

К теории интерференции при упругом, дифракционном, квазиклассическом рассеянии, а также еще раз о том, почему в сечении Резерфорда не наблюдаются мало угловые квантовые осцилляции.

А.С.Борисов, Москва

При изучении рассеяния быстрых частиц на малые углы [1-2] наблюдаются осцилляции дифференциальных сечений рассеяния. Построена квазиклассическая теория данных явлений и с ее помощью показано, почему в сечении Резерфорда данный тип осцилляций отсутствует.

1. Введение. Ранее найдено, что при изучении межатомных сил отталкивания методом рассеяния атом -молекулярных пучков на газовых мишенях [1-2] при использовании современных средств регистрирующей аппаратуры для регистрации частиц на углах вплоть до 10^{-3} радиан, наблюдается не монотонный характер поведения дифференциальных сечений рассеяния. В [3] предложено объяснить данные осцилляции дифракцией Фраунгофера волн де - Бройля от области прицельных параметров близких к центру, поскольку эта зона закрыта для рассеяния силами отталкивания. В [4] предложено альтернативное объяснение, причем обе картины объединены в одну. В [4] мало угловые осцилляции сечений объясняются интерференцией возможностей для частиц быть рассеянными на угол $+\vartheta$ по разрешенной классической механикой траектории и квантово механическим туннельным рассеянием на угол $-\vartheta$ по запрещенной законами сохранения траектории.

В [5] отмечено, что кулоновский потенциал выпадает из данной картины, так как для него строго выведенное квантово механическое (в нерелятивистском пределе) выражение для дифференциального сечения рассеяния [6 Мотт, Гордон 1928] совпадает с дифференциальным сечением рассеяния, вычисленным по законам классической механики (формула Резерфорда). Тем самым ясно, что в кулоновском случае мало угловые, дифракционные осцилляции отсутствуют (не следует путать данный вид осцилляций с осцилляциями при рассеянии тождественных частиц). В [5] найдено, что в кулоновском случае причиной этого является особая симметрия задачи рассеяния, а именно разность фаз между траекториями (наблюдаемая величина) является не зависящей от угла рассеяния константой, что убирает из сечений осцилляции. Условно эту ситуацию можно называть законом сохранения разности фаз из-за особой симметрии квазиклассической задачи рассеяния в кулоновском случае.

В данной заметке предложена общая теория интерференционных эффектов в дифференциальных сечениях рассеяния частиц в квазиклассическом пределе. Показано как она работает в кулоновском случае.

2. Общие положения. В квантовой механике имеется задача рассеяния частиц- волн. В ней падающая волна при $z=-\infty$ равна e^{ikz} и, соответствующая частице, при $z=+\infty$, искажена следующим образом $e^{ikz} + (f(\vartheta)/r) \cdot e^{i(kr)}$, т.е. имеет форму сферической волны, после отражения. Функция $f(\vartheta)$ - амплитуда рассеяния не наблюдаема, но наблюдаемо $|f(\vartheta)|^2$ - дифференциальное сечение. Для $f(\vartheta)$ выводится строгое стандартное представление $f(\vartheta) = (1/2ik) \sum_{l=0}^{l=+\infty} P_l(\cos(\vartheta)) \cdot (2l+1) \cdot (S_l - 1)$, $S_l = \exp(2i \cdot \delta_l)$. Если к нему применить формулу суммирования Пуассона: $f(\vartheta) = (1/2ik) \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \int_0^{+\infty} dl \cdot P_l(\cos(\vartheta)) \cdot (2l+1) \cdot (\exp(2i \cdot \delta_l) - 1) \cdot e^{i2\pi ml}$, и перейти от интегрирования по l к

интегрированию по прицельным параметрам $b=(l+0,5)/k$, то $f(\vartheta)=ik \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} e^{-i\pi m/2k} \int_0^{+\infty} b db J_0(2kb \sin(\vartheta/2)) (1-\exp(2i\delta(b))) e^{i2\pi mbk}$ (провели также замену $P_1(\cos(\vartheta)) \approx J_0(2kb \sin(\vartheta/2))$). Обычно ограничиваются учетом члена $m=0$ (приближение прицельного параметра или приближение Мольера). Для малых углов ($\vartheta \ll 1$, выкладки далее без труда обобщаются и на случай произвольных углов) получается $f(\vartheta)=ik \int_0^{+\infty} b db J_0(kb\vartheta) (1-\exp(2i\delta(b)))$. Так как $J_0(x)=(2/\pi x)^{1/2} \cos(x-\pi/4)$ при $x \gg 1$, и если принять, что вклад в интеграл дают моменты $b \approx a$ (a - характерный размер рассеивателей) когда $ka \gg 1$; $k=2\pi/\lambda$, λ -длина волны де Бройля, то нижний предел интеграла можно заменить нулем и получается разложение амплитуды на 3 слагаемых: $f(\vartheta)=-ik(1/2\pi\vartheta k)^{1/2} \int_0^{+\infty} b^{0,5} db \exp(i\vartheta kb+2i\delta(b)-i\pi/4) -ik(1/2\pi\vartheta k)^{1/2} \int_0^{+\infty} b^{0,5} db \exp(-i\vartheta kb+2i\delta(b)+i\pi/4) +ik(2/\pi\vartheta k)^{1/2} \int_0^{+\infty} b^{0,5} db \cos(\vartheta kb-i\pi/4)$. Последнее слагаемое дает вклад только для $\vartheta=0$ и является $\delta(x)$ - функцией. Первые два содержат интегралы от быстро осциллирующих функций. Обычно учитывают только первое слагаемое, а второе отбрасывают на фоне первого. При этом первое вычисляют по методу стационарной фазы.

Далее в заметке, будем действовать аналогично указанному выше, но учтем второе слагаемое наравне с первым, используя метод перевала (обобщение метода стационарной фазы на комплексные числа) и рассмотрим к чему это приводит.

Введем функции $S_p(b)=\vartheta kb+2\delta(b)-\pi/4$ и $S_3(b)=-\vartheta kb+2\delta(b)+\pi/4$. Найдем точки минимальной скорости изменения этих функций $\partial S_p(b)/\partial b=0$ и $\partial S_3(b)/\partial b=0$, что дает два алгебраических уравнения (причем второе для монотонных потенциалов отталкивания может иметь решение в комплексных числах):

$$\vartheta k=-d\delta(b_p)/db \text{ и } -\vartheta k=-d\delta(b_3)/db. \quad (1)$$

Тогда в методе эйконала, т.е. при переходе к классической механике введем функции $S_p(b_p(\vartheta))=\vartheta kb_p(\vartheta)+2\delta(b_p(\vartheta))-\pi/4$ и $S_3(b_3(\vartheta))=-\vartheta kb_3(\vartheta)+2\delta(b_3(\vartheta))+\pi/4$, где $b_p(\vartheta)$ и $b_3(\vartheta)$ определяются решением уравнений (1) соответственно. Найдем производные $dS_p/d\vartheta$ и $dS_3/d\vartheta$

$$dS_p/d\vartheta=kb_p(\vartheta)+(\vartheta k+2\delta(b_p(\vartheta))/db)db_p/d\vartheta \text{ и } dS_3/d\vartheta=-kb_3(\vartheta)+(-\vartheta k+2\delta(b_3(\vartheta))/db)db_3/d\vartheta.$$

В силу (1) вторые слагаемые в скобках обращаются в ноль, что дает $dS_p/d\vartheta=kb_p(\vartheta)$ и $dS_3/d\vartheta=-kb_3(\vartheta)$. Наблюдаемой величиной, по своей сути, является разность фаз дифракционных осцилляций, отсюда получаем уравнение для ее определения

$$d/d\vartheta(S_p-S_3)=d/d\vartheta(\Delta S)=k(b_p(\vartheta)+b_3(\vartheta)) \quad (2).$$

ΔS - есть разность фаз волновой функции частицы, если считать, что частица рассеивается по траектории классической механики на угол $+\vartheta$ и туннелированием по траектории запрещенной законами сохранения в классической механике на угол $-\vartheta$. Решение дифференциального уравнения первого порядка (2), запишем в виде

$$\Delta S=(\Delta S)_0 + \int^{\vartheta} d\vartheta (b_p(\vartheta)+b_3(\vartheta)), \quad (2a)$$

где интеграл берется по кривой γ в плоскости комплексных углов ϑ , а $b_p(\vartheta)$ - действительная функция угла, определенная на $\vartheta \geq 0$, и, аналогично, $b_3(\vartheta)$ - вообще говоря, комплексная функция угла, определенная на $\vartheta \leq 0$, $(\Delta S)_0$ - сдвиг фаз при нулевом угле рассеяния. Из соотношений (1) следует, что данные функции могут быть аналитически продолжены: $b_p(-\vartheta)$ в левую полуплоскость комплексной переменной ϑ , а $b_3(\vartheta)$ в правую полуплоскость углов ϑ , соотношениями:

$$b_p(\vartheta) = b_3(-\vartheta) \quad (3)$$

$$b_p(-\vartheta) = b_3(\vartheta).$$

В таком случае для функций квазиклассического действия получаются следующие соотношения:

$$S_p(b_p(\vartheta)) = \vartheta k b_p(\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_p(\vartheta)) - \pi/4 \quad (4)$$

$$S_3(b_3(\vartheta)) = -\vartheta k b_3(\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_3(\vartheta)) + \pi/4,$$

которые при инверсии углов с ϑ на $-\vartheta$ меняются следующим образом

$$S_p(-\vartheta) = -\vartheta k b_p(-\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_p(-\vartheta)) - \pi/4 = -\vartheta k b_3(\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_3(\vartheta)) + \pi/4 - \pi/2 \text{ или}$$

$$S_p(-\vartheta) = S_3(\vartheta) - \pi/2 \quad (4a)$$

Аналогично,

$$S_3(-\vartheta) = \vartheta k b_3(-\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_3(-\vartheta)) + \pi/4 = \vartheta k b_p(\vartheta) + 2 \cdot \delta(b_p(\vartheta)) - \pi/4 + \pi/2 \text{ или}$$

$$S_3(-\vartheta) = S_p(\vartheta) + \pi/2. \quad (4б)$$

Рассмотрим простейшие следствия данных свойств.

2.1 Общие положения. Случай $\text{Im } b_3(\vartheta) \neq 0$. В этом случае можно записать $b_3(\vartheta) = \text{Re}(b_3(\vartheta)) + i \cdot \text{Im}(b_3(\vartheta))$, откуда подставляя последнее выражение в (2a), получаем:

$$\Delta S = (\Delta S)_0 + i \cdot \int_{-\vartheta}^{\vartheta} d\vartheta \cdot k \text{Im}(b_3(\vartheta)) + \int_{-\vartheta}^{\vartheta} d\vartheta k (b_p(\vartheta) + \text{Re}(b_3(\vartheta))), \quad (5)$$

что дает для квазиклассической амплитуды рассеяния выражение

$$f = f_p e^{iS_p} + f_3 e^{iS_3} = f_p e^{iS_p} \cdot (1 + (f_3/f_p) \cdot e^{-i(\Delta S)}), \text{ а для дифференциального сечения рассеяния, формулу}$$

$$\begin{aligned} d\sigma/d\Omega = |f(\vartheta)|^2 = & |f_p e^{iS_p} \cdot (1 + (f_3/f_p) \cdot e^{-i(\Delta S)})|^2 = |f_p|^2 \cdot (1 + 2 \cdot (f_3/f_p) \cdot e^{-\int d\vartheta \cdot k \cdot \text{Im}(b_3(\vartheta))} \cdot \cos(\Delta(\vartheta)) \\ & + (f_3/f_p)^2 \cdot e^{-2 \int d\vartheta \cdot k \cdot \text{Im}(b_3(\vartheta))}) \sim |f_p|^2 \cdot (1 + 2 \cdot (f_3/f_p) \cdot e^{-\int d\vartheta \cdot k \cdot \text{Im}(b_3(\vartheta))} \cdot \cos(\Delta(\vartheta))). \end{aligned}$$

Откуда

$$d\sigma/d\Omega / (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} \sim 1 + 2 \cdot (f_3/f_p) \cdot e^{-\int d\vartheta \cdot k \cdot \text{Im}(b_3(\vartheta))} \cdot \cos(\Delta(\vartheta)), \quad (6)$$

$$\text{где } (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} = |f_p|^2, \quad \Delta(\vartheta) = \int_{-\vartheta}^{\vartheta} d\vartheta k \cdot (b_p(\vartheta) + \text{Re}(b_3(\vartheta)))$$

Как видно из (6), дифференциальное сечение рассеяния как наблюдаемая величина содержит интерференционные слагаемые, которые очень быстро сходят на нет с ростом угла (более точно с ростом интеграла от $\text{Im}_{-\vartheta}^{\vartheta}(k \cdot b_3(\vartheta)) d\vartheta$). При этом на относительно больших углах, где $ak\vartheta \gg 1$, а характерный размер рассеивателя, ϑ -угол рассеяния, осцилляции вырождаются и имеет место монотонное поведение сечения рассеяния, подчиняющееся законам классической механики, т.е. на данные углы частицы рассеиваются по разрешенным законам сохранения траекториям.

В реальности такая интерференционная картина сечений возникает при рассеянии быстрых ($E \sim 1 \text{кэВ}$) атомов и молекул в области малых углов ($\vartheta \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ радиан) [2-4], когда электронные оболочки перекрываются и потенциал можно считать практически чистым отталкиванием. Из данных приведенных в указанных работах видно, что дифракционные

осцилляции, следующие за первым дифракционным пиком (2-3 пика) стремительно теряют амплитуду и вместо долгого чередования максимумов и минимумов в сечениях (их оказывается более 3-5 [4 Рис. 1], если в расчетах использовать оптическую аналогию с фраунгоферовской дифракцией света на круглом экране, но границу экрана считать “мягкой”, т.е. учитывать поправки на размытость границ при рассеянии частиц потенциальным полем) их наблюдается всего 1-2. Такое сглаживание квантовых дифракционных осцилляций и есть результат наличия туннельных процессов с рассеянием частиц на углы $-\vartheta$.

2.2 Общие положения. Случай $\text{Im } b_3(\vartheta) = 0$. Из формул (6) в таком случае немедленно следует, что интерференционная картина состоит из чередующихся максимумов и минимумов равноудаленных от $2|f_p|^2$ и не изменяющихся по амплитуде

$$d\sigma/d\Omega / (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} \sim 2 \cdot (1 + (f_3/f_p) \cdot \cos(\Delta(\vartheta))) = 4 \cdot \sin^2(\Delta/2), \quad (7)$$

$$\text{где } (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} = |f_p|^2; \Delta(\vartheta) = (\int_{\vartheta}^{-\vartheta} d\vartheta (b_p(\vartheta) + b_3(\vartheta))).$$

В этом состоит характерная особенность данного случая. Подобные осцилляции можно пытаться наблюдать при скользящем рассеянии пучков зарядов от резких границ областей с сильным магнитным полем.

2.3 Общие положения. $\text{Im } b_3(\vartheta) = 0$, случай когда выполнено требование, что разность фаз четная функция углов. Рассмотрим также другие свойства сечений для случая, отвечающего названию подраздела. Найдем, какие преобразования симметрии допускает дифференциальное уравнение (2). Для этого рассмотрим преобразование углов рассеяния следующего вида $\vartheta' \rightarrow \vartheta e^{i\alpha}$ или $\vartheta' \rightarrow \lambda \vartheta$. Тогда $b_p(\vartheta) = b_p(\lambda \vartheta / \lambda) = b_p(\vartheta' / \lambda)$ и если требовать $b_p(\vartheta' / \lambda) = b_p(\vartheta') / \lambda$ и, аналогично, $b_3(\vartheta) = b_3(\lambda \vartheta / \lambda) = b_3(\vartheta' / \lambda)$ и, если, $b_3(\vartheta' / \lambda) = b_3(\vartheta') / \lambda$, то из (2) получим следующее уравнение для разности фаз

$$\lambda^2 d/d\vartheta' (S_p - S_3) = \lambda^2 d/d\vartheta' (\Delta S(\vartheta' / \lambda) = k(b_p(\vartheta') + b_3(\vartheta'))) \quad (8)$$

$$\text{при выполнении } b_p(\vartheta' / \lambda) = b_p(\vartheta') / \lambda \text{ и } b_3(\vartheta' / \lambda) = b_3(\vartheta') / \lambda. \quad (8a)$$

Данные требования, для $\lambda = -1$ (случай $\lambda = 1$ не приводит к новым следствиям), сводят (8) к уравнению аналогичному по виду (2). Так как, $k(b_p(\vartheta') + b_3(\vartheta')) = d/d\vartheta' (\Delta S(\vartheta'))$, из (8) получается следующее условие для существования группового инварианта (2) при преобразованиях вида $\vartheta' \rightarrow \lambda \vartheta$:

$$d/d\vartheta' (\Delta S(-\vartheta')) = d/d\vartheta' (\Delta S(\vartheta')), \text{ что эквивалентно функциональному уравнению}$$

$$\Delta S(-\vartheta') = \Delta S(\vartheta') + \Phi, \Phi - \text{константа} \quad (9)$$

Данное уравнение имеет бесконечное множество решений при $\Phi = 0$. Это множество $\Delta S(\vartheta')$ всех четных функций угла. Рассмотрим этот случай. Условие $\Phi = 0$ приводит к тому, что разность фаз между запрещенными и разрешенными траекториями является четной функцией угла, или это в развернутой форме записи означает

$$S_p(\vartheta) - S_3(\vartheta) = S_p(-\vartheta) - S_3(-\vartheta) \quad (10).$$

Из четности согласно (10) $\Delta(\vartheta) = S_p(\vartheta) - S_3(\vartheta) = S_p(-\vartheta) - S_3(-\vartheta)$. Используя, (4a) и (4б) получаем $S_p(-\vartheta) - S_3(-\vartheta) = S_3(\vartheta) - \pi/2 - S_p(\vartheta) - \pi/2 = -\Delta(\vartheta) - \pi$. Откуда $\Delta(\vartheta) = -\Delta(\vartheta) - \pi$ или, окончательно,

$$\Delta(\vartheta) = -\pi/2 = \text{Const} \quad (11)$$

Итак, в рассматриваемом случае разность фаз между квазиклассическими траекториями (наблюдаемая величина) есть постоянная величина, не зависящая от угла рассеяния, равная $-\pi/2$. Это исключает интерференционные осцилляции из дифференциальных сечений рассеяния в формуле (7).

Иными словами имеется своеобразный закон сохранения фазы, приводящий к отсутствию интерференции в дифракционном рассеянии. Причиной этого является наличие найденной симметрии задачи рассеяния по отношению к инверсии углов относительно начала координат в уравнении (2). Первый порядок получившегося дифференциального уравнения (2) дает возможность придать разности фаз условный смысл момента, а прицельным параметрам роль условных координат. Удобно это понять, если принять во внимание, что все законы сохранения в механике есть следствия наличия соответствующих симметрий в уравнениях движения. В рассматриваемом случае в качестве "уравнения движения" выступает соотношение (2), а в качестве наблюдаемой, сохраняющейся величины - квазиклассическая разность фаз между разрешенной и запрещенной траекториями.

Наиболее яркий пример действия данного принципа - рассеяние на кулоновском потенциале [5]. В этом случае дифференциальное сечение рассеяния, вычисленное по формулам квантовой механики, совпадает с дифференциальным сечением рассеяния, вычисленным по формулам классической механики. Иными словами в (7) квантовые, интерференционные осцилляции отсутствуют. Покажем, как это происходит на примере кулоновской фазы, вычисленной в [6] в квазиклассическом приближении. В [6] показано, что

$\delta(b) = \alpha [\ln(\alpha/e) * (1 + (kb/\alpha)^2)^{1/2} + (kb/\alpha) * \arcsin(1/(1 + (kb/\alpha)^2)^{1/2})] \approx \alpha [\ln((\alpha) * (1 + (kb/\alpha)^2))^{1/2} - 1/(6(kb/\alpha)^2)]$ и она четная при замене $\vartheta \rightarrow -\vartheta$ (воспользовались условием квазиклассичности $kb \gg \alpha$). Таким образом, для функций

$$S_p(b_p(\vartheta)) = \vartheta kb_p(\vartheta) + 2 * \delta(b_p(\vartheta)) - \pi/4$$

$$S_3(b_3(\vartheta)) = -\vartheta kb_3(\vartheta) + 2 * \delta(b_3(\vartheta)) + \pi/4$$

в кулоновском случае при вычитании и определении разности фаз сокращается и исчезает квазиклассическая фаза δ при условии выполнения (3). В кулоновском случае $b_p(\vartheta), b_3(\vartheta)$ введены в [5], вычислены ранее в [7] и составляют

$$b_p(\vartheta) = +(\alpha/k) * \text{ctg}(\vartheta/2), \quad b_3(\vartheta) = -(\alpha/k) * \text{ctg}(\vartheta/2) \quad (12)$$

т.е. удовлетворяет уравнениям (3). Отсюда следует, что в кулоновском случае в соответствии с (11)

$$\Delta(\vartheta) = \text{Const} = -\pi/2.$$

Подстановка этого соотношения в (7) дает

$$d\sigma/d\Omega = 4 * \sin^2(\Delta/2) * (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} = 2 (d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}}, \quad (13)$$

где $(d\sigma/d\Omega)_{\text{разрешенной}} = (d\sigma/d\Omega)_{\text{резерфорда}}$ - обычное резерфордовское сечение без осцилляций.

Таким образом, вычисленное по (7) дифференциальное сечение не имеет интерференционных осцилляций, но оказывается в два раза большим, чем это реально должно быть. Причиной не

соответствия и появление лишней 2 является то, что (13) выведено строго для случая $\text{Im } b_3(\vartheta) = 0$, что в кулоновском случае нарушено в области малых углов рассеяния. Как показано в [5] квазиклассическая фаза рассеяния в области малых и нулевых углов имеет точку ветвления $b=i\alpha/k$ в верхней полуплоскости комплексных прицельных параметров. Т.е. в этой области условие применимости (13) $\text{Im } b_3(\vartheta) = 0$ нарушено и $\text{Im } b_3(\vartheta) \neq 0$ и имеет мнимую, не зависящую от углов составляющую. В таком случае, чтобы получить верный результат расчета дифференциального сечения рассеяния при выводе (7), необходимо параметр квазиклассичности устремить к бесконечности, т.е. в формулах положить $\alpha \rightarrow \infty$. Откуда следует, что правильный множитель отношения амплитуд запрещенной траектории к разрешенной в этом случае должен составить $(f_3/f_p) \sim e^{-\vartheta * k * \text{Im}(b_3(\vartheta))} = e^{-\vartheta * \alpha} \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow \infty$. Что приводит к отсутствию вклада запрещенных траекторий в амплитуду вообще и, соответственно, к отсутствию 2 в выражении (13) в правильной квазиклассической формуле.

3. Заключение. Интерференционные эффекты, возникающие в дифференциальных сечениях рассеяния при высоких скоростях сталкивающихся частиц, причиной которых является разность фаз между разрешенной классической механикой траекторией и запрещенными классической механикой процессами, по своей сути аналогичны явлению интерференции 2-х световых лучей из геометрической оптики, имеющих разность хода в лучах. Это явления на стыке между классической механикой и квантовой. Наиболее ярко данные эффекты проявляются в малоугловом рассеянии атомных пучков на газовых мишенях при высоких энергиях, если рассеяние регистрируют на таких малых углах, что устройства для регистрации рассеянных частиц на данные углы были созданы только в конце 20-го века- координато-чувствительные детекторы (КЧД) на основе микроканальных пластин (МКП) [2].

При этом параметром “переключающим” законы по которым рассеиваются частицы является число $\xi = \vartheta * k * a \sim \vartheta / \Delta \vartheta$ (ϑ - угол рассеяния; $\Delta \vartheta$ -квантово механическая неопределенность в угле рассеяния частиц; $k=(2\mu E)^{0.5}$ -волновое число; a - характерный радиус действия сил отталкивания). Если $\xi \geq 1$, то для потенциалов отталкивания наблюдается монотонный характер хода сечений по углу ϑ . Если $\xi \leq 1$, то проявляются осцилляции сечений от угла, суть которых описана выше. Переход от больших ξ до малых позволяет понять, как природа одни законы меняет на другие. В частности, если $\xi = \infty$, то ни одна из частиц не рассеивается на отрицательный угол. Характер хода сечений с уменьшением угла при этом монотонный. При уменьшении ξ появляются частицы, которые по каким-то причинам “ныряют” под потенциальный барьер и улетают на угол $-\vartheta$ (т.е. вклад в сечение начинает идти из 2-х узких зон прицельных параметров $\Delta b_p, \Delta b_z$ что и приводит к появлению осцилляций). Пока их не много. При $\xi \approx 1$, таких частиц становится больше, но и общий вклад от траекторий обоих типов в амплитуду уменьшается. При этом возрастает вклад от “граничных областей прицельных параметров”-фраунгоферовский вклад (т.е. вклад в сечение на данный угол ϑ , происходит от протяженных областей прицельных параметров на периферии и близких к оси см. [4]). Наконец, если $\xi \leq 1$, то вклад от протяженных областей настолько преобладает, над вкладом от 2-х все более широких зон стационарности функций квазиклассического действия, что он становится преобладающим. Так формируется самый крупный, первый дифракционный пик.

Таким образом, можно провести следующую аналогию: при больших ξ рассеяние в основном классическое, а квантовые эффекты только начинают сказываться и проявляются хотя и слабо, но индивидуально (вклад в сечение идет от небольшого числа узких, “индивидуальных”

областей прицельных параметров, удовлетворяющих уравнениям (1)). При $\xi \sim 1$ в сечение начинают давать вклад “коллективные эффекты”- протяженные области прицельных параметров. При $\xi \leq 1$ вклад “коллективных” областей преобладает настолько, что фактически наблюдается дифракция Фраунгофера от области прицельных параметров в центральной зоне, которые закрыты для рассеяния отталкиванием.

Описанная выше картина, должна быть характерна для всех потенциалов отталкивания, вне зависимости от природы сил. Этот принцип нарушен для кулоновского потенциала. Как показано выше этому есть своя причина- разность фаз между траекториями в кулоновском случае есть величина не зависящая от угла рассеяния (следствие выявленной симметрии квазиклассических уравнений), что не позволяет образовываться осцилляциям сечений.

Аналоги рассмотренных выше явлений могут встретиться как в ядерной физике, так и в рассеянии пучков зарядов на областях с сильным магнитным полем.

4.Список литературы.

- 1.В.Б.Леонас, И.Д.Родионов. Исследование высокоэнергетического рассеяния атомов и молекул. УФН, 1985г. т.146, 1, стр.9-33
2. Калинин А.П., Леонас В.Б., Родионов И.Д., Родионова И.П. Изучение физико-химических свойств вещества методом рассеяния быстрых молекулярных пучков В сб. Математическое моделирование/Физико-химические свойства вещества, 1989, Наука, стр.41-72
3. Борисов А.С., Родионов И.Д. Обратная задача дифракционного рассеяния атомов высоких энергий на малые углы: Препринт ИПМ АН СССР №39 М., 1986г. 22стр.
4. Борисов А.С. К теории дифракционных осцилляций в дифференциальных сечениях рассеяния частиц. Математическое моделирование, 1997г., т9,№9 стр96-105.
5. Борисов А.С. К теории малоугловых осцилляций сечений. Математическое моделирование, 1997г., т9,№10 стр98-109.
6. З.Флюгге. Задачи по квантовой механике. М. Мир, 1974г. стр.300.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики, т.1, Механика (нерелятивистская теория), Физматлит, 2004г, стр.72.