

# Техническая проверка Universal Modular Dynamics (UMD) как основы «Теории Всего»

в toy-домене: аудит подавления корреляционного скелета

(автор проекта: О. Несен;)

## Аннотация

Представлен технический аудит toy-реализации Universal Modular Dynamics (UMD) с целью проверяемой валидации механизма *подавления корреляционного скелета* в конечном параметрическом домене. Динамика задаётся композицией локальных СРТР-каналов (амплитудное затухание с параметром  $\mu$ , дефазировка с  $\kappa$ ) и релаксационного шага к *эффективному* состоянию  $\sigma$ . Рассмотрены два режима: **PROXY** (фиксированная  $\sigma_0$ ) и **FULL+LC** (адаптивная факторизация через LC-Rule с периодом обновления `update_every=10`). Критерий подавления формализован через индикатор  $P_{\text{skel}}^*(\rho)$  на основе взаимной информации соседних пар. Численно определены пороги  $\mu$  (узкие окна) и подтверждён worst-case по  $\theta = 90^\circ$  на тестовом семействе состояний. Выполнен стресс-тест на расширенной сетке углов и наборах  $\lambda_{\text{max}}$ , воспроизводимо дающий подавление во всех проверенных режимах. Результат имеет условно-положительный характер: утверждения валидированы в указанном toy-домене.

## 1 Цель и проверяемая постановка

Цель аудита — проверить воспроизводимость заявленного механизма UMD на toy-реализации:

- определить строгий критерий подавления корреляций на цепочке  $N$  кубитов;
- вычислительно найти пороговые значения шума  $\mu$  в двух режимах (PROXY и FULL+LC);
- проверить гипотезу worst-case по углу  $\theta = 90^\circ$  (теорема-кандидат 10.70A) и тем самым упростить поиск глобального порога;
- подтвердить устойчивость результата при расширении набора углов и увеличении  $\lambda_{\text{max}}$ .

## 2 Модель и параметры toy-домена

### 2.1 Параметры

Во всех ключевых проверках использовались:

$$N = 8, \quad \gamma = 0.05, \quad \kappa = 0.2, \quad \Delta\lambda = 0.2.$$

Интегрирование велось до  $\lambda_{\text{max}}$ :

$$\lambda_{\text{max}} \in \{4, 6, 8, 10\}, \quad \text{число шагов} = \lambda_{\text{max}}/\Delta\lambda.$$

Порог различимости:

$$\eta \in \{0.04, 0.06\}.$$

Семейство начальных условий задавалось параметром  $\theta$  (углы в градусах), с базовым набором

$$\Theta = \{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}.$$

Расширенные наборы:

$$\Theta_{\text{ext}} = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\},$$

и стресс-набор  $\Theta_{\text{union}}$  (39 углов: сетка 0..90 шаг 5 плюс 20 случайных).

## 2.2 Два режима эволюции

Один шаг по  $\lambda$  реализуется композицией карт:

$$\rho_{t+1} = \mathcal{E}_\mu \circ \mathcal{Z}_\kappa((1-a)\rho_t + a\sigma(\cdot)), \quad a = 1 - e^{-\gamma\Delta\lambda} \in (0, 1),$$

где:

- $\mathcal{E}_\mu$  — локальный СРТР-канал амплитудного затухания (параметр  $\mu$ );
- $\mathcal{Z}_\kappa$  — локальная дефазировка (параметр  $\kappa$ );
- $\sigma$  — эффективное целевое состояние.

**PROXY.**  $\sigma \equiv \sigma_0(\theta)$  фиксируется один раз от начального разбиения (фиксированное  $V_{\text{eff}}$ ).

**FULL+LC.**  $\sigma \equiv \sigma(\rho)$  пересчитывается по *LC-Rule* из текущего  $\rho$ : разбиение обновляется редко, с периодом `update_every=10` шагов.

## 3 Критерий подавления и индикатор $P_{\text{skel}}^*$

### 3.1 Соседняя взаимная информация

Для состояния  $\rho$  на цепочке из  $N$  кубитов определим для  $q = 1, \dots, N-1$ :

$$m_q(\rho) := I_\rho(q : q+1) = S(\rho_q) + S(\rho_{q+1}) - S(\rho_{q,q+1}),$$

где  $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log \rho)$  — энтропия фон Неймана.

### 3.2 Скелетная сложность (Определение 149)

При фиксированном пороге  $\eta > 0$  введём индикатор активной связи:

$$\chi_q(\rho) := \mathbf{1}[m_q(\rho) > \eta],$$

и определим

$$P_{\text{skel}}^*(\rho) := 1 + \sum_{q=1}^{N-1} \chi_q(\rho).$$

Событие *подавления* для заданного  $\theta$  означает  $P_{\text{skel}}^*(\rho_{\text{fin}}) = 1$ .

### 3.3 Глобальный критерий подавления (Определение 10.70)

Для фиксированных  $(\eta, M, \mu)$  и набора углов  $\Theta$ :

$$\text{SuppAll}(\eta, M, \mu) := \bigwedge_{\theta \in \Theta} (P_{\text{skel}}^*(\rho_{\lambda_{\text{max}}}(\theta; \eta, M, \mu)) = 1).$$

Глобальный порог:

$$\mu_{\text{hi}}^{\text{global}}(\eta, M) := \inf\{\mu \geq 0 : \text{SuppAll}(\eta, M, \mu) = \text{True}\}.$$

## 4 Ключевая гипотеза worst-case и её проверка

### 4.1 Теорема-кандидат 10.70A (worst-case $\theta = 90^\circ$ )

Формулировка:

$$\forall \mu : \text{SuppAll}(\eta, M, \mu) \iff (P_{\text{skel}}^*(\theta = 90^\circ; \eta, M, \mu) = 1).$$

Эквивалентно:

$$\mu_{\text{hi}}^{\text{global}}(\eta, M) = \mu_{\text{hi}}^{\theta=90^\circ}(\eta, M).$$

## 4.2 Минимальная верификация 10.70V / 10.71.1

Протокол: взять верхний истинный край окна, найденного по  $\theta = 90^\circ$ , и проверить  $P_{\text{skel}}^*(\theta) = 1$  для всех  $\theta \in \Theta$ .

Результат: для  $\eta \in \{0.04, 0.06\}$  и  $M \in \{\text{PROXY}, \text{FULL} + \text{LC}\}$  при  $\lambda_{\text{max}} = 4$  во всех четырёх случаях получено  $P_{\text{skel}}^*(\theta) = 1$  для  $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ , то есть  $\text{SuppAll} = \text{True}$ .

## 5 Пороговые окна по $\mu$ (главные численные результаты)

### 5.1 Итоговые узкие окна (ширина $\leq 0.00125$ ) при $\lambda_{\text{max}} = 4$

По бисекции в worst-case точке  $\theta = 90^\circ$  получены верхние истинные края (и соответствующие окна):

Таблица 1: Окна порога  $\mu_{\text{hi}}$  при  $\lambda_{\text{max}} = 4$  (20 шагов).

$\eta$	режим $M$	окно $\mu$	верхний край $\mu_{\text{hi}}$
0.04	PROXY	(0.2575, 0.25875]	0.25875
0.04	FULL+LC	(0.2085546875, 0.209765625]	0.209765625
0.06	PROXY	(0.198125, 0.19875]	0.19875
0.06	FULL+LC	(0.17, 0.170625]	0.170625

### 5.2 Подтверждение на расширенных наборах углов (10.72)

На верхних краях таблицы выше проверено:

- $\Theta_{\text{new}} = \{15^\circ, 45^\circ, 75^\circ\}$ : подавление во всех 4 комбинациях  $(\eta, M)$  при  $\lambda_{\text{max}} = 4$ ;
- $\Theta_{\text{ext}} = \{0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$ : подавление во всех 4 комбинациях  $(\eta, M)$  при  $\lambda_{\text{max}} = 4$ .

### 5.3 Стресс-тест 10.73 на $\Theta_{\text{union}}$ и $\lambda_{\text{max}} \in \{4, 6, 8, 10\}$

При  $\Theta_{\text{union}}$  (39 углов) и порогах из таблицы выше выполнен стресс-тест для всех

$$(\eta, M, \lambda_{\text{max}}) \in \{0.04, 0.06\} \times \{\text{PROXY}, \text{FULL} + \text{LC}\} \times \{4, 6, 8, 10\}.$$

Результат: во всех 16 комбинациях получено  $\text{SuppAll}_{\text{ext}} = \text{True}$ .

## 6 Эмпирический механизм выигрыша FULL+LC

В режиме FULL+LC разбиение строится по LC-Rule:

$$\text{cut между } (q, q + 1) \iff m_q(\rho) \leq \eta,$$

и затем

$$\sigma(\rho) := \bigotimes_{k=1}^K \rho_{B_k} \quad (\text{с последующей локальной обработкой, не создающей межблочных корреляций}).$$

Это обеспечивает направленную редукцию межблочной взаимной информации на слабых связях и согласуется с наблюдаемым снижением порогов  $\mu$  относительно PROXY в сравнимых условиях.

## 7 Сводка проверенного домена и итог

**Проверенный домен.**

$$N = 8, \gamma = 0.05, \kappa = 0.2, \Delta\lambda = 0.2, \eta \in \{0.04, 0.06\}, M \in \{\text{PROXY}, \text{FULL} + \text{LC}\},$$

$$\lambda_{\max} = 4 \text{ (полностью); } \lambda_{\max} \in \{6, 8, 10\} \text{ (стресс-тест по } \Theta_{\text{union}}\text{)}.$$

**Итог.** В указанном toy-домене механизм подавления корреляционного скелета в UMD-динамике воспроизводимо реализуется, пороги по шуму  $\mu$  оценены узкими окнами, а worst-case по  $\theta = 90^\circ$  подтверждён на базовом и расширенных наборах углов, включая стресс-набор и несколько  $\lambda_{\max}$ .