Large-N ренормализация и 4-мерная устойчивость возникающей геометрии в Универсальной модульной динамике

15 февраля 2026 г.

Аннотация

В рамках large-N модульной ренормализационной схемы выводится, что четырёхмерная геометрия возникает как единственная ренормгруппово устойчивая геометрическая фаза Универсальной Модульной Динамики (UMD). Используя CPTP-поток укрупнения в пространстве квантовых состояний и эффективное описание через энтропийное поле, показывается, что ведущий нелинейный разрушитель геометрии имеет масштабную размерность $4-d$. Следовательно, размерность $d=4$ является маргинально устойчивой, при которой нелинейные модульные поправки подавляются логарифмически. Показано также, что данная RG-структура напрямую управляет спектральным модульным хвостом k_q и наблюдаемой «бегущей» экспонентой ν, замыкая структуру согласованности между модульной динамикой, возникновением геометрии и фазовой структурой TOE.

1 A-условия и связь с UMD-TOE

Универсальная модульная динамика задаётся уравнением

$$\frac{d\rho}{d\lambda} = -i[K_{\rho|\sigma}, \rho] + D_{\mathrm{ent}}[\rho] + D_{\mathrm{class}}[\rho]. \tag{1}$$

Геометрия возникает в линейном режиме, когда модульные гамильтонианы квазилокальны, а поправки относительной энтропии малы.

В настоящей работе исследуется устойчивость этой геометрической фазы относительно ренормгруппового укрупнения.

A1 (CPTP-RG поток)

$$\frac{d\rho}{d\log\ell} = \mathcal{L}[\rho], \tag{2}$$

где $\mathcal{L}$ — генератор GKSL-типа.

A2 (Гауссов фиксированный сектор)

В large-N пределе малые энтропийные флуктуации описываются функционалом

$$S_{\text{eff}}^{(0)}[\phi] = \int d^d x \left[\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{m^2}{2}\phi^2\right], \tag{3}$$

где ϕ — поле модульно-энтропийных флуктуаций.

A3 (Ведущий нелинейный разрушитель)

$$S_{\text{eff}}^{\text{nl}} = g_{\text{nl}} \int d^d x\, \phi^4. \tag{4}$$

Данный оператор характеризует отклонение от локальности.

A4 (Спектральный индикатор нелокальности)

$$k_q - k_q^{(\text{geo})} \propto g_{\text{nl}}, \qquad k_q = -\log\lambda_q. \tag{5}$$

—

2 Масштабная размерность нелинейного оператора

Из гауссова сектора:

$$[\phi] = \frac{d-2}{2}. \tag{6}$$

Следовательно,

$$[g_{\text{nl}}] = 4 - d. \tag{7}$$

Это задаёт ренормгрупповую собственную величину:

$$y_{\text{nl}}(d) = 4 - d. \tag{8}$$

—

3 Бета-функция large-N

При слабой нелинейности:

$$\beta(g_{\text{nl}}) = \frac{dg_{\text{nl}}}{d\log\ell} = (4-d)g_{\text{nl}} - cg_{\text{nl}}^2 + \mathcal{O}(g^3), \qquad c > 0. \tag{9}$$

При $d = 4$:

$$g_{\text{nl}}(\ell) \sim \frac{1}{c\log\ell}. \tag{10}$$

Таким образом, разрушитель геометрии маргинально-иррелевантен.

—

4 Теорема: 4-мерная RG-устойчивость геометрической фазы

При выполнении условий A1–A4 геометрическая фаза является ренормгруппово устойчивой тогда и только тогда, когда $d \geq 4$. При $d = 4$ нелинейный разрушитель маргинально-иррелевантен и подавляется логарифмически.

Доказательство (набросок)

1. $y_{\mathrm{nl}} = 4 - d$. 2. При $d < 4$ разрушитель релевантен и растёт. 3. При $d > 4$ разрушитель быстро подавляется. 4. При $d = 4$ подавление имеет логарифмический характер. 5. Из условия A4 следует, что спектральный хвост стабилизируется логарифмически.

□

—

5 Связь с наблюдаемой «бегущей» экспонентой

Эмпирически установлено:

$$\nu \approx a(q)k_q + b(q). \tag{11}$$

Следовательно, при $d = 4$:

$$\nu(\ell) = \nu_{\mathrm{geo}} + \frac{A(q)}{\log \ell} + \cdots \tag{12}$$

Таким образом, четырёхмерность приводит к логарифмически медленному RG-подавлению нелокальности.

—

6 Физическая интерпретация для TOE

В рамках Универсальной Модульной Динамики геометрия возникает из модульной локальности. Нелинейные энтропийные поправки стремятся разрушить эту локальность.

Ренормгрупповой анализ показывает:

- при $d < 4$ геометрия неустойчива; - при $d > 4$ геометрия слишком жёсткая; - при $d = 4$ достигается динамический баланс.

Следовательно, четырёхмерное пространство-время не постулируется, а выделяется как единственная RG-устойчивая геометрическая фаза в структуре UMD-TOE.

—

Ссылки

1. H. Araki, Relative Entropy of States of von Neumann Algebras (1976).
2. H. Casini, Relative Entropy and the Bekenstein Bound (2008).
3. T. Jacobson, Thermodynamics of Spacetime (1995).
4. S. Sachdev, B. Ye (1993).
5. A. Kitaev (2015).
6. G. 't Hooft (1993).
7. L. Susskind (1995).
8. S. Ryu, T. Takayanagi (2006).
9. S. Weinberg.
10. K. Wilson (1974).