

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

Автор: Трушников Владимир Владимирович

Аннотация: В статье представлено прямое и полное доказательство Великой Теоремы Ферма, в пределах базовых знаний средней общеобразовательной школы.

Abstract: The article presents a direct and complete proof of Fermat's Last Theorem, within the framework of basic knowledge of secondary school.

Ключевые слова: Великая Теорема Ферма

Key words: Fermat's Last Theorem

ВВЕДЕНИЕ

История Великой теоремы Ферма (ВТФ) это история поиска её удивительного доказательства. Существовало оно или нет достоверно неизвестно. Но, есть факт: на полях книги Диофанта Александрийского “Арифметика”, с которой когда то Ферма работал, была обнаружена оставленная им заметка: **“... невозможно разложить никакую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я нашёл этому поистине чудесное доказательство, но поля книги слишком узки для него”**. Иногда чудесное переводят как удивительное или замечательное, но суть от этого не меняется. Для самого Ферма оно воспринималось определённо как успех. Поэтому он так эмоционально отреагировал. Позже видимо Ферма понял, что найденное доказательство хотя и выглядело интуитивно верным, не было убедительным, если не сказать ошибочным, но заметка на полях уже была сделана. Известно, что он затем продолжал работать над доказательством. А в его бумагах было найдено единственное полное доказательство теоремы для частного случая $n=4$. Кроме этого, Ферма включил случай $n=3$ в список задач, решаемых методом так называемого бесконечного спуска. Вряд ли тогда Ферма предполагал, что поспешно сделанная им заметка на полях книги окажет в дальнейшем большое влияние на развитие всей математики, а теорема станет в его честь называться Великой. История распорядилась так, что для современного человечества небольшая заметка оказалось важнее целого доказательства.

Простая и понятная формулировка теоремы привлекает к себе внимание. Каждый, в среднем образованный человек, понимает её, и может попытаться доказать. А каждый, уважающий себя инженер или тем более авторитетный учёный, должен непременно её доказать. Это вызов самому себе, вызов, в любом случае достойный уважения. Именно так выглядит исходный посыл, для тех, кто решился встать на путь поиска удивительного доказательства.

С 1995 года считается, что ВТФ доказана. Автором доказательства объявлен английский математик Эндрю Уайлс. История Теоремы, многочисленные участники и основные идеи замечательных математических теорий, которые были построены и развивались в попытках ее доказать, описаны в книге Саймона Сингха "Великая теорема Ферма". Но, на этом история поиска доказательства не закончилась. Напротив, поиск доказательства продолжается по сей день, не только простого, не только удивительного, а вообще любого. Периодически в математическом информационном поле появляются сообщения очередного доказательства ВТФ.

Вниманию интересующихся вопросом доказательства ВТФ предлагается очередное. Кому то оно может показаться чрезмерно простым, и к сожалению совсем не удивительным. Но, прежде, чем прийти к нему, автор прошёл далеко не простой путь, попутно, и не однажды, отвергая очередные сомнительные результаты. Тем не менее, автор уверен в том, что приведённая ниже статья является абсолютным доказательством ВТФ, простым и понятным для большинства.

Великая теорема Ферма состоит в утверждении, что при значениях $n \geq 3$ уравнения вида:

$$X^n + Y^n \neq Z^n \quad (1)$$

не имеют ненулевых решений в натуральных числах.

Постановка задачи

Для уравнения вида: $X^n + Y^n = Z^n$, где X, Y, Z - числа натурального ряда, для определённости будем считать $X < Y$. Пусть Z^n , наибольшее число нашего уравнения, будет его исходным, и может принимать любое значение из натурального ряда $(Z_i)^n$. Для каждого такого числа $(Z_i)^n = i^n$ найдется « k » значений $(Y_k)^n = (Z_{i-k})^n = (i-k)^n$, находящиеся в интервале $(Z_i)^n/2 < (Z_{i-k})^n < (Z_i)^n$, а значения числа $(X^n)_k$ будут определяться, как $(Z_i)^n - (Y_k)^n$ или $(Z_i)^n - (Z_{i-k})^n$, т.е.:

$$(X^n)_k = (Z_i)^n - (Z_{i-k})^n \quad (2)$$

где « i »-порядковый номер числа $(Z_i)^n$ в натуральном ряде, а « k »= $1, 2, 3, \dots$ - порядковый номер одного из возможных решений уравнения.

В качестве наглядного примера для произвольного числа $Z_i = 13$ на Рис.1 приведена структурная схема алгоритма определения неизвестного числа $(X^n)_k$ в уравнении (2) для степени $n=3$.

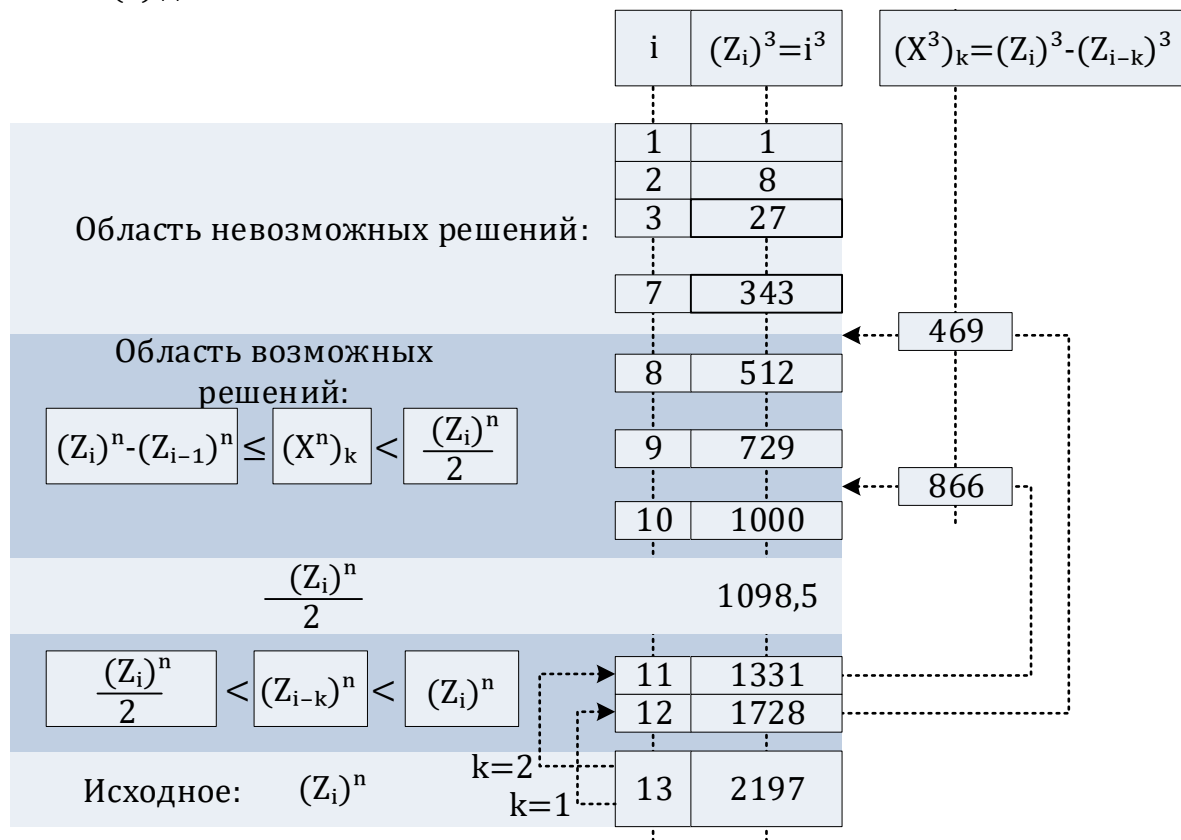


Рис.1 Структурная схема алгоритма определения неизвестного числа X в уравнении $(Z_i)^n - (Z_{i-k})^n = (X^n)_k$ для степени $n=3$, где $k=1, 2, 3, \dots$ - одно из возможных решений

В результате разности двух натуральных в степени мы всегда получаем натуральное. Вопрос, который возникает в связи с ВТФ – существуют ли такие сочетания, выраженные формулой (2), при значениях $n \geq 3$, при которых число X_k после извлечения из степени «n» остается натуральным, или оно всегда дробное.

Доказательство Великой теоремы Ферма

Формула (2) для всех $(k=1) \in (Z_i)^3$ имеет вид:

$$(Z_i)^3 - (Z_{i-1})^3 = (X^3_{k=1}) \quad (3)$$

Представим бесконечный ряд натуральных $(Z_i)^3$ в виде таблицы разностей, определяемых формулой (3):

№ п/п		№ п/п	
i	$(Z_i)^3$	h	$(X^3_{k=1})_h$
1	1	1	7
2	8	2	19
3	27	3	37
4	64	4	61
5	125	5	91
6	216	6	127
7	343	7	169
8	512	8	217
9	729		
	и т.д.		

Таблица 1. Таблица разностей ряда $(Z_i)^3$ для всех $k=1$

Появился новый параметр « $h=i-1$ » - порядковый номер значения $(Z_i)^3 - (Z_{i-1})^3$ в ряде $(X^3_{k=1})_h$

Формула (2) для всех $(k=2) \in (Z_i)^3$ имеет вид:

$$(Z_i)^3 - (Z_{i-2})^3 = (X^3_{k=2}) \quad (4)$$

Представим бесконечный ряд натуральных $(Z_i)^3$ в виде таблицы разностей, определяемых формулой (4):

№ п/п		№ п/п	
i	$(Z_i)^3$	h	$(X^3_{k=2})_h$
1	1		
2	8	1	26
3	27	2	56
4	64	3	98
5	125	4	152
6	216	5	218
7	343	6	296
8	512	7	386
9	729		
	и т.д.		

Таблица 2. Таблица разностей ряда $(Z_i)^3$ для всех $k=2$

Здесь параметр « $h=i-2$ » - порядковый номер значения $(Z_i)^3 - (Z_{i-2})^3$ в ряде $(X^3_{k=2})_h$
И так далее. Существуют таблицы разностей и для остальных $k > 2$.
В общем виде порядковый номер « h »:

$$h = i - k \quad (5)$$

Запишем исходное уравнение (2) для $n=3$ в общем виде:

$$(X^3_k) = (Z_i)^3 - (Z_{i-k})^3 \quad (6)$$

Символы $(Z_i)^3$ и $(Z_{i-k})^3$ заменим на i^3 и $(i-k)^3$, чем они по сути и являются, тогда:

$$(X^3_k) = i^3 - (i-k)^3 \quad (7)$$

$$(X^3_k) = i^3 - (i^3 - 3i^2k + 3ik^2 - k^3) \quad (8)$$

$$(X^3_k) = i^3 - i^3 + 3i^2k - 3ik^2 + k^3 \quad (9)$$

$$(X^3_k) = 3i^2k - 3ik^2 + k^3 \quad (10)$$

Из (5) следует, что $i=h+k$. В (10) заменим « i » на « $h+k$ » :

$$(X^3_k)_h = 3(h+k)^2k - 3(h+k)k^2 + k^3 \quad (11)$$

$$(X^3_k)_h = 3(h^2 + 2kh + k^2)k - 3(h+k)k^2 + k^3 \quad (12)$$

$$(X^3_k)_h = 3h^2k + 6hk^2 + 3k^3 - 3hk^2 - 3k^3 + k^3 \quad (13)$$

$$(X^3_k)_h = 3h^2k + 3hk^2 + k^3 \quad (14)$$

Тогда для $k=1$:

$$(X^3_{k=1})_h = 3h^2 + 3h + 1 \quad (15)$$

для $k=2$:

$$(X^3_{k=2})_h = 6h^2 + 12h + 8 \quad (16)$$

для $k=3$:

$$(X^3_{k=3})_h = 9h^2 + 27h + 27 \quad (17)$$

И так далее, ... из (14) получим формулы рядов для остальных возможных решений « k »

“Любое натуральное можно представить в виде суммы или разности двух других натуральных, например, $(a+b)$ или $(a-b)$, и, если эту сумму или разность возвести в какую-либо степень $(a+b)^n$ или $(a-b)^n$, в процессе вычисления будут получены многочлены, в составе которых будут присутствовать слагаемые исходного натурального числа, в том числе и в качестве старших членов многочлена. Любой другой многочлен, имеющий такую же структуру, всегда можно будет свернуть обратно в виде суммы или разности двух чисел, возведенной в степень, какую имели старшие члены многочлена. Если числа, входящие в структуру этого произвольного многочлена натуральные, значит и исходное число, представленное в виде их суммы или разности будет также натуральным.”

Многочлен в формуле (14) является фрагментом от разложения натуральных $(h+k)^3$. Из за отсутствия одного из старших членов многочлена h^3 оставшийся фрагмент невозможно свернуть обратно в $(h+k)^3$, т.е. невозможно его представить в виде трёх одинаковых натуральных сомножителей, значит $(X_k)_h$ для всех k, h , принимающих любые значения натурального ряда, не является натуральным.

Великая теорема Ферма для $n=3$ доказана.

Алгоритм приведённый для доказательства ВТФ для степени $n=3$ применим и для остальных степеней, в том числе и для степени $n=2$. Известно, что степень $n=2$ является исключением из общего правила. Причина в том, что абсолютно все квадраты натуральных, кроме единицы являются натуральными решениями для той или иной разности $(Z_i)^2 - (Z_{i-k})^2$. Докажем.

Имеем исходное уравнение для степени $n=2$:

$$(X^2_k) = (Z_i)^2 - (Z_{i-k})^2 \quad (18)$$

$$(X^2_k) = i^2 - (i-k)^2 \quad (19)$$

$$(X^2_k) = i^2 - (i^2 - 2ik + k^2) \quad (20)$$

$$(X^2_k) = 2ik - k^2 \quad (21)$$

В (21) заменим « i » на $(h+k)$

$$(X^2_k)_h = 2(h+k)k - k^2 \quad (22)$$

$$(X^2_k)_h = 2hk + k^2 \quad (23)$$

Пусть $k=1$, тогда:

$$(X_{k=1}^2)_h = 2h+1 \quad (24)$$

$$(X_{k=1})_h = \sqrt{(2h+1)} \quad (25)$$

Существует большое количество $h=4, 12, 24, 40 \dots$ и т.д., приводящих к натуральному $(X_{k=1})_h=3, 5, 7, 9 \dots (2n+1)$ соответственно. Формула (25) описывает все нечётные натурального ряда, начиная с 3. Учитывая, что квадраты нечётных также принадлежат ряду натуральных, следует, что все нечётные квадраты натуральных являются решениями.

Пусть $k=2$, тогда:

$$(X_{k=2}^2)_h = 4h+4 \quad (26)$$

$$(X_{k=2})_h = \sqrt{(4h+4)} = 2\sqrt{(h+1)} \quad (27)$$

Существует большое количество $h=3, 8, 15, 24 \dots$ и т.д., приводящих к натуральному $(X_{k=2})_h=4, 6, 8, 10 \dots 2n$. Формула (27) описывает все чётные натуральные, начиная с 4. Учитывая, что квадраты чётных натуральных также принадлежат ряду натуральных, следует, что абсолютно все квадраты чётных натуральных являются решениями.

И так далее и для других « k ».

Утверждение, что абсолютно все квадраты натуральных, кроме единицы являются решениями для той или иной разности $(Z_i)^2 - (Z_{i-k})^2$ - **доказано**.

Для абсолютного доказательства Великой теоремы Ферма достаточно принять в качестве аргумента, что в результате действия заложенного в выражении $(Z_i)^n - (Z_{i-k})^n$, или что тоже самое $i^n - (i-k)^n$, для степени $n \geq 3$, происходит взаимоуничтожение старших членов i^n , содержащихся в многочленах выражения, а оставшийся отрицательный фрагмент от $(i-k)^n$, после замены значения « i » на $(h+k)$ становится фрагментом многочлена уже от разложения $(h+k)^n$. Из-за отсутствия в нём одного из старших членов h^n , его невозможно свернуть обратно в $(h+k)^n$, т.е. невозможно представить в виде натуральных « n »-сомножителей. Поэтому число $(X_k)_h$, извлечённое из содержимого фрагмента степенного многочлена для всех k, h и $n \geq 3$ не является натуральным.

ВЫВОД: при значениях $n \geq 3$ уравнения вида: $X^n + Y^n \neq Z^n$ не имеют ненулевых решений в натуральных числах.

ВЕЛИКАЯ ТЕОРЕМА ФЕРМА ДОКАЗАНА.

Библиографический список:

При написании статьи дополнительная литература не использовалась.