

Супер резонанс: резонансные моды высокого порядка приводят к гигантской локализации и усилению поля

И.В.Минин, О.В.Минин

Филиала Института физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН
"Конструкторско-технологический институт прикладной микроэлектроники",
Проспект Лаврентьева, 2/1, Новосибирск, 630090

При изучении акустического суперрассеяния на упругих полостях в середине 1980-х г. впервые, по-видимому, был введен термин «суперрезонанс». С тех пор суперрезонансные явления наблюдались на масштабах от атомных ядер до планет в Солнечной системе, в оптике, механике, фотонике и квантовой физики. В общем случае суперрезонансную структуру в различных областях физики можно определить как систему, в которой резонансные явления превосходят классические пределы – по добротности, ширине резонансного пика или полосе пропускания, радиационному отклику в дальней зоне или длине модального взаимодействия. В настоящем кратком обзоре демонстрируется, что явления суперрезонанса из различных областей физики объединяет общий механизм: узкополосной интенсивный спектральный пик принципиально ограничивается модовым составом - резонансные моды высокого порядка приводят к гигантской локализации и усилению поля. Взаимодействие широкого спектра мод с одной резонансной модой в условиях режима сильной связи, характеризующего суперрезонанс, является фундаментальной концепцией в мезотронике, фотонике и оптики, квантовой физики.

В любой резонансной системе существует четко определенная локализованная пространственная область, где отклик имеет экстремальное пиковое значение. В области физики известны многочисленные исследования различных методов генерации резонансов, где для подчеркивания их особых свойств часто используется термин «суперрезонанс».

Поскольку развитие физики и технологий разных направлений происходит все более интенсивно, даже наиболее свежие обзорные работы быстро устаревают. В тоже время очевидно, что нет реальной возможности представить в одной статье обзор всей совокупности опубликованных материалов на эту тему. Авторы настоящей работы и не ставили перед собой такой нереалистичной задачи. По этой причине мы решили сконцентрироваться на некоторых последних достижениях в области «суперрезонансов», которые наиболее близки к нашим собственным исследованиям, ограничившись только основными, наиболее интересными с нашей точки зрения, результатами. И мы старались основное внимание уделить физике обсуждаемых явлений, не перегружая работу формулами.

Термин «резонанс» происходит от латинского слова «resono» - эхо, отклик. Впервые явление резонанса, по-видимому, было описано Галилеем в 1602 г. [1]. Концепция резонанса стала настолько важной, что еще в 1913 году Нобелевский комитет рассматривал возможность присуждения премии по физике за единственное применение механического резонанса [2]. Хотя, как отмечалось в историческом обзоре по механическому резонансу, немногие научные идеи сопоставимой важности получили такое относительно медленное и запуганное признание [3].

Термин «суперрезонанс» был впервые введен, по-видимому, и использовался при изучении акустического суперрассеяния на упругих полостях [4], включая систему идентичных точно разнесённых пузырьков в воде [5]. Эффект суперрезонанса также наблюдался и при рассеянии акустической волны на мезомасштабной упругой сфере в воде [6,7].

В области механики, нелинейные искажения колебаний упругой балки с закрывающейся трещиной на сверхгармонических и субгармонических резонансах позволяют определять наличие трещины [8]. Суперрезонансные упругие подповерхности в механике сплошных сред, использующие пространственно сходящиеся энергетические пути, были рассмотрены в [9]. Такая топология поддерживает противофазный модальный отклик в диапазоне частот, значительно превышающем классическую полосу пропускания резонанса. Условие суперрезонанса, при котором противофазный отклик моды сохраняется далеко за пределами её классической полосы пропускания, имеет вид: $\phi_{\text{super}}(\omega) \approx -\pi, \forall \omega \in [\omega_{\text{low}}, \omega_{\text{high}}]; (\omega_{\text{high}} - \omega_{\text{low}}) \gg \Delta\omega_{\text{conv}}$.

Суперрезонанс наблюдается и на «космических» масштабах. В Солнечной системе наблюдаются, например, внутренние резонансы, когда целочисленное соотношение между периодами обращения T_1 и T_2 некоторых двух небесных тел равно отношению целых чисел [10]. Этот эффект был замечен Лапласом при анализе периодов обращения Юпитера и Сатурна [11,12]. Наблюдается такой эффект и в механических маятниках – их описал еще Бернулли в 1774 г. при изучении колебаний двойного математического маятника [13]. Существует суперрезонанс и при устойчивости движения Плутона (период циркуляции равен периодам либрации) при учете влияния планет-гигантов [14], усиления звуковой волны при отражении от вращающейся вихревой черной дыры (аналог сверхизлучения в физике черных дыр) [15-17], в том числе во вращающихся мезоразмерных частицах [18]. Такие необычные астрофизические вспышки, как гамма- и радио- всплески, скорее всего вызваны острым резонансом гравитации и света, возникающего при совпадении частоты внешнего воздействия (приливных сил при слиянии нейтронных звезд) с собственной частотой колебаний звезды, позволяет установить пределы связи между гравитацией и светом [19].

Суперрезонанс характерен и для квантовых [20] систем, при котором происходит, например, синхронное колебание протонов относительно нейтронов в ядре [21,22].

В фотонике возможность генерации суперрезонанса магнитного диполя на оптических частотах в кремниевой наночастице радиусом 75 нм с оболочкой, пропитанной активным материалом (внешний радиус двуслойной частицы составлял 120 нм) продемонстрирована в [23]. Полученный отклик на несколько был порядков сильнее, чем отклик, генерируемый чистыми кремниевыми наночастицами.

Термин «суперрезонанс» [24] используется и для описания связанных состояний в континууме с крайне малой радиационной шириной [25]. Так, гибридизация магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий может приводить к формированию связанных состояний интерференционного типа в спектре излучения вытекающих поверхностных магнитных поляронов. В окрестности таких «темных» состояний в рамках бездиссипативного приближения их радиационная ширина может быть сколь угодно малой (т.н. «суперрезонанс»), подавляются эффекты нулевого рассеяния падающей волны. Оптический «суперрезонанс» наблюдался также при сильном усилении плазмонного поля [26], в связанных состояниях в континууме в субволновых диэлектрических резонаторах с высоким показателем преломления [27]. В [28] было обнаружено, что критическое сужение резонансных пиков наблюдается, когда их собственные частоты приближаются к краю континуума. Сочетание двух связанных мод позволяет также наблюдать так называемое явление сверхрассеяния [29].

Суперрезонансные моды наблюдаются и в системе с РТ-симметрией для связанных метаатомов [30]. В точке, где собственные моды сливаются, хотя кривая пропускания широкая, можно наблюдать очень высокий коэффициент добротности локализованного поля.

В [31] была предложена оригинальная конфигурация когерентного поглотителя, в которой интерферирующие поля, названные «суперрезонансными», сами по себе являются резонансными модами системы связанных резонаторов (рис.1). Продemonстрировано, что

гибридные структуры — резонатор Фабри-Перо, вложенный в кольцо, — приводят к расщеплению собственных мод (ярких и темных). Темная «сверхрезонансная» мода характеризуется эффективным масштабированием длины взаимодействия L_{eff} как произведения $L_{\text{eff}} \approx F_{\text{ring}} \times F_{\text{FP}} \ell$ обеих добротностей, значительно превосходящей возможности классических резонаторов.

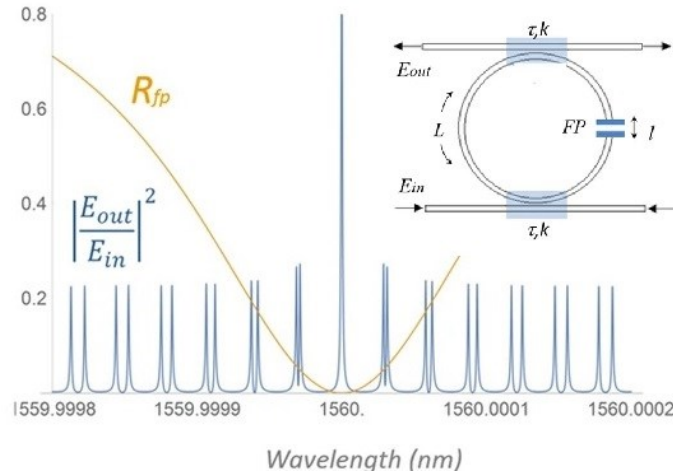


Рисунок 1. Формирование суперрезонансных мод в резонаторе. Адаптировано из [31].

В оптике суперрезонансная металинза, основанная на эффекте суперрезонанса [4] и реализованная в виде плотной решетки дипольных рассеивателей [32], обладает пространственно-временными дисперсионными свойствами, что позволяет кодировать пространственные детали рассматриваемого объекта в субволновом масштабе во временной области. Дальнепольная однокурсная визуализация обеспечивает разрешение ниже дифракционного предела: $\delta_{SR} \sim \lambda/(Q \text{ NA}) \ll \lambda/\text{NA}$.

В [33] было продемонстрировано новое резонансное явление, возникающее в рассеянном ближнем поле диэлектрических Янус-частиц. Использование Янус-частиц, которые характеризуются удалением сегмента сферы или цилиндра, может способствовать увеличению коэффициента качества и увеличению электрических и магнитных компонент интенсивности вблизи поверхности удаленного элемента частицы. Такая простая конфигурация частиц приводит к ряду новых эффектов. Усечение частиц позволяет простым и элегантным способом генерировать волны шепчущей галереи, усилить локальные электрические и магнитные поля в ближнем поле. Более того, усиление интенсивности магнитного поля увеличивается в несколько сотен раз, в то время как усиление электрического поля уменьшается в несколько раз. На плоской поверхности усеченной части сферы генерируется система горячих точек с размерами, значительно меньшими, чем длина волны.

В целом, суперрезонансную структуру можно определить как физическую систему, в которой реализуются резонансные явления, превосходящие классические пределы по одному или нескольким параметрам — по добротности, пространственной/спектральной плотности, полосе пропускания, радиационному отклику в дальней зоне или длине модального взаимодействия в различных областях физики.

Мезоразмерные диэлектрические сферы могут поддерживать моды с высоким коэффициентом качества и иметь широкие последствия для применения суперрезонансного эффекта. Суперрезонанс наблюдался как для монолитной, так и полый (концепция «резонатор в резонаторе») микросфер, соответственно [34-36]. В оптическом и ТГц диапазонах суперрезонанс связан с резонансами Фано высокого порядка, связанными с внутренними модами Ми [34]. Он возникает в слабодиссипативных мезоразмерных диэлектрических сферах при определенных значениях параметра размера Ми частицы ($q = 2\pi a/\lambda$, где a — радиус частицы, λ — длина волны освещающего излучения) и её

показателя преломления. Заметим, что эффект суперрезонанса существует в сферических частицах, но отсутствует в цилиндрических. В частности, в [37] показано, что диэлектрических цилиндрических резонаторах нет «суперрезонаторных мод», добротность которых превышала бы добротность аналогичных мод в диэлектрических сферах того же объема.

В общем случае при рассеянии на сферической диэлектрической частице имеется много мультипольных порядков, определяемых параметром размера частицы и ее показателем преломления. Каждый мультиполь характеризуется своим резонансным значением показателя преломления, т.е. резонансной частотой. Поэтому становится возможным возбуждать отдельные собственные моды за счет правильного выбора параметра размера M_i сферы и ее показателя преломления. Существенно, что резонансы в диэлектрических сферах не фиксированы. Меняя параметр размера M_i частицы и параметры внешнего окружения, спектральное положение и интенсивность резонансов можно контролируемо изменять. Суперрезонанс наблюдается не только в слабодиссипативных мезоразмерных сферах из материала со "средним" (около 1.5) и высоким (более 2) показателем преломления, но и с низким (около 1.3).

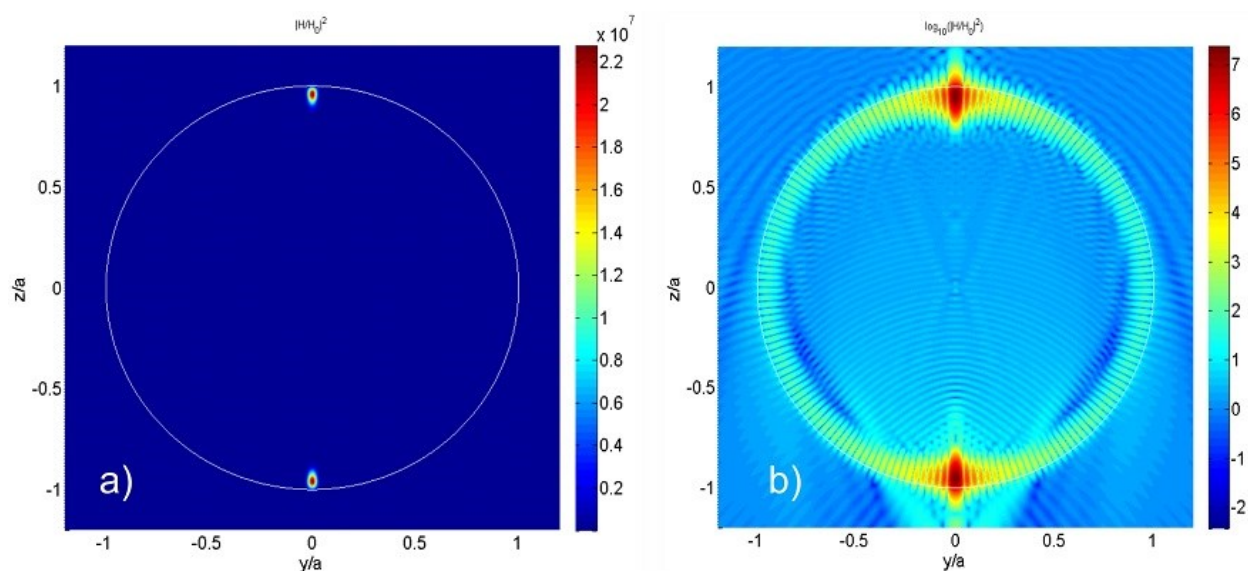


Рисунок 2. Распределение интенсивности магнитного поля в капле воды в условиях суперрезонанса. Линейная (а) и логарифмическая (б) шкала [36].

Так, для капли воды с параметром размера $q = 70.60$ (что на длине волны около $\lambda = 534$ нм соответствует диаметру сферы около 12 микрон с показателем преломления $n=1.33$) обеспечивается добротность порядка $Q \sim 6 \cdot 10^8$, а резонансная мода имеет экстремально высокий номер $l = 86$ (рис.2). При этом возможна генерация электрического и магнитного полей с интенсивностями в полюсах сферы около 10^6 и 10^7 , соответственно [38]. Такие экстремально высокие значения интенсивностей полей и добротности обусловлены тем, что при достижении условия суперрезонанса, остается только одна резонансная мода [34]. Структура МШГ внутри частицы не пропадает, за исключением одного нюанса – при одной резонансной моде с большой амплитудой, существенно превышающей амплитуду других парциальных коэффициентов, в окрестности полюсов сферической частицы формируются «горячие точки» с экстремальным значением интенсивностей поля. При этом интенсивность МШГ внутри частицы на несколько порядков меньше (Рис.3).

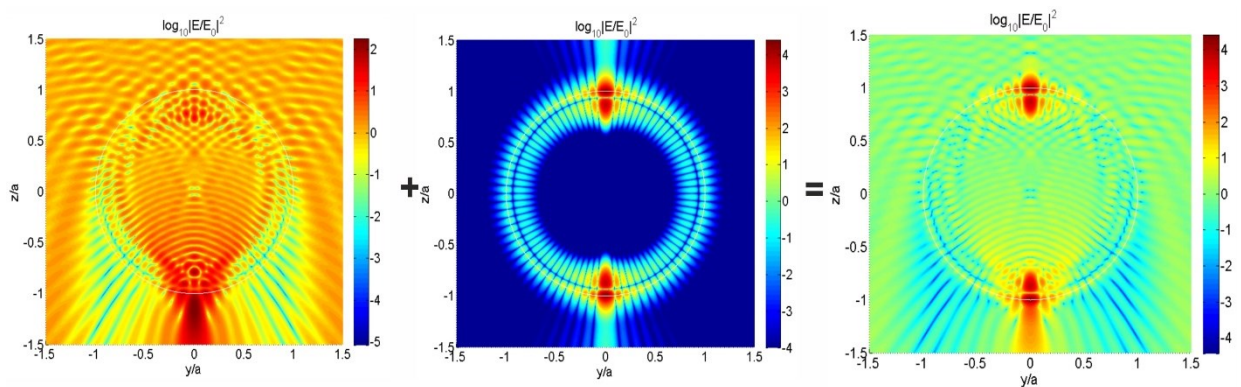


Рисунок 3. Распределение интенсивности электрического поля для сферы с показателем преломления 1.5 и параметром размера $q=30.82423$ в логарифмическом масштабе. Слева структура поля без резонансной моды, в середине – только одна резонансная мода $TE_{40,1}$ и справа - все моды

Из рис. 3 следует, что единственная резонансная мода (в данном случае $TE_{40,1}$) имеет максимальную амплитуду на несколько порядков (на 2-3) большую, чем когерентная сумма всех остальных мод. Резонансная мода имеет структуру в виде узких колец с относительно высокой интенсивностью вблизи поверхности сферы, но амплитуда в них на несколько порядков меньше, чем вблизи полюсов. Распределение поля в сфере в основном определяется этой модой, вне зависимости от фаз остальных мод. Соответственно и деструктивная интерференция описывается интерференцией излучения объемных и поверхностных токов одной резонансной моды. В окрестности "горячих точек" структура поля определяется в основном резонансной модой, распределение интенсивности которой имеет симметричный вид, остальные моды малого порядка ответственны за асимметрию распределения поля в их окрестности. Примечательно, что не только статические, но и динамические резонансы Фано высокого порядка наблюдались впервые в микрокаплях замерзающей воды [39], вызванные образованием структуры типа «ядро-оболочка» в процессе замерзания.

Подробный анализ амплитуд парциальных коэффициентов (коэффициентов рассеяния) M_i (c_n , d_n) при суперрезонансе [34,36,40,41], как уже указывалось, свидетельствует, что основным фактором, ответственным за это явление, является сильное рассеяние одиночной моды высокого порядка во внутреннем электрическом или магнитном поле частицы. При резонансе (TE или TM) модуль соответствующего парциального коэффициента (c_n или d_n) резко возрастает. На рисунке 4 для сферы из боросиликатного стекла показаны значения амплитуд коэффициентов компонент электромагнитного поля $|{}^e A_n|$ и $|{}^m A_n|$ в условиях суперрезонанса, пропорциональных коэффициентам M_i c_n и d_n :

$${}^e A_n = i^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} c_n, \quad {}^m A_n = i^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} d_n.$$

Такое распределение характерно для Фано резонанса – взаимодействие отдельной высокоинтенсивной моды со всеми остальными внутренними низкоинтенсивными модами. Из этих данных следует, что амплитуда только одной моды, соответствующая номеру $N=48$, существенно (около 100 раз) превалирует над другими модами.

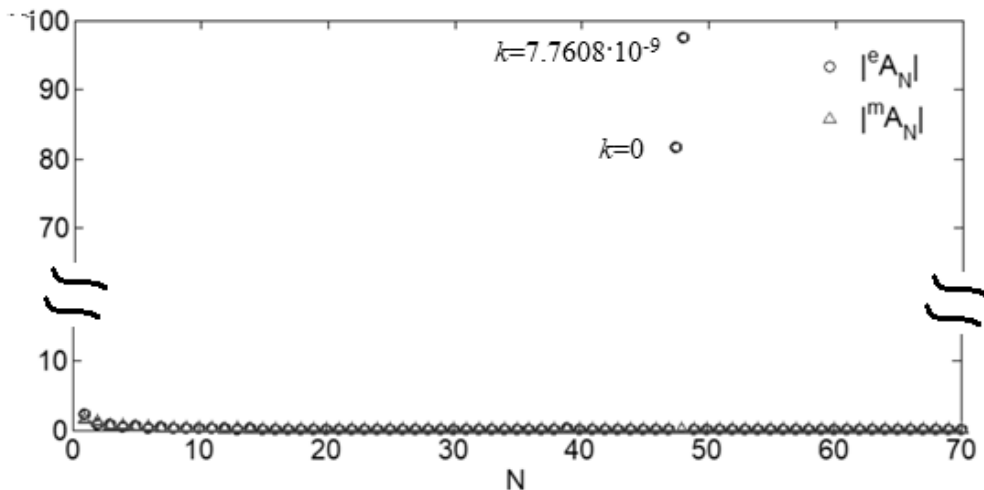


Рисунок 4. Зависимость амплитуды внутренних коэффициентов рассеяния M_l от номера моды.

Обычно управление резонансными свойствами таких мезомасштабных диэлектрических сфер существенно ограничено всего двумя параметрами: размером сферы (параметром размера M_l q) и контрастом показателя преломления материала сферы и среды. Но сферический резонатор не может иметь бесконечную добротность (Q-фактор) из-за поглощения и нарушения полного внутреннего отражения на искривленной поверхности. В тоже время, полуширина резонансной кривой определяет среднее время удержания электромагнитной энергии в резонаторе и характеризует собственную моду сферической частицы. Кроме указанных параметров, дополнительно в [42] рассмотрено влияние точности параметра размера q для мезоразмерной не диссипативной частицы на степень локализации поля. Было, по-видимому, впервые продемонстрировано, что при изменении точности параметра размера, пиковое значение функции распределения E^2 внутри частицы меняется на несколько порядков. Так, при резонансе функция распределения интенсивности поля E^2 для микросферы с $q \sim 40$ и $n=1.47$, $k=10^{-16}$ достигает значений порядка 10^6 вблизи поверхности сферы в направлениях рассеяния назад и вперед. Однако поведение интенсивности магнитного поля и связь с модовым составом не объяснялись.

Дальнейшие исследования показали, что значения как E^2_{\max} , так и H^2_{\max} уменьшаются с ростом порядка резонанса l для фиксированного номера моды (Рис.5).

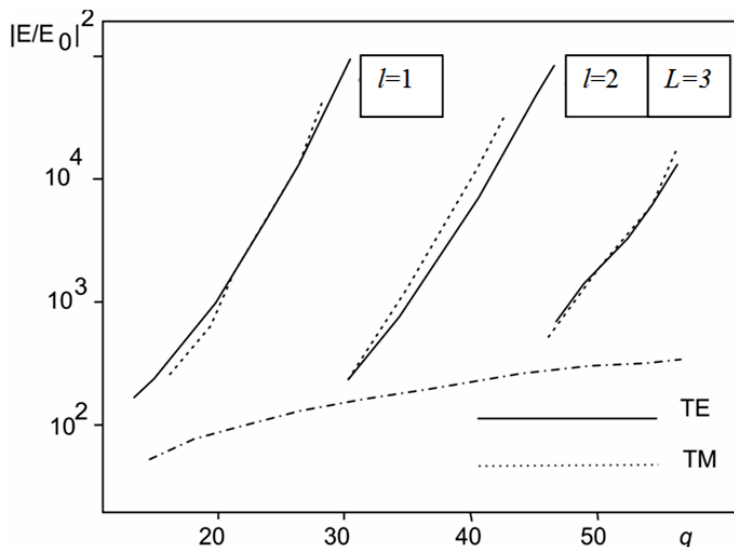


Рисунок 5. Максимальная нормированная интенсивность внутреннего поля E_{\max}^2 как функции параметра размера частицы q с $n=1,5$ (окружающая среда – воздух). Сверху кривых показаны порядки возбужденных резонансов, штрих-пунктирная кривая показывает интенсивность нерезонансного поля

Заметим, что генерация резонансов Фано высокого порядка (высокодобротных мод Ми) в мезоразмерных диэлектрических сферах накладывает дополнительные требования к ее материалу и его однородности, точности изготовления поверхности, и чувствительности к параметрам окружающей среды [43]. Высокая чувствительность высокодобротных мод Ми к изменениям показателя преломления окружающей среды [43] приводит к высокой чувствительности и экстремальным значениям показателя качества, что открывает их потенциал для приложений измерения показателя преломления среды [43].

Более того, введение малой диссипации в материале сферы может привести как к резкому падению интенсивности рассеянного поля (диссипация уровня $\approx 10^{-5}$ приводит к подавлению максимальных значений интенсивности поля на два порядка, а при $\approx 10^{-3}$ эти резонансы практически исчезают) [34], так и к увеличению (что удивительно) степени его локализации (примерно в два раза) [41,44]. Поэтому поиск материалов с малой диссипацией в оптическом диапазоне является важной задачей. Объяснение этого эффекта заключается в необычном поведении соответствующего коэффициента Ми резонансной моды и сложным вихревым течением вектора Пойтинга [45].

Более того, высококачественные оптические резонансы Фано, существующие в сферической диэлектрической микросфере в пространственных конфигурациях мод типа «шепчущей галереи» («суперрезонанс»), обладают чрезвычайной чувствительностью не только к размеру и форме микросферы, но и к оптическим свойствам материала частицы [46]. Так, увеличение мощности светового излучения, связанного с модами типа «шепчущей галереи», может привести к проявлению сильной оптической нелинейности материала резонатора за счет кубической нелинейности (оптический эффект Керра) и генерации плазмы свободных электронов в определенных областях сферической микрополости. В определенном диапазоне интенсивности падающей волны конкуренция оптических нелинейностей Керра и плазмы может остановить и даже обратить вспять стоковский сдвиг суперрезонанса, наблюдаемого в чистой среде Керра. Кроме того, оптическая ионизация и генерация плазмы внутри модового объема значительно снижают силу магнитного суперрезонанса и приводят к его подавлению и расщеплению частот. Чтобы получить более полное представление по этим вопросам, можно обратиться к монографии [47].

Резонансы обычно связаны с резонансными модами и играют фундаментальную роль в управлении излучением и распространением волн. Примечательно, что они сопровождаются значительным усилением поля, усиливая взаимодействие между волнами и веществом и приводят к различным, зачастую неочевидным, приложениям. Все эти примеры объединяет общий механизм классического резонансного поведения: наличие узкополосного интенсивного спектрального пика, который принципиально ограничивается модовым составом - резонансные моды высокого порядка приводят к гигантской локализации и усилению поля. Интерференция резонансных мод возникает, когда единственный доминирующий резонанс взаимодействует с другими близлежащими модами в системе, что приводит, в частности, к асимметричной форме резонансной кривой (Фано линия) и перераспределению энергии. Хотя резонансные моды, как правило ортогональны, такая интерференция происходит, когда их частоты близки [48]. В целом, взаимодействие широкого спектра мод с одной резонансной модой является фундаментальной концепцией в мезотронике, акустике, фотонике и оптике, квантовой физики, характеризующееся режимом сильной связи. Такое взаимодействие выходит за рамки простой одномодовой двухуровневой модели Джайнса-Каммингса [49]. Например, эффект сверхизлучения [50], который можно рассматривать как один из видов

суперрезонанса [51], обусловлен коллективным эффектом, при котором излучение усиливается за счет когерентности множества излучателей, рассмотрен в [52]. Этот эффект позволяет создавать лазеры с крайне малой шириной резонансной линии [53], а также используется для объяснения излучения Хокинга от черных дыр [54]. В частности, импульсное сверхизлучение, испускаемое быстрее, чем происходит распад отдельного азотно-вакансионного центра, наблюдалось в [55].

Таким образом, понятие суперрезонанса охватывает несколько физических явлений в разных областях, каждое из которых имеет свои особенности и потенциальные применения.

Основные области применения суперрезонанса:

- Экстремальная фотоника - для генерации сверхсильных магнитных и электрических полей), сравнимых с магнитными полями в нейтронных звездах.
- субволновая локализации поля, превышающая дифракционный предел;
- формирование оптических вихрей внутри частицы;
- Усиление комбинационного рассеяния - для изучения свойств материалов и молекул.
- Сенсоры и нелинейная оптика - для создания чувствительных датчиков и устройств, работающих на принципах нелинейной оптики.
- Манипулирование наночастицами и создание управляемых резонаторов.
- Исследование свойств веществ в интенсивных магнитных полях.
- Борьба с вирусами. В контексте медицины и биофотоники - для воздействия на вирусные образования.
- Формирование квантовых точек.
- Акустические и ТГц применения.

Таким образом, явление суперрезонанса открывает новые возможности для создания передовых технологий в области оптики, фотоники и материаловедения, но требует дальнейшего изучения и оптимизации параметров для практического применения.

Список литературы

1. Frova, A. and Marenzana, M. 2006, Thus spoke Galileo: the great scientist's ideas and their relevance to the present day, Oxford University Press, 493 p.
2. Bleck-Neuhaus, J. Mechanical resonance: 300 years from discovery to the full understanding of its importance. DOI [10.13140/RG.2.2.27016.88329](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.27016.88329). (2018).
3. Buchanan, M. Going into resonance. *Nat. Phys.* **15**, 203 (2019).
<https://doi.org/10.1038/s41567-019-0458-z>
4. I. Tolstoy, Superresonant systems of scatterers. i, *The Journal of the Acoustical Society of America* **80**, 282 (1986).
5. I. Tolstoy, "Properties of superresonant systems of spherical scatterers," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, **12**(2), 327-332 (1987). doi: 10.1109/JOE.1987.1145264.
6. I.V Minin and O. V. Minin. Extreme effects in field localization of acoustic wave: super-resonances in dielectric mesoscale sphere immersed in water. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* **516**, 012042 (2019).
7. C. Michavila, I. V. Minin, O. V. Minin, A. Uris. Super-resonances in a dielectric mesoscale sphere immersed in water: effects in extreme field localization of acoustic wave. *Proc. Mtgs. Acoust.* **38**, 070001 (2019)
8. Bovsunovskii, A.P., Surace, C. & Bovsunovskii, O.A. The effect of damping and force application point on the non-linear dynamic behavior of a cracked beam at sub-and superresonance vibrations. *Strength Mater* **38**, 492–497 (2006).
<https://doi.org/10.1007/s11223-006-0068-8>
9. A. R. Harris, A. Kianfar, D. Roca, D. Yago, C. Brehm and M. I. Hussein. Super-resonance: Breaking the bandwidth limit of resonant modes and its application to flow control. *Phys. Rev. X* (2026). DOI [10.1103/766t-tqsy](https://doi.org/10.1103/766t-tqsy)

10. Williams, James G.; Benson, G. S. (1971). "Resonances in the Neptune-Pluto System". *Astronomical Journal*. **76**: 167. doi:[10.1086/111100](https://doi.org/10.1086/111100)
11. Barnes, R. "Laplace Resonance". In *Gargaud, M. (ed.). Encyclopedia of Astrobiology. Springer Science+Business Media. pp. 905–906* (2011). doi:[10.1007/978-3-642-11274-4_864](https://doi.org/10.1007/978-3-642-11274-4_864)
12. F. Paita , A. Celletti , and G. Pucacco. Element history of the Laplace resonance: a dynamical approach. *Astronomy Astrophysics* 617, A35 (2018) <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201832856>
13. Smirnov, A. S. and Smolnikov, B. A. 2020, "Double pendulum research history", *History of Science and Engineering*, no. 12, pp. 3-12.
14. X.-S. Wan, T.-Y. Huang, K. A. Innanen. The 1:1 superresonance in Pluto's motion. *The Astronomical Journal*, 121, 1155-1162 (2001)
15. R. Kobes. Superresonance effect and energy flow in acoustic black holes. *Canadian Journal of Physics* 84(6-7) (2006)
16. S. Basak and P. Majumdar. 'Superresonance' from a rotating acoustic black hole. *Class. Quantum Grav.* 20, 3907 (2003).
17. M. A. Anacleto, F. A. Brito, and E. Passos. Noncommutative analogue Aharonov-Bohm effect and superresonance. *Phys. Rev. D* 87, 125015 (2013). DOI [10.1103/PhysRevD.87.125015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.125015)
18. H. Tang, Z. Shi, Y. Zhzng, R. Li, B. We, S. Gong, I. V. Minin, O. V. Minin. Unusual Optical Phenomena Inside and Near a Rotating Sphere: the Photonic Hook and Resonance. *Optics Express* 32, 7, 12950 (2024)
19. J. I. McDonald and S. A. R. Ellis. Resonant Conversion of Gravitational Waves in Neutron Star Magnetospheres. *Phys. Rev. D* **110**, 103003 (2024)
20. O. Gat, M. Lein and S. Teufel. Resonance phenomena in the interaction of a many-photon wave packet and a qubit. *J. Phys. A: Math. Theor.* 46, 315301 (2013)
21. Б.С. Ишханов, Н.П. Юдин. Гигантские резонансы в атомных ядрах. *Физика элементарных частиц и атомного ядра*, 31(2), 313-349 (2000).
22. P. F. Bortignon, A. Bracco, R. A. Broglia: *Giant Resonances, Contemporary Concepts in Physics*, CRC Press, 1998
23. I. Liberal, I. Ederra, R. Gonzalo, and R. W. Ziolkowski, "Magnetic dipole super-resonances and their impact on mechanical forces at optical frequencies," *Opt. Express* 22, 8640-8653 (2014)
24. Рыбин М.В., Лимонов М.Ф. Резонансные эффекты в фотонных кристаллах и метаматериалах // *УФН*, 189, 8, 881–892 (2019).
25. Ю. В. Гуляев, О. С. Сухорукова, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров. "Суперрезонансные" состояния в спектре вытекающих поверхностных магнотонных поляронов. *Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки*, 2022, Т. 505, № 1, стр. 10-15. DOI: [10.31857/S2686740022040034](https://doi.org/10.31857/S2686740022040034)
26. J. A. Gordon and R. W. Ziolkowski, The design and simulated performance of a coated nano-particle laser, *Optics Express* 15, 2622 (2007).
27. M. V. Rybin, K. L. Koshelev, Z. F. Sadrieva, K. B. Samusev, A. A. Bogdanov, M. F. Limonov, and Y. S. Kivshar, High-q supercavity modes in subwavelength dielectric resonators, *Physical review letters* 119, 243901 (2017).
28. I. Lukosiunas, L. Grineviciute, J. Nikitina, D. Gailevicius, and K. Staliunas. Extremely Narrow, Sharp-Peaked Resonances at the Edge of the Continuum. *Phys. Rev. A* 107, L061501 (2023).
29. Rybin, M.V., Kivshar, Y. Metaphotonics with subwavelength dielectric resonators. *npj Nanophoton.* 1, 43 (2024). <https://doi.org/10.1038/s44310-024-00041-6>
30. J.-Q. Yuan, B. Zhao, L.-S. Sun, L.-T. Wu, T.-J. Guo, M. Kang, and J. Chen, "Optical super-resonance in a customized $P T$ -symmetric system of hybrid interaction," *Opt. Express* 29, 24663-24673 (2021)

31. P. Malara, C. E. Campanella, A. Giorgini, S. Avino, P. De Natale & G. Gagliardi. Super-Resonant Intracavity Coherent Absorption. *Scientific Reports* 6, 28947 (2016). DOI: [10.1038/srep28947](https://doi.org/10.1038/srep28947)
32. L. Li, F. Li, and T. J. Cui, "Feasibility of resonant metalens for the subwavelength imaging using a single sensor in the far field," *Opt. Express* 22, 18688-18697 (2014). DOI [10.1364/OE.22.018688](https://doi.org/10.1364/OE.22.018688)
33. Minin I.V., Minin O.V., Cao Y.H., Yan B., Wan B., B. Luk'yanchuk. Photonic lenses with whispering gallery waves at Janus particles. *Opto-Electron. Sci.* 1, 210008 (2022). DOI: [10.29026/oes.2022.210008](https://doi.org/10.29026/oes.2022.210008)
34. Z.Wan, B. Luk'yanchuk, L. Yue, B. Yan, J. Monks, R. Dhama, O. V. Minin, I. V. Minin, S. Huang, and A. A. Fedyanin, High order Fano resonances and giant magnetic fields in dielectric microspheres, *Scientific Reports* 9, 20293 (2019).
35. O. V. Minin, S. Zhou, and I. V. Minin. Optical super-resonances in mesoscale dielectric cenosphere: giant magnetic field generations. *Annalen der physik*, 535(12), 2300337 (2023)
36. I. V. Minin and O. V. Minin. The Superresonance: The Discovery That Was Not Done More Than One Hundred Years Ago. *Atmospheric and Oceanic Optics 2024, Vol. 37, No. 3, pp. 293–301*
37. V. V. Klimov. On the existence of 'supercavity modes' in sub-wavelength dielectric resonators and their relation to bound states in the continuum. *Physics Uspekhi* 62 (10), 1058 - 1059 (2019).
38. И.В.Минин, О.В.Минин, С.Джоу. Фано резонанс высокого порядка в диэлектрической мезоразмерной сфере из материала с низким показателем преломления. *Письма в ЖЭТФ*, 116(3), 146 – 150 (2022).
39. Minin, I.V., Minin, O.V., Zhou, S., B. Luk'yanchuk. High order Fano resonance in the time domain for a freezing water microdroplet. *Sci Rep* 14, 24118 (2024). <https://doi.org/10.1038/s41598-024-74425-1>
40. O. V. Minin, S. Zhou, and I. V. Minin. Optical super-resonances in mesoscale dielectric cenosphere: giant magnetic field generations. *Annalen der physik*, 535(12), 2300337 (2023)
41. О. В. Минин, И. В. Минин, S. Zhou. Эффект суперрезонанса в микронной сфере из боросиликатного стекла в оптическом диапазоне. *Автометрия* 58(5), 98-104 (2022)
42. P. Chyiek, J. D. Pendleton, and R. G. Pinnick. Internal and near-surface scattered field of a spherical particle at resonant conditions // *Appl Opt* 24(23), 3940 (1985).
43. I. V. Minin, O. V. Minin, S. Zhou. Features of the Generation of Extreme Electromagnetic Fields in a Mesoscale Dielectric Sphere with Regard to the Environment. *Tech. Phys. Lett.* 48(18), 41–44 (2022).
44. Yue, L, Wan, Z, Yan, B, Monks, J, Joya, Y, Dhama, R, Minin, O.V. and Minin, I.V. Super-Enhancement Focusing of Teflon Spheres // *Ann. Phys. (Berlin)* 2020. **532**, N 10. P.2000373.
45. Yue, L, Yan, B, Monks, J, Dhama, R, Jiang, C, Minin, O.V., Minin, I.V. & Wan, Z. Full three-dimensional Poynting vector flow analysis of great field-intensity enhancement in specifically sized spherical-particles // *Sci. Rep.* 2019. **9**, P.20224.
46. Y.E. Geints, I.V. Minin, O.V. Minin. Magnetic whispering-gallery super-resonance. *Optics Communications* 554, 130149 (2024)
47. Минин И.В., Минин О.В. Мезотроника: открытия, которые не были сделаны более 100 лет назад. Новосибирск, СГУГиТ, 2025. 186 с. ISBN 978-5-907998-27-8
48. T. Lee, H.-S. Kwon, X. Li, Z. Yu, T. Kimura, Y. Tadokoro, and H. Iizuka. Surface acoustic wave direction sensing enabled by resonant mode interference in a single micropillar resonator. *Phys. Rev. B* 111, 174101 (2025).

49. J. Larson, T. Mavrogordatos, S. Parkins, and A. Vidiella-Barranco, "The Jaynes–Cummings model: 60 years and still counting," *J. Opt. Soc. Am. B* 41, JCM1-JCM4 (2024)
50. L. Jordao, S. Chattaraj, Q. Huang, S. Lu, J. Zhang, A. Madhukar. Single photon superradiance enhanced light-matter interaction in spatially ordered shape and volume controlled single quantum dots: enabling on-chip photonic networks. *Nanophotonics*. 14(19), 3157-3168 (2025). doi: 10.1515/nanoph-2025-0270.
51. A. Vaskin, J. Bohn, K. E. Chong, T. Bucher, M. Zilk, D.-Y. Choi, D. N. Neshev, Y. S. Kivshar, T. Pertsch, and I. Staude. Directional and Spectral Shaping of Light Emission with Mie-Resonant Silicon Nanoantenna Arrays. *ACS Photonics* 2018, 5, 4, 1359–1364
52. Dicke, R. H. Coherence in spontaneous radiation processes. *Phys. Rev.* 93, 99–110 (1954).
53. Meiser, D., Ye, J., Carlson, D. R. & Holland, M. J. Prospects for a millihertz-linewidth laser. *Phys. Rev. Lett.* 102, 163601 (2009).
54. Thorne, K. S. *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy* 430–435 (Norton, New York, NY, 1994).
55. Angerer, A., Streltsov, K., Astner, T. *et al.* Superradiant emission from colour centres in diamond. *Nature Phys* 14, 1168–1172 (2018). <https://doi.org/10.1038/s41567-018-0269-7>