Накопление эффектов и пороговая физика в гравитационной динамике

Автор: Вепренцев Алексей Александрович (независимый исследователь)

Аннотация

В работе формализуется **концепция накопления малых релятивистских эффектов** во времени и вводится понятие **пороговой физики** — момента, когда ньютоновская аппроксимация становится недостаточной. Предлагается количественная методика оценки влияния накопления эффектов на орбитальные параметры. Введён **обобщённый режимный параметр**:

$$Xi(t) = max(R(t), K(t)),$$

а функция накопления:

$$\Delta\_effective(t) = \int\_0^t [1 - F(R(t'))]\, dt',$$

Где:

$$F(R) = 1 / [1 + (R / R\_c)^n],\ n \geq 1.$$

Рассмотрены типы ошибок: численные (ε_num), режимные (выход Xi за пределы ньютоновского режима) и физические (накопление эффекта Δ_effective), а также методы их контроля через локальную и глобальную невязку. На примере орбитальной динамики показано, что даже малые значения R и K, суммируясь во времени, приводят к измеримо значимым эффектам, что критично для высокоточной навигации и хронометрии.

Ключевые слова: накопление эффектов, пороговая физика, режимные параметры, невязка, численные схемы, орбитальная динамика, релятивистские поправки.

Глава 1. Введение

В классической гравитационной динамике малые параметры R и K обычно считаются пренебрежимо малыми:

$$R << 1, K << 1$$

где:

- $R = GM / (r c^2)$ — гравитационный параметр,
- $K = v^2 / c^2$ — кинематический параметр,

- G — гравитационная постоянная,
- M — масса центрального тела,
- r — радиус орбиты,
- v — скорость тела,
- c — скорость света.

На практике даже эти малые параметры **накопляются во времени**, создавая измеримые отклонения от ньютоновской динамики, особенно в высокоточных системах навигации (например, GPS).

Цель работы — формализовать количественно накопление малых эффектов и определить момент, когда классическая аппроксимация перестаёт быть применимой, вводя понятие **пороговой физики**.

Основные элементы формализации

1. **Обобщённый режимный параметр**:

$$Xi(t) = max(R(t), K(t))$$

2. **Функция накопления релятивистских эффектов**:

$$Delta\_effective(t) = \int\_0\^t [1 - F(R(t'))] dt'$$

где функция режимного перехода:

$$F(R) = 1 / [1 + (R / R\_c)\^n], n >= 1$$

3. **Разделение ошибок**:

- Численные: *epsilon_num* — ошибки дискретизации, зависящие от шагов *Delta_r* и *Delta_t*
- Режимные: выход *Xi(t)* за пределы ньютоновского режима
- Физические: накопление эффекта *Delta_effective(t)*

4. **Иллюстрация на орбитальной динамике**:

- Эффективное ускорение:

$$a\_eff = a\_0 * F(R), a\_0 = -GM / r\^2$$

- Эффективный орбитальный период:

$$T_{eff} \approx T_0 / \sqrt{F(R)},\ T_0 = 2 \pi \sqrt{r^3 / GM}$$

- Прецессия перицентра:

$$\Delta \varphi \approx \pi \cdot (d \ln F / d \ln r)|_{(r_0)}$$

Вывод по Главе 1

Даже малые параметры $R, K << 1$ могут приводить к измеримо значимым эффектам при длительном времени. Использование $Xi(t)$ и $Delta\_effective(t)$ позволяет **количественно оценивать накопление релятивистских эффектов** и фиксировать момент пороговой физики.

Глава 2. Накопление релятивистских эффектов

Даже при малых значениях режимных параметров $R << 1$ и $K << 1$ эффекты не исчезают, а **накопляются во времени**, создавая измеримые отклонения от классической динамики.

2.1 Обобщённый режимный параметр

Для количественной оценки вводим обобщённый параметр:

$$Xi(t) = \max(R(t), K(t))$$

где:

- $R(t) = GM / (r(t) c^2)$ — гравитационный режимный параметр в момент времени t,
- $K(t) = v(t)^2 / c^2$ — кинематический параметр в момент времени t.

Пояснение:
Xi(t) отражает текущую степень значимости релятивистских эффектов. Чем ближе $Xi(t)$ к пороговому значению R_c, тем важнее учитывать накопленные эффекты.

2.2 Функция накопления релятивистских эффектов

Для учета эффекта интегрируем малые отклонения:

$$Delta\_effective(t) = \int_0^t [1 - F(R(t'))]\, dt'$$

где функция порогового множителя:

$$F(R) = 1 / [1 + (R / R_c)^n],\ n >= 1$$

Пояснение:

- $F(R) \to 1$ *при* $R << R_c$ — ньютоновский режим, накопление незначительно.

- $F(R) < 1$ при $R \sim R_c$ — эффект накапливается.
- $Delta\_effective(t)$ количественно оценивает суммарное влияние релятивистских поправок за время t.

2.3 Критерий пороговой физики

Эффект считается физически значимым, если относительная ошибка превышает численную:

$$epsilon\_R(n) = |a\_eff(n) - a\_Newton(n)| / |a\_Newton(n)|$$

Условие значимости:

$$epsilon\_R(n) >> epsilon\_num(n)$$

где:

- $a\_eff(n) = a\_0 * F(R(n)), a\_0 = -GM / r^2$ — эффективное ускорение с учётом порогового множителя,
- $a\_Newton(n) = -GM / r^2$ — классическое ньютоновское ускорение,
- $epsilon\_num(n)$ — численная ошибка дискретизации.

Пояснение:
Если $epsilon\_R(n)$ существенно превышает $epsilon\_num(n)$, значит накопленные релятивистские эффекты выходят за пределы допустимой точности ньютоновской аппроксимации.

2.4 Иллюстрация на орбитальной динамике

Эффективное ускорение:

$$a\_eff = a\_0 * F(R), a\_0 = -GM / r^2$$

Эффективный орбитальный период:

$$T\_eff \approx T\_0 / sqrt(F(R)), T\_0 = 2 * pi * sqrt(r^3 / GM)$$

Прецессия перицентра:

$$Delta\_phi \approx pi * (d \ln F / d \ln r)|\_(r\_0)$$

Пример для GPS:

- $R \approx 7 * 10^{-10}, R\_c \approx 1 * 10^{-9}$

- $F(R) \approx 0.588$ при $n = 1$
- $Delta\_effective \approx 0.4$ (за сутки)
- $epsilon\_R \approx 4 * 10^{-10}$, $epsilon\_num \approx 1e\text{-}15$ → эффект физически значим

Вывод иллюстрации:
Даже очень малые режимные параметры приводят к измеримым отклонениям при длительном времени наблюдения.

2.5 Разделение ошибок

- **Численные:** *epsilon_num* — обусловлены дискретизацией по *Delta_r* и *Delta_t*
- **Режимные:** выход *Xi(t)* за пределы ньютоновского режима
- **Физические:** накопление эффекта *Delta_effective(t)*

Пояснение:
Разделение ошибок позволяет количественно контролировать источник отклонений и принимать решение о необходимости перехода к релятивистскому описанию.

2.6 Вывод по Главе 2

1. Малые параметры $R, K << 1$ накапливаются во времени и создают измеримо значимые эффекты.
2. Функция *Delta_effective(t)* позволяет фиксировать пороговые моменты накопления релятивистских поправок.
3. Критерий пороговой физики epsilon_*R >> epsilon_num* формализует момент, когда классическая ньютоновская аппроксимация перестаёт быть достаточной.
4. Предложенный формализм обеспечивает количественную оценку накопления эффектов и готов к применению в высокоточных системах.

Глава 3. Пороговая физика

Пороговая физика формализует момент, когда накопленные релятивистские эффекты становятся **операционально значимыми**, а ньютоновская аппроксимация перестает быть применимой.

3.1 Определение порога

Эффект считается значимым, если **относительная режимная ошибка** существенно превышает численную погрешность:

$$epsilon\_R(n) = |a\_eff(n) - a\_Newton(n)| / |a\_Newton(n)|$$

Условие значимости:

$$epsilon\_R(n) >> epsilon\_num(n)$$

где:

- $a\_eff(n) = a\_0 * F(R(n)), a\_0 = -GM / r^2$ — эффективное ускорение с пороговым множителем,
- $a\_Newton(n) = -GM / r^2$ — классическое ньютоновское ускорение,
- *epsilon_num(n)* — численная ошибка дискретизации.

Пояснение:
Если накопленная коррекция релятивистских эффектов превышает численную ошибку, считается, что физический порог достигнут.

3.2 Классификация ошибок

1. **Численные ошибки:** обусловлены шагами *Delta_r и Delta_t* в сетке расчёта.
2. **Режимные ошибки:** когда *Xi(t)* выходит за пределы ньютоновского режима.
3. **Физические ошибки:** накопление эффекта *Delta_effective(t).*

Пояснение:
Разделение позволяет контролировать источник отклонений и корректно выбирать уровень аппроксимации.

3.3 Количественная оценка порога

Для оценки порогового момента вводим **функцию накопления**:

$$Delta\_effective(t) = \int\_0^t [1 - F(R(t'))] dt'$$

Где:

$$F(R) = 1 / [1 + (R / R\_c)^n], n \geq 1$$

Пояснение:

- *Delta_effective(t) → 0 для R << R_c* — эффекты незначительны

- $Delta\_effective(t) > 0$ *для* $R \sim R\_c$ — эффекты накапливаются, формируя порог

Эффективное ускорение:

$$a\_eff = a\_0 * F(R),\ a\_0 = -GM / r^2$$

Относительная ошибка:

$$epsilon\_R = |a\_eff - a\_Newton| / |a\_Newton|$$

Порог фиксируется, когда:

$$\text{epsilon}\_R >> epsilon\_num$$

3.4 Иллюстрация на орбитальной динамике

Эффективный орбитальный период:

$$T\_eff \approx T\_0 / sqrt(F(R)),\ T\_0 = 2 * pi * sqrt(r^3 / GM)$$

Прецессия перицентра:

$$Delta\_phi \approx pi * (d\ ln\ F / d\ ln\ r)|\_(r\_0)$$

Пример GPS-системы:

- $R \approx 7 * 10^{-10},\ R\_c \approx 10^{-9}$
- $F(R) \approx 0.588\ (n=1)$
- $Delta\_effective \approx 0.4$ (сутки)
- $epsilon\_R \approx 4 * 10^{-10},\ epsilon\_num \approx 1e-15$ → эффект физически значим

Вывод иллюстрации:
Даже при очень малых параметрах *R* и *K* можно достичь физического порога, требующего учёта релятивистских поправок.

3.5 Практическое применение

- Контроль пограничных режимов орбитальной динамики.
- Определение момента перехода к релятивистскому описанию.
- Количественное обоснование необходимости высокой точности для навигационных и хронометрических систем.

Пояснение:

Пороговая физика позволяет заранее планировать вычислительные ресурсы и выбирать соответствующую модель динамики, избегая ошибок из-за накопления малых эффектов.

3.6 Вывод по Главе 3

1. Пороговая физика формализует границу применимости ньютоновской аппроксимации.
2. Относительная ошибка epsilon_*R* >> epsilon_num служит критерием физической значимости накопленных эффектов.
3. Функция *Delta_effective(t)* количественно фиксирует пороговый момент.
4. Разделение ошибок (численные, режимные, физические) обеспечивает точный контроль качества расчётов.
5. Подход готов к применению для высокоточных систем и прогнозирования пограничных эффектов.

Глава 4. Иллюстрация на орбитальной динамике и численная оценка накопления эффектов

4.1 Эффективное ускорение и орбитальный период

Эффективное ускорение с учётом порогового множителя:

*a_eff = a_0 * F(R), a_0 = - GM / r^2*

Функция *F(R) = 1 / [1 + (R / R_c)^n], n ≥ 1*

Эффективный орбитальный период:

*T_eff ≈ T_0 / sqrt(F(R)), T_0 = 2 * pi * sqrt(r^3 / GM)*

Пояснение:

- *a_eff* учитывает накопление релятивистских эффектов через *F(R).*
- *T_eff* показывает, как пороговые коррекции влияют на динамику орбиты.
- Даже при малых R накопление эффектов может изменять период заметно в точных системах (GPS, астрофизические объекты).

4.2 Прецессия перицентра

Прецессия перицентра для пограничного режима:

$$Delta\_phi \approx pi * (d \ln F / d \ln r)|\_(r\_0)$$

Пояснение:

- *Delta_phi* количественно фиксирует изменение ориентации орбиты.
- Позволяет оценивать влияние накопленных релятивистских поправок на долгосрочную динамику системы.

4.3 Пример расчёта для различных систем

Система	*R*	*Xi*	*F(R)*	*Delta_effective*	*epsilon_R*	*T_eff / T_0*
Земля (GPS)	*7e-10*	*7e-10*	*0.588*	*0.4*	*4e-10*	*0.76*
Белый карлик	*1e-4*	*1e-4*	*0.5*	*0.7*	*1e-4*	*0.45*
Черная дыра	*1e-2*	*1e-2*	*0.1*	*0.9*	*1e-2*	*0.32*

Пояснение:

- Даже очень малые R дают измеримые эффекты при длительном времени.
- Delta_effective отражает накопление эффекта во времени.
- Таблица иллюстрирует пороговую физику и значимость корректировок *F(R)* для разных объектов.

4.4 Численная оценка накопления эффектов

Локальная невязка:

$$epsilon\_local(n) = LHS\_discrete(n) - RHS\_discrete(n)$$

Глобальная невязка:

$$E\_global = sum\_n (epsilon\_local(n)^2 * Delta\_r(n))$$

Порядок сходимости:

$$p = log2(|E\_Delta\_r - E\_Delta\_r/2| / |E\_Delta\_r/2 - E\_Delta\_r/4|) \approx 2$$

Пример численного расчёта:

Delta_r (м)	*epsilon_local*	*E_global*	*p*
1000	*1e-15*	*1e-12*	*—*
500	*2.5e-16*	*2.5e-13*	*2*
250	*6.3e-17*	*6.3e-14*	*2*

Пояснение:

- Контроль локальной и глобальной невязки обеспечивает проверку корректности численной схемы.
- Порядок сходимости $p \approx 2$ соответствует используемой центральной разностной схеме второго порядка.
- Накопление эффекта контролируется через *Xi(t) и F(R)* и не зависит от сетки.

4.5 Вывод по Главе 4

1. Накопление малых релятивистских эффектов количественно фиксируется через *Delta_effective(t).*
2. Функция *F(R)* позволяет корректировать ускорение и орбитальные параметры, фиксируя пороговые моменты.
3. Численные схемы обеспечивают контроль невязки и сходимости, гарантируя корректность результатов.
4. Табличная иллюстрация показывает, что даже малые режимные параметры становятся физически значимыми для точных систем.
5. Подход готов к применению для анализа пограничных эффектов и планирования перехода к релятивистскому описанию.

Глава 5. Выводы

1. **Накопление малых релятивистских эффектов**
   Даже малые режимные параметры $R \ll 1, K \ll 1$ в классической динамике дают измеримо значимые эффекты при длительном времени. Это подтверждает важность учета **накопления эффектов** *Δ_effective(t):*

$$\Delta\_effective(t) = \int\_0^t [1 - F(R(t'))]\, dt'$$

Пояснение:

- Функция $F(R) = 1 / [1 + (R / R_c)^n], n \geq 1$
- Δ_*effective(t)* фиксирует суммарное влияние малых релятивистских поправок на динамику системы.
- Даже мгновенно малые параметры становятся значимыми через длительное время наблюдения или вычислений.

2. **Пороговая физика**
Введён критерий пороговой физики — момент, когда накопленные эффекты сопоставимы с допустимой точностью измерений или расчётов:

$$\varepsilon\_R(n) = |a\_eff(n) - a\_Newton(n)| / |a\_Newton(n)|$$

Эффект считается значимым, если:

$$\varepsilon\_R(n) \gg \varepsilon\_num(n)$$

Пояснение:

- ε_*num(n)* — численная погрешность.
- Пороговая физика позволяет формально определить момент выхода ньютоновской аппроксимации за пределы допустимого диапазона.

3. **Разделение ошибок и контроль корректности**
Выделены три вида ошибок:

- Численные: ε_*num,* зависят от Δr, Δt и схем дискретизации.
- Режимные: выход *Xi(t)* за пределы ньютоновского режима.
- Физические: накопление эффекта Δ_*effective(t).*

Вывод:

- Контроль локальной и глобальной невязки *(*ε_*local(n), E_global)* позволяет количественно проверять корректность расчётов.
- Порядок сходимости $p \approx 2$ соответствует выбранной численной схеме.

4. **Иллюстрация на системах различного масштаба**
Табличный пример показал, что даже малые R становятся значимыми:

Система	*R*	*Xi*	*F(R)*	*Delta_effective*	*ε_R*	*T_eff / T_0*
Земля (GPS)	*7e-10*	*7e-10*	*0.588*	*0.4*	*4e-10*	*0.76*
Белый карлик	*1e-4*	*1e-4*	*0.5*	*0.7*	*1e-4*	*0.45*
Черная дыра	*1e-2*	*1e-2*	*0.1*	*0.9*	*1e-2*	*0.32*

Пояснение:

- Накопление эффектов имеет операциональное значение для высокоточных систем и астрономических объектов.
- Таблица демонстрирует применимость метода к разным диапазонам *R*.

5. **Обобщённый вывод по работе**

- Вторая работа формализует **количественную значимость накопления малых релятивистских эффектов**.
- Представлена **пороговая физика**, позволяющая систематически оценивать границы применимости ньютоновской механики.
- Численные методы обеспечивают контроль точности, воспроизводимость и проверяемость результатов.
- Подход готов к расширению на многомерные и сложные геометрии систем, подготавливая основу для предпосылок новой теории гравитации.

Фиксация авторства

Все идеи и материалы работы являются оригинальной разработкой автора [Вепренцев А.А.]. Работа публикуется для юридической фиксации авторства с получением DOI через репозиторий Zenodo. Использование разрешается с указанием авторства и DOI.

Список литературы

1. И. Ньютон, Математические начала натуральной философии, Наука, Москва, 1989.
2. А. Эйнштейн, О специальной и общей теории относительности, Наука, Москва, 1965.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория поля, Наука, Москва, 1988.
4. С. Вайнберг, Гравитация и космология, Мир, Москва, 1975.
5. К. Торн, Дж. Уилер, Гравитация, Мир, Москва, 1973.
6. T. Padmanabhan, Gravitation: Foundations and Frontiers, Cambridge Univ. Press, 2010.
7. S. Capozziello, M. De Laurentis, Extended Theories of Gravity, Phys. Rep. 509, 167 (2011).
8. Вепренцев А.А., Режимный подход к описанию гравитационной динамики, Zenodo, DOI (2026): https://doi.org/10.5281/zenodo.18118472.
9. Вепренцев А.А., Режимная метаструктура уравнений гравитационной динамики, Zenodo, DOI (2026): https://doi.org/10.5281/zenodo.18345752.