

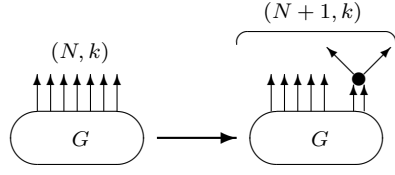
Динамика дискретной модели пространства-времени как последовательность испытаний Бернулли.

А.Л. Круглый*

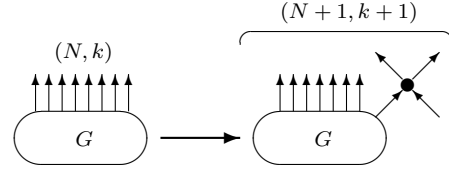
Рассматривается модель дискретного пространства-времени в микромире, которая представляет собой ориентированный ациклический граф. Вершины графа интерпретируются как элементарные события, а ориентированные ребра – как элементарные причинно-следственные связи. Элементарные события образуют частично упорядоченное множество, аналогично событиям в СТО, однако это множество локально конечно. Рассматривается граф специального вида, вершины которого имеют полустепени захода и исхода не более чем $(2, 2)$. Вершина с инцидентными ей двумя входящими и двумя исходящими ребрами называется x -структура [1]. Очевидно, что граф, состоящий из x -структур бесконечен и называется x -граф [2]. Он может быть интерпретирован как множество объектов, испытывающих только попарные взаимодействия.

Бесконечный x -граф рассматривается как существующий в том же смысле, что и пространство Минковского в СТО. Однако, наблюдатель может иметь только конечный объем информации, то есть знать только конечный подграф, который предполагается однокомпонентным. Часть вершин подграфа имеет менее четырех инцидентных ребер, так как отсутствующими ребрами рассматриваемый подграф связан с остальным x -графом. Эти ребра будем называть внешними и изображать, как инцидентные только одной вершине подграфа, аналогично внешним линиям фейнмановских диаграмм. Динамика заключается в реконструкции наблюдателем неизвестных ему частей x -графа. Это можно делать последовательно добавляя новые вершины по одной, что называется динамикой последовательного роста [3]. Новая вершина может присоединяться

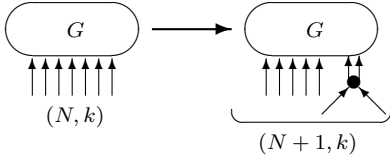
* Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра „Курчатовский институт“», Россия, 117218, Москва, Нахимовский пр-т, 36, к. 1, akrugly@mail.ru



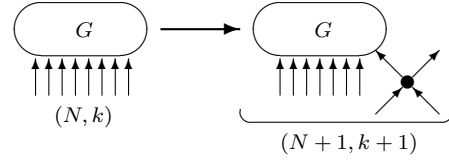
1.1. Присоединение двумя ребрами, входящими в новую вершину.



1.2. Присоединение одним ребром, входящим в новую вершину.



1.3. Присоединение двумя ребрами, исходящими из новой вершины.



1.4. Присоединение одним ребром, исходящим из новой вершины.

Рис. 1: Четыре вида присоединения новой вершины.

только к внешним ребрам. При этом любой подграф может быть получен присоединением вершин, максимальных и минимальных в смысле частичного порядка [4]. На рис. 1 изображены четыре вида добавления новой вершины к подграфу G , изображенному овалом. При присоединении максимальной вершины к двум внешним исходящим ребрам (рис. 1.1) число вершин N увеличивается на одну, а ширина k не меняется. Под шириной понимается ширина частично упорядоченного множества ребер и внешних ребер. При присоединении максимальной вершины к одному внешнему исходящему ребру (рис. 1.2) и число вершин N , и ширина k увеличиваются на единицу. Аналогично при присоединении минимальной вершины к входящим внешним ребрам (рис. 1.3 и 1.4).

Предполагается, что наблюдатель может определить вариант присоединения новой вершины не детерминированно, а вероятностно. Вероятности различных вариантов добавления новой вершины определяются только топологией уже построенного подграфа, то есть динамика последовательного роста является марковским процессом. Он может быть представлен схемой марковского процесса, которая является N -градуированным графом (диаграммой Браттели, рис. 2). По терминологии марковских процессов назовем вершины N -градуированного графа состояниями, а ребра – переходами. Множество состояний разбито на непересекающиеся подмножества (этажи), соответствующие всем возможным подграфам с заданным числом вершин N . Переходы ведут с предыдущего этажа на следующий и соответствуют присоединению одной вершины. Нулевой этаж соответствует пустому множеству вершин, а первый этаж – тривиальному графу, состоящему из одной вершины, образующей вместе с инцидентными ребрами x -структуру. Эффективным инструментом исследования является рассмотрение пространства беско-

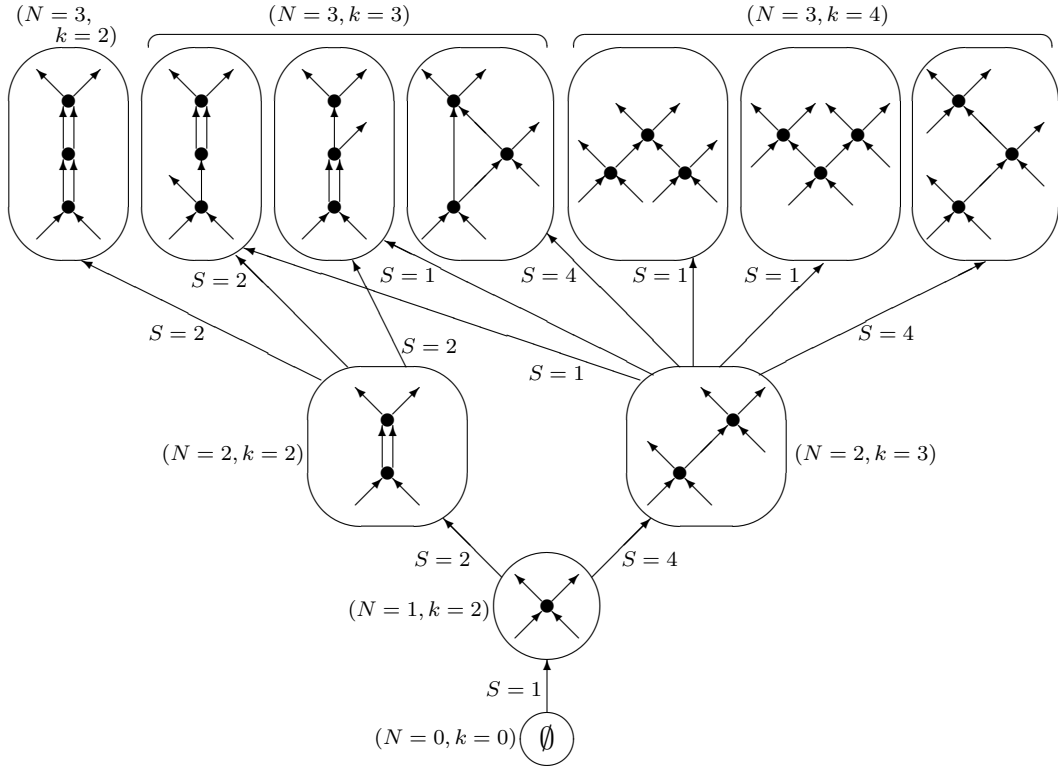


Рис. 2: Схема первых трех шагов последовательного роста x -графа (этажи N -градуированного графа с номерами 0, 1, 2, 3).

нечных путей N -градуированного графа, являющихся проективным пределом конечных путей [5]. Марковский процесс определяет меру на этом пространстве. На рис. 2 стрелками обозначены подмножества переходов и указано число переходов S , соответствующее каждой стрелке. При этом считаются различными переходами варианты присоединения новой вершины к разным внешним ребрам, инцидентным одной вершине, хотя в результате получаются изоморфные подграфы.

Предполагается, что Вселенная единственна, а различные пути N -градуированного графа интерпретируются как нахождение наблюдателя в различных местах Вселенной. В этом случае все пути должны приводить к одному и тому же бесконечному x -графу, являющемуся проективным пределом последовательностей состояний. Меры, обладающие таким свойством, называются эргодическими.

Число состояний растет комбинаторно с ростом числа вершин. Мы можем существенно упростить задачу, если не рассматривать детали топологии подграфов, а ограничиться интегральными характеристиками: числом вершин N и шириной k . Этот подход аналогичен статистической физике, в которой мы не интересуемся микросостояниями. Множество состояний с одинаковыми N и k назовем мета-состоянием, а переходы между мета-состояниями — мета-переходами. В этом случае получаем N -градуированный граф, являющийся треугольником Паскаля (рис. 3),

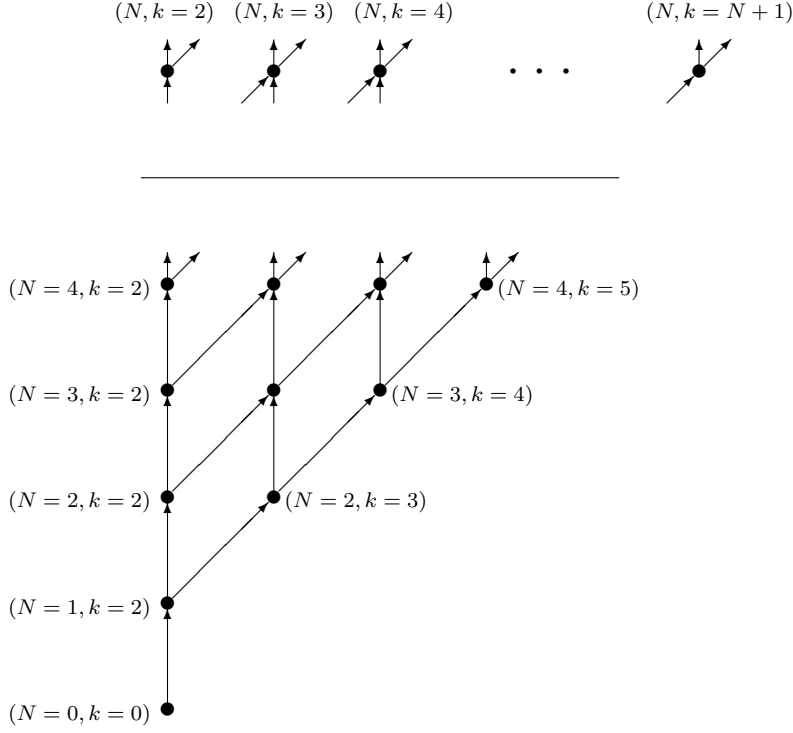


Рис. 3: Схема марковского процесса последовательных испытаний Бернулли.

а процесс последовательного роста сводится к последовательностям испытаний Бернулли. Вероятность p мета-перехода без увеличения ширины равна сумме вероятностей присоединения новой вершины первого и третьего вида. Вероятность $(1-p)$ мета-перехода с увеличением ширины на 1 равна сумме вероятностей присоединения новой вершины второго и четвертого вида. При каждом фиксированном значении p из интервала $[0, 1]$ мера является эргодической [6].

Фиксация вероятности p задает предел отношения k/N при N стремящемся к бесконечности. В x -графе для числа ребер K имеем $K = 2N - k$. В работе [7] рассмотрена гипотеза, что при N стремящемся к бесконечности отношение k/K равно постоянной тонкой структуры α , то есть является низкоэнергетическим пределом константы электромагнитного взаимодействия. Имеем

$$\alpha = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{k}{K} = \frac{1-p}{1+p} \quad . \quad (1)$$

Анализ на уровне мета-состояний не накладывает ограничений на вероятность p . Для этого необходимо перейти на микроуровень состояний, что является предметом дальнейших исследований.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИ-ИСИ РАН по теме FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных

систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Список литературы

- [1] Finkelstein, D. “Superconducting” causal net// International Journal of Theoretical Physics. - 1988. - 27. - pp. 473-519.
- [2] Krugly, A. L. A sequential growth dynamics for a directed acyclic dyadic graph. Вестник Университета Дружбы Народов. Серия: Математика, Информатика, Физика. - 2014. - No 1. - с. 124-138, (arXiv: 1112.1064).
- [3] Rideout, D. P. and Sorkin, R. D. A classical sequential growth dynamics for causal sets// Physical Review. - 2000. - D61. - pp. 024002-1 - 024002-16. (arXiv: gr-qc/9904062).
- [4] Круглый А. Л. Дискретная модель пространства-времени и бинарная предгеометрия Владимирова // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – 2019, No 2, с. 15-27.
- [5] Vershik, A.M. Asymptotic theory of path spaces of graded graphs and its applications// Japanese J. Math. 11, No. 2, 151-218 (2016), (arXiv 1604.03022).
- [6] Janvresse, E., Laurent, S., De La Rue, T., Standardness of monotonic Markov filtrations, arXiv:1501.02166.
- [7] Круглый А.Л. Действие в дискретной модели пространства-времени. Основания фундаментальной физики и математики: материалы V Российской конференции (ОФФМ-2021). Москва, РУДН, 2021, с. 195-200.