

# Как движется броуновская частица при отсутствии измерений?

Е. Б. Рудный, 2026, evgenii@rudnyi.site

Препринт, PREPRINTS.RU.

**Аннотация.** Теория броуновского движения была первой теорией физики, в которой физическая величина (коэффициент диффузии) оказалась связанной с моментом случайной величины (средним квадратом смещения броуновской частицы). В результате экспериментально измеряемое положение броуновской частицы должно считаться испытанием случайной величины, а выборка таких измерений позволяет провести оценку физической величины, связанной с моментом случайной величины. Это обстоятельство обсуждено в рамках двух критериев измерения из книги Баса ван Фраассена - определенность значения и достоверность измерения. Второй критерий следует модифицировать по сравнению с проведением обычных измерений, и на этом пути возникает аналогия с рассмотрением ван Фраассена проблемы координации реальных измерений на основе квантовой механики. Также в статье обсуждаются возможные позиции о связи случайной величины в теории физики и мира. Представлена позиция Эйнштейна о вероятности как признака неполной теории физики, а также более гибкая позиция В. В. Налимова об использовании теории вероятности на практике.

**Ключевые слова:** броуновское движение, уравнение Ланжевена, Эйнштейн о теории физики, критерии измерения, случайная величина, стохастическая теория физики

## Содержание

Введение.....	1
Стохастическое уравнение Ланжевена.....	2
Движение броуновской частицы глазами математика.....	5
Движение броуновской частицы глазами физика.....	6
Альберт Эйнштейн: Вероятность есть признак неполной теории.....	8
Случайная величина и мир.....	9
Случайная величина и квантовая механика.....	11
Список литературы.....	13

## Введение

Экспериментальное изучение броуновского движения показало реальность флуктуаций и тем самым сыграло немалую роль в признании реальности атомов в начале 20-го века [1]. Проводимые эксперименты опирались на теорию броуновского движения, развитие которой началось в работах Мариана Смолуховского и Альберта Эйнштейна и было завершено Полем Ланжевенем. В Википедии [2] есть рисунок траекторий движения броуновских частиц на основе наблюдений Жана Перрена (рис. 1). Прямая линия соединяет измеренные положения броуновской частицы, проводимые каждые 30 секунд. В этом смысле прямую линию следует трактовать не как траекторию движения броуновской частицы, а как связь между предыдущим и последующим измерением положения броуновской частицы.

В предыдущей статье рассматривались взаимоотношения теоретической и экспериментальной физики [3]. Рассмотрение упрощенного стохастического уравнения Ланжевена позволяет расширить это обсуждение на случай использования вероятности и случайных величин в теории физики. Вероятности появились в молекулярно-кинетической теории во второй половине 19-го века, но теория использовалась для объяснения экспериментов на уровне механики сплошных сред, в которых вероятности появлялись исключительно как ошибки воспроизводимости (см. раздел *'Исследовательская программа как*

экстраполяцианизм' в предыдущей статье [3]). Экспериментально измеряемые величины, непосредственно связанные с вероятностями в теории физики, впервые появились в теории броуновского движения.

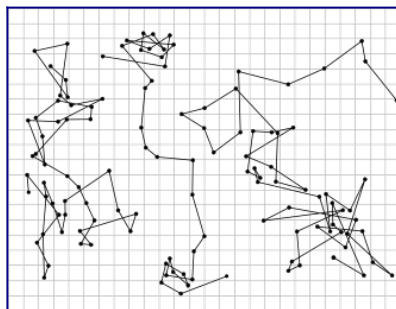


Рис. 1. Воспроизведение рисунка из книги Перрена *Les Atomes*, показывающего движение трёх коллоидальных частиц, наблюдавшееся под микроскопом. Источник: статья [Brownian motion](#) [2] из Википедии.

В статье особое внимание уделено интерпретации измеряемых значений положения броуновской частицы в экспериментальном исследовании. Этот вопрос рассмотрен при использовании двух критериев для характеристики экспериментальных измерений из книги Баса ван Фраассена [4] (определенность значения и достоверность измерения). В теории броуновского движения измерение положения броуновской частицы необходимо рассматривать как испытание случайной величины, и поэтому второй критерий связан с достоверностью определения моментов случайной величины. Проведенные эксперименты с броуновскими частицами показали справедливость теории, и это поднимает вопрос о связи теории физики на основе стохастических уравнений с миром.

Альберт Эйнштейн при разработке теории броуновского движения был убежден в существовании детерминированных уравнений на основе молекулярно-кинетической теории. Ирония судьбы в том, что другие работы Эйнштейна обосновывали необходимость введения квантования энергии. Тем самым они сыграли важную роль в становлении квантовой механики и способствовали доказательству невозможности использования классической механики на микроуровне. Тем не менее, Эйнштейн не изменил своего убеждения, и он по-прежнему считал, что наличие вероятностей в теории физики связано с ее неполнотой.

Радикальная позиция Эйнштейна сыграла положительную роль в дальнейшем развитии квантовой механики, поскольку обсуждение этого вопроса привело к появлению неравенств Белла и новых экспериментов [5]. Тем не менее, в настоящее время требуется более гибкая позиция, и в качестве таковой рассмотрена позиция В. В. Налимова [6] об использовании языка детерминизма и вероятностей при описании мира. Эта позиция связана с прагматизмом: мыслить существование случайной величины в мире практически невозможно, но, с другой стороны, экспериментальные исследования показывают наличие устойчивых стохастических закономерностей.

В конце статьи логика рассмотрения броуновского движения сопоставлена с интерпретацией реальных экспериментов на базе квантовой механики, проведенной ван Фраассеном [4]. Без всякого сомнения между теорией броуновского движения и квантовой механикой есть огромное отличие, но использование критерия достоверности в экспериментах с броуновскими частицами облегчает понимание позиции ван Фраассена при рассмотрении квантовой механики.

## Стохастическое уравнение Ланжевена

Эйнштейн связал средний квадрат проекции смещения броуновской частицы  $x = x_1 - x_0$  на заданную ось (в дальнейшем просто смещение) за время  $t = t_1 - t_0$  с коэффициентом диффузии  $D$  [7]:

$$\langle x^2 \rangle = 2Dt$$

Индекс 0 относится к положению броуновской частицы в начальный момент времени, а 1 - в момент проведения следующего измерения. Коэффициент диффузии связан с постоянной Больцмана  $k_B$ , температурой жидкости  $T$ , в которой находится броуновская частица, радиусом частицы  $r$  и динамической вязкостью жидкости  $\eta$ :

$$D = (k_B T) / (6\pi r \eta)$$

Это позволяет в итоге из среднего квадрата смещения получить постоянную Больцмана.

Уравнение Эйнштейна неявно подразумевает, что смещение броуновской частицы является случайной величиной. Рассмотрение упрощенного уравнения Ланжевена для безынерционного движения броуновской частицы [8] позволяет более детально разобрать это обстоятельство. При движении броуновской частицы есть характерное время релаксации, оно зависит от жидкости и радиуса броуновской частицы, но скажем, что оно меньше одной микросекунды. Для простоты ниже будет считаться, что  $2D=1$ , это всегда можно достигнуть сменой единиц измерения. Поэтому в дальнейших уравнениях присутствует только время без коэффициента диффузии.

При измерении положения броуновской частицы через интервалы времени, гораздо большими чем время релаксации, движение броуновской частицы описывается упрощенным уравнением Ланжевена без использования слагаемого, учитывающего инерцию частицы:

$$dX/dt = \zeta$$

$X$  - это случайная величина, связанная со смещением броуновской частицы, а  $\zeta$  - это случайная сила, действующими на броуновскую частицу в жидкости. Модель случайной силы  $\zeta$  в виде белого шума приводит к хорошему описанию проводимых измерений.

Решением безынерционного уравнения Ланжевена с  $\zeta$  в виде белого шума является винеровский процесс [8]:

$$X(t) = W(t)$$

Он задается следующим распределением вероятности перехода броуновской частицы из состояния 0 в состояние 1:

$$\rho(x_1, t_1; x_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t_1 - t_0)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x_1 - x_0)^2}{t_1 - t_0}\right)$$

Дисперсия этой величины, то есть, средний квадрат смещения, равен  $t = t_1 - t_0$ , и с учетом пропущенного  $2D$  мы получаем описание стохастического процесса, который совпадает с уравнением Эйнштейна для броуновской частицы.

Рисунок 2 показывает изменение распределения вероятности со временем. В момент  $t_0$  положение частицы было равно  $x_0=0$ . Если взять время  $t_1=t_0$ , то распределение вероятности превратится в дельту функцию - частица находилась в  $x_0=0$  при  $t_0$  с вероятностью единица. Через некоторое время распределение броуновской частицы описывается нормальным распределением с дисперсией равной  $t_1 - t_0$ . Таким образом, с течением времени вероятность обнаружения броуновской частицы на более далеких расстояниях от  $x_0$  увеличивается. Если

частица находится в закрытом сосуде, то введение отражающих граничных условий на границе сосуда приводит к тому, что распределение при увеличении времени стремится к равномерному: вероятности обнаружения броуновской частицы в любом месте сосуда становятся одинаковыми.

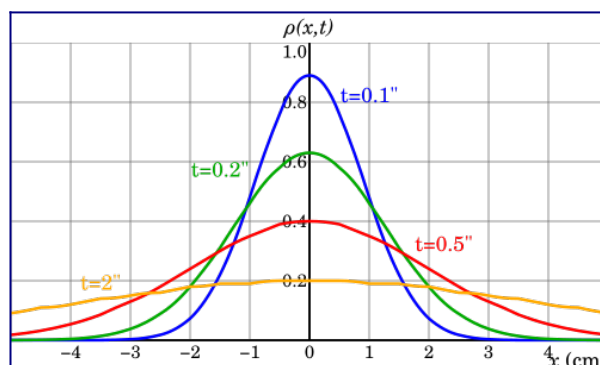


Рис. 2. Кривые распределения вероятности обнаружения броуновской частицы через заданное время. Источник: статья [Brownian motion](#) [2] из Википедии.

Пусть через некоторое время проведено новое измерение положения броуновской частицы. В этот момент распределение вероятности превращается в дельту функцию с измеренной координатой, а далее по-прежнему используется приведенное распределение вероятности, где только для порядка надо заменить индексы 0 и 1 на 1 и 2. Другими словами, винеровский процесс является марковским процессом без памяти. Вероятность перехода из заданного состояния в последующее определяется уравнением выше, которое остается неизменным в ходе всего процесса - требуется только изменение индексов.

Измерения, проведенные Перреном и показанные на рис. 1, представляют собой винеровский процесс с интервалом измерения в 30 с. Можно аналогичным образом провести винеровский процесс при использовании генератора псевдослучайных чисел. На рисунке 3 показаны пять таких траекторий, а серым на рисунке показано изменение стандартного отклонения для начальной координаты:

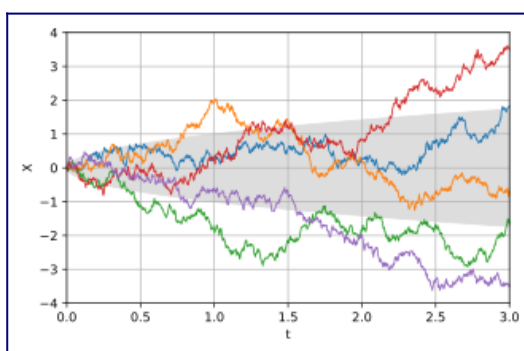


Рис. 3. Пять траекторий винеровского процесса. Источник: статья [Wiener process](#) [9] из Википедии

Для построения графика выбирается интервал времени, а далее генератор псевдослучайных чисел с использованием приведенного распределения вероятности выдает численные значения новой координаты. Кривая не показывает траекторию между двумя

точками, в ходе винеровского процесса частица просто переходит из состояния  $\{t_i, x_i\}$  в  $\{t_{i+1}, x_{i+1}\}$ . Можно уменьшить интервал времени, но перемещение частицы с меньшими интервалами времени будет напоминать показанную кривую. Говорится, что процесс Винера самоподобен, и в статье Википедии [Wiener process](#) [9] есть видео на эту тему.

Последнее замечание. Интервал времени не следует делать слишком маленьким. Математически это возможно, но если выбранный интервал времени будет меньше времени релаксации броуновской частицы, то теряется физическая сторона дела. В этом случае потребуется полное уравнение Ланжевена [7], что в свою очередь приведет к более сложным распределениям вероятности.

## Движение броуновской частицы глазами математика

Дальнейшее внимание будет уделено вопросу о связи математики и физики при экспериментальном исследовании броуновского движения. Для этого рассмотрим винеровский процесс с точки зрения математики и для начала зафиксируем значения  $t_1$  и  $t_0$ . Это соответствует вопросу, каким будет смещение броуновской частицы за заданный интервал времени. Ответ задается случайной величиной с заданным распределением вероятности из предыдущего раздела. Получение определенного численного значения для случайной величины называется испытанием случайной величины. Повторение этого процесса приводит к появлению выборки значений.

Формально вероятность выпадания численного значения для непрерывного распределения считается равным  $f(x)dx$ . Можно приближенно разбить функцию распределения на конечное число интервалов, а в качестве вероятности взять среднее значение функции распределения в этом интервале. В этом случае испытание случайной величины можно представить в виде метафоры броска игрального кубика специальной формы с числом граней, равным выбранному числу интервалов, когда выпадание той или иной грани связано с соответствующей вероятностью.

Выборку можно использовать для оценки моментов случайной величины, например, ее дисперсии. Уравнение Эйнштейна является примером, в котором выборка смещений используется для оценки дисперсии и тем самым коэффициента диффузии. Важно не спутать исходную случайную величину и численные значения, получаемые в ходе испытаний случайной величины. Случайная величина не меняется в ходе испытания, поскольку распределение вероятности остается без изменений. В метафоре с бросанием кубика это означает, что кубик не меняется, но каждый бросок приводит к новому численному значению.

Случайный процесс отличается от случайной величины введением времени. Распределение вероятности становится функцией времени, как показано на рис. 2. Вероятность смещения броуновской частицы зависит от выбранного интервала времени. Как уже говорилось, винеровский случайный процесс является марковским процессом без памяти. Это означает, что для любого выбора дискретизации во времени, например,  $\{t_0, t_1, t_2, t_3, \dots\}$ , вероятность перехода из предыдущего состояния в последующее задается приведенным распределением вероятности, в котором только требуется изменение значения индексов.

Итак, с точки зрения математики существует случайная величина, распределение которой является функцией времени. Далее предполагается, что можно провести испытание случайной величины, например, при проведении измерений в физическом процессе или при использовании генератора псевдослучайных чисел. Следует обратить внимание, что для реализации винеровского процесса требуется задание произвольной дискретизации по

времени, и это является внешним шагом по отношению к теории броуновского движения.

## Движение броуновской частицы глазами физика

В физике проводятся реальные эксперименты и к созданию выборки приводят природные явления. Например, траектории движения броуновских частиц в экспериментах Перрена получены путем проведения измерений. Разберем этот вопрос более внимательно. При проведении экспериментов с броуновской частицей ничто не мешает считать траекторию ее движения является непрерывной. Винеровский процесс, а также полное стохастическое уравнение Ланжевена соответствует непрерывной траектории броуновской частицы.

Процесс измерения положения броуновской частицы не входит в теорию броуновского движения. Этот процесс связан с физикой взаимодействия света с броуновской частицей. Например, Перрен наблюдал движение броуновской частицы в жидкости под микроскопом. Акт измерения занимает определенное время и при этом существует погрешность измерения, но в этой статье эти эффекты не учитываются. Теория броуновского движения используется при обсуждении вопроса, каким образом движется броуновская частица. На этом этапе появляется распределение вероятности, и оно отражает случайный характер локальных флуктуаций, которые приводят к отличию равнодействующей силы от нуля и тем самым к движению броуновской частицы.

Таким образом, измерение положение броуновской частицы является испытанием случайной величины, заданной распределением вероятности, представленным в разделе '*Стохастическое уравнение Ланжевена*'. Повторение измерений во времени соответствует одной из реализаций винеровского процесса. Другими словами, с точки зрения теории броуновского движения измерение положения броуновской частицы играет роль бросания кубика в метафоре испытания случайной величины.

Это утверждение играет важную роль в последующем рассмотрении. В измерении положения броуновской частицы в рамках теории взаимодействия света с броуновской частицей нет элемента случайности. Случайность появляется при рассмотрении вопроса, как движется броуновская частица в промежутке времени между двумя последовательными измерениями. Теория броуновского движения задает только распределение вероятности и поэтому на вопрос, какова траектория броуновской частицы в отсутствии измерений, формальный ответ должен быть такой. Мы не знаем траекторию движения броуновской частицы, но мы можем предсказать вероятность нахождения частицы в пространстве через заданное время.

В книге Баса ван Фраассена [4] при обсуждении связи между реальными измерениями и теорией физики введены два критерия:

- *Определенность значения*: Каждая физическая величина в любой момент времени имеет некоторое значение, а в измерении может быть найдено одно из этих значений.
- *Достоверность измерения*: измерение величины приводит к ее действительному значению.

В таком виде критерии подходят для проведения обычных экспериментов, рассмотренных в предыдущей статье [3]. В детерминированной теории физики первый критерий выполняется автоматически. В то же время теория физики задает концептуальную модель идеального эксперимента, при этом достоверность измерений (второй критерий) проверяется путем сравнения условий реального эксперимента с идеальной моделью. В случае необходимости, когда концептуальная модель не позволяет учесть что-то в реальном эксперименте, в результаты измерений вводятся соответствующие поправки (см. раздел

'Теория и эксперимент в физике' в [3]).

Как уже отмечалось, экспериментальное исследование движения броуновской частицы опирается на две разные теории. Проведение измерения опирается на концептуальную модель теории взаимодействия света с броуновской частицей. В данном случае оба критерия остаются без изменения. С другой стороны, необходимо обсуждение обоих критериев с точки зрения теории броуновского движения, поскольку определение коэффициента диффузии в уравнении Эйнштейна принадлежит этой теории.

В теории броуновского движения можно говорить о выполнении первого критерия (*Определенность значения*), поскольку траектория броуновской частицы считается непрерывной. Следует отметить неудачные попытки физиков конца 19-го века измерения скорости движения броуновской частицы, поскольку решающим шагом успехов экспериментальных исследований броуновской частицы явился отказ от этих попыток и переход к измерению смещения броуновской частицы [10]. Теория броуновского движения объясняет это следующим образом. Производная траектории винеровского процесса не определена ни в одной точке, поскольку это один из примеров непрерывной, но недифференцируемой функции.

Теперь рассмотрим второй критерий ван Фраассена (*Достоверность измерения*) с точки зрения теории броуновского движения. Движение броуновской частицы описывается стохастическим уравнением, но из проводимых измерений можно определить постоянную Больцмана. Это обстоятельство требует другой интерпретации второго критерия ван Фраассена, поскольку теперь достоверность связана с тем, что измерение положения броуновской частицы содержит информацию о свойствах случайной величины. Концептуальная модель теории броуновского движения связывает физические величины с моментами случайной величины. Таким образом, существует распределение вероятности, а измерения приводят к оценкам свойств этого распределения, что в свою очередь приводит к оценкам физических величин в концептуальной модели стохастической теории физики.

Таким образом, достоверность измерений во втором критерии ван Фраассена требует другой интерпретации, чем при проведении экспериментальных измерений на базе детерминированных теорий физики. В теории броуновского движения достоверность относится к факту, что выборка проведенных измерений позволяет сделать достоверную оценку требуемого момента случайной величины, и при этом единственное измерение уже трактуется как выборка из одного измерения.

Вспомним о наличии ошибок воспроизводимости в обычных экспериментах. Это приводит к необходимости повторных измерений, и, как следствие, к использованию формализма математической статистики. Однако ошибки воспроизводимости не входят в детерминированную теорию физики, и используемая теория физики не может объяснить наличие ошибок измерения. Физическая величина отождествляется с математическим ожиданием проводимых измерений, но остальные моменты случайной величины связаны с ошибками воспроизводимости и не имеют аналогов в используемой теории физики.

Распределение вероятности в теории броуновского движения не связано с наличием ошибок воспроизводимости, это свойство самой теории физики. Таким образом, выборка измерений положения броуновской частицы существенно отличается от выборки измерений физической величины в рамках детерминированной теории физики. В случае теории броуновского движения достоверность относится к возможности оценки распределения вероятностей, задаваемой теорией физики.

В настоящее время проводится много экспериментов по изучению движения броуновских частиц в поле внешних сил с использованием стохастического уравнения Ланжевена [11].

Получаемые результаты хорошо согласуются с предсказаниями, то есть, получаемые выборки описываются соответствующими распределениями вероятности. В этом смысле второй критерий ван Фраассена о достоверности измерения в этих экспериментах выполняется по отношению к распределениям вероятности в стохастической теории физики. Вопрос состоит в том, что означают распределение вероятности при описании природных явлений.

## **Альберт Эйнштейн: Вероятность есть признак неполной теории**

Один вариант ответа такой. Стохастическое уравнение Ланжевена является примером неполной теории физики, поскольку введение вероятности в теорию физики связано с отсутствием полного знания. В случае метафоры бросания кубика такая позиция выглядит следующим образом. Бросание кубика является детерминированным процессом на уровне полной теории физики, но незнание начальных условий, а также всех деталей взаимодействия кубика не позволяет сделать точное предсказание, какая грань кубика выпадет. Отсутствие полного знания является причиной введения вероятностей при предсказании поведения кубика.

Эйнштейн оставался сторонником такой точки зрения до конца жизни. Патрик Бирн в статье '*Статистические и причинно-следственные концепции в ранних работах Эйнштейна*' [12] проанализировал ранние работы Эйнштейна по статистической механике и пришел к заключению, что использование вероятностей Эйнштейном сопровождалось его убеждением в существовании полной теории физики на основе детерминированных уравнений. Например, статья Эйнштейна 1903 года '*Теория основ термодинамики*' начинается с такого утверждения:

'Пусть система изолирована, т. е. взаимодействие рассматриваемой системы с другими системами отсутствует. Тогда ясно, что состояние системы в определенный момент времени однозначно определяет изменение системы в следующий элемент времени.'

Вероятности у Эйнштейна появляются в силу невозможности использования исходной системы детерминированных уравнений, и вероятности трактуются как статистика поведения огромного количества частиц. В этом нет ничего удивительного, поскольку такая точка зрения была основной при создании молекулярно-кинетической теории и классической статистической механики.

В то же время Бирн подчеркивает, что такой взгляд Эйнштейна не изменился и он отражает отношение Эйнштейна к квантовой механике. Это обстоятельство также подчеркивается в статье Макса Борна '*Статистические теории Эйнштейна*' [13]:

'Кажется, его убеждением всегда было и остается до сих пор, что наиболее глубокие законы природы причинны и детерминистичны, что вероятность необходима только для того, чтобы прикрывать наше невежество, когда нам приходится иметь дело с большим числом частиц, и что только глубина этого невежества выдвигает статистику на передний план.'

Однако последующее развитие физики, в котором Эйнштейн сыграл большую роль, привело к становлению квантовой механики и квантовой статистики. Например, Эйнштейн был одним из первых сторонников введения представления о квантовании энергии, что само по себе доказывает невозможность использования классической механики в микромире (см. статью Борна [13]). В созданной квантовой механике отсутствовал детерминизм, однако Эйнштейн не изменил свою позицию по отношению к вероятностям. Это обстоятельство привело к расхождению взглядов Эйнштейна с позицией других физиками.

В 1949 году в честь семидесятилетия Эйнштейна вышел сборник статей о вкладе Эйнштейна в науку. В статье Макса Борна, упоминавшейся выше, и статье Вольфганга Паули '*Вклад Эйнштейна в квантовую теорию*' особо подчеркивалась роль Эйнштейна в развитии статистических представлений в физике, которые сыграли большую роль в становлении квантовой механики. В то же время в них подчеркивалась разница в позициях по отношению к квантовой механике. Приведу еще пару цитат из статьи Борна:

'Я не нашел у него никакого определенного ответа на вопрос: «Что такое вероятность?»; он не принимал также участия в дискуссиях, разгоравшихся по поводу определения Мизеса и других подобных попыток. Я предполагаю, что он отклонял их как метафизические спекуляции или даже подшучивал над ними. Сначала он использовал вероятность в качестве умственного орудия для исследования природы точно так же, как любой другой научный метод.'

'Нынешний Эйнштейн изменился. Я приведу здесь отрывок из его письма, которое я получил несколько лет назад (7 ноября 1944 года): «В нашем научном ожидании мы выросли антиподами. Ты веришь в Бога, играющего в кости, а я — в полную закономерность в мире чего-то объективно существующего, и эту закономерность я пытаюсь уловить дико спекулятивным способом».'

В заключительной статье сборника '*Замечания к статьям*' [14] Эйнштейн таким образом сформулировал свою позицию:

'Оба автора [Паули и Борн] с осуждением относятся к тому, что я отвергаю основную идею современной статистической квантовой теории. Но я все же не верю, что такая фундаментальная концепция может служить надлежащей основой для всей физики в целом.'

'Принципиально неудовлетворительным в этой теории, на мой взгляд, является ее отношение к тому, что я считаю высшей целью всей физики: полному описанию реального состояния произвольной системы (существующего, по предположению, независимо от акта наблюдения или существования наблюдателя).'

Другими словами, Эйнштейн не мог представить существование случайной величины в природе, он по-прежнему считал, что полная теория физики должна содержать только детерминированные уравнения. Как уже отмечалось, критика Эйнштейна сыграла полезную роль в дальнейшем развитии квантовой механики. Появление неравенств Белла привело к постановке новых экспериментальных исследований [5], которые, однако, полностью вписались в существующий формализм квантовой механики. Это означает, что в настоящее время требуется более гибкая позиция.

## **Случайная величина и мир**

Альтернативный взгляд о существовании случайной величины в природе также проблематичен, поскольку в первую очередь остается непонятным, как можно представить случайную величину в природе. В свое время Гильберт в шестой проблеме поставил в том числе вопрос об аксиоматизации вероятности в статистической механике [15]:

'Что касается аксиом теории вероятностей, то мне казалось бы желательным, чтобы параллельно с логическим обоснованием этой теории шла рука об руку строгое и удовлетворительное развитие метода средних значений в математической физике, в частности в кинетической теории газов.'

В цитате Борна упоминалась аксиоматизация Мизеса, который хотел аксиоматизировать частотную интерпретацию вероятности. Однако в итоге главенствующую роль играет

аксиоматизация Колмогорова, которая, однако, глуха к вопросу, чему соответствует в реальном мире вероятность из математической статистики. В этом смысле вопрос Гильберта о связи вероятности с теорией физики остался открытым.

В статье Налимова *'Почему мы пользуемся вероятностными представлениями при описании внешнего мира'* [6] есть интересное обсуждение с сопоставлением между собой языка детерминизма и языка на основе вероятности. Налимов трактует детерминизм как установку на использование логики и причинно-следственных связей:

'Детерминизм как понятие имеет двоякое значение. В широком понимании – это безусловная вера в силу и всемогущество формальной логики как средства познания и описания внешнего мира. В узком понимании – это представление о том, что все происходящее в мире подчинено причинно-следственным связям, и, более того, – уверенность в том, что эти причинно-следственные связи, по крайней мере принципиально, всегда могут быть установлены и что к их установлению и сводится, собственно, познание мира.'

Далее Налимов обсуждает трудности введения вероятностей, а в последнем разделе *'Онтология случая'* Налимов отмечает проблематичность попытки найти случай в мире:

'Всякие попытки осмыслить онтологию случая ведут к явно несерьезным высказываниям. Видимо, лучше говорить о том, что случайность – это не онтологическая, а гносеологическая категория. Или так же, как и причинность, – это есть просто одна из двух категорий, порождающих два разных языка для описания мира. В обоих случаях мы имеем дело не с представлениями, возникшими как зеркальное отражение реальности, а с некоторыми абстракциями, построенными над наблюдениями о внешнем мире. Абстракциями, порождающими две разные грамматики для упорядочивания и осмысления результатов наших наблюдений.'

Таким образом, Налимов признает отсутствие четкого ответа, что такое вероятность в реальном мире:

'Приходится просто признать, что сейчас мы вынуждены пользоваться языком, включающим такие понятия, физический смысл которых, если над ними серьезно задуматься, остается неясным. И как раз с помощью таких понятий удастся описывать мир и овладевать им. В этом удивительная особенность языка науки. Почему обо всем этом не говорить прямо?'

'Тот мир, с которым сталкивается сейчас наука, оказывается столь сложным, что он не может быть описан в привычной нам системе взглядов. Для описания этой сложности пришлось изобрести новый язык, содержащий понятия, физический смысл которых остается неясным. Может быть, здесь надо добавить, что физический смысл этих понятий именно потому нам и не ясен, что мы хотим их все же осмыслить в системе старых представлений.'

В этом отношении также интересно высказывание Борна [13] по поводу слов Эйнштейна *'Ты веришь в бога, играющего в кости'*:

'я хочу сделать одно замечание, используя образный язык самого Эйнштейна: если Бог и сотворил мир в виде совершенной механической системы, то нашему несовершенному разуму он позволил по меньшей мере столько, что для предсказания малой части процессов в этой системе мы, безусловно, не должны решать бесчисленные дифференциальные уравнения, а с надеждой на успех можем взять игральные кости. То, что это так, я узнал вместе с многими из моих современников от самого Эйнштейна. Я думаю, что ситуация сильно не изменилась из-за введения

квантовой статистики. Мы, смертные люди, все еще играем в кости для наших маленьких целей прогноза, а действия Бога в классическом броуновском движении таинственны так же, как и в радиоактивности, и в квантовом излучении или вообще во всей жизни.'

В утверждении Борна, как и в заключении Налимова, отражен прагматизм на базе экспериментальных исследований. Признается наличие определенной загадки, но предпочтение отдается тому, что есть.

Рассмотрим еще раз уравнение Ланжевена. Математический формализм говорит о случайном процессе, при этом экспериментальное измерение положения броуновской частицы играет роль испытания случайной величины. Использование этого формализма хорошо описывает проводимые эксперименты с броуновскими частицами. Что можно сказать о мире на основе успеха использования стохастического формализма уравнения Ланжевена в экспериментальных исследованиях броуновской частицы?

В этом случае есть физический механизм появления стохастичности - флуктуации. На первом этапе создания теории броуновского движения можно было объяснить флуктуации на основе детерминированных уравнений классической статистической механики, и именно так выглядела картина мира молодого Эйнштейна. Однако по ходу развития стало понятно, что классическая статистическая механика неверна, причем работы самого Эйнштейна сыграли важную роль на этом пути. В настоящее время наличие квантовой механики и квантовой статистики исключает возможность осуществления мечты Эйнштейна даже в случае уравнения Ланжевена.

Таким образом, в настоящее время невозможно утверждать, что за случайной величиной в уравнении Ланжевена скрывается детерминированный переход всей системы из предыдущего состояния в последующее. Конечный ответ при обсуждении связи уравнения Ланжевена и мира будет по сути дела в духе ответа Борна и Налимова: все работает, но определенная загадка остается.

## **Случайная величина и квантовая механика**

В разделе '*Общая теория измерения*' ван Фраассен [4] обсуждает использование двух критериев проведения экспериментальных измерения в случае квантовой механике. Ниже проведено аналогичное рассмотрение в ходе сравнения экспериментов с броуновской частицей с измерениями на основе квантовой механики. Речь идет о проведении реальных измерений, в которых ход проведения эксперимента практически не отличается. Экспериментатор подготавливает прибор, в котором проводится измерения, а также выбирает момент времени для проведения измерения. Далее результат измерения считывается тем или иным образом.

Основное отличие связано с теорией физики. В экспериментальном исследовании броуновской частицы используется две независимые теории физики, одна стохастическая, а другая детерминированная. В экспериментах на базе квантовой механики остается единственная теория, в которой формально правило Борна определяет стохастическую связь с реальными измерениями. Это приводит к новой проблеме, которая отсутствовала при рассмотрении движения броуновской частицы и которая связана с вопросом реализма. Например, в статье Стивена Браша '*Эйнштейн и индетерминизм*' [16] это обстоятельство выражено таким образом:

'Что Эйнштейну не нравилось в квантовой теории, так это не просто то, что она постулировала присущую природе стохастичность, но и то, что она отрицала существование реального мира, независимого от наших наблюдений за ним.'

Имеется в виду следующее обстоятельство. В квантовой механике нельзя говорить о наличии свойств частицы до проведения измерения и это вызывает обвинения в отсутствии реализма по отношению к миру. В случае броуновской частицы есть двойственное отношение к измерению положения частицы. В теории броуновского движения измерения является испытанием случайной величины, но в рамках проводимого измерения при взаимодействии света с броуновской частицей считается, что броуновская частица всегда имеет определенное положение, которое и показывает измерение. В квантовой механике такое уже не проходит. Таким образом, в квантовой механике первый критерий измерения по ван Фраассену становится неприменимым и его приходится отбросить.

Связь реальных измерений с теорией остается только в рамках второго критерия, при условии, что его интерпретация становится похожей на рассмотрение достоверности в теории броуновского движения. Правило Борна говорит о наличии случайной величины до проведения измерения, поскольку правило Борна задает распределение вероятности, связанное с результатами измерения. Таким образом, реальное проведение измерения в экспериментах на базе квантовой механике должно трактоваться как испытание случайной величины, задаваемой правилом Борна.

Для дальнейшего обсуждения этого вопроса можно использовать ответ Эйнштейна в обсуждении формализма квантовой механики Гейзенберга после его доклада в 1926 году [17]. Гейзенберг подчеркивал, что его теория построена при использовании только наблюдаемых величин, на что Эйнштейн дал такой ответ:

'Но с принципиальной точки зрения желание строить теорию только на наблюдаемых величинах совершенно нелепо. Потому что в действительности все ведь обстоит как раз наоборот. Только теория решает, что именно можно наблюдать!'

Однако это высказывание можно использовать против Эйнштейна, если сказать, что именно формализм использования случайной величины в квантовой механике решает, что такое реальное измерение.

Основное отличие от движения броуновской частицы в том, что отсутствует механизм существования случайной величины в квантовой механике. Формально при проведении экспериментов на базе квантовой механики приходится говорить о существовании случайной величины в природе самой по себе. Как уже отмечалось выше, такое решение связано с признанием существования определенной загадки, но зато оно помогает связать математический формализм с миром и избежать обвинений в полном отсутствии реализма. Принцип достоверности в реальном эксперименте заключается в том, что выборка измерений дает правильную оценку моментов исходной случайной величины. Подчеркну, что даже единственное измерение попадает в такое рассмотрение. Согласно ван Фраассену такой подход соответствует решению проблемы координации между теорией квантовой механикой и миром, в котором проводят реальные эксперименты.

Для воплощения озвученной идеи необходимо исключить представление о коллапсе волновой функции, поскольку введение коллапса означает исчезновение исходной случайной величины после проведения измерения. Бас ван Фраассен доказывает, что коллапс волновой функции является одной из интерпретаций квантовой механики и что можно оставить правило Борна без введения коллапса - см. модальную интерпретацию квантовой механики, разработанной ван Фраассеном [18]. Таким образом, измерение в реальном эксперименте считается испытанием случайной величины, распределение вероятности которой задается формализмом квантовой механики на основе правила Борна.

Такой взгляд на проведение измерений в реальных экспериментах позволяет восстановить уровень реализма существовании реального мира, независимого от

проводимых измерений. В представленной позиции в мире существует частица, свойства которой описываются случайной величиной с заданным распределением вероятности. С такой точки зрения вопрос, существовало ли численное значение, полученное в ходе испытания случайной величины, до проведения испытания является неадекватным. Тем самым, вопрос, существовали ли свойства частицы до измерения, также становится некорректно поставленным.

Такое решение оставляет определенную загадку, обсуждаемую Налимовым и Борном. При переходе к обсуждению экспериментов в квантовой механике на уровне математического формализма квантовой механики остается случайная величина, и можно только сказать, что даже единичное измерение является испытанием этой случайной величины.

## Список литературы

1. G. E. Smith and R. Seth, *Brownian Motion and Molecular Reality*, 2020.
2. Википедия, *Brownian motion*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Brownian\\_motion](https://en.wikipedia.org/wiki/Brownian_motion), доступ 15.05.2026.
3. Е. Б. Рудный, *Горение свечи и уровни организации*, 2026, PREPRINTS.RU. [doi:10.24108/preprints-3114581](https://doi.org/10.24108/preprints-3114581)
4. В. С. van Fraassen, *Scientific Representation: Paradoxes of Perspective*, 2008, Part II: *Windows, Engines, and Measurement*.
5. D. Kaiser, *How the Hippies Saved Physics: Science, Counterculture, and the Quantum Revival*, 2011.
6. В. В. Налимов, *Почему мы пользуемся вероятностными представлениями при описании внешнего мира*, В кн. *Облик науки*, 2018, с. 123 - 177.
7. Х. М. Биккин, И. И. Ляпилин. *Неравновесная термодинамика и физическая кинетика*, 2009. Глава 2, *Броуновское движение*.
8. С. Doering, *Mathematical Foundations of Stochastic Processes*, Lecture 1 and 2, 2015, in [2015 Program of Study : Stochastic Processes in Atmospheric and Oceanic Dynamics](#).
9. Википедия, *Wiener process*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Wiener\\_process](https://en.wikipedia.org/wiki/Wiener_process), доступ 15.05.2026.
10. Я. М. Гельфер, *История и методология термодинамики и статистической физики*, 2-е изд., 1981.
11. U. Seifert, *Stochastic thermodynamics, fluctuation theorems and molecular machines*. Rep. Prog. Phys. 2012. V. 75. 126001. P. 1-58.
12. Р. Н. Byrne, *Statistical and causal concepts in Einstein's early thought*. Annals of Science 37, no. 2 (1980): 215-228.
13. М. Борн, *Статистические теории Эйнштейна*, В кн. М. Борн, *Физика в жизни моего поколения*, 1963. с. 172-188.
14. А. Эйнштейн, *Замечания к статьям*, в кн. *Собрание научных трудов*, 1967, т. 4, с. 294 - 315.
15. Д. Гильберт, *Избранные труды*. Т. II. 1998. *Математические проблемы* (1901). 6. *Математическое изложение аксиом физики*. с. 415-416.

16. S. G. Brush, *Einstein and indeterminism*. Journal of the Washington Academy of Sciences 69, no. 3 (1979): 89-94.
17. В. Гейзенберг, *Физика и философия. Часть и целое*, 1989. V. *Квантовая механика и беседа с Эйнштейном (1925—1926)*. с. 187-197.
18. B. van Fraassen, *Quantum Mechanics: An Empiricist View*, 1991.