ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ГИПОТЕЗЫ ЛЕЖАНДРА

Автор: Трушников Владимир Владимирович

Октябрь, 2025

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ГИПОТЕЗЫ ЛЕЖАНДРА

Аннотация: *В статье приведено доказательство гипотезы построенное на сравнении интервалов, максимального между простыми и между соседними квадратами натуральных.*

Abstract: *The article presents a proof of the hypothesis based on a comparison of intervals, the maximum between primes and between adjacent squares of natural numbers.*

Ключевые слова: *Гипотеза Лежандра, табличная трансформация натурального ряда, простые, интервалы, близнецы.*

Key words: *Legendre hypothesis, tabular transformation of natural numbers, prime numbers, intervals, twins.*

Введение

Гипотеза Лежандра утверждает о существовании простого числа между соседними квадратами. Эта гипотеза остаётся недоказанной и входит в число четырёх проблем Ландау, сформулированных в 1912 году как главные и «неприступные» проблемы теоретической математики.

ПРИМЕЧАНИЕ: В представленном доказательстве гипотезы Лежандра использованы базовые понятия и определения такие как **коэффициент трансформации**, **области проявленных и непроявленных простых**, изложенные в авторской статье [1].

Доказательство

В результате деления чисел натурального ряда на очередное простое, в качестве коэффициента трансформации, отсеиваются числа кратные ему. Очередной коэффициент трансформации больше предыдущего, больше любого предыдущего, охватывает своим значением все меньшие значения и тождественные этим значениям интервалы между простыми, ими же ранее созданные. Учитывая это, а также то, что распределение простых, однажды проявленное до P^2, уже никогда не будет подвержено никаким изменениям в последующих этапах трансформации, следует, что между кратными в проявленной области всегда содержится как минимум одно простое.

Изменениям подвергается только непроявленная область. В каждом очередном этапе трансформации непроявленная область фрагментируется очередным коэффициентом. Отсеивание чисел, кратных коэффициенту трансформации приводит к увеличению интервалов между простыми в непроявленной области начиная от границы раздела, которые затем, уже в очередных этапах становятся проявленными. Причём отсеивание в диапазоне от квадрата до куба происходит строго по закону распределения простых.

Учитывая, что между кратными проявленной области всегда существует как минимум одно простое, максимальные интервалы между простыми, в этом случае, не будут превышать суммы значений текущего коэффициента трансформации и предыдущего. Этот факт мы и будем использовать в нашем доказательстве. Второй факт, который мы будем учитывать, связан с тем, что максимальная сумма произвольного текущего коэффициента трансформации и предыдущего принадлежит паре простых, именуемых близнецами. Таким образом, можно записать:

$$P_n - P_{n-1} < P_i + P_{i-1} \tag{1}$$

здесь: P_n-P_{n-1} - максимальный интервал между двумя простыми в диапазоне ограниченном текущим коэффициентом трансформации в квадрате;

P_i - текущий коэффициентом трансформации;

P_{i-1} - предыдущий коэффициент трансформации, а в случае пары близнецов: P_{i-1}=P_i-2

$$P_n - P_{n-1} < P_i + P_i - 2 \qquad (2)$$

$$P_n - P_{n-1} < 2P_i - 2 \qquad (3)$$

Будем доказывать, что максимальные интервалы между простыми всегда меньше диапазона между любыми соседними квадратами натуральных.

Представим ряд натуральных чисел в квадрате в виде Таблицы 1:

i	N_i^2	$N_i^2 - N_{i-1}^2$
1	1	
		3
2	4	
		5
3	9	
		7
4	16	
		9
5	25	
		11
6	36	

Таблица 1. Ряд натуральных чисел в квадрате.

Диапазон между двумя квадратами равен:

$$N_i^2 - (N_{i-1})^2 = 2i - 1 \qquad (4)$$

Учитывая что любое простое, рассматриваемое нами в качестве находящегося между квадратами, меньше крайнего квадрата, т.е. $P_i < N_i^2$, а также учитывая принадлежность простых к ряду натуральных, с порядковым номером «i» неравенство (3) можно записать в виде:

$$P_n - P_{n-1} < 2i - 2 \qquad (5)$$

Сравним правые части (5) и (4):

$$\overset{(5)}{2i - 2} < \overset{(4)}{2i - 1} \qquad (6)$$

Максимальные интервалы между простыми всегда меньше диапазона между любыми соседними квадратами в пределах области ограниченной значением N_i^2 :

$$P_n - P_{n-1} < N_i^2 - (N_{i-1})^2 \qquad (7)$$

Значит между соседними квадратами всегда существует как минимум одно простое.

Гипотеза Лежандра доказана

Библиографический список:

1) Трушников В. В. 2025. Табличная трансформация натурального ряда, как метод выявления простых. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3113796 (дата обращения: 22.11.2025).