_{m,n}$ -вакуума на масштабах 10^{-13} см, а для того, чтобы выявить метрико-динамическую структуру голой «планеты» необходимо выполнять усреднение на расстояниях порядка 100 км.

Напомним, что третье вакуумное уравнение Эйнштейна (5) вытекает из принципа «экстремальности кривизны пространства» и, по сути, является выражением 10-и законов сохранения и условий существования в среднем стабильных выпуклых и вогнутых деформаций $\lambda_{m,n}$ -вакуума. Но уравнение (5) позволяет выявить только усредненный каркас дрожащей иерархической цепочки, т.к. оно не учитывает случайные флуктуации протяженности $\lambda_{m,n}$ -вакуумов и, следовательно, оно не замечает хаотических перемещений ядер желеобразных «корпускул» и сложных искажений их формы (смотрите рис. 5б).



а)

б)

Рис. 5. а) Иллюстрация усредненных искажений $\lambda_{m,n}$ -вакуума вокруг усредненного ядра «корпускулы»;
б) Иллюстрация хаотических флуктуаций формы ядра «корпускулы» и $\lambda_{m,n}$ -вакуума, окружающего его

На первый взгляд, причина $\lambda_{m,n}$ -вакуумных флуктуаций связана просто с наложением колоссального количества различных одновременных процессов, возмущающих каждую локальную упруго-пластическую область каждого желеподобного слоя $\lambda_{m,n}$ -вакуума. Однако не все так просто. Как будет показано ниже, у хаоса есть свои закономерности, которые обусловлены основополагающим принципом: «Стремления любых стохастических систем одновременно к минимуму действия (т.е. к Порядку) и к максимуму энтропии (т.е. к Хаосу)».

В рамках ГФВ&АС проблема, связанная с усреднением постоянных искажений протяженности бурлящего вакуума, решается путем зондирования его лучами света (т.е. эйконалами электромагнитных волн) с длиной волны $\lambda_{m,n}$ из соответствующего диапазона $\Delta\lambda = 10^m \div 10^n$ см (смотрите § 1 в [1]). Диаметр эйконала электромагнитной волны зависит от ее длины волны $\lambda_{m,n}$, поэтому все флуктуации вакуума, которые меньше по размерам диаметра эйконала, усредняются. Другими словами, искривлений 3-D ландшафт (т.е., $\lambda_{m,n}$ -вакуум), крупномасштабный по сравнению с длиной волны зондирующего луча, изначально получается усредненным (рис. 5а).

В связи с этим, на данном этапе исследования нас в основном будут интересовать не случайные мелкие метаморфозы протяженности повсеместно бурлящего вакуума, а хаотические блуждания ядер «корпускул» в дрожащем желеобразном (т.е. упругопластическом) вакууме.

В этой статье предлагается вывод уравнений Шредингера и самодиффузии для хаотически блуждающей частицы на основе подхода близкого к аксиоматике стохастической интерпретации квантовой механики Э. Нельсона, но с использованием иных принципов, в частности принципа «экстремума усредненной эффективности» стохастической системы. При этом новая (безмассовая) стохастическая квантовая механика оказывается применима не только для описания состояния микроскопических объектов (например, электронов), но и для описания усредненного состояния практически всех дрожащих и хаотически блуждающих «корпускул» любого масштаба.

Цель данной работы показать, что в рамках «Геометризированной физики вакуума на основе Алгебры сигнатур» (ГФВ&АС), развиваемой в серии статей [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12], никаких противоречий между макро- и микроскопическим уровнями организации Вселенной нет. На всех масштабах естества действуют одни и те же законы, обусловленные двумя основополагающими принципами: «наименьшего действия» и «максимума энтропии», объединенными в один принцип «экстремума усредненной эффективности» любой стохастической системы.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОД

1 Модель хаотически блуждающей частицы как стохастической системы

Предметом дальнейшего рассмотрения является хаотическое перемещение любого локального объекта. Это может быть случайно блуждающее ядро сферического $\lambda_{m,n}$ -вакуумного образования («корпускулы») любого масштаба, входящего в состав иерархической космологической модели (рис. 3), например, ядро «электрона», ядро биологической клетки, ядро голой «планеты» или ядро голой «галактики» и т.п.. Также это может быть хаотически перемещающиеся рыбка в аквариуме, птичка в клетке, волнующееся сердце в груди животного; трепещущий желток в курином яйце; порхающий мотылек в окрестности горячей лампы; смещающийся комариный рой; блуждающая пыльца в разбавленном сахарном сиропе; мечущегося пузырька воздуха в кипящей жидкости; шевелящийся эмбрион в утробе матери; смещающегося косяка рыб в океане; трепет цветка на ветру и т.д.

The core of the “corpuscle”, which is small compared to the scale of consideration, or the geometric center of each of the above-mentioned local objects, can be conventionally represented as a material point with mass m , which wanders chaotically (i.e. moves along a complex trajectory) in the vicinity of the origin of the reference frame, under the influence of many random influences from the fluctuating environment (in particular, a trembling jelly-like vacuum) (see Figure 6a).

Ядро «корпускулы», которое мало по сравнению с масштабом рассмотрения, или геометрический центр каждого из вышеперечисленных локальных объектов условно представим в виде материальной точки с массой m , которая хаотически блуждает (т.е. перемещается по сложной траектории) в окрестности начала системы отсчета, под действием множества случайных воздействий со стороны флуктуирующей окружающей среды (в частности, дрожащего желеобразного вакуума) (рис. 6а).

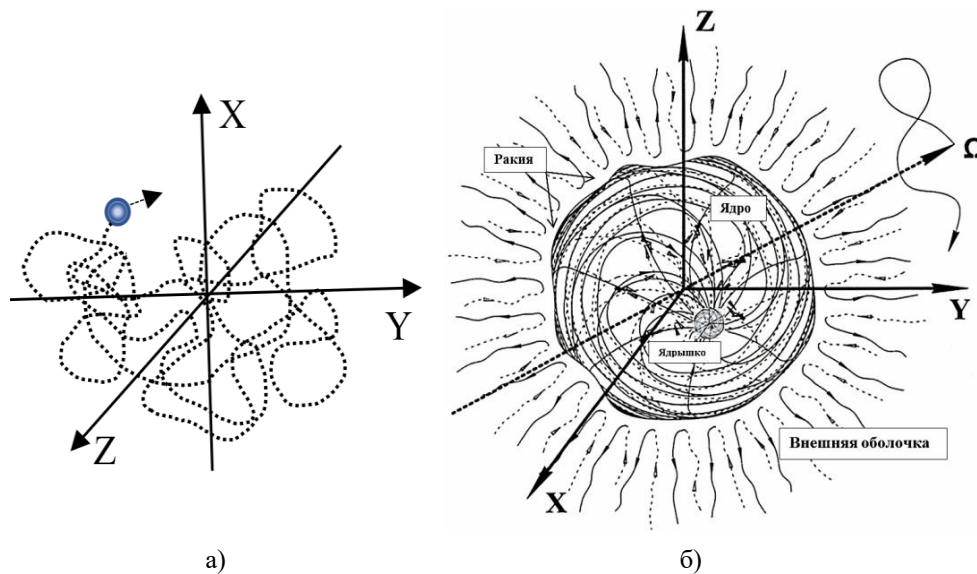


Рис. 6. а) Упрощенная модель хаотически блуждающей частицы (ХБЧ) (т.е. малого ядра «корпускулы» или геометрического центра любого случайно перемещающегося локального объекта); б) Пример хаотически блуждающего ядрышка внутри крупного ядра. Это может быть, например, блуждающее ядро «электрона» внутри атома, или дрожащая органелла внутри биологической клетки или железное ядро внутри планеты и т.п.

Такую материальную точку будем называть *хаотически блуждающей частицей* (ХБЧ) (данный термин был впервые введен в [19]), а ее усредненное поведение в исследуемой области пространства будем называть стохастической системой.

Далее будем придерживаться статьи автора [13] с учетом особенностей иерархической космологической модели, представленной в [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12].

Как известно полная механическая энергия E частицы в каждой точке пространства x, y, z и в каждое мгновение t равна сумме ее кинетической T и потенциальной U энергий

$$E(x, y, z, t) = T(v, x, y, z, t) + U(x, y, z, t). \quad (33)$$

Усредняя обе части уравнения (33) получим усредненную полную механическую энергию хаотически блуждающей частицы (ХБЧ)

$$\langle E(x, y, z, t) \rangle = \langle T(v, x, y, z, t) \rangle + \langle U(x, y, z, t) \rangle, \quad (34)$$

где $\langle \rangle$ – означает усреднение по всей области пространства, занимаемой стохастической системой (рис. 6а);

$$\langle T(v, x, y, z, t) \rangle = \langle T(p_x, p_y, p_z, x, y, z, t) \rangle = \left\langle \frac{m[v_x^2(x, y, z, t) + v_y^2(x, y, z, t) + v_z^2(x, y, z, t)]}{2} \right\rangle \quad (35)$$

– усредненная кинетическая энергия ХБЧ, здесь $p_i(x, y, z, t) = mv_i(x, y, z, t)$ – мгновенные значения i -й компоненты вектора импульса ХБЧ, движущейся с мгновенной скоростью $v_i(x, y, z, t)$, в момент времени t в точке с координатами x, y, z (рис. 6а);

$\langle U(x, y, z, t) \rangle$ – усредненная потенциальная энергия ХБЧ в точке с координатами x, y, z в момент времени t . Данная потенциальная энергия обусловлена тем, что окружающая упругопластическая среда может в среднем упруго напрягаться при отклонении ХБЧ от центра стохастической системы. Если окружающая среда в среднем упруго не напрягается при движении ХБЧ, то ее $\langle U(x, y, z, t) \rangle = 0$.

Уравнение (33) можно представить в виде

$$\langle T(v, x, y, z, t) \rangle + \langle U(x, y, z, t) \rangle - \langle E(x, y, z, t) \rangle = 0. \quad (36)$$

Проинтегрируем уравнение (35) по времени

$$\int_{t_1}^{t_2} [\langle T(p_x, p_y, p_z, x, y, z, t) \rangle + \langle U(x, y, z, t) \rangle - \langle E(x, y, z, t) \rangle] dt = 0. \quad (37)$$

Будем называть выражение (37) усредненной сбалансированностью стохастической системы [13].

Для упрощения математических выкладок рассмотрим одномерный случай. Это означает, что мы в начале будем рассматривать только изменение проекции ХБЧ на ось X со временем t (рис. 7б). Такой подход не ограничивает общность заключений, т.к. в случае трех измерений увеличивается только число интегрирований.

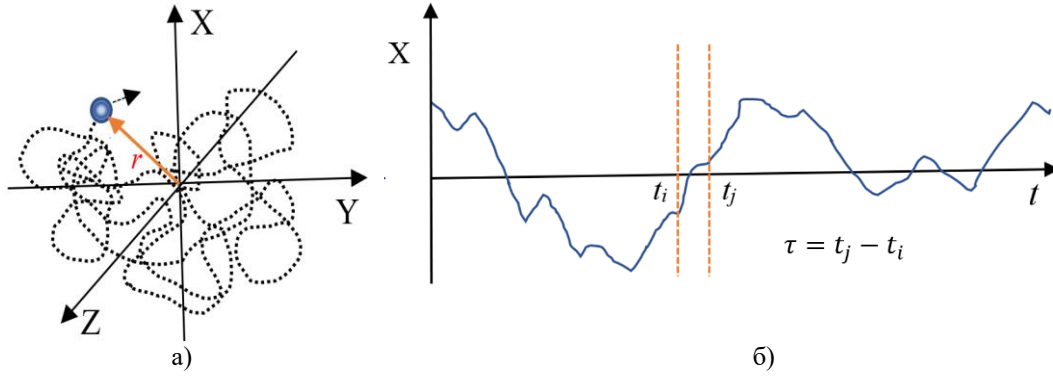


Рис.7. а) Стохастическая система; б) Случайное изменение со временем t проекции хаотически блуждающей частицы (ХБЧ) на ось X

При одномерном рассмотрении усредненная сбалансированность (37), приобретает упрощенный вид

$$\langle S_x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} [\langle T(p_x, t) \rangle + \langle U(x, t) \rangle - \langle E(x, t) \rangle] dt. \quad (38)$$

Усредненную кинетическую энергию ХБЧ $\langle T(p_x, x, t) \rangle$ можно выразить через $\rho(p_x, t)$ – функцию плотности распределения вероятности (ФПРВ) x -компоненты импульса частицы p_x

$$\langle T(p_x, t) \rangle = \frac{1}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(p_x, t) p_x^2 dp_x. \quad (39)$$

В выражении (39) усреднение происходит по всем возможным импульсам p_x ХБЧ, независимо от места положения частицы внутри рассматриваемой стохастической системы. В общем случае ФПРВ $\rho(p_x, t)$ может изменяться со временем t .

Усредненную потенциальную энергию $\langle U(x, t) \rangle$ и усредненную полную механическую энергию $\langle E(x, t) \rangle$ ХБЧ представим в виде

$$\langle U(x, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) U(x, t) dx, \quad (40)$$

$$\langle E(x, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) E(x, t) dx, \quad (41)$$

где $\rho(x, t)$ – ФПРВ проекции ХБЧ на ось X (рис. 6). В общем случае $\rho(x, t)$ может изменяться со временем t .

Подставляя усредненные величины (39), (40) и (41) в выражение (38), получим [13]

$$\langle S_x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{1}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(p_x, t) p_x^2 dp_x + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) [U(x, t) - E(x, t)] dx \right\} dt. \quad (42)$$

Отметим, что если в рассматриваемой системе хаотическая составляющая движения частицы очень мала (т.е., когда хаотическим поведением частицы можно пренебречь), то интеграл (42) приобретает вид

$$\overline{S_x}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \overline{T}(p_x, x, t) + \overline{U}(x, t) dt - \overline{E}(x, t) \Big|_{t_1}^{t_2}, \quad (43)$$

где $\overline{S_x}$, $\overline{T}$, $\overline{U}$, $\overline{E}$ – усредненные величины.

Это означает возвращение к лагранжеву формализму классической механики для определения усредненной траектории движения частицы.

Следующим шагом, является избавление от понятия «масса».

Во всем проекте «Геометризированная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур» (ГФВ&АС) [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12] понятие масса полностью отсутствует. Дело в том, что в полностью геометризированную теорию (где все проявления бытия является результатом деформаций, смещений, движений и кручений различных слоев вакуума, совершенно **невозможно** ввести эвристическое понятие «масса» с размерностью килограмм. Вместе с тем понятие масса глубоко пропитано сознание современных ученых, а размерность килограмм входит в состав размерности многих важных физических величин, например, таких как импульс, энергия, температура и т.д. Совершенно очевидно, что для дальнейшего продвижения в постижении окружающей реальности необходимо полностью выкорчевать из науки понятие масса, т.к. на передовых рубежах познания оно становится непреодолимым препятствием для развития. В рамках ГФВ&АС без привлечения понятия масса легко объясняются инертные свойства стабильных $\lambda_{m,n}$ -вакуумных образований («корпускул») за счет того, что при движении «корпускулы» в плоскости перпендикулярной направлению ее движения наводятся спирально-винтовые (вихревые) токи вакуума (смотрите [8]). Также в рамках ГФВ&АС не требуется привлекать понятие масса и для объяснения гравитационного притяжения больших и малых «корпускул» (смотрите [10,11]). Другими словами, безмассового математического аппарата ГФВ&АС достаточно для объяснения и описания большинства явлений и эффектов, входящих в сферу интересов современной физики и химии. Для того, чтобы стохастическая квантовая механика полностью согласовалась с представлениями ГФВ&АС необходимо и из нее извлечь понятие масса и размерность килограмм. В этой статье (ниже) мы делаем примитивную попытку избавиться от «массы», но на самом деле теория должна с самого основания строиться безмассовой.

Исключим лишнее понятие «масса» m ХБЧ. Для этого мы вынуждены ввести новые определения безмассовых физических величин:

$$\langle s_x(t) \rangle = \frac{\langle S_x(t) \rangle}{m} \text{ – усредненная } x\text{-«эффективность» стохастической системы ХБЧ;} \quad (44)$$

$$\varepsilon(x, t) = \frac{E(x, t)}{m} \text{ – усредненная } x\text{-«механическая энергетичность» ХБЧ;} \quad (45)$$

$$u(x, t) = \frac{U(x, t)}{m} \text{ – усредненная } x\text{-«потенциальная энергетичность» ХБЧ;} \quad (46)$$

$$\langle k(v_x, x, t) \rangle = m \langle T(\frac{p_x}{m}, t) \rangle = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(v_x, t) v_x^2 dv_x \text{ – усредненная } x\text{-«кинетическая энергетичность» ХБЧ.} \quad (47)$$

В терминах (44) – (47) выражение (42) принимает безмассовый вид [13]

$$\langle s_x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(v_x, t) v_x^2 dv_x + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) [u(x, t) - \varepsilon(x, t)] dx \right\} dt, \quad (48)$$

где $\rho(v_x, t)$ – функция плотности распределения вероятности (ФПРВ) x -компоненты скорости ХБЧ v_x . ФПРВ $\rho(v_x, t)$ в общем случае может изменяться со временем.

Далее для получения искомого результата необходимо записать интеграл усредненной x -«эффективности» рассматриваемой стохастической системы (48) в координатном представлении.

2 Координатное представление ФПРВ $\rho(v_x, t)$

Подробное рассмотрение координатного представления ФПРВ $\rho(v_x, t)$ представлено в Приложении 1 статьи [13]. Здесь мы приведем самые важные аспекты данной математической процедуры.

2.1 Получение закона распределения скоростей $\rho(v_x, t)$ случайного процесса $x(t)$

Рассмотрим изменение со временем t проекции ХБЧ на ось X как случайный процесс $x(t)$ (рис. 7б), который характеризуется двухмерной ФПРВ $\rho(x_i, t_i; x_j, t_j)$.

Двухмерная ФПРВ любого случайного процесса может быть представлена в виде [14,15]

$$\rho_2(x_i, t_i; x_j, t_j) = \rho(x_i, t_i) \rho(x_j, t_j / x_i, t_i), \quad (49)$$

где

$\rho(x_i, t_i)$ – ФПРВ случайной величины x в момент времени t_i (рис. 7б);

$\rho(x_j, t_j / x_i, t_i)$ – условная ФПРВ.

Представим ФПРВ $\rho(x_i, t_i)$ в виде произведения двух амплитуд вероятности

$$\rho(x_i, t_i) = \phi(x_i, t_i) \phi(x_i, t_i) = \phi^2(x_i, t_i). \quad (50)$$

При стремлении $\tau = t_i - t_j$ к нулю (рис. 7б), условная ФПРВ $\rho(x_j, t_j / x_i, t_i)$ вырождается в дельта-функцию [13]

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \rho(x_j, t_j / x_i, t_i) = \delta(x_j - x_i), \quad (51)$$

а амплитуды вероятности в двух очень близких временных сечениях t_i и t_j случайного процесса $x(t)$ практически равны

$$\phi(x_i, t_i) \approx \phi(x_j, t_j). \quad (52)$$

Таким образом, при условии $\tau = t_i - t_j \rightarrow 0$, с учетом выражений (51) и (52), двухмерная ФПРВ (49) может быть представлена в виде

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \rho(x_i, t_i; x_j, t_j) = \phi(x_i) \delta(x_j - x_i) \phi(x_j). \quad (53)$$

Проинтегрировав выражение (53) по x_i и x_j , получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x_i) \delta(x_j - x_i) \phi(x_j) dx_i dx_j = 1. \quad (54)$$

Воспользуемся одним из представлений δ -функции (смотрите теорию обобщенных функций)

$$\delta(x_j - x_i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{iq(x_j - x_i)\} dq, \quad (55)$$

где q – обобщенная частота.

Подставляя δ -функцию (55) в выражение (54), получим [13]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x_i) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{iq(x_j - x_i)\} dq \phi(x_j) dx_i dx_j = 1. \quad (56)$$

Меняя порядок интегрирования в выражении (56), и с учетом приближенного равенства (52), приходим к следующему результату

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(q) w^*(q) dq = 1, \quad (57)$$

где

$$w(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \exp\{-iqx\} dx, \quad (58)$$

$$w^*(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \exp\{iqx\} dx. \quad (59)$$

Подынтегральное выражение $w(q)w^*(q)$ в условии нормировки (57) отвечает всем требованиям ФПРВ $\rho(q)$ случай-
ной величины q :

$$\rho(q) = w(q)w^*(q) = |w(q)|^2. \quad (60)$$

Выясним теперь физический смысл обобщенной частоты q .

Особенности рассматриваемого случайного процесса накладывают на q следующие ограничения:

- 1) q должна быть случайной величиной, характеризующей случайный процесс в исследуемом интервале $\tau = t_j - t_i$ при условии $\tau \rightarrow 0$;
- 2) величина q должна принадлежать множеству действительных чисел ($q \in R'$), имеющему мощность континуума, т. е. q должна иметь возможность принимать любое значение из диапазона $]-\infty, \infty[$.

Если исследуемый случайный процесс $x(t)$ n раз дифференцируемый, то вышеуказанным требованиям удовлетворяет любая из следующих случайных величин,

$$x' = \frac{\partial x(t)}{\partial t}, \quad x'' = \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}, \quad \dots, \quad x^{(n)} = \frac{\partial^n x(t)}{\partial t^n}. \quad (61)$$

Однако при $\tau = t_i - t_j \rightarrow 0$ эти величины характеризуют случайный процесс $x(t)$ не в равной степени.

Чтобы это показать разложим функцию $x(t)$ в окрестности сечения t_i в ряд Тейлора

$$x(t) = x(t_i) + x'(t_i)(t - t_i) + \frac{x''(t_i)}{2}(t - t_i)^2 + \dots + \frac{x^{(n)}(t_i)}{n!}(t - t_i)^n. \quad (62)$$

Запишем выражение (62) в следующем виде

$$\frac{x(t_j) - x(t_i)}{(t_j - t_i)} = x'(t_i) + \frac{x''(t_i)}{2}(t_j - t_i) + \dots + \frac{x^{(n)}(t_i)}{n!}(t_j - t_i)^{n-1}. \quad (63)$$

При $\tau = t_j - t_i \rightarrow 0$ в правой части выражения (63) остается только одно слагаемое [13]

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{x(t_j) - x(t_i)}{\tau} = x' = v_x. \quad (64)$$

Таким образом, единственной случайной величиной, удовлетворяющей всем вышеперечисленным требованиям на исследуемом временном интервале $[t_i = t_k - \tau/2; t_j = t_k + \tau/2]$, при $\tau \rightarrow 0$, является первая производная исходного случайного процесса $x'(t_k)$ в сечении (т.е. в момент времени) $t_k = (t_j + t_i)/2$. Следовательно, остается положить, что случайная величина q в выражениях (57) – (60) линейно связана только с $x' = v_x$, т. е.

$$q = \frac{v_x}{\eta_x}, \quad (65)$$

где $1/\eta_x$ – размерный коэффициент пропорциональности.

Приведем второй аргумент в пользу того, что обобщенная частота q соответствует скорости v_x . Каждой экспоненте, например, из интеграла (58) соответствует гармоническая функция с частотой q

$$\exp\{-iqx\} \rightarrow x_k(t) = A \sin(qt), \quad (66)$$

это одна из гармонических составляющих случайного процесса $x(t)$.

Производная от гармонической функции (66) равна

$$v_{xk} = x'_k = qA \cos(qt), \quad (67)$$

откуда следует, что [13]

$$q = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{v_x}{A \cos(qt)} = \frac{v_x}{A}. \quad (68)$$

При $A = \eta$ выражения (65) и (68) совпадают. Поэтому мы уверены в том, что каждая обобщенная частота q прямо пропорциональна конкретной скорости v_x ХБЧ.

Подставляя выражение (65) в интегралы (58) и (59), получим следующую искомую процедуру получения ФПРВ скоростей ХБЧ $\rho(v_x, t)$ при известной одномерной ФПРВ $\rho(x, t)$ исследуемого случайного процесса $x(t)$ [13]:

1] Заданная ФПРВ $\rho(x, t)$ представляется в виде произведения двух амплитуд вероятности $\phi(x)$:

$$\rho(x, t) = \phi(x, t)\phi(x, t). \quad (69)$$

2] Осуществляются два преобразования Фурье

$$w(v_x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, t) \exp\{-iv_x x/\eta_x\} dx, \quad (70)$$

$$w^*(v_x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta_x}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, t) \exp\{iv_x x/\eta_x\} dx. \quad (71)$$

3] Окончательно для произвольного сечения t_k случайного процесса $x(t)$ получим искомую ФПРВ производной $x'(t_k)$ (т.е., скорости $x'(t_k) = v_x$ с которой данный процесс может перейти из любого положения в сечении t_i в любое положение в близко лежащем сечении t_j , смотрите рис. 7б)

$$\rho(v_x, t) = w(v_x, t)w^*(v_x, t) = |w(v_x, t)|^2. \quad (72)$$

ФПРВ $\rho(v_x, t)$ в общем случае может относительно медленно меняться со временем вместе с относительно медленным изменением ФПРВ $\rho(x, t)$ исследуемого случайного процесса $x(t)$ (рис. 7).

Для выяснения физического смысла величины η_x воспользуемся сравнением с известными результатами. Данный подход небызупречен с точки зрения математической строгости, но позволяет получить практически важный результат.

В [14,15] приведена процедура получения ФПРВ $\rho(x')$ производной при известной двумерной ФПРВ случайного процесса $x(t)$

$$\rho_2(x_i, x_j) = \rho_2(x_i, t_i; x_j, t_j). \quad (73)$$

Для этого в выражении (73) выполняется замена переменных [14,15]

$$x_i = x_k - \frac{\tau}{2} x'_k; \quad x_j = x_k + \frac{\tau}{2} x'_k; \quad t_i = t_k - \frac{\tau}{2}; \quad t_j = t_k + \frac{\tau}{2}, \quad (74)$$

где $\tau = t_j - t_i$; $t_k = \frac{t_j + t_i}{2}$, с якобианом преобразования $[J] = \tau$.

В результате из ФПРВ (73) получим

$$\rho_2(x_k, x'_k) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \tau \rho_2\left(x_k - \frac{\tau}{2} x'_k, t_k - \frac{\tau}{2}; x_k + \frac{\tau}{2} x'_k, t_k + \frac{\tau}{2}\right). \quad (75)$$

Далее, интегрируя полученное выражение по x_k , найдем искомую ФПРВ производной исходного случайного процесса $x(t)$ в любом сечении t_k [14,15]:

$$\rho(x'_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x_k, x'_k) dx_k \quad \text{или} \quad \rho(x') = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x') dx. \quad (76)$$

Для примера рассмотрим гауссовский случайный процесс $x(t)$. В каждом сечении этого процесса случайная величина x распределена по закону Гаусса:

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\{-(x - a_x)^2/2\sigma_x^2\}, \quad (77)$$

где σ_x^2 и a_x – дисперсия и математическое ожидание данного процесса.

Осуществляя с ФПРВ $\rho(x)$ (77) последовательность операций (69) – (72), получим ФПРВ $\rho(x') = \rho(v_x)$ производной (или скоростей) этого случайного процесса

$$\rho(v_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi[\eta_x/2\sigma_x]^2}} \exp\left\{-\frac{v_x^2}{2[\eta_x/2\sigma_x]^2}\right\}. \quad (78)$$

С другой стороны, с помощью процедуры (73) – (76) для гауссовского случайного процесса с двумерным нормальным распределением

$$\rho_2(x_i, x_j) = \frac{1}{2\pi\sigma_{xi}\sigma_{xj}\sqrt{1-\tau_{xcor}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\tau_{xcor}^2)}\left[\frac{(x_i-a_{xi})^2}{\sigma_{xi}^2} - \tau_{xcor} \frac{2(x_i-a_{xi})(x_j-a_{xj})}{\sigma_{xi}\sigma_{xj}} - \frac{(x_j-a_{xj})^2}{\sigma_{xj}^2}\right]\right\}, \quad (79)$$

здесь τ_{xcor} – коэффициент (интервал) автокорреляции исходного случайного процесса $x(t)$.

В результате получим [14]

$$\rho(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{x'}^2}} \exp\{-x'^2/2\sigma_{x'}^2\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v_x}^2}} \exp\{-v_x^2/2\sigma_{v_x}^2\}, \quad (80)$$

где $\sigma_{x'} = \sigma_{v_x} = \sigma_x/\tau_{xcor}$.

Сравнивая ФПРВ (78) и (80), находим, что при

$$\eta_x = \frac{2\sigma_x^2}{\tau_{xcor}} \quad (81)$$

они полностью совпадают [13].

Выражение (81) получено для гауссовского случайного процесса, но среднеквадратическое отклонение σ_x и интервал автокорреляции τ_{xcor} – это основные характеристики любого случайного процесса. Все остальные начальные и центральные моменты в случае негауссовского распределения случайной величины $x(t)$ дадут незначительный вклад в выражение (81). Поэтому с высокой степенью достоверности можно утверждать, что выражение (81) применимо для большого класса случайных процессов.

В квантовой механике для перехода от координатного представления волновой функции $\psi(x)$, характеризующей состояние элементарной частицы, к ее импульсному представлению применяется процедура

$$\phi(p_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{ip_x x/\hbar\} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{imx'x/\hbar\} dx, \quad (82)$$

$$\phi^*(p_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{-ip_x x/\hbar\} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \exp\{-imx'x/\hbar\} dx, \quad (83)$$

где $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Дж/Гц – редуцированная постоянная Планка;

В интегралах (82) и (83) учтено, что x -компонента импульса частицы p_x связана с ее скоростью $v_x = x'$

$$p_x = mv_x = m \frac{dx}{dt} = mx'. \quad (84)$$

Квантово-механическая процедура перехода к импульсному (точнее, к скоростному) представлению (82) – (83) полностью совпадает со стохастической процедурой (70) – (71) при

$$\eta_x = \frac{2\sigma_x^2}{\tau_{xcor}} = \frac{\hbar}{m} \text{ с размерностью (м}^2/\text{с) [13].} \quad (85)$$

Отличие между этими процедурами заключается в следующем:

Квантово-механическая процедура (82) – (83) получена на основании эвристической идеи Луи де Бройля о волновых свойствах материи и применима только когда отношение $\hbar/m$ имеет ощутимое значение (т.е. только для частиц с очень малыми массами. Отметим, что мистические волны материи де Бройля не наблюдаются на практике и предопределяют «безумность» оснований неопозитивистской философии, которую Эйнштейн так и не смог принять.

Тогда как стохастическая процедура (70) – (71) получена на основе глубокого анализа дифференцируемого случайного процесса [13]. При этом разложение такого процесса на спектральные составляющие (т.е., по сути, на распределение скоростей) связано с законом распределения высот неровностей данного случайного процесса. Кроме того процедура (70) – (71) применима для дифференцируемого случайного процессов любого масштаба, для которого может быть определен масштабный параметр (85) $\eta_x = 2\sigma_x^2/\tau_{xcor}$. Дополнительное преимущество стохастического подхода заключается в том, что удается полностью избавиться от эвристической массы частицы m , измерить которую в принципе не возможно.

2.2 Координатное представление усредненной скорости ХБЧ

Математические выкладки, выполненные в этом пункте хорошо известны в квантовой механике. В частности, они отчасти приведены в [16] и в Приложении 2 в [13]. Однако мы здесь повторяем эти выкладки с некоторыми изменениями, дополнениями и уточнениями применительно к безмассовой стохастической квантовой механике.

Получим координатное представление средней скорости в степени n хаотически блуждающей частицы (ХБЧ)

$$\overline{v_x^n}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(v_x, t) v_x^n dv_x. \quad (86)$$

Воспользуемся выражением (72), и запишем интеграл (86) в следующем виде

$$\overline{v_x^n}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(v_x, t) v_x^n w^*(v_x, t) dv_x. \quad (87)$$

Подставим интегралы (70) и (71) в выражение (87)

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) \frac{e^{-i \frac{v_x x_i}{\eta_x}}}{(2\pi\eta_x)^{\frac{1}{2}}} dx_i v_x^n \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_j) \frac{e^{i \frac{v_x x_j}{\eta_x}}}{(2\pi\eta_x)^{\frac{1}{2}}} dx_j \right] dv_x. \quad (88)$$

Непосредственной проверкой легко убедиться, что [16]

$$v_x^n e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}} = \left(-i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j}\right)^n e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}}, \quad (89)$$

$$v_x^n e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}} = \left(i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^n e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}}. \quad (90)$$

Перепишем (88) с учетом (89)

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_j) \left(-i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j}\right)^n e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}} dx_j \right] dv_x. \quad (91)$$

или с учетом (90)

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) \left(i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^n e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_j) e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}} dx_j \right] dv_x. \quad (92)$$

Проинтегрируем второй интеграл в подынтегральном выражении (91) n раз по частям, при этом будем предполагать, что $\phi(x)$ и ее производные обращаются в нуль на границах интегрирования $x = \pm \infty$. Выполняя данные действия с выражением (91), получим [16]

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}} \left(-i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j}\right)^n \phi(x_j) dx_j \right] dv_x, \quad (93)$$

или

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) e^{i\frac{v_x(x_j-x_i)}{\eta_x}} \left(-i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j}\right)^n \phi(x_j) dx_j \right] dv_x. \quad (94)$$

Аналогично проинтегрируем первый интеграл в подынтегральном выражении (92) n раз по частям, при этом будем предполагать, что $\phi(x)$ и ее производные обращаются в нуль на границах интегрирования $x = \pm \infty$. Выполняя данные действия с выражением (92), получим [16]

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\frac{v_x x_i}{\eta_x}} \left(i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^n \phi(x_i) dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{v_x x_j}{\eta_x}} \phi(x_j) dx_j \right] dv_x, \quad (95)$$

или

$$\overline{v_x^n} = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) \left(i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^n \phi(x_j) e^{i\frac{v_x(x_j-x_i)}{\eta_x}} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} dx_j \right] dv_x. \quad (96)$$

Изменим в (94) и (96) порядок интегрирования, т.е. сначала будем интегрировать по v_x [16]

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} dx_j \phi(x_i) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j}\right)^n \phi(x_j) \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{v_x(x_j-x_i)}{\eta_x}} dv_x, \quad (97)$$

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_j \int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \phi(x_j) \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^n \phi(x_i) \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{v_x(x_j-x_i)}{\eta_x}} dv_x. \quad (98)$$

В этих выражениях присутствует дельта-функция типа (55) $\delta(x_j - x_i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq(x_j-x_i)} dq$:

$$\delta(x_j - x_i) = \frac{1}{2\pi\eta_x} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{v_x(x_j-x_i)}{\eta_x}} dv_x. \quad (99)$$

Поэтому представим выражения (97) и (98) в следующем виде [16]

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) \left(-i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^n \phi(x_j) \delta(x_j - x_i) dx_j, \quad (100)$$

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x_i) \left(i\eta_x \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^n \phi(x_j) \delta(x_j - x_i) dx_j. \quad (101)$$

В классической квантовой механике получают и используют только выражение (100) с $-i\eta_x$, при этом возможность существования выражения (101) с $+i\eta_x$ игнорируют. В безмассовой стохастической квантовой механике учитываются обе возможности. Именно для того, чтобы обосновать применения двух случаев $\mp i\eta_x$ здесь повторен вывод этих выражений.

Используя свойства δ -функции, окончательно запишем для любого сечения t исследуемого случайного процесса

$$\overline{v_x^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \left(\mp i\eta_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^n \phi(x, t) dx. \quad (102)$$

В частности, при $n = 2$

$$\overline{v_x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \left(\mp i\eta_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi(x, t) dx, \quad (103)$$

$$\text{где } \eta_x = \frac{2\sigma_x^2}{\tau_{xacor}} = \text{constant}. \quad (104)$$

Необходимо отметить, что в наиболее общем случае масштабный параметр η_x может зависеть от времени (т.е. $\eta_x(t)$). Однако во многих случаях, если во времени изменяется дисперсия $\sigma_x^2(t)$ случайного процесса, то одновременно аналогично изменяется и его коэффициент автокорреляции $\tau_{xacor}(t)$, так что

$$\frac{2\sigma_x^2(t)}{\tau_{xacor}(t)} \approx \eta_x = \text{constant}. \quad (105)$$

Например, возможно, что дисперсия случайного процесса изменяются со временем по закону $\sigma_x^2(t) = \sigma_x^2 \times (t - t_0)$, при этом его коэффициент автокорреляции изменяется по тому же закону $\tau_{xacor}(t) = \tau_{xacor} \times (t - t_0)$, тогда

$$\eta_x(t) = \frac{2\sigma_x^2(t)}{\tau_{xacor}(t)} \approx \frac{2\sigma_x^2 \times (t - t_0)}{\tau_{xacor} \times (t - t_0)} \approx \eta_x = \frac{2\sigma_x^2}{\tau_{xacor}} = \text{const}. \quad (106)$$

Неизменное соотношение основных усредненных характеристик исследуемого случайного процесса будем называть: «Правилом постоянства масштабного параметра стохастической системы».

Данное правило носит более общий характер, так как, чем больше объект рассмотрения, тем больше его инерционность и, следовательно, он трудней и медленнее может изменять свою скорость и направление движения. Соответственно, у случайного процесса в котором участвует большой объект дисперсия и коэффициент автокорреляции больше.

Применительно к иерархической космологической модели *правило постоянства масштабного параметра* η_x проявляется в том, что с увеличением радиуса ядра стабильного сферического $\lambda_{m,n}$ -вакуумного образования (т.е., «корпускулы»), его инертные свойства увеличиваются и, соответственно, увеличиваются дисперсия σ_x^2 и коэффициент автокорреляции τ_{xacor} случайного процесса, в котором ядро данной «корпускулы» непрерывно участвует.

3 Координатное представление изменения усредненной механической энергетичности ХБЧ

В Приложении 2 в [13] показано, что медленно изменяющаяся усредненная механическая энергетичность ХБЧ $\varepsilon(x, t)$ может быть представлена в координатном представлении

$$\overline{\varepsilon(x, t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t_0) dx \mp i \frac{\eta_x^2}{D} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} dx, \quad (107)$$

где $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t_0) dx$ – начальное значение усредненной механической энергетичности ХБЧ в момент времени t_0 ; D – коэффициент самодиффузии хаотически блуждающей частицы (ХБЧ) у которой постепенно изменяется (т.е. уменьшается или увеличивается) усредненная энергетичность.

При $D = \eta_x$ рассматриваемая стохастическая система оказывается самосогласованной, а выражение (107) приобретает упрощенный вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \phi^2(x, t) \varepsilon(x, t_0) dx \mp i \eta_x \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} dx. \quad (108)$$

4 Координатное представление интеграла усредненной x -«эффективности»

Вернемся к рассмотрению интеграла усредненной x -«эффективности» (48)

$$\langle s_x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(v_x, t) v_x^2 dv_x + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) u(x, t) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t) dx \right\} dt. \quad (109)$$

Используем выражения (69), (103) и (108):

$$\rho(x, t) = \phi(x, t) \phi(x, t) = \phi^2(x, t), \quad (110)$$

$$\overline{v_x^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(v_x, t) v_x^2 dv_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \left(\pm i \eta_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi(x, t) dx = \mp \eta_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, t) \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} dx, \quad (111)$$

$$\overline{\varepsilon_x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) \varepsilon(x, t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \phi^2(x, t) \varepsilon(x, t_0) dx \pm i \eta_x \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} dx \quad (112)$$

для представления интеграла (48') (или (109)) в координатном представлении

$$\langle s_x(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mp \frac{\eta_x^2}{2} \phi(x, t) \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} + \phi^2(x, t) [u(x, t) - \varepsilon(x, t_0)] \mp i \frac{\eta_x^2}{D} \phi(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} \right) dx dt. \quad (113)$$

Таким образом, мы получили одномерный интеграл усредненной x -«эффективности» в наиболее общем виде.

5 Координатное представление интеграла усредненной r -«эффективности»

В случае 3-мерного рассмотрения поведения ХБЧ (смотрите рис. 7а) интеграл усредненной «эффективности» (113) имеет вид [13]

$$\langle s_r(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mp \frac{\eta_r^2}{2} \phi(\vec{r}, t) \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + [u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi^2(\vec{r}, t) \mp i \frac{\eta_r^2}{D} \phi(\vec{r}, t) \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) dx dy dz dt, \quad (114)$$

где

$$\vec{r} := (x, y, z), \quad \phi(\vec{r}, t) = \phi(x, y, z, t),$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа}; \quad (115)$$

$$\eta_r = \frac{2\sigma_r^2}{\tau_{raccor}} = \text{constant} \quad (116)$$

– постоянный масштабный параметр, здесь для трехмерного случая:

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (117)$$

– стандартное отклонение случайной 3-мерной траектории ХБЧ от условного центра рассматриваемой стохастической системы (рис. 6 и 7);

$$\tau_{racor} = \frac{1}{3}(\tau_{xacor} + \tau_{yacor} + \tau_{zacor}) \quad (118)$$

– коэффициент (или интервал) автокорреляции 3-мерного случайного процесса, в котором участвует ХБЧ.

В дальнейшем будем рассматривать интеграл усредненной r -«эффективности» (114) как функционал (т.е. функция от функции $\phi(\vec{r}, t) = \phi(x, y, z, t)$), который наиболее полно отражает: с одной стороны энергетический баланс рассматриваемой стохастической системы; с другой стороны, оптимизацию соотношения между «порядком» (предопределенностью) и «хаосом» (непредсказуемостью) в усредненном поведении хаотически блуждающей частицы (ХБЧ).

Экстремаль $\phi(\vec{r}, t)_{ext}$ функционала (114) (точнее ФПРВ $\rho(\vec{r}, t)_{ext} = |\phi(\vec{r}, t)_{ext}|^2$) определяет состояние стохастической системы с максимумом энтропии (т.е. с предельно возможной хаотичностью), при условиях заданных оптимальными энергетическими параметрами. Иными словами, экстремаль $\phi(\vec{r}, t)_{ext}$ функционала (114) описывает усредненное состояние стохастической системы, к которой она стремится, но никогда в точности не достигает.

6 Вывод стационарного стохастического уравнения ХБЧ

Рассмотрим стационарный случай, когда усредненное поведение хаотически блуждающей частицы (ХБЧ) не зависит от времени t . В этом случае интеграл усредненной r -«эффективности» приобретает вид [13]

$$\langle s_r(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mp \frac{\eta_r^2}{2} \phi(\vec{r}) \nabla^2 \phi(\vec{r}) + [u(\vec{r}) - \varepsilon(\vec{r})] \phi^2(\vec{r}) \right) dx dy dz dt. \quad (119)$$

Подынтегральное выражение в (119) не зависит от времени, поэтому нас будет интересовать только функционал

$$w = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mp \frac{\eta_r^2}{2} \phi(x, y, z) \nabla^2 \phi(x, y, z) + [u(x, y, z) - \varepsilon(x, y, z)] \phi^2(x, y, z) \right) dx dy dz. \quad (120)$$

Будем искать экстремаль $\phi(\vec{r})_{ext} = \phi(x, y, z)_{ext}$ функционала (120).

В вариационном исчислении рассматривается функционал общего вида [17,18,19]

$$I[f] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(x_1, x_2, x_3, f, f_1, f_2, f_3, f_{11}, f_{22}, f_{33}) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (121)$$

$$\text{где } f_i := \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad f_{ii} := \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \quad (i=1,2,3). \quad (122)$$

Экстремаль $f(x_1, x_2, x_3)$ данного функционала определяется уравнением Эйлера-Пуассона-Эльсгольца [17, стр. 310 – 316, [Elsgolts LE VI](#)]

$$\frac{\partial L}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_1} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_2} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_3} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{11}} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{22}} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{33}} \right\} = 0, \quad (123)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_i} \right\} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) + \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_1} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_1}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_2}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_3} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_3}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_{11}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{11}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_{22}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{22}}{\partial x_i} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial f_{33}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{33}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (124)$$

– первые полные частные производные по x_i ($i=1,2,3$);

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right\} &= \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) + \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_1} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_3} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_{11}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{11}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_{22}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{22}}{\partial x_i^2} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial f_{33}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{33}}{\partial x_i^2} \end{aligned} \quad (125)$$

– вторые полные частные производные по x_i ($i=1,2,3$).

В случае функционала (120) имеем лагранжиан:

$$L = \mp \frac{\eta_f^2}{2} \phi(x, y, z) \nabla^2 \phi(x, y, z) + [u(x, y, z) - \varepsilon(x, y, z)] \phi^2(x, y, z), \quad (126)$$

при этом $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$; $f(x_1, x_2, x_3) = \phi(x, y, z)$,

$$\phi_x := \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \phi_y := \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad \phi_z := \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad \phi_{xx} := \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \phi_{yy} := \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \phi_{zz} := \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}. \quad (127)$$

Подставляя лагранжиан (126) в уравнение Эйлера-Пуассона-Эльсгольца (123), получим уравнение

$$\pm \frac{3\eta_f^2}{4} \nabla^2 \phi(\vec{r}) + [\varepsilon(\vec{r}) - u(\vec{r})] \phi(\vec{r}) = 0 \quad (128)$$

для определения экстремали $\phi(\vec{r}) = \phi(x, y, z)_{ext}$ (смотрите §2.4 в [13]).

Выражение (128) будем называть стационарным стохастическим уравнением ХБЧ.

7 Стационарное безмассовое стохастическое уравнение Шредингера

Рассмотрим случай, когда механическая энергетичность ХБЧ $\varepsilon(\vec{r})$ постоянна во всех точках исследуемой стохастической системы

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon = \text{constant}. \quad (129)$$

это возможно если кинетическая энергетичность ХБЧ $k(x, y, z, t)$ и ее потенциальная энергетичность $u(x, y, z, t)$ так постоянно переходят друг в друга, что их сумма в каждой точке $\vec{r} := (x, y, z)$ всегда остается постоянной

$$k(\vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) = \varepsilon = \text{constant}. \quad (130)$$

То есть, $k(\vec{r}, t)$ и $u(\vec{r}, t)$ – это случайные функции места и времени, но в сумме они всегда равны одной и той же величине ε .

В этом случае уравнение (128) принимает вид

$$\pm \frac{3\eta_f^2}{4} \nabla^2 \phi(\vec{r}) + u(\vec{r}) \phi(\vec{r}) = \varepsilon \phi(\vec{r}), \quad (131)$$

или в развернутом виде

$$-\frac{3\eta_r^2}{4}\nabla^2\phi(\vec{r})+u(\vec{r})\phi(\vec{r})=\varepsilon\psi(\vec{r}) \quad (132)$$

и

$$+\frac{3\eta_r^2}{4}\nabla^2\phi(\vec{r})+u(\vec{r})\phi(\vec{r})=\varepsilon\psi(\vec{r}). \quad (133)$$

Это говорит о том, что для рассматриваемой стохастической системы нужно учитывать суперпозицию двух возможных состояний, описываемых уравнениями (132) – (133).

Как известно стационарное (т.е. времени-независимое) уравнение Шредингера, которое лежит в основе квантовой механики, имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r})+U(\vec{r})\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r}). \quad (134)$$

Разделим все слагаемые этого уравнения на массу частицы m

$$-\frac{\hbar^2}{2m^2}\nabla^2\psi(\vec{r})+\frac{U(\vec{r})}{m}\psi(\vec{r})=\frac{E}{m}\psi(\vec{r}). \quad (135)$$

В результате, с учетом выражений (45) и (46), стационарное уравнение Шредингера принимает вид

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\hbar}{m}\right)^2\nabla^2\psi(\vec{r})+u(\vec{r})\psi(\vec{r})=\varepsilon\psi(\vec{r}). \quad (136)$$

Сравнивая уравнения (132) и (136), обнаруживаем, что при

$$\frac{\hbar}{m}=\sqrt{\frac{3}{2}}\eta_r\approx\frac{2,45\sigma_r^2}{\tau_{rcor}} \text{ и } \phi(\vec{r})=\psi(\vec{r}) \quad (137)$$

эти уравнения полностью совпадают. Поэтому выражения (131) будем называть стохастическим безмассовым стационарным уравнением Шредингера.

8 Вывод стохастического безмассового времени-зависимого уравнения ХБЧ

Вернемся к рассмотрению интеграла усредненной r -«эффективности» ХБЧ (114)

$$\langle s_r(t) \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\mp \frac{\eta_r^2}{2} \phi(\vec{r}, t) \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + [u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi^2(\vec{r}, t) \mp i \frac{\eta_r^2}{D} \phi(\vec{r}, t) \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) dx dy dz dt. \quad (114')$$

Для поиска экстремалей $\phi(\vec{r}, t)$ данного функционала, сначала напомним условие экстремальности функционала общего вида

$$I = \int_{x_{01}}^{x_{02}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(x_0, x_1, x_2, x_3, f, f_0, f_1, f_2, f_3, f_{00}, f_{11}, f_{22}, f_{33}) dx_0 dx_1 dx_2 dx_3, \quad (138)$$

$$\text{где } f_i := \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad f_{ii} := \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \quad (i = 0, 1, 2, 3)$$

определяется уравнением Эйлера-Пуассона-Эльсгольца [11, стр. 310 – 316, [Elsgolts LE VI](#)]

$$\frac{\partial L}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial x_0} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_0} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_1} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_2} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_3} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{00}} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{11}} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{22}} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{33}} \right\} = 0, \quad (139)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_i} \right\} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) + \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_0} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_0}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_1} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_1}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_2}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_3} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_3}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_{00}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{00}}{\partial x_i} + \\ &\frac{\partial}{\partial f_{11}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{11}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_{22}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{22}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial f_{33}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_i} \right) \frac{\partial f_{33}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (140)$$

– первые полные частные производные по x_i ($i = 0, 1, 2, 3$).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left\{ \frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right\} &= \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) + \frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_0} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_1} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_2} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_3} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_{00}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{00}}{\partial x_i^2} + \\ &\frac{\partial}{\partial f_{11}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{11}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_{22}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{22}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial f_{33}} \left(\frac{\partial L}{\partial f_{ii}} \right) \frac{\partial^2 f_{33}}{\partial x_i^2} \end{aligned} \quad (141)$$

– вторые полные частные производные по x_i ($i = 0, 1, 2, 3$).

В случае функционала (114) имеем лагранжиан:

$$L = \mp \frac{\eta_r^2}{2} \phi(x, y, z, t) \left(\frac{\partial^2 \phi(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) + [u(x, y, z, t) - \varepsilon(x, y, z, t_0)] \phi^2(x, y, z, t) \mp i \frac{\eta_r^2}{D} \phi(x, y, z, t) \frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (142)$$

при этом $x_1 = t, \quad x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z; \quad f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \phi(x, y, z, t),$

$$\begin{aligned} \phi_t &:= \frac{\partial \psi}{\partial t}, & \phi_x &:= \frac{\partial \psi}{\partial x}, & \phi_y &:= \frac{\partial \psi}{\partial y}, & \phi_z &:= \frac{\partial \psi}{\partial z}, \\ \phi_{tt} &:= \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, & \phi_{xx} &:= \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, & \phi_{yy} &:= \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, & \phi_{zz} &:= \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

В результате подстановки лагранжиана (142) в уравнение Эйлера-Пуассона-Эльсгольца (139), получим искомое стохастическое времени-зависимое уравнение для определения экстремалей $\phi(\vec{r}, t) = \phi(x, y, z, t)_{ext}$ функционала усредненной r -«эффективности» ХБЧ (114) (смотрите §2.6 в [13])

$$\pm i \frac{\eta_r^2}{D} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \mp \frac{3\eta_r^2}{2} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + 2[u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi(\vec{r}, t). \quad (143)$$

Стохастическое уравнение (143) в развернутом виде состоит из четырех уравнений

$$\text{I} \quad -i \frac{\eta_r^2}{D} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = + \frac{3\eta_r^2}{2} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + 2[u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi(\vec{r}, t), \quad (144)$$

$$\text{H} \quad +i \frac{\eta_r^2}{D} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = + \frac{3\eta_r^2}{2} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + 2[u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi(\vec{r}, t), \quad (145)$$

$$\text{V} \quad -i \frac{\eta_r^2}{D} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = - \frac{3\eta_r^2}{2} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + 2[u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi(\vec{r}, t), \quad (146)$$

$$\text{H}' \quad +i \frac{\eta_r^2}{D} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = - \frac{3\eta_r^2}{2} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + 2[u(\vec{r}, t) - \varepsilon(\vec{r}, t_0)] \phi(\vec{r}, t). \quad (147)$$

Это говорит о том, что для рассматриваемой стохастической системы нужно учитывать суперпозицию всех четырех возможных состояний, описываемых уравнениями (144) – (147).

9 Стохастическое безмассовое времени-зависимое уравнение Шредингера

Предположим, что $D = \eta_r$, а также что в начальный момент времени t_0 усредненная механическая энергетичность ХБЧ равна нулю (т.е. $\varepsilon(\vec{r}, t_0) = 0$), тогда уравнение (143) принимает вид

$$\pm i \frac{\eta_r}{2} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \mp \frac{3\eta_r^2}{4} \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t). \quad (148)$$

Запишем времени-зависимое уравнение Шредингера для аналогичного случая

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + U(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t). \quad (149)$$

Поедим обе части этого уравнения на массу частицы m , в результате с учетом определения (46) $u(\vec{r}, t) = U(\vec{r}, t)/m$, получим

$$i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2m^2} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + u(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t). \quad (150)$$

чевидно, что при $\frac{\hbar}{m} = 3\eta_r = \frac{6\sigma_r^2}{\tau_{rcor}}$ и $\phi(\vec{r}) = \psi(\vec{r})$ стохастическое уравнение (148) и уравнение Шредингера (150) совпадают с точностью до знаков $\pm$.

Интересно отметить, что Эрвин Шредингер записал уравнение (4'') в статье "Quantisierung als Eigenwertproblem, Vierte Mitteilung", Annalen der Physik (1926) [20] в следующем виде

$$\Delta \psi - \frac{8\pi^2}{\hbar^2} V \psi \pm \frac{4\pi i}{\hbar} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0. \quad (151)$$

Переставим слагаемые в этом выражении и учтем, что $\hbar = h/2\pi$,

$$\pm i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{1}{2} \hbar^2 \nabla^2 \psi + V \psi. \quad (152)$$

При этом прослеживается более полная аналогия между исходным для квантовой механики уравнением Шредингера (152) и стохастическим уравнением (148).

Поэтому уравнение (148) будем называть стохастическим безмассовым времени-зависимым уравнением Шредингера.

10 Преимущества стохастических безмассовых уравнений Шредингера

Стохастические уравнения (131) и (143) имеют следующие преимущества по отношению к соответствующим им уравнениям Шредингера (134) и (149):

1] Уравнения стохастической безмассовой квантовой механики (131) и (143) получены на основании детального рассмотрения случайного процесса, в котором участвует хаотически блуждающая частица (ХБЧ), с применением принципа «экстремума усредненной эффективности» стохастической системы, который объединяет два придельных принципа: «минимума действия» и «максимума энтропии». Тогда как уравнения Шредингера (134) и (149) практически угаданы на основании эвристических представлений о мистических волнах материи де Бройля.

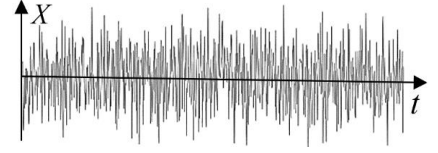
2] Из-за малости редуцированной постоянной Планка $\hbar$ уравнения Шредингера (134) и (149) пригодны только для описания стохастических системам микроскопического уровня, или для чрезвычайно прецизионных системам макроуровня типа проекта LIGO. В то время как стохастические уравнения (131) и (143) пригодны для описания квантовых систем любого масштаба, начиная например, с хаотических колебаний ядер прото-кварков внутри элементарных частиц, и заканчивая, например, случайными отклонениями геометрических центров ядер галактик от усредненной траектории движения всей галактики в целом. Для использования стохастических уравнений (131) и (143) достаточно определить только три параметра: стандартное отклонение σ_r , коэффициент автокорреляции τ_{rcor} и коэффициент самодиффузии D , случайного процесса в котором участвует ХБЧ любого масштаба и любого качества.

3] В стохастических уравнениях (131) и (143) отсутствует эвристическое понятие «масса» частицы. Напомним, что на самом деле массу частицы любого масштаба непосредственно измерить невозможно. Изменяю поддается, например отношение массы тела к ускорению свободного падения (m/g) или отношение массы частицы к ее заряду (m/q). Понятие масса плохо определено и сильно препятствует развитию передовых направлений науки. При этом инертные свойства ХБЧ учитываются по средством масштабного параметра $\eta_r = 2\sigma_r^2/\tau_{rcor}$. Еще раз отметим, что отношения $\hbar/m$ и $2\sigma_x^2/\tau_{xcor}$ имеют одну и тоже размерность (м²/с).

4] В стохастических уравнениях (131) и (143) имеются дополнительные знаки $\pm$, это расширяет возможности их применения.

11 Белый шум

В этом пункте мы отчасти затронем вопросы, связанные не с хаотическим поведением частицы (например, ядра «корпускулы»), а со случайными флуктуациями протяженности самого вакуума. Если в 3-мерной протяженности бурлящего вакуума выделить точку и следить за проекцией ее перемещения на ось X , то увидим практически идеальный случайный процесс, который принято называть белым шумом.



Напомним, что одномерный белый шум – это идеальный стационарный случайный процесс $x(t)$ с бесконечным спектром

$$S(\omega) = \sigma_\omega^2, \quad (153)$$

и автокорреляционной функцией

$$\tau_{\omega acor}(\tau) = \sigma_\omega^2 \delta(\tau), \quad (154)$$

где σ_ω^2 – дисперсия белого шума, $\delta(\tau)$ – дельта-функция, $\tau = t_2 - t_1$.

Такой случайный процесс имеет следующие параметры

$$\varepsilon = \frac{\sigma_\omega^2}{\tau_{\omega acor}^2}, \quad \eta_r = \frac{2\sigma_\omega^2}{\tau_{\omega acor}} \text{ и } u(x) = 0. \quad (155)$$

В этой модели исследуемая точка не обладает потенциальной энергией ($u = 0$). Ее хаотические перемещения в окрестности среднего значения обусловлено влиянием на нее огромного количества разнонаправленных влияющих факторов.

Подставляя параметры (155) в одномерное уравнение (131), получим

$$\frac{1}{4} \left(\frac{2\sigma_\omega^2}{\tau_{\omega acor}^2} \right)^2 \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} \pm \frac{\sigma_\omega^2}{\tau_{\omega acor}^2} \phi(x) = 0. \quad (156)$$

После не сложных преобразований данное уравнение может быть представлено в следующем виде

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} \pm \frac{1}{\sigma_\omega^2} \phi(x) = 0, \quad (157)$$

или

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{\sigma_\omega^2} \phi(x) = 0, \quad (158)$$

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \frac{1}{\sigma_\omega^2} \phi(x) = 0. \quad (159)$$

В классической квантовой механике (КМ) имеется только одно уравнение Шредингера (158). Запишем его решение в общем виде

$$\phi(x) = C_1 e^{\frac{x}{\sigma_\omega}} + C_2 e^{-\frac{x}{\sigma_\omega}}, \text{ где } C_1 \text{ и } C_2 - \text{константы интегрирования.} \quad (160)$$

С учетом условия нормировки

$$\int \phi^2(x) dx = \int \rho(x) dx = 1 \quad (161)$$

возможны несколько вариантов квадрата экстремали (160) $\phi^2(x) = \rho(x)$, например:

1] Если в функции (160) $C_1 = 0$, то получим ФПРВ Лапласа

$$\phi^2(x) = \rho_a(x) = \frac{1}{2\sigma_\omega} e^{-\frac{|x|}{\sigma_\omega}} \quad \text{для } x \in [-\infty, \infty]. \quad (162)$$

2] Если в функции (160) $C_2 = 0$, то

$$\phi^2(x) = \rho_b(x) = \frac{1}{e^{x\sigma_\omega\sqrt{2\pi}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\omega^2}\right) \quad \text{для } x \in [0, \sigma_\omega^2]. \quad (163)$$

3] Если в функции (160) $C_1 \neq 0$ и $C_2 \neq 0$, то

$$\phi^2(x) = \rho_c(x) = \frac{2}{\pi\sigma_\omega} \frac{2}{e^{\frac{x}{\sigma_\omega} + e^{-\frac{x}{\sigma_\omega}}}} \quad \text{для } x \in [-\infty, \infty]. \quad (164)$$

Это означает, что случайная величина x в каждом временном сечении t_i белого шума $x(t)$ может быть подвержена влиянию нескольких случайных воздействий, с соответствующими ФПРВ типа (162), (163), (164).

В рамках стохастической безмассовой квантовой механики (СБКМ) этот же случайный процесс $x(t)$ в равной степени характеризуется и вторым уравнением (159), решением которого является экстремаль

$$\phi(x) = C_3 \cos\left(\frac{x}{\sigma_\omega}\right) + C_4 \sin\left(\frac{x}{\sigma_\omega}\right), \quad \text{где } C_3 \text{ и } C_4 - \text{константы интегрирования.} \quad (165)$$

В этом случае имеется несколько других возможностей, например:

1] Если в функции (165) $C_3 = 0$, и $C_4 > 0$ то с учетом нормировки (161)

$$\phi^2(x) = \rho_d(x) = \frac{2}{\pi\sigma_\omega} \sin^2\left(\frac{x}{\sigma_\omega}\right) \quad \text{для } x \in [0, \pi\sigma_\omega]. \quad (166)$$

2] Если в функции (165) $C_3 = 0$, и $C_4 < 0$, то

$$\phi^2(x) = \rho_d(x) = -\frac{2}{\pi\sigma_\omega} \sin^2\left(\frac{x}{\sigma_\omega}\right) \quad \text{для } x \in [\pi\sigma_\omega, 2\pi\sigma_\omega]. \quad (167)$$

3] Если в функции (165) $C_4 = 0$, то

$$\phi^2(x) = \rho_e(x) = \frac{2}{\pi\sigma_\omega} \cos^2\left(\frac{x}{\sigma_\omega}\right) \quad \text{для } x \in \left[-\frac{\pi\sigma_\omega}{2}, \frac{\pi\sigma_\omega}{2}\right]. \quad (168)$$

4] Если в функции (165) $C_3 \neq 0$ и $C_4 \neq 0$, то

$$\phi^2(x) = \frac{1}{\pi\sigma_\omega} \rho_f(x) = \left(1 + \sin\left(\frac{2x}{\sigma_\omega}\right)\right) \quad \text{для } x \in [0, \pi\sigma_\omega]. \quad (169)$$

Все вычисления в этом пункте выполнили Искусственные Интеллекты www.deepseek.com и www.giga.chat.

Таким образом, в рамках развиваемой здесь стохастической безмассовой квантовой механики (СБКМ) в каждом сечении t_i белого шума $x(t)$ на случайную величину x влияют несколько факторов с плотностями распределения вероятности (162), (163), (164), (166), (167), (168), (169). Поэтому, согласно центральной предельной теореме, можно считать, что белый шум $x(t)$ – это гауссов стационарный случайный процесс с нормальным законом распределения

$$\rho(x) = \psi(x)\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\omega^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\omega^2}\right).$$

Вместе с тем выяснилось, что в рамках СБКМ белый шум с исходными параметрами (153) и (154) – это результат наложения (т.е. суперпозиция) дискретного (т.е. квантованного) ряда случайных процессов, и требует дополнительного глубокого изучения.

12 Стохастическое уравнение мнимой самодиффузии

Если в стохастическом уравнении (143) принять $u(\vec{r}, t) = 0$ и $\varepsilon(\vec{r}, t_0) = 0$, то оно принимает вид стохастического уравнения мнимой самодиффузии (которое является частным случаем уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова)

$$\frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \mp i \frac{3}{2} D \nabla^2 \phi(\vec{r}, t) \quad (170)$$

с комплексным коэффициентом самодиффузии $B = i \frac{3}{2} D$.

Таким образом, предложенный в [13] и в данной статье подход, основанный на поисках экстремалей $\phi(\vec{r}, t)$ функционала усредненной «эффективности» (114) методами вариационного исчисления, позволяет исследовать многие стохастические системы (или случайные процессы) с различными исходными параметрами.

13 Квантованные состояния хаотически смещавшегося ядра голой «планеты» (или «звезды»)

Стохастическая безмассовая квантовая механика (СБКМ), предлагаемая в этой статье, пригодна для описания стохастических квантовых эффектов для «корпускул» любого масштаба. В качестве примера используем стохастическое безмассовое стационарное уравнение Шредингера (131) для исследования усредненного поведения хаотически колеблющегося ядра «планеты» (рис. 8).

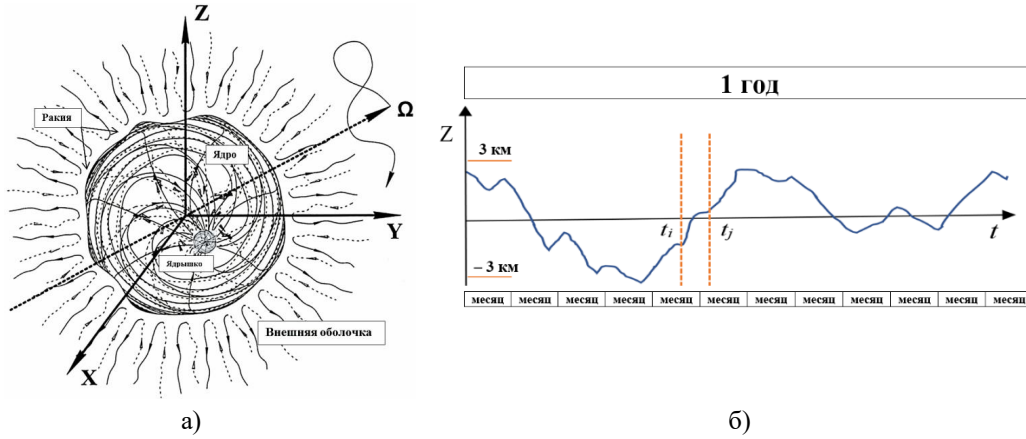


Рис. 8. а) Упрощенная модель недр планеты, геометрический центр ядра которого медленно хаотически смещается относительно геометрического центра всей планеты (или звезды) в целом; б) Проекция хаотического смещения геометрического центра ядра планеты на ось Z, здесь предполагается, что один месяц – это 30 оборотов планеты (или звезды) вокруг своей оси, 1 год – это 360 оборотов планеты (или звезды) вокруг своей оси.

Предположим, что из-за сложных геофизических процессов в недрах планеты геометрический центр ее ядра непрерывно медленно хаотически смещается относительно геометрического центра всей планеты в целом (рис. 8а).

Для примера, пусть проекция хаотического смещения центра ядра планеты (или ХБЧ) на любую координатную ось (например на ось Z) является стационарным случайным процессом (смотрите рис. 8б) со стандартным отклонением $\sigma_{zs} \approx 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$ и коэффициентом автокорреляции $\tau_{zs \text{acor}} \approx 1,5 \text{ месяца} \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ сек}$. Предполагается, что эти

параметры рассматриваемой стохастической системы получены при усреднении в течении 1-го планетарного года (т.е. в течение 360 оборотов планеты вокруг своей оси), и при условии, что система отсчета XYZ вращается вместе с планетой.

Согласно выражениям (116), (117) и (118), оценим величину масштабного параметра исследуемой стохастической системы

$$\eta_{rs} = \frac{2\sigma_{rs}^2}{\tau_{rs\text{acor}}} \approx \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^6}{2,6 \cdot 10^6} \approx 4,5 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Кроме того, предположим, что случайно изменяющаяся кинетическая энергетичность геометрического центра ядра планеты (далее для сокращения ι -ядра или ХБЧ) $k(x,y,z,t)$ так плавно перетекает в его потенциальную энергетичность $u(x,y,z,t)$ и обратно, что полная механическая энергетичность ι -ядра всегда остается неизменной

$$\varepsilon = k(x,y,z,t) + u(x,y,z,t) = \text{const}, \quad (171)$$

где $k(x,y,z,t)$ и $u(x,y,z,t)$ – случайные функции времени t .

Рассматриваемый случайный процесс с участием ι -ядра полностью соответствует стохастической модели ХБЧ, описанной в §7, а условие (171) совпадает с условием (130). Поэтому для описания усредненных состояний хаотически колеблющегося ι -ядра может быть использовано стационарное стохастическое уравнение Шредингера (131) в сферических координатах (здесь условно принято обозначение $\phi = \psi$, чтобы исключить подмену ϕ на φ)

$$\pm \frac{3\eta_{rs}^2}{4} \nabla^2 \psi(r, \theta, \varphi) + u(r, \theta, \varphi) \psi(r, \theta, \varphi) = \varepsilon \psi(r, \theta, \varphi), \quad (172)$$

где

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

– оператор Лапласа в сферических координатах.

Рассмотрим случай, когда при удалении ι -ядра от центра стохастической системы (который совпадает с геометрическим центром всей планеты в целом) в мантии, окружающей данную ХБЧ, возникает упругое натяжение ζ_s , которое стремится вернуть ι -ядро в центр системы (рис. 8а). При этом данное напряжение $\zeta_s(r)$ в среднем растет по мере удаления ι -ядра от центра (т.е. при увеличении $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, смотрите рис. 7а), т.е. имеет место усредненный аналог закона Гука

$$\zeta_s(r) \approx -k_u r, \quad (173)$$

где $k_u = K_u/m_n$ – безмассовый коэффициент упругого натяжения мантии (K_u – силовая константа мантии).

В этом случае усредненная потенциальная энергетичность ι -ядра $u(r)$, которая в среднем определяет стремление данной ХБЧ вернуться в исходный центр системы может быть приближенно представлена в виде

$$u(r, \theta, \varphi) \approx \left| - \int k_{ux} r dr \right| = \left| - \frac{1}{2} k_u r^2 \right| = \frac{k_u r^2}{2}. \quad (174)$$

Подставляя выражение (174) в уравнение (172), получим

$$\pm \frac{3\eta_{rs}^2}{4} \nabla^2 \psi(r, \theta, \varphi) + \frac{k_u r^2}{2} \psi(r, \theta, \varphi) = \varepsilon \psi(r, \theta, \varphi), \quad (175)$$

или

$$\nabla^2 \psi(r, \theta, \varphi) + \frac{2}{\eta_{nrs}^2} \left[\varepsilon - \frac{k_u r^2}{2} \right] \psi(r, \theta, \varphi) = 0, \quad (176)$$

и

$$\nabla^2 \psi(r, \theta, \varphi) + \frac{2}{\eta_{nrs}^2} \left[\frac{k_u r^2}{2} - \varepsilon \right] \psi(r, \theta, \varphi) = 0, \quad (177)$$

где $\eta_{nrs} = \sqrt{3/2} \eta_{rs} \approx 7,4 \frac{m^2}{c}$ – масштабный параметр для рассматриваемого случая.

Выражение (176) известно в квантовой механике как уравнение изотропного трехмерного гармонического осциллятора [21]. Решениями данного уравнения являются функции (т.е. экстремали функционала (120) при указанных выше условиях) [21]

$$\psi_{klm}(r, \theta, \varphi) = R_k(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \left(\frac{\sqrt{k_u}}{2\eta_{nrs}} \right)^3 \frac{2^{k+2l+3} k!}{(2k+2l+1)!!} \left(\frac{\sqrt{k_u}}{2\eta_{nrs}} \right)^l} r^l \exp \left\{ -\frac{\sqrt{k_u} r^2}{2\eta_{nrs}} \right\} L_l^{(l+1/2)} \left(2 \sqrt{\frac{\sqrt{k_u}}{2\eta_{nrs}}} r^2 \right) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (178)$$

где

$$L_l^{(l+1/2)} \left(2 \sqrt{\frac{\sqrt{k_u}}{2\eta_{nrs}}} r^2 \right) – \text{обобщенные полиномы Лагерра}; \quad (179)$$

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = (-1)^m \left[\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} e^{im\varphi} P_{lm}(\cos \theta) – \text{сферические гармонические функции}; \quad (180)$$

$$P_{lm}(\cos \theta) = \frac{d}{2^l l!} (1 - \xi^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d\xi^{l+m}} + (\xi^2 - 1)^l – \text{присоединенные функции Лежандра}; \quad (181)$$

$$\xi = \cos \theta; \quad (182)$$

l – орбитальное квантовое число;

m – периферийное квантовое число.

В классической квантовой физике число m называют «магнитным квантовым числом», но это название не подходит для стохастической квантовой механики. Поэтому в данной статье число m предложено называть «периферийным квантовым числом». Кроме квантовых чисел k , l и m есть еще спиновое квантовое число s , связанное с общим вращением стохастической системы (например, вместе с планетой) по часовой или против часовой стрелке. Таким образом всего имеется четыре квантовых числа

$$\begin{matrix} \text{H}^* & \text{V} & \text{H} & \text{I} \\ s & m & l & k \end{matrix}$$

Как известно, волновым функциям (178) соответствуют собственным значениям полной механической энергетичности хаотически блуждающего ψ -ядра (или ХБЧ) [21]

$$\varepsilon_{kl} = \eta_{nrs} \sqrt{k_u} \left(2k + l + \frac{3}{2} \right). \quad (183)$$

Квадраты модуля волновых функций (178) $|\psi_{klm}(r, \theta, \varphi)|^2$ (т.е. ФПРВ возможного места нахождения хаотически блуждающего ψ -ядра внутри недр планеты) при $\varphi = 0$ и различных значениях квантовых чисел k , l и m показаны на рис. 9. Из этого рисунка видно, что каждому набору из трех квантовых чисел k , l и m соответствует уникальная усредненная пространственная конфигурация хаотически смещающегося ψ -ядра (т.е. рассматриваемой ХБЧ).

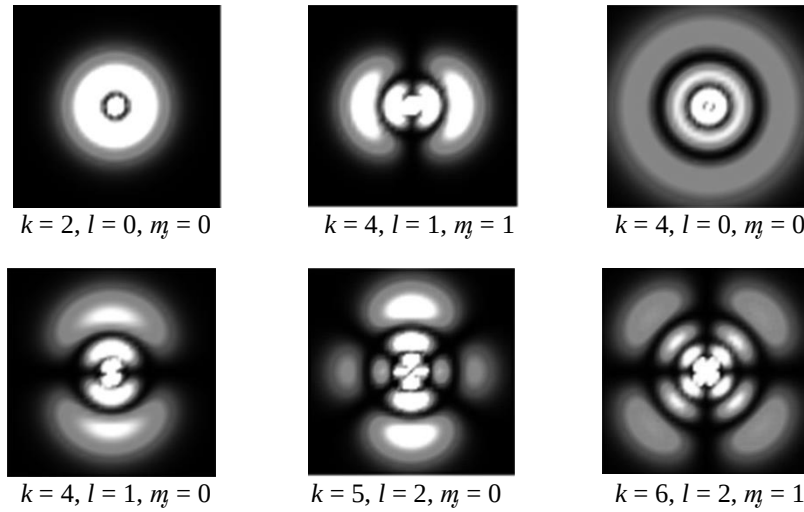


Рис. 9. Функции плотности распределения вероятности (ФПРВ) $|\psi_{klm}(r, \theta, \phi)|^2$ возможного места нахождения ψ -ядра при $\phi = 0$ и различных значениях квантовых чисел k , l и m_l . Чем светлее пятно, тем больше вероятность появления ψ -ядра в данной области. Расчеты выполнены с использованием выражения (178) [21] и представлены на веб-странице: [Spherical Harmonic Orbitals.png](http://SphericalHarmonicOrbitals.png)

Уравнение (177) с минусом перед полной механической энергетичностью $\mathcal{E}$ не имеет решений в виде усредненных состояний хаотически смещающегося ψ -ядра (т.е. ХБЧ) с дискретным спектром и квадратично интегрируемыми волновыми функциями. Поэтому никаких новых дискретных (квантовых) состояний исследуемой стохастической системы не добавляется.

Таким образом, усредненное поведение блуждающего ψ -ядра, обусловленное одновременным стремлением, как к минимуму действия (т.е. к максимально возможному порядку и экономичности энергетических затрат), так и к максимальной энтропии (т.е. к максимально возможному беспорядку, обусловленному исходными условиями) имеет дискретный набор возможных состояний. В этом смысле хаотическое поведение ψ -ядра планеты не отличается от других аналогичных хаотически блуждающих ХБЧ (таких, например, как дрожащее ядро в биологической клетке, плавающей рыбки в круглом аквариуме, колеблющегося ядра электрона внутри атома и т.д.). Все эти квантовые явления подчиняются одним и тем же закономерностям, и отличаются друг от друга только масштабом рассмотрения и временем усреднения.

Чтобы обнаружить усредненные квантовые состояния блуждающего ψ -ядра планеты (или звезды) нужны годы наблюдений. Но вместе с тем данные квантовые состояния центральной области планеты (или звезды) должны проявляться через пассивность или активности ее мантии и многих других поверхностных эффектов.

Кроме того, при переходе из усредненного возбужденного состояния блуждающего ψ -ядра в его исходное усредненное состояние должны излучаться гравитационные волны, подобно тому, как излучают атомы электромагнитные волны при переходе электрона из возбужденного квантового состояния в его основное состояние. Не исключено, что такие гравитационные волны могут регистрироваться лазерными интерферометрами типа LIGO.

Также, если изложенные здесь модельные представления верны, то планеты и звезды в состоянии поглощать гравитационные возмущения с длиной волны, соответствующей квантовому переходу блуждающего ψ -ядра из одного усредненного состояния в другое. Это открывает широкие возможности для гравитационной звездно-планетарной спектроскопии.

“Природа скрывает свои секреты из-за присущего Ей Величия, а не путем уловок”
(из письма А. Эйнштейна О. Веблену, 30 апреля 1930 г.)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной тринадцатой части «Геометризированной физики вакуума (ГФВ), основанной на Алгебре сигнатур (АС)» (ГФВ&АС) [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12] предпринята попытка показать, что нет противоречий между детерминированным описанием макромира звезд и планет и вероятностным описанием микромира элементарных частиц.

Все стабильные сферические $\lambda_{m,n}$ -вакуумные образования (т.е., «корпускулы»), входящие в состав иерархической космологической модели [6] (рис. 1 и 3), независимо от их масштаба, подчинены одним и тем же законам.

Усредненная сферическая форма всех «корпускул» любого масштаба, начиная с ядер инстантона и прото-кварков, и заканчивая ядрами голых звезд, галактик и Вселенной в целом обусловлены наиболее оптимальной взаимной компенсацией проявлений $\lambda_{m,n}$ -вакуумных деформаций и внутри-вакуумных (субконт – антисубконтных) токов. Другими словами, усредненная сферическая форма всех «корпускул» (смотрите рис. 5а) соответствует наименьшим из возможных деформаций $\lambda_{m,n}$ -вакуума при наименьших энергозатратах, необходимых для поддержания их в стабильном состоянии. Поэтому усредненные метрико-динамические модели всех «корпускул», не зависимо от их размера, основаны на метриках-решениях вакуумных уравнений Эйнштейна, которые в свою очередь являются результатом оптимизации усредненной кривизны 4-мерного пространства. Полученные на основании вариационного исчисления вакуумные уравнения Эйнштейна, по сути, являются законами сохранения, т.е. условиями при которых усредненные 4-деформации $\lambda_{m,n}$ -вакуума оказываются стабильными.

С другой стороны, форма всех «корпускул», не зависимо от их масштаба, постоянно хаотически искажается, т.е. отклоняется от среднего сферического состояния, подобно дрожащей желеобразной массе (рис. 1, 3 и 5б). Вместе с тем ядра всех «корпускул», не зависимо от их масштаба, постоянно хаотически перемещаются (смещаются, колеблются) относительно среднего положения. Различия между хаотическим поведением «корпускул» заключаются в основном в том, что мелкие «корпускулы» искривляются и смещаются быстро, и требуются короткие промежутки времени для их усреднения; а крупные «корпускулы» искривляются и смещаются медленно, при этом чтобы выявить их усредненные характеристики требуются длительные периоды наблюдения.

На первый взгляд хаотическое поведение ядер «корпускул» любого масштаба вызвано влиянием большого количества различных сторонних факторов, таких, например, как: волнения $\lambda_{m,n}$ -вакуума или силовые поля множества соседних «корпускул» и т.п. При этом удобно считать, что у ядра «корпускулы» есть детерминированная траектория движения, однако она настолько сложная, что проще рассматривать хаотическое поведение ядра статистическими методами.

На практике выяснилось, что у хаотического поведения элементарных частиц есть свои законы, обусловленные уравнениями Шредингера и соотношениями неопределенности Гейзенберга. Это предопределило триумф квантовой механики (а затем и всех квантовых теорий). Квантовые закономерности оказались настолько причудливыми, что пришлось поступиться здравым смыслом, например, отказаться от размеров элементарных частиц и от их траектории движения. В результате детерминистская общая теория относительности Эйнштейна и неопозитивистская квантовая механика настолько отдалились друг от друга, что это стало одной из основных проблем современной физики. В рамках квантовой теории эйнштейновский вакуум должен взорваться, а в рамках ОТО квантованный вакуум должен провалиться в микроскопические черные дыры.

В этой статье предпринята попытка показать, что данной глобальной проблемы современности можно избежать.

Во-первых, ГФВ&АС, которая по сути является модернизированной общей теорией относительности Эйнштейна, является квантовой теорией, т.к. в ней имеется три вида квантования:

1) масштабное квантование – это дискретизация (или сортировка по размерам) «корпускул», входящих в состав иерархической космологической цепочки (рис. 1).

2) топологическое квантование – это дискретизация набора комбинаций из 16-ти типов сигнатур (1), приводящих к стабильным сферическим $\lambda_{m,n}$ -вакуумным образованиям внутри одного сорта «корпускул» (смотрите, например, ранжирные выражения (26) – (32)).

3) стохастическое квантование, обусловленное стремлением всех стохастических систем, включая случайно трепещущие и хаотически блуждающие ядра «корпускул» любого масштаба (или сорта), к поиску наиболее выгодного компромисса между порядком и хаосом.

Во-вторых, опираясь на принцип экстремальности усредненной эффективности всех стохастических систем (включая хаотически блуждающие ядра «корпускул» любого масштаба) удалось вывести стохастические безмассовое уравнения Шредингера (131) и (143). Вывод этих стохастических уравнений выполнен на основе анализа случайного процесса, в котором участвует ХБЧ (в частности, блуждающее ядро «корпускулы»), а не на мистические представления о волнах материи де Бройля.

Таким образом в рамках ГФВ&АС получена иерархическая космологическая модель, состоящая из множества иерархических цепочек «корпускул» различного масштаба, вложенных друг в друга подобно матрешкам. При этом ядра всех этих «корпускул» хаотически колеблются, подчиняясь единым законам безмассовой стохастической квантовой механики.

В этой иерархической космологической модели потенциально отсутствуют многие проблемы, которые не могут быть в принципе разрешены в рамках современного естествознания. То есть ГФВ&АС позволяет наметить пути решения следующих задач:

- 1) Избавление от понятий «масса» и «сила» позволяет приблизиться к реализации программы Клиффорда-Эйнштейна-Уилера по полной геометризации физики. Получены метрико-динамические модели практически всех элементарных частиц, входящих в состав Стандартной Модели (бозонов, лептонов, барионов и мезонов) как деформаций вакуума;
- 2) Раскрывается причина инерции, природа гравитации и электрического заряда;
- 3) В рамках ГФВ&АС отсутствует барионная асимметрия Вселенной;
- 4) Выведено уравнение Шредингера на основании принципа «экстремума усреднённой эффективности» стохастической системы, включающего в себя принцип «наименьшего действия» и принцип «максимума энтропии».
- 5) Объяснена причина конфайнмента кварков в адронах;
- 6) Стираются принципиальные различия между модернизированной ОТО и квантовой механикой;
- 7) Рассеивается туман в отношении темной материи и темной энергии.
- 8) ГФВ&АС может рассматриваться как теоретическая база для развития опережающих нулевых (т.е. вакуумных) технологий, таких как: «вакуумная энергетика», «альтернативные безынерционные способы перемещения в пространстве», «каналы связи со сверхсветовыми скоростями передачи информации», «звездно-планетарная гравитационная спектроскопия», «объемный спектрально-сигнатурный анализ», «не лимитированное уплотнение кибернетической мощности» и многих других.

Без перспективной теории новый технологический прорыв не возможен. Очевидно, что теория струн и петлевая квантовая гравитация в тупике, поэтому передовые рубежи науки увязли во тьме бесконечных возможностей. ГФВ&АС тесно связана с этими теориями, при этом Алгебра сигнатур (т.е. топологий) открывает пути ограничения этих возможностей. В крошечной тьме непознанного, т.е. за пределами доступными для экспериментальных проверок, начинают проявляться контуры форм, которые могут быть подвержены глубокому анализу. Не исключено, что если ГФВ&АС окажется достоянием Искусственного Интеллекта, то мы получим взрыв новых достижений.

Вместе с тем в ГФВ&АС возникают новые не менее сложные проблемы. Например, неизвестно сколько «корпускул» содержит самая длинная иерархическая цепочка; если иерархическая цепочка конечна, то как может самая большая «корпускула» (мега-Вселенная) оказаться внутри самой маленькой «корпускулы» (инстантона); что является причиной масштабного квантования размеров «корпускул» и «антикорпускул» и т.д.

Тринадцать предложенных статей Геометризированной физики вакуума на основе Алгебры сигнатур (ГФВ&АС) [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12], включая данную статью, – это только ствол «дерева», от которого могут прорасти множество ветвей. Каждая статья этого проекта требует дополнительной глубокой проработки и дальнейшего развития.

БЛАГОДАРНОСТИ

Искренне благодарю Гавриэля Давидова, Дэвида Рида (David Reid), Татьяну Леви, Элиэзера Рахмана, Давида Когана, Геннадия Ивановича Шипова, Евгения Алексеевича Губарева, Карлоса Рохаса (Carlos J. Rojas), Александра Маслова, Александра Болотова, Александра Биндимана, Георгия Усачева и Анатолия Марковича за оказание помощи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть I. Алгебра стигнатур. Препринт <https://doi.org/10.24108/preprints-3113027> Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part I. Algebra of Stignatures. Avances en Ciencias e Ingeniería, 14 (1), 1-26, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-1-ano-2023-articulo-1/>; and Preprints, 2023060765. <https://doi.org/10.20944/preprints202306.0765.v3>, or [viXra:2403.0035](https://arxiv.org/abs/2403.0035).
- [2] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть II. Алгебра сигнатур. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113028>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part II. Algebra of Signatures. Avances en Ciencias e Ingeniería, 14 (1), 27-55, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-1-ano-2023-articulo-2/>; and Preprints, 2023070716, <https://doi.org/10.20944/preprints202307.0716.v1>, or [viXra:2403.0034](https://arxiv.org/abs/2403.0034).
- [3] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть III. Искривленная область вакуума. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113032>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part III. Curved Vacuum Area. Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 2 año 2023 Artículo 5, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-2-ano-2023-articulo-5/>; and Preprints 2023, 2023080570. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.0570.v4>, or [viXra:2403.0033](https://arxiv.org/abs/2403.0033).
- [4] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть IV. Динамика вакуумных слоев. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113039>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M., (2024). Geometrized Vacuum Physics. Part IV: Dynamics of Vacuum Layers. Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 3 año 2023 Artículo 1 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-3-ano-2023-articulo-1/>, and Preprints.org. <https://doi.org/10.20944/preprints202310.1244.v3>, or [viXra:2403.0032](https://arxiv.org/abs/2403.0032).
- [5] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть 5: Стабильные вакуумные образования. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113040>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M., (2024). Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 3 año 2023 Artículo 2 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-3-ano-2023-articulo-2/>, or [viXra:2405.0002](https://arxiv.org/abs/2405.0002).
- [6] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть 6: Иерархическая космологическая модель. PREPRINTS.RU <https://doi.org/10.24108/preprints-3113086>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2024) Geometrized Vacuum Physics Part 6: Hierarchical Cosmological Model, Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 4 año 2023 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-4-ano-2023-articulo-3/> or [viXra:2408.0010](https://arxiv.org/abs/2408.0010).
- [7] Батанов-Гаухман М. С. (2025) Геометризованная физика вакуума. Часть 7: «электрон» и «позитрон». PREPRINTS.RU, <https://doi.org/10.24108/preprints-3113132>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025). Geometrized Vacuum Physics Part VII: "Electron" and "Positron", Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 1 año 2024 Artículo 3, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-1-ano-2024-articulo-3/>, or [viXra:2409.0097](https://arxiv.org/abs/2409.0097).
- [8] Батанов-Гаухман М. С. (2025) Геометризованная физика вакуума. Часть 8: инерционный электромагнетизм движущихся «частиц». Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113170>. Available in English: Batanov-

- Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part VIII: Inertial Electromagnetism of Moving «Particles»//Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 2 año 2024 Artículo 1, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-2-ano-2024-articulo-1/>, or [viXra:2411.0086](#).
- [9] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 9: «Нейтрино». Preprints.Ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113337>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part IX: «Neutrino»//Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 3 año 2024 Artículo 1, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-3-ano-2024-articulo-1/> or [viXra:2501.0059](#)
- [10] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 10: «Планеты» и «звезды». Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113413>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part X: Naked «Planets» and «Stars»// Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 3 año 2024 Artículo 2, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-3-ano-2024-articulo-2/>, or [viXra:2502.0139](#).
- [11] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 11: Гравитация и Левитация. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113413>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part XI: Gravity And Levitation. Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 4 año 2024 Artículo 1. Publicada el agosto 7, 2025, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-4-ano-2024-articulo-1/>, or [viXra:2502.0139](#).
- [12] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. Часть 12: голые «галактики» – «частицы» темной материи? Preprints.ru, <https://doi.org/10.24108/preprints-3113692>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part 12: Naked "Galaxies" - "Particles" of Dark Matter? [viXra:2508.0158](#).
- [13] Batanov-Gaukhman M. (2024) Development of the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics by E. Nelson. Derivation of the Schrödinger-Euler-Poisson Equations. *Recent Progress in Materials* **2024**; 6(2): 014; [10.21926/rpm.2402014](#), or [arXiv:2011.09901v10](#). Доступно на русском языке: Батанов-Гаухман М. С. (2024). Вывод уравнений Шредингера на основании объединения принципов наименьшего действия и максимума энтропии. PREPRINTS.RU. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113016>
- [14] Рытов С.М. (1976) *Введение в статистическую радиофизику Ч.1*. Наука, Москва, С. 494.
- [15] Тиханов В.И. (1982) *Статистическая радиофизика*. Радио и связь, Москва, С. 622.
- [16] Блохинцев Д.И. (1963) Основы квантовой механики. Высшая школа, Москва, С. 620.
- [17] Эльсгольц Л.Э. (1969) Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Наука, Москва, С. 424. ([Elsgolts LE VI](#)).
- [18] Courant, R. & Hilbert, D. (1953) *Methods of Mathematical Physics. Vol. I* (First English ed.). New York: Interscience Publishers, Inc. [ISBN 978-0471504474](#).
- [19] *Gelfand, I. M. (1963) Calculus of Variations. Dover. ISBN 0-486-41448-5.*
- [20] Schrödinger, E. (1926) "Quantisierung als Eigenwertproblem, Vierte Mitteilung", *Annalen der Physik*, №18.
- [21] Fradkin D.M. (1965) Three-dimensional isotropic harmonic oscillator and SU3. *American Journal of Physics* **33** (3) 207–211, https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_harmonic_oscillator,

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДЫСТОРИЯ И ВВЕДЕНИЕ

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОД

- 1 Модель хаотически блуждающей частицы как стохастической системы
- 2 Координатное представление ФПРВ $\rho(v_x, t)$
 - 2.1 Получение закона распределения скоростей $\rho(v_x, t)$ случайного процесса
 - 2.2 Координатное представление усредненной скорости ХБЧ
- 3 Координатное представление изменения усредненной механической энергетичности ХБЧ
- 4 Координатное представление интеграла усредненной x -«эффективности»
- 5 Координатное представление интеграла усредненной r -«эффективности»
- 6 Вывод стационарного стохастического уравнения ХБЧ
- 7 Стационарное стохастическое уравнение Шредингера
- 8 Вывод времени-зависимого стохастического уравнения ХБЧ
- 9 Времени-зависимое стохастическое уравнение Шредингера
- 10 Преимущества стохастических уравнений Шредингера
- 11 Белый шум
- 12 Стохастическое уравнение мнимой самодиффузии
- 13 Квантованные состояния хаотически смещавшегося ядра голой «планеты» (или «звезды»)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

БЛАГОДАРНОСТИ