

Исследование свойств кривых Безье как переходных кривых в дорожном проектировании

*Сазанчук Эмилия Павловна, студент 2-го курса
кафедры «Автомобильные дороги»*

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

*Научный руководитель – Чернявская С.В., канд. физико-математических наук,
заведующий кафедрой кафедры «Математические методы в строительстве»*

Кривая Безье – это параметрическая кривая, используемая в компьютерной графике и проектировании для моделирования линий. [1]

$$B(t) = \sum_{k=0}^n P_k b_{k,n}(t), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

где P_k – функция компонент векторов опорных вершин;

$b_{k,n}(t)$ – базисные функции кривой Безье, называемые также Полиномами Берштейна.

В последние годы всё больше внимания уделяется использованию кривых Безье в качестве переходных кривых при проектировании автомобильных дорог. Такие кривые необходимы для плавного сопряжения прямых участков и круговых дуг, снижения центробежных сил и обеспечения устойчивого движения транспортных средств. Традиционно для этих целей применяются клотоиды, обеспечивающие линейное изменение кривизны, однако их вычисление связано с использованием интегралов Френеля, что усложняет практическую реализацию и требует дополнительных вычислительных процедур.

Кривые Безье обладают рядом преимуществ: они легко управляются контрольными точками, при правильном выборе расположения опорных точек обеспечивают высокую гладкость формы и позволяют формировать кривизну, близкую к линейной. Особенно эффективным оказывается симметричное размещение точек вдоль касательных и радиальных направлений. Исследования показывают, что оптимизированные кривые низких степеней дают кривизну, близкую к требуемой для переходных участков. Для скоростных дорог, где требуется более высокая плавность, применяются кривые пятой степени, обеспечивающие непрерывность положения, касательной и кривизны. Дополнительным преимуществом является то, что такие кривые позволяют гибко адаптировать форму траектории под конкретные условия местности, не нарушая требований к плавности и безопасности.

Моделирование демонстрирует снижение резких скачков изменения кривизны по сравнению с упрощёнными спиральными переходами, а также улучшение характеристик бокового ускорения. В сочетании с продольным профилем и поперечным уклоном такие кривые позволяют уменьшить нарушения требований по видимости и повысить устойчивость автомобиля на высоких скоростях. Численные эксперименты также показывают уменьшение износа шин и снижение риска опрокидывания при движении по трассам, спроектированным с использованием кривых Безье. Кроме того, плавность изменения геометрических параметров положительно влияет на восприятие дороги водителем, снижая утомляемость и повышая предсказуемость траектории.

Практический опыт подтверждает, что кривые Безье удобны в инженерной работе благодаря вычислительной эффективности и гибкости формы [2]. Они легко адаптируются к участкам с переменным радиусом, применяются при реконструкции трасс по данным лазерного сканирования и позволяют заметно ускорить процесс проектирования. Основные сложности связаны с контролем длины и возможными осцилляциями при использовании кривых высокой степени, однако эти проблемы решаются перенормировкой по длине дуги и увеличением степени кривой. В ряде проектов отмечается, что использование кривых Безье облегчает согласование горизонтальной и вертикальной геометрии, что особенно важно в сложных рельефных условиях.

Реальные проекты, включая исследования на горных дорогах Турции, показывают, что применение кубических кривых Безье значительно сокращает время проектирования, при этом показатели безопасности и комфорта остаются сопоставимыми с клотоидными переходами [3]. Современные сравнительные испытания подтверждают, что по эксплуатационным характеристикам такие кривые не уступают традиционным решениям, а по скорости разработки превосходят их. В условиях растущей сложности транспортных систем и необходимости ускорения проектных циклов такие преимущества становятся особенно значимыми.

Таким образом, кривые Безье можно рассматривать как перспективный инструмент для проектирования переходных участков дорог. Они сочетают простоту реализации, высокую гладкость и гибкость формы. Дальнейшие исследования направлены на применение методов искусственного интеллекта для автоматического подбора контрольных точек, интеграцию с системами автономного вождения и разработку гибридных моделей, объединяющих преимущества клотоид и параметрических кривых. Всё это позволяет рассматривать кривые Безье как потенциальный будущий стандарт в мировой практике дорожного проектирования.

Литература:

1. Сазанчук, Э. П. Применение кривых при разработке компьютерных игр / Э. П. Сазанчук ; науч. рук. С. В. Чернявская // Транспортные сооружения : материалы 81-й Студенческой научно-технической конференции, апрель-май 2025 / редкол.: С. Е.

- Кравченко (гл. ред.), Л. В. Козловская, А. Ю. Будо [и др.] ; сост. В. А. Ходяков. – Минск : БНТУ, 2025. – С. 612-614.
2. Pomaх. A Primer on Bézier Curves. – 2023. – URL: <https://pomax.github.io/bezierinfo/>
дата обращения: 15.04.2026
 3. Фарин, Дж. Кривые и поверхности Безье / Дж. Фарин ; пер. с англ. — Москва: Мир, 1990. — 304 с.

**Форма регистрации участников
конференции**

ФИО	Сазанчук Эмилия Павловна
Статус	студент 2-го курса кафедры «Автомобильные дороги»
Название учебного заведения	Белорусский национальный технический университет
Страна, Город	Республика Беларусь, г. Минск
E-mail (обязательно)	emilysazanchuk26@mail.ru
Секция конференции	Секция Математические методы в строительстве
Название доклада	Исследование свойств кривых Безье как переходных кривых в дорожном проектировании