

## БАЛАНСИРОВКА ЖЕСТКОГО РОТОРА НА ЗАРЕЗОНАНСНОМ БАЛАНСИРОВОЧНОМ СТАНКЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИМИТАЦИЕЙ ПРОБНОГО ДИСБАЛАНСА

Дуваров К. А.

### Аннотация.

В статье рассмотрены современные методы динамической балансировки роторов. Описана модель процесса балансировки жесткого ротора на резонансном балансировочном станке с использованием соленоидных исполнительных механизмов для имитации пробного груза.

В современной практике динамической балансировки жестких роторов наибольшее распространение получили дорезонансные и резонансные балансировочные станки. Резонансные станки обладают высокой точностью и позволяют балансировать роторы в широком диапазоне оборотов. В работе резонансных балансировочных станков применяется метод коэффициентов влияния, который требует нескольких пусков ротора с пробными грузами для расчета этих коэффициентов. Дорезонансные станки, в отличие от резонансных, позволяют определять дисбаланс ротора за один пуск, что сокращает время технологической операции балансировки. Однако недостатки дорезонансных станков, такие как большие габариты и масса, высокая стоимость, жесткие требования к месту их монтажа в совокупности зачастую проигрывают достоинствам резонансных балансировочных станков. Таким образом, разработка модели процесса балансировки ротора на резонансном станке без пробных грузов актуальна.

Целью данного исследования является разработка модели процесса балансировки ротора на резонансном балансировочном станке без пробных грузов с использованием электромагнитных имитаторов пробного дисбаланса. Для верификации разработанной математической модели был изготовлен экспериментальный прототип балансировочного стенда. Результаты экспериментов подтверждают возможность замены пробного груза периодической силой, формируемой системой электромагнитной имитации пробного дисбаланса.

**Ключевые слова:** динамическая балансировка, одноплоскостная балансировка, дисбаланс, динамика ротора

### Введение

Конструкции балансировочных станков классифицируются по расположению диапазона рабочих скоростей вращения ротора при балансировке относительно собственной частоты опор станка на дорезонансные, резонансные и резонансные [1]. В современной практике динамической балансировки жестких роторов наибольшее распространение получили дорезонансные и резонансные балансировочные станки [2, 3].

Резонансные станки обладают высокой точностью и позволяют балансировать роторы в широком диапазоне оборотов [2]. В работе резонансных балансировочных станков применяется метод коэффициентов влияния, который требует нескольких пусков ротора с пробными дисбалансами [2]. Поскольку пуски и остановки балансировочного станка, измерение массы пробных грузов и их добавление на ротор осуществляется вручную оператором балансировочного станка, то при оценке дисбаланса методом коэффициентов влияния возникают погрешности [3]. Кроме того, снижается производительность труда оператора балансировочного оборудования.

Дорезонансные станки, в отличие от резонансных, позволяют определять дисбаланс ротора за один пуск, что сокращает время технологической операции балансировки. Однако недостатки дорезонансных станков, такие как большие габариты и масса, высокая стоимость, жесткие требования к месту их монтажа, в совокупности зачастую проигрывают достоинствам резонансных балансировочных станков [3]. Таким образом, разработка модели процесса балансировки ротора на резонансном станке без пробных пусков является актуальной.

Существуют различные подходы к автоматизации процесса динамической балансировки. В работах [4, 5, 6] авторы используют методы машинного обучения для анализа сигналов вибрации роторационного оборудования, оценки дисбаланса и технической диагностики. В ра-

боте [7] авторы разработали систему автоматической подачи балансировочных грузов на ротор. Из исследований [8, 9, 10] известны модели процесса балансировки без пробных грузов с помощью активных магнитных подшипников. Однако эти модели пригодны лишь для механизмов, в конструкции которых применяются активные магнитные подшипники или для вновь разрабатываемых механизмов, в которых такие подшипники будут применяться.

Целью данного исследования является разработка модели процесса балансировки ротора на резонансном балансировочном станке без пробных грузов с использованием электромагнитной имитации пробного дисбаланса.

В работе приведена математическая модель резонансного балансировочного станка с электромагнитными имитаторами пробного дисбаланса. Описан алгоритм работы такого станка. Приведены результаты численных экспериментов. Кроме того, для валидации разработанной модели был изготовлен прототип балансировочного станка и проведены его испытания, подтверждающие адекватность математической модели и описанного алгоритма.

### Материалы и методы

Рассмотрим динамическую балансировку ротора в одной плоскости. Ротор установлен на опоре резонансного балансировочного станка. Для оценки дисбаланса ротора будем использовать метод коэффициентов влияния. Классически для его реализации необходимо измерить сигнал исходной вибрации ротора, поместить на ротор пробный груз и измерить сигнал вибрации ротора с пробным грузом при одинаковых скоростях вращения в первом и втором пуске. По измеренным сигналам вычисляется коэффициент влияния по формуле [11]:

$$\alpha = \frac{V_1 - V_0}{U_1}$$

где  $V_0$ , – исходный вектор вибрации ротора,

$V_1$  – вектор вибрации ротора с пробным дисбалансом,

$U_1$  – вектор пробного дисбаланса.

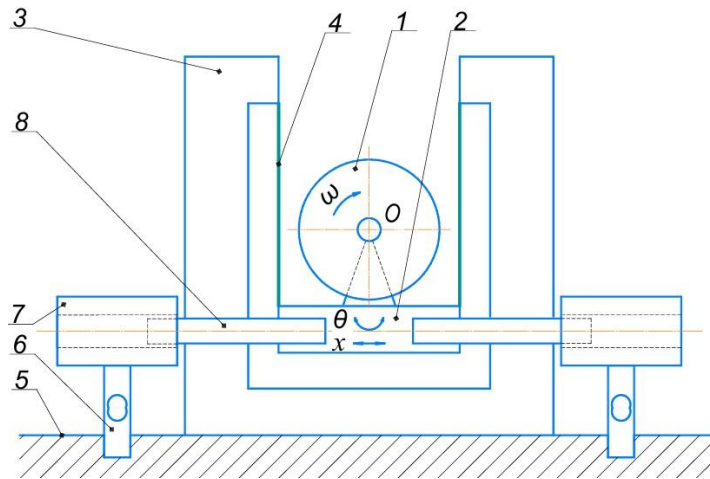
Зная массу пробного груза и его место установки в полярной системе координат ротора, можно рассчитать исходный дисбаланс ротора по формуле [11]:

$$U_0 = \frac{-V_0}{\alpha}$$

Гипотеза исследования: предлагается вместо пробного груза для получения коэффициента влияния использовать внешнюю периодическую силу, синхронизированную с вращением ротора. Для возбуждения такой силы будем использовать соленоиды, взаимодействующие периодическим магнитным полем с якорями, смонтированными в опору балансировочного станка.

Для проверки гипотезы была исследована математическая модель процесса балансировки плоского ротора на резонансном балансировочном станке с соленоидными исполнительными механизмами. Модель описывает динамику опорной рамы, электромеханическую динамику соленоидов, синхронный регулятор пробной силы.

Кинематическая схема расчетной модели, показанная на рис. 1, состоит из ротора 1, установленного на опоре 2 балансировочного станка. Опора подвешена к раме 3 станка через листовые пружины 4. Рама балансировочного станка жестко закреплена на основании 5. На основании жестко закреплены нижними частями консольные тензодатчики 6, на верхних частях которых установлены соленоиды 7. Якоря 8 соленоидов смонтированы в опору 2.



**Рис. 1. Кинематическая схема стенда для одноплоскостной балансировки с электромагнитной имитацией пробного дисбаланса**

**Fig. 1. Kinematic diagram of a single-plane balancing stand with electromagnetic imitation of test imbalance**

Ротор вращается относительно геометрического центра  $O$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .

Ротор имеет дисбаланс, характеризуемый комплексной эксцентricностью массы [11]:

$$U = |U| \cdot e^{j\phi}$$

где:  $|U|$  — величина дисбаланса (в кг·м),  $\phi$  — угол расположения дисбаланса в полярной системе координат ротора,  $j$  — мнимая единица

Центробежная сила, вызванная дисбалансом:

$$F_U = U \cdot \omega^2$$

Опишем движение опоры, на которую установлен ротор. Будем считать опору жестким телом с двумя степенями свободы: горизонтальным смещением  $x$  и углом поворота  $\theta$  вокруг центра масс.

Поступательное движение опоры описывается уравнением:

$$m \cdot x'' = F_U + F_S - C_x \cdot x' - K_x \cdot x$$

где:

$m$  — масса опоры с ротором,

$F_S$  — сила соленоидов,

$C_x$  — коэффициент демпфирования подвеса опоры балансировочного стенда при поступательном движении,

$K_x$  — коэффициент жесткости подвеса опоры балансировочного стенда при поступательном движении.

Вращательное движение опоры описывается уравнением:

$$J \cdot \theta'' = M_S - C_\theta \cdot \theta' - K_\theta \cdot \theta$$

где:

$J$  — момент инерции опоры с установленным ротором относительно оси углового поворота опоры, перпендикулярной направлению поступательных колебаний,

$C_\theta$  — коэффициент демпфирования подвеса опоры балансировочного стенда при вращательном движении,

$K_\theta$  — угловая жесткость подвеса опоры балансировочного стенда,

$M_S = F_S \cdot s$  — момент от соленоидов, приложенный на плече  $s$ ,

$F_S$  — суммарная сила от соленоидов.

Два симметрично расположенных соленоида работают дифференциально, что позволяет формировать знакопеременную силу:

$$F_S = F_{m_1} - F_{m_2}$$

где:  $F_{m_1}, F_{m_2}$  – силы, создаваемые соленоидом 1 и 2 соответственно.

Соленоидный актуатор представляет собой электромеханическую систему с подвижным ферромагнитным якорем, положение которого влияет на магнитный поток катушки. Вследствие этого индуктивность катушки зависит от координаты якоря. Такое взаимное влияние электрической и механической подсистем будем описывать энергетическим методом.

При токе  $I_i$  и положении якоря  $x$  магнитная энергия  $i$ -го соленоида определяется выражением:

$$W_{m_i} = \frac{1}{2} \cdot L_i(x) \cdot I_i^2$$

где:  $L_i(x)$  – индуктивность  $i$ -го соленоида.

В каждом соленоиде якорь частично расположен внутри катушки. При протекании тока система стремится увеличить магнитную проводимость, втягивая якорь внутрь. Для описания электромеханического взаимодействия в соленоидном актуаторе введем допущение, что магнитная проницаемость соленоида определяется преимущественно воздушным зазором, тогда магнитным сопротивлением сердечника можно пренебречь. Принятое допущение корректно в рабочем диапазоне перемещений якоря, где магнитная система не входит в насыщение, а геометрия магнитного потока изменяется слабо. В этом случае индуктивность соленоида обратно пропорциональна воздушному зазору. Для моделирования используется аппроксимация:

$$L_i(g_i) = L_0 + \frac{k_L}{g_i}$$

где:

$g_i$  — воздушный зазор, эффективная длина воздушной части магнитной цепи, зависящая от положения якоря  $i$ -го соленоида,

$L_0$  – базовая индуктивность катушки,

$k_L$  – коэффициент магнитной проводимости.

Воздушный зазор для первого и второго соленоида соответственно:

$$g_1 = g_0 - x$$

$$g_2 = g_0 + x$$

где:  $g_0$  – номинальный зазор соленоида.

Таким образом, магнитная сила  $i$ -го соленоида будет описываться уравнением:

$$F_{m_i} = \frac{\partial W_{m_i}}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot I_i^2 \cdot \frac{dL_i}{dx}$$

Поскольку:

$$\frac{dL_1}{dx} = \frac{dL_1}{dg_1} \cdot \frac{dg_1}{dx} = \frac{k_L}{g_1^2}$$

$$\frac{dL_2}{dx} = \frac{dL_2}{dg_2} \cdot \frac{dg_2}{dx} = -\frac{k_L}{g_2^2}$$

Получаем выражение для силы первого и второго соленоида соответственно:

$$F_{m_1} = \frac{1}{2} \cdot I_1^2 \cdot \frac{k_L}{g_1^2}$$

$$F_{m_2} = -\frac{1}{2} \cdot I_2^2 \cdot \frac{k_L}{g_2^2}$$

Управляющее напряжение на  $i$ -м соленоиде:

$$u_i = R_i \cdot I_i + \frac{d}{dt}(L_i \cdot I_i)$$

где:

$R_i$  — активное сопротивление обмотки  $i$ -го соленоида,

$I_i$  — ток через  $i$ -й соленоид,

$L_i$  — индуктивность  $i$ -го соленоида.

Раскрываем производную:

$$u_i = R_i \cdot I_i + L_i \cdot \frac{dI_i}{dt} + I_i \cdot \frac{dL_i}{dt}$$

где:

$$\frac{dL_i}{dt} = \frac{dL_i}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Следовательно, динамика тока в  $i$ -м соленоиде описывается уравнением:

$$\frac{dI_i}{dt} = \frac{u_i - R_i \cdot I_i - I_i \cdot \frac{dL_i}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}}{L_i}$$

Для формирования гармонической силы используется синхронный регулятор [12, 13], работающий в системе координат, связанной с частотой вращения ротора.

Заданная пробная сила имеет вид:

$$F_{ref} = |U_{trial}| \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_{trial})$$

где  $|U_{trial}|$  — амплитуда силы от пробного дисбаланса, имитируемого соленоидами,

$\phi_{trial}$  — фазовый угол пробного дисбаланса, имитируемого соленоидами.

Ошибка по силе определяется как:

$$e(t) = F_{ref}(t) - F_s(t)$$

Синхронные составляющие ошибки вычисляются по формулам [12]:

$$e_c(t) = e(t) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$e_s(t) = e(t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Интегрирование синхронных составляющих осуществляется по уравнениям:

$$\frac{dC}{dt} = K_{sync} \cdot e_c(t) - \lambda \cdot C(t)$$

$$\frac{dS}{dt} = K_{sync} \cdot e_s(t) - \lambda \cdot S(t)$$

где:  $C(t)$  и  $S(t)$  — коэффициенты формирования управляющего сигнала,

$K_{sync}$  — коэффициент усиления регулятора,

$\lambda$  — коэффициент демпфирования интегратора.

Управляющий сигнал формируется как:

$$u_{cmd}(t) = C(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) + S(t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

В силу того, что соленоиды создают только силы притяжения, используется полуволновое управление:

$$u_1 = \begin{cases} u_{cmd}, & u_{cmd} \geq 0, \\ 0, & u_{cmd} < 0, \end{cases} \quad u_2 = \begin{cases} 0, & u_{cmd} \geq 0, \\ -u_{cmd}, & u_{cmd} < 0, \end{cases}$$

где  $u_1, u_2$  — напряжение на первом и втором соленоиде соответственно

Таким образом, математическая модель процесса балансировки плоского ротора на резонансном балансировочном станке с соленоидными исполнительными механизмами может быть записана в матричном виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \theta \\ \theta' \\ I_1 \\ I_2 \\ C \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ \frac{1}{m} \cdot (F_U(t) + F_{m-1}(t) - F_{m-2}(t) - C_x \cdot x' - K_x \cdot x) \\ \theta' \\ \frac{1}{J} \cdot ((F_{m-1}(t) - F_{m-2}(t)) \cdot s - C_\theta \cdot \theta' - K_\theta \cdot \theta) \\ \frac{u_1(t) - R_1 \cdot I_1(t) - I_1(t) \frac{dL_1}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}}{L_1} \\ \frac{u_2(t) - R_2 \cdot I_2(t) - I_2(t) \frac{dL_2}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}}{L_2} \\ K_{sync} \cdot e_c(t) - \lambda \cdot C(t) \\ K_{sync} \cdot e_s(t) - \lambda \cdot S(t) \end{bmatrix}$$

Данная система уравнений решается численно для двух случаев. Случай 0 моделирует динамику ротора на балансировочном станке с отключенной системой имитации пробного дисбаланса. Случай 1 моделирует динамику ротора на балансировочном станке с включенной системой имитации пробного дисбаланса.

Для вычисления коэффициентов влияния в качестве измеряемого отклика может использоваться виброперемещение, виброскорость или виброускорение опоры [14]. Классически при расчете коэффициентов влияния используется отклик в горизонтальном или вертикальном направлении перпендикулярном оси вращения [15]. В исследуемой модели для вычисления коэффициента влияния будем использовать виброускорение в горизонтальном направлении.

Из полученных в результате численного решения системы уравнений для случаев 0 и 1 временных сигналов виброускорения ротора  $x_0''(t)$ ,  $x_1''(t)$  с помощью дискретного преобразования Фурье получаем комплексные величины исходной вибрации ротора  $A_0$  и вибрации ротора при балансировке с имитацией пробного дисбаланса  $A_1$  [16]. Далее вычисляем коэффициент влияния по формуле [11]:

$$\alpha = \frac{A_1 - A_0}{U_1}$$

где  $A_0$ , – исходный вектор вибрации ротора

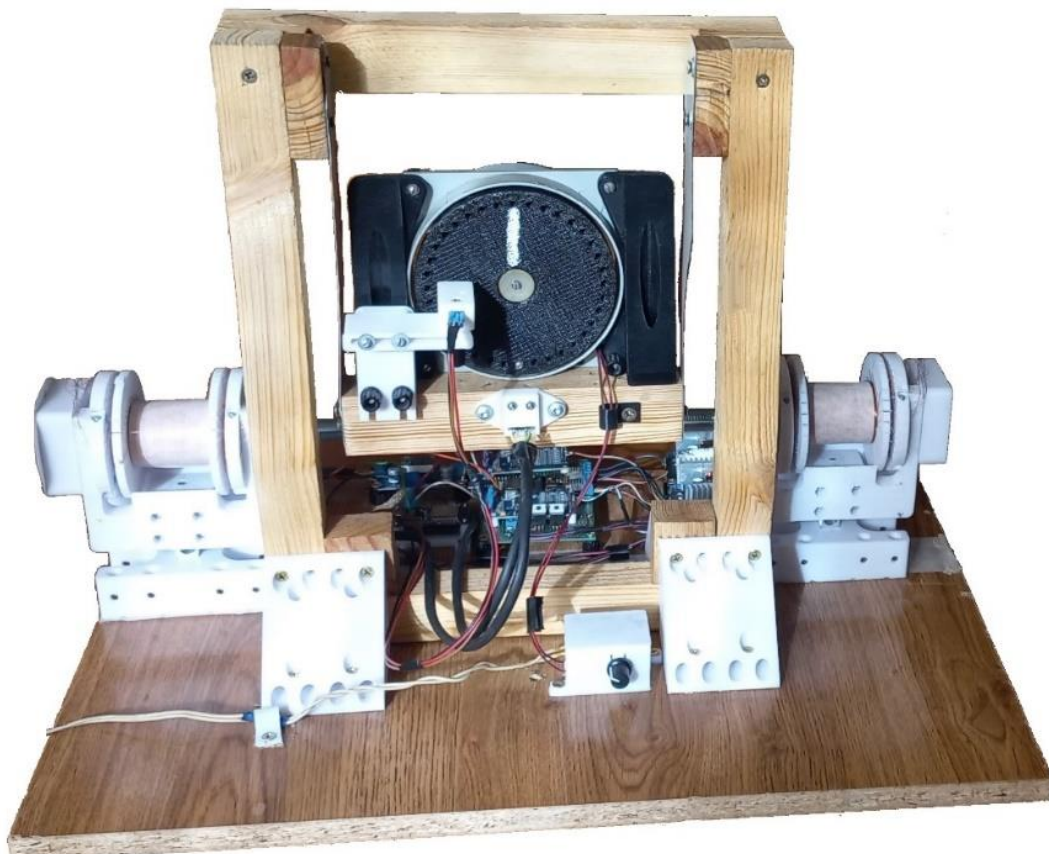
$A_1$  – вектор вибрации ротора с имитацией пробного дисбаланса

$U_1$  – вектор пробного дисбаланса

Исходный дисбаланс ротора находим по формуле [11]:

$$U_0 = \frac{-A_0}{\alpha}$$

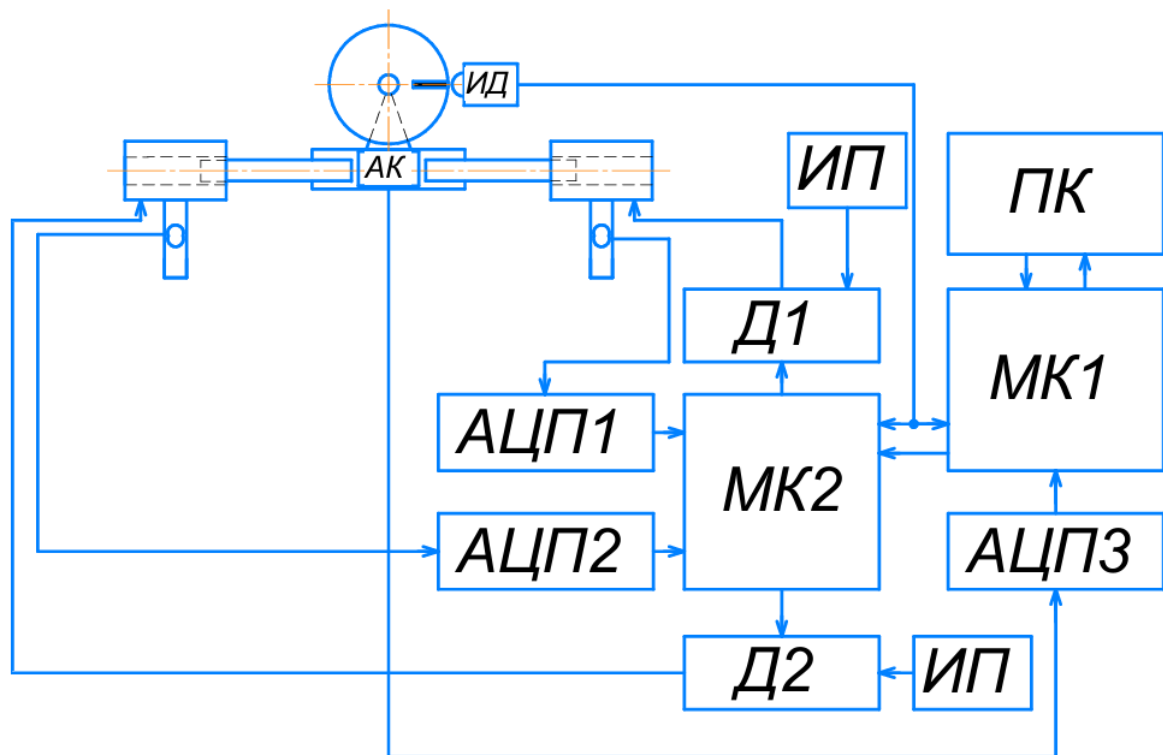
Для верификации математической модели был изготовлен экспериментальный прототип балансировочного стенда, показанный на рис. 2, и проведены его испытания. В конструкции прототипа использовалась одна из опор двухплоскостного балансировочного стенда, описание которого приведено в статье [17].



**Рис. 2. Прототип станда для одноплоскостной балансировки с электромагнитной имитацией пробного дисбаланса**

***Fig. 2. Prototype of a single-plane balancing stand with electromagnetic imitation of test imbalance***

Схема измерительной системы прототипа станда показана на рис. 3. Она состоит из акселерометра АК (ADXL 335), который прикреплен к опоре ротора; аналого-цифровых преобразователей АЦП1, АЦП2, АЦП3 (ADS1256), принимающих аналоговый сигнал от акселерометра и от тензодатчиков обратной связи по пробной силе и передающих цифровой сигнал в микроконтроллеры МК1, МК2 (ESP32); соленоидов, подключенных к микроконтроллеру МК2 через драйверы Д1, Д2 (HW532), которые питаются от источника ИП постоянного напряжения 24 В; также к микроконтроллерам подключен инфракрасный датчик оборотов ИД (HW-201), микроконтроллер МК1 подключен к компьютеру ПК и передает на него информацию о частоте вращения ротора, об амплитуде и фазе сигнала виброускорения. На компьютере происходит расчет коэффициентов влияния и определение величины и угла дисбаланса.



**Рис. 3. Схема измерительной системы прототипа балансировочного стенда с электромагнитной имитацией пробного дисбаланса**

*Fig. 3. Diagram of the measuring system of a balancing stand prototype with electromagnetic imitation of test imbalance*

Тензодатчики были предварительно оттарированы с помощью лабораторных гирь. Алгоритмы управления, используемые в экспериментальном стенде, функционально соответствуют алгоритмам, реализованным в численной модели. В ходе исследования изменялись величина и фазовый угол исходного дисбаланса ротора. Исходный дисбаланс ротора создавался путем установки груза в одно из 36 отверстий в тестовом роторе, расположенных на концентрической окружности диаметром 100 мм. Снятие показаний об амплитуде и фазе исходной вибрации ротора проводилось при частоте вращения 500 об/мин. Далее производилось включение системы электромагнитной имитации пробного дисбаланса, которая была настроена на генерацию синхронной с вращением ротора периодической силы амплитудой 0,51 Н с фазой  $260^\circ$  относительно метки на роторе, что эквивалентно действию пробного дисбаланса 185 г·мм. Затем проводилось снятие показаний амплитуды и фазы установившейся суперпозиции колебаний. По полученным результатам производился расчет коэффициентов влияния и определялось значение исходного дисбаланса ротора.

### Результаты исследования

В данном разделе представлены результаты численных и физических экспериментов. Численные эксперименты были проведены на разработанной математической модели системы балансировки ротора с пробной силой, формируемой соленоидами. Модель исследовалась на точность определения исходного дисбаланса.

В ходе исследования изменялись величина и фазовый угол исходного дисбаланса ротора. Величина дисбаланса варьировалась в диапазоне от 0 до 400 г·мм с шагом 50 г·мм. Фазовый угол исходного дисбаланса находился в пределах от  $0^\circ$  до  $350^\circ$  с шагом в  $10^\circ$ . Остальные параметры математической модели были постоянными, значения которых приведены в таблице 1. Система уравнений решалась методом Рунге-Кутты 4 порядка.

Параметры математической модели  
*Parameters of the mathematical model*

Обозначение	Значение	Описание
$m$	0,5 кг	Масса опоры с ротором
$K_x$	300 Н/м	Коэффициенты жесткости подвеса опоры стенда
$K_\theta$	2 Н·м/рад	
$C_x$	20 Н·с/м	Коэффициенты демпфирования подвеса опоры балансировочного стенда
$C_\theta$	0,1 Н·м·с/рад	
$J$	$5 \cdot 10^{-2}$ кг·м <sup>2</sup>	Момент инерции опоры с ротором относительно оси углового поворота опоры
$R$	2 Ом	Сопротивление катушки соленоида
$L_0$	5 мГн	Базовая индуктивность соленоида
$k_L$	1 мГн·м	Коэффициент магнитной проводимости
$g_0$	10 мм	Номинальный зазор соленоида
$K_{sync}$	40	Коэффициент усиления регулятора
$\lambda$	5	Коэффициент демпфирования интегратора
$s$	0,1 м	Плечо приложения силы соленоидов
$\omega$	52,4 рад/с	Угловая скорость ротора
$ U_{trial} $	0,51 Н	Амплитуда пробной силы
$\phi_{trial}$	260°	Фаза пробной силы

В качестве критериев точности использовались:

- относительная погрешность оценки величины дисбаланса;
- погрешность определения угла дисбаланса.

Диаграмма относительной погрешности оценки величины дисбаланса приведена на рис. 4. Для наглядности на диаграмме показан модуль погрешности.

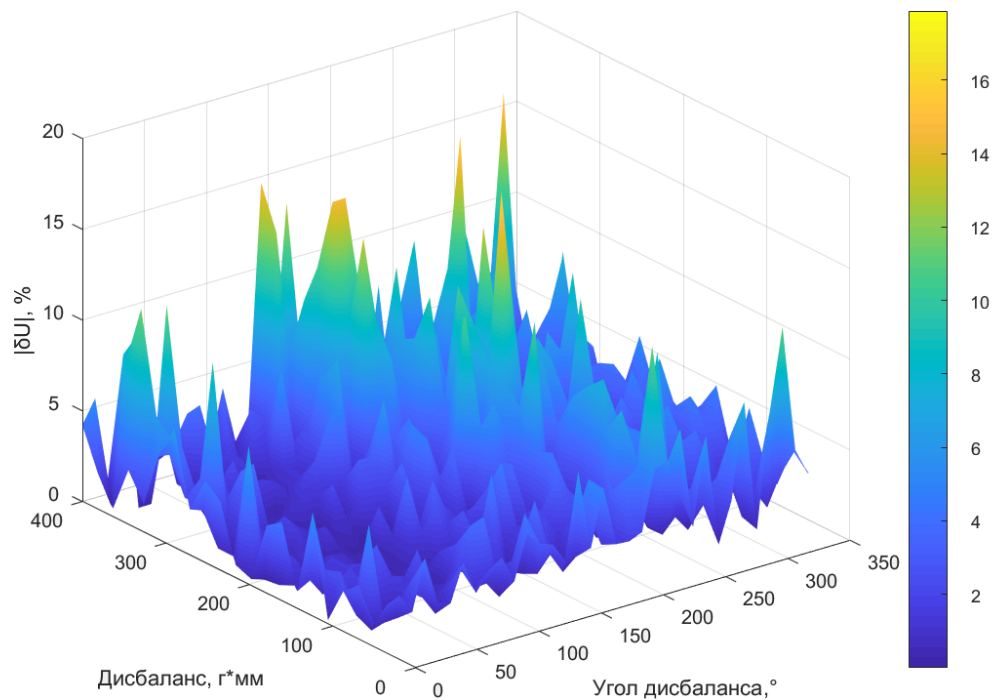
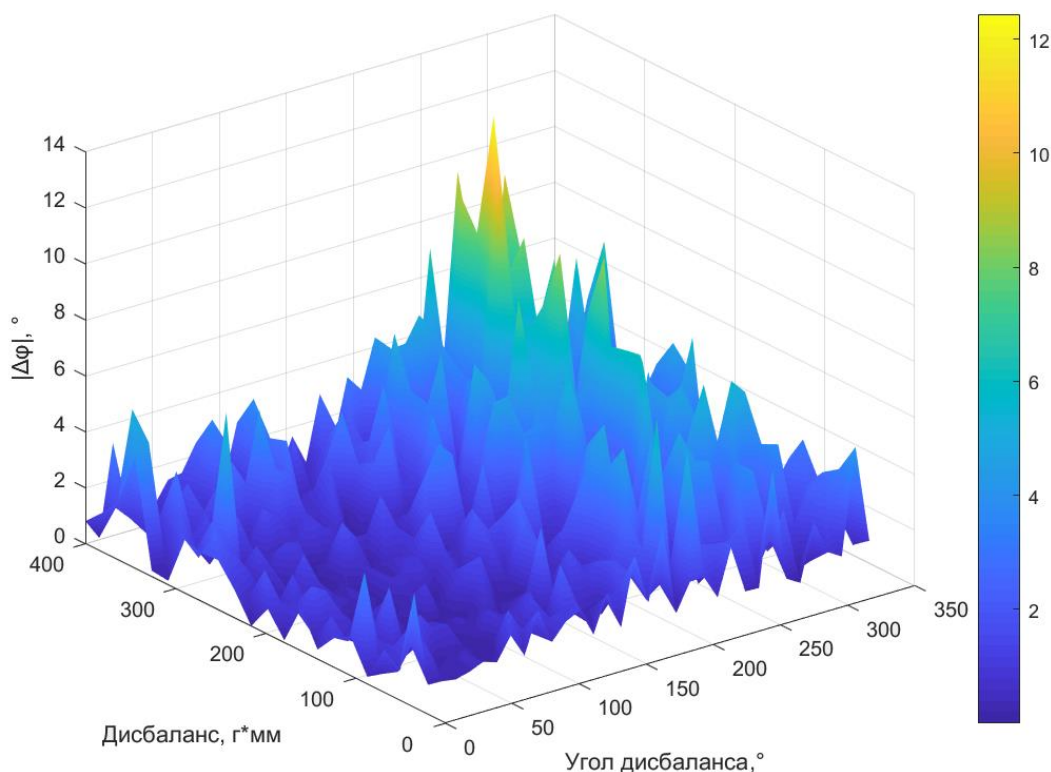


Рис. 4. Диаграмма модуля относительной погрешности определения величины дисбаланса

*Fig. 4. Diagram of the relative error module for determining the imbalance value*

Из рис. 4 видно, что модуль относительной погрешности определения величины дисбаланса  $|\delta U|$  растет с увеличением дисбаланса.

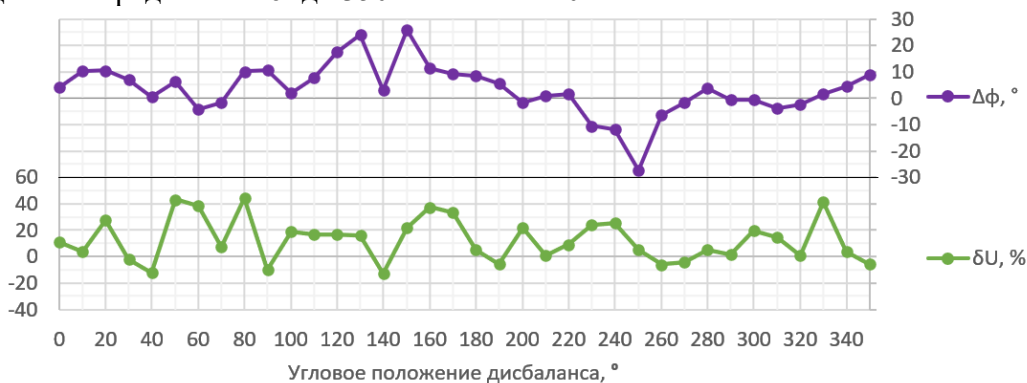
Диаграмма модуля погрешности определения угла дисбаланса приведена на рис. 5.



**Рис. 5. Диаграмма модуля погрешности определения угла дисбаланса**  
**Fig. 5. Diagram of the error modulus for determining the angle of imbalance**

Из рис. 5 видно, что модуль погрешности определения угла положения дисбаланса на роторе  $|\Delta\phi|$  растет с увеличением дисбаланса, также видно, что наибольшая погрешность при каждом значении дисбаланса достигается в диапазоне от  $200^\circ$  до  $300^\circ$  относительно метки на роторе.

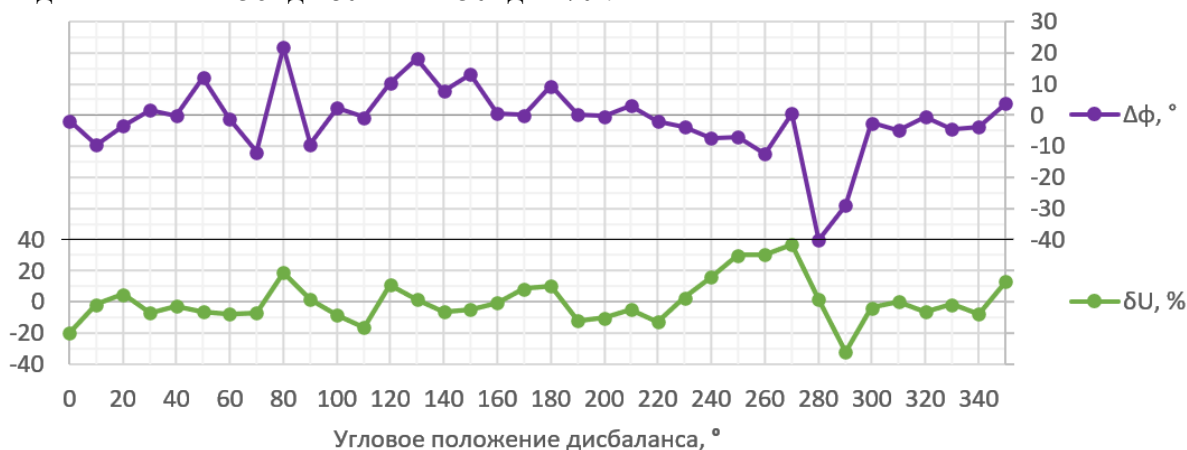
Далее приведены результаты физических экспериментов на прототипе балансировочного стенда. В ходе исследования изменялись величина и фазовый угол исходного дисбаланса ротора. Величина дисбаланса варьировалась путем изменения массы груза устанавливаемого в отверстия тестового ротора. Фазовый угол исходного дисбаланса находился в пределах от  $0^\circ$  до  $350^\circ$  с шагом в  $10^\circ$ .



**Рис. 6. Графики погрешностей определения дисбаланса при испытании ротора с дисбалансом 90 г\*мм**

**Fig. 6. Diagrams of the errors in determining the imbalance when testing a rotor with an imbalance of 90 g\*mm**

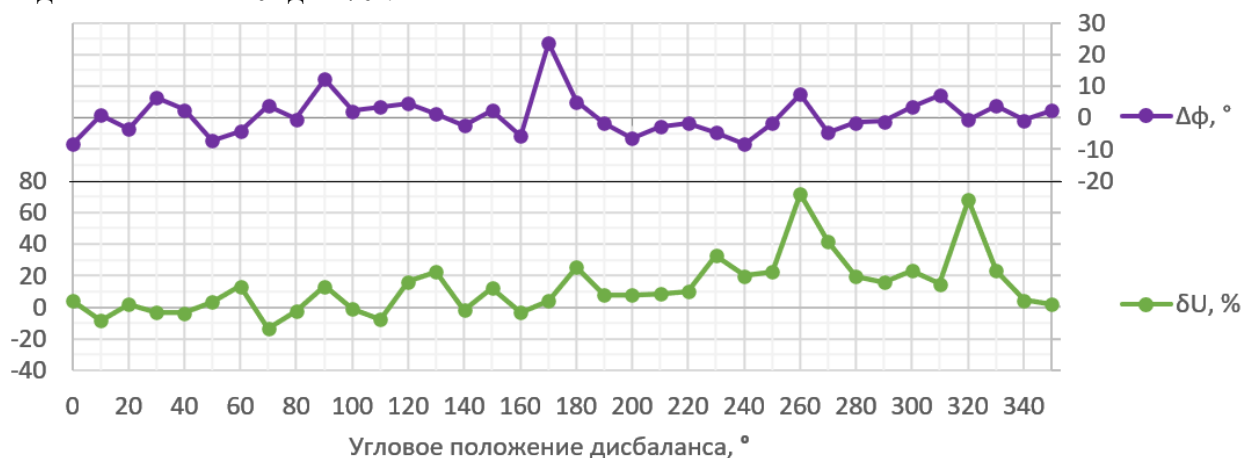
Из графика на рис. 6 видно, что наибольшие по модулю значения погрешности измерения угла  $\Delta\phi$  имеют место в диапазонах от  $120^\circ$  до  $160^\circ$  и от  $230^\circ$  до  $260^\circ$ . Наибольшие по модулю значения относительной погрешности измерения величины дисбаланса  $\delta U$  имеют место в диапазонах от  $50^\circ$  до  $80^\circ$  и от  $150^\circ$  до  $170^\circ$ .



**Рис. 7. Графики погрешностей определения дисбаланса при испытании ротора с дисбалансом 190 г·мм**

*Fig. 7. Diagrams of the errors in determining the imbalance when testing a rotor with an imbalance of 190 g·mm*

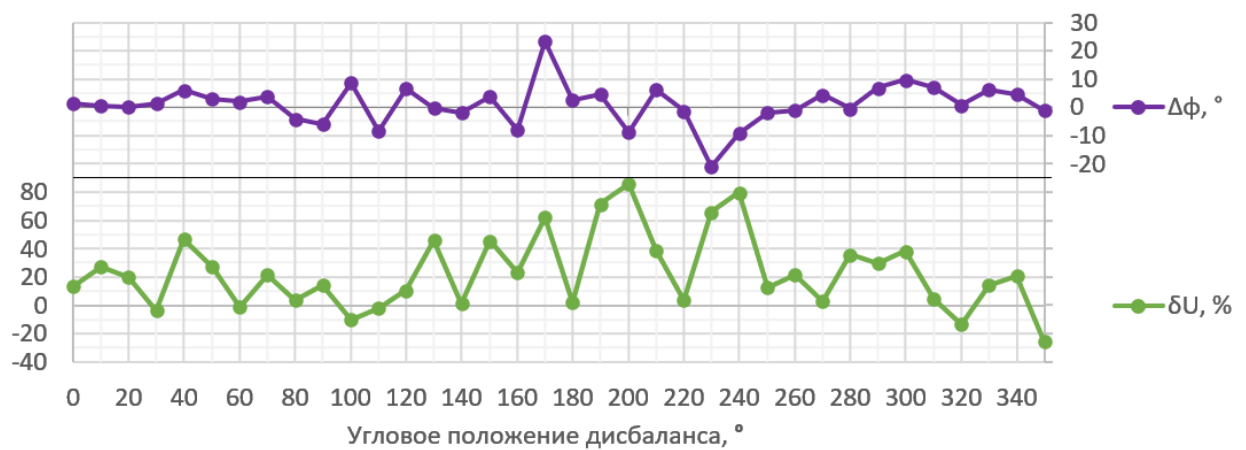
Из графика на рис. 7 видно, что наибольшие по модулю значения погрешности измерения угла  $\Delta\phi$  имеют место в диапазонах от  $120^\circ$  до  $150^\circ$  и от  $260^\circ$  до  $290^\circ$ . Наибольшие по модулю значения относительной погрешности измерения величины дисбаланса  $\delta U$  имеют место в диапазоне от  $240^\circ$  до  $270^\circ$ .



**Рис. 8. Графики погрешностей определения дисбаланса при испытании ротора с дисбалансом 265 г·мм**

*Fig. 8. Diagrams of the errors in determining the imbalance when testing a rotor with an imbalance of 265 g·mm*

Из графика на рис. 8 видно, что наибольшие по модулю значения погрешности измерения угла  $\Delta\phi$  имеют место в диапазонах от  $50^\circ$  до  $90^\circ$  и от  $240^\circ$  до  $270^\circ$ . Наибольшие по модулю значения относительной погрешности измерения величины дисбаланса  $\delta U$  имеют место в диапазоне от  $230^\circ$  до  $280^\circ$ .



**Рис. 9. Графики погрешностей определения дисбаланса при испытании ротора с дисбалансом 370 г·мм**

**Fig. 9. Diagrams of the errors in determining the imbalance when testing a rotor with an imbalance of 370 g·mm**

Из графика на рис. 9 видно, что наибольшие по модулю значения погрешности измерения угла  $\Delta\varphi$  имеют место в диапазоне от  $160^\circ$  до  $240^\circ$ . Наибольшие по модулю значения относительной погрешности измерения величины дисбаланса  $\delta U$  имеют место в диапазоне от  $130^\circ$  до  $240^\circ$ .

### Обсуждение и заключение

В работе приведена математическая модель зарезонансного балансировочного стенда с электромагнитной имитацией пробного дисбаланса. Описан алгоритм работы такого стенда. Кроме того, был изготовлен прототип балансировочного стенда и проведены его испытания, подтверждающие адекватность математической модели и описанного алгоритма.

Результаты численных и физических экспериментов подтверждают принципиальную возможность замены пробного груза периодической силой, формируемой соленоидами.

Из графиков погрешностей определения величины дисбаланса рис. 4, 6 – 9 видно, что с ростом величины дисбаланса уровень погрешности возрастает, что может быть связано с тем, что амплитуда пробной силы, создаваемой соленоидами, во всех экспериментах была постоянна и составляла 0,51 Н. Таким образом, для балансировки роторов с большими величинами исходного дисбаланса необходимо использовать пробную силу большей амплитуды.

Кроме того, из графиков погрешности определения угла дисбаланса рис. 5 – 9 видно, что наибольшие значения погрешностей наблюдаются в окрестностях синфазного и противофазного действия вынуждающих сил от дисбаланса ротора и от соленоидных имитаторов пробного дисбаланса. Несмотря на это, повысить точность балансировки можно путем разработки методики и реализующего её программного обеспечения с циклическим изменением фазы вынуждающей электромагнитной силы в процессе балансировки. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку такой методики и адаптацию предложенной модели для балансировки жесткого ротора в двух и более плоскостях.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. М. Е. Левит, Ю. А. Агафонов, Л. Д. Вайнгортин и др. Справочник по балансировке [Текст] / М. Е. Левит, Ю. А. Агафонов, Л. Д. Вайнгортин и др. — Москва: Машиностроение, 1992 — 464 с.
2. Дорезонансные и зарезонансные балансировочные станки – в чем отличие? [Электронный ресурс] // Компания ЭНСЕТ : [сайт]. URL: <https://enset.ru/company/feed/news/dorezonansnye-i-zarezonansnye-balansirovochnye-stanki-v-chem-otlichie/> (дата обращения: 11.03.2026)
3. Балансировка на дорезонансных и зарезонансных станках [Электронный ресурс] // Вибролаб : [блог]. URL: <http://blog.vibroexpert.ru/?p=1415> (дата обращения: 11.03.2026).

4. Tselios, I., & Nikolakopoulos, P. (2024). Combining Artificial Neural Networks and Mathematical Models for Unbalance Estimation in a Rotating System under the Nonlinear Journal Bearing Approach. *Lubricants*, 12(10). <https://doi.org/10.3390/lubricants12100344>
5. Pinheiro, A. A., Brandao, I. M., & da Costa, C. (2019). Vibration Analysis in Turbomachines Using Machine Learning Techniques. *European Journal of Engineering Research and Science*, 4(2), 12–16. <https://doi.org/10.24018/ejers.2019.4.2.1128>
6. Cao, Y., Shi, C., Li, X., Li, M., & Bian, J. (2024). Unbalanced Position Recognition of Rotor Systems Based on Long and Short-Term Memory Neural Networks. *Machines*, 12(12). <https://doi.org/10.3390/machines12120865>
7. Вершинин Николай Николаевич, Безбородова Оксана Евгеньевна, Грузин Дмитрий Павлович Использование автоматической подачи уравнивающей массы при балансировке цилиндрических тел вращения // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2014. №2 (8). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-avtomaticheskoy-podachi-uravnoveshivayushey-massy-pri-balansirovke-tsilindricheskih-tel-vrascheniya> (дата обращения: 10.03.2026)
8. Ranjan, G., & Tiwari, R. (2019). Application of active magnetic bearings for in situ flexible rotor residual balancing using a novel generalized influence coefficient method. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 27(7), 943–968. <https://doi.org/10.1080/17415977.2018.1503258>
9. Guan, X., Peng, H., Li, H., & Zhang, J. (2025). Dynamic Balance Correction of Active Magnetic Bearing Rotor Based on Adaptive Notch Filter and Influence Coefficient Method. *Applied Sciences (Switzerland)*, 15(8). <https://doi.org/10.3390/app15084147>
10. Chen, Q., & Li, J. (2023). Field Dynamic Balancing for Magnetically Suspended Turbomolecular Pump. *Sensors*, 23(13). <https://doi.org/10.3390/s23136168>
11. ГОСТ ISO 21940-31-2016 Вибрация. Балансировка роторов. Часть 31. Подверженность и чувствительность машин к дисбалансу [Электронный ресурс]. – URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200144102> (дата обращения: 11.03.2026).
12. Torzo, G., & Delfitto, G. (2022). The lock-in amplifier: what is it for? how to build one? *Revista Brasileira de Ensino de Fisica*, 44. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2022-0072>
13. Гордяскина Т. В., Грошева Л. С. РЕАЛИЗАЦИЯ СИНХРОННОГО ДЕТЕКТОРА С ПРИМЕНЕНИЕМ СИГНАЛЬНОГО ПРОЦЕССОРА TMS320C5510 // Научные проблемы водного транспорта. 2018. №54. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-sinhronnogo-detektora-s-primeneniem-signalnogo-protссора-tms320c5510> (дата обращения: 13.03.2026).
14. В. Н. Челомей Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. [Текст] /Ред. Совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981 – Т. 5. Измерения и испытания. – Под ред. М. Д. Генкина. 1981. 496 с., ил.
15. Schneider H. *Balancing Machines //Rotor Balancing: Fundamentals for Systematic Processes*. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2023. – С. 231-268.
16. Кандидов, В. П. Дискретное преобразование Фурье: учебное пособие [Текст] / В. П. Кандидов, С. С. Чесников, С. А. Шленов. – Москва : Физический факультет МГУ, 2019. – 88 с. : ил. – ISBN 978-5-8279-0164-8.
17. Дуваров, К. А. Оценка дисбаланса сборочной единицы «Шкив - коленчатый вал - маховик» двигателя внутреннего сгорания / К. А. Дуваров // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2025. – Т. 21, № 1(77). – С. 53-66. – DOI 10.53015/18159958\_2025\_21\_1\_53