

Наблюдаемы ли эффекты виртуального захвата частиц на замкнутые орбиты (квантовое орбитирование) при упругом рассеянии в полях отталкивания?

А.С.Борисов, Москва

Ранее в [ 3 ], [ 4 ] был выполнен анализ природы квантовых- дифракционных и интерференционных явлений, возникающих при упругом, квазиклассическом (т.е. при высоких относительных скоростях) рассеянии субатомных частиц (атомы, молекулы, ионы и т.д.) на потенциалах отталкивания в области малых углов. Для анализа использовано выражение амплитуды рассеяния в приближении прицельного параметра, представимое разложением в бесконечный ряд Фурье интегралов от фазовых сдвигов парциальных волн и функции Бесселя нулевого порядка, аппроксимирующей полиномы Лежандра [ 4 ]. Слагаемые такого ряда при рассеянии на малые углы “де факто” являются интегралами по путям Фейнмана. С позиций вычисления главных вкладов в интегралы Фейнмана удается интерпретировать процессы, вносящие основные вклады в амплитуду рассеяния на угол  $\vartheta$ : упругое рассеяние по разрешенным классической механикой траекториям; упругое рассеяние по запрещенным классической механикой траекториям- туннелирование частиц на углы  $-\vartheta$ ; и упругое рассеяние на малый угол  $\vartheta$  с виртуальным захватом частиц на замкнутые орбиты- квантовое орбитирование. Суммарная амплитуда рассеяния на угол  $\vartheta$  является при этом “квантово запутанной” между данными альтернативами, а также малоугловым дифракционным слагаемым, формирующим в дифференциальных сечениях рассеяния на самых малых углах первый дифракционный пик.

В данной заметке проведен анализ того, могут ли в экспериментах с субатомными частицами (атомы, ядра, электроны) среди всех перечисленных альтернатив быть выделены самые редкие события- закручивание частиц полем на виртуальные замкнутые или почти замкнутые орбиты.

1.Введение. Ранее при изучении рассеяния атом -молекулярных пучков высоких энергий ( $E \sim 1 \text{кэВ}$ ) на газовых мишенях с разлетом частиц в область сверхмалых углов ( $\leq 10^{-3}$  рад) были зарегистрированы осцилляции хода дифференциальных сечений рассеяния [ 1-2 ] в зависимости от углов. Эти не монотонности [ 3,4,5 ] связаны с особенностями квазиклассического рассеяния частиц, когда параметр  $\xi = \vartheta / \Delta\vartheta$ ,  $\vartheta$ -угол рассеяния,  $\Delta\vartheta$ - квантово механическая (дифракционная) неопределенность в угле рассеяния, которая по порядку величины  $\Delta\vartheta \sim 1/ka$  ( $k$ -волновое число,  $a$  - характерный размер потенциала), или  $\xi \sim \vartheta ka$ , принимает значения от 0 до  $+\infty$ . Если  $\xi \geq 1$ , то наблюдаемое дифференциальное сечение имеет монотонный характер хода при изменении угла (что характерно для сил отталкивания, возникающих при перекрытии электронных оболочек атомов) и можно говорить, что рассеяние происходит согласно законам классической механики. Если  $\xi \leq 1$ , то имеют место осцилляции дифференциальных сечений. Эти осцилляции можно объяснить существованием нескольких альтернатив для упругого рассеяния частиц. Среди них: упругое рассеяние на угол  $+\vartheta$  по законам классической механики; упругое рассеяние туннелированием на угол  $-\vartheta$  по траекториям запрещенным классической механикой [ 3 ], а также туннелированием на углы  $-\vartheta + 2\pi m$   $m = \pm 1, \pm 2, \dots$  [ 4 ] по траекториям запрещенным классической механикой с захватом частиц на замкнутые орбиты. Условно последние процессы, если бы их удалось выделить, можно было бы называть квантовым орбитированием. В заметке сделана попытка провести анализ того можно ли выделить роль траекторий с орбитированием в каких-либо экспериментах по рассеянию из всей совокупности упруго рассеявшихся частиц.

2.Общий анализ. Р.Фейнман еще в 1948г. ввел в физику понятие интеграла по траекториям, обобщая идеи П.Дирака высказанные в статье 1933г. “Лагранжиан в квантовой механике”. В математике подобные интегралы называют интегралами Н.Винера, который построил их теорию в 1920-х годах в связи с работами о броуновском движении. Смысл таких интегралов состоит в обобщении понятия обычного интеграла из  $R^3$  на бесконечномерные пространства с бесконечным числом переменных. Надо сказать, что за время, прошедшее с момента введения этого интеграла в физику до настоящего дня, число случаев, в которых удалось его точно вычислить, очень ограничено, наверное, можно даже утверждать, что это отдельные единичные случаи. Вся

прелесть данного понятия для квантовой физики состоит в том, что он дал наглядное представление о том, как формируется волновая функция квантовой системы.

В тоже время в физике уже давно известны задачи, решения которых, по сути своей сводятся к расчету интеграла по траекториям в упрощенном конечномерном пространстве. К числу таких примеров следует отнести решение задачи о расчете квантово механической амплитуды рассеяния для частиц, упруго рассеивающихся в центрально-симметричном потенциальном поле. В этом случае амплитуда рассеяния представима в виде разложения в ряд по полиномам Лежандра- парциальным волнам, отличающимися моментом импульса относительно центра рассеяния, каждая из которых описывается своей фазой.

Расчет такого бесконечного ряда, используя формулу суммирования Пуассона, можно свести к расчету ряда Фурье от интегралов по прицельным параметрам  $b=(l+0,5)/k$ ,  $l$ - орбитальный момент,  $k=2\pi/\lambda$ - волновое число,  $\lambda$ -длина волны де-Бройля, падающей на рассеивающий центр частицы (здесь и везде в дальнейшем используется атомная система единиц Д. Хартри 1928г., в которой масса электрона, заряд электрона и редуцированная постоянная Планка равны единице, т.е.  $m_e=e=\hbar=1$ ). Это разложение в литературе иногда называют приближением прицельного параметра. Соответствующие выкладки довольно известны и повторены в [ 4 ]. Здесь не приводятся для краткости.

Слагаемое, которое дает основной вклад в амплитуду при упругом рассеянии, называют эйкональным приближением или приближением Мольера (первый член в разложении в ряд Фурье или, что аналогично, первый член в формуле суммирования Пуассона). Обычно им и ограничиваются. Если речь идет о рассеянии быстрых ( $E\sim 1$  кэВ) атомов и молекул, которое сосредоточено в основном в узком конусе малых углов ( $\sim 10^{-2} - 10^{-3}$  радиан), из-за того, что все траектории рассеяния можно считать прямолинейными, интеграл Мольера равно как и все интегралы, более высоких порядков в разложении амплитуды в ряд Фурье, де факто становятся интегралами Фейнмана, т.е. интегралами по совокупности прямолинейных траекторий, идущих к рассеивающему центру.

Действительно, все возможные траектории (более строго- трубки траекторий) в случае если они прямолинейны- это перпендикуляры к элементарным площадкам образующим в совокупности плоскость перпендикулярную вектору скорости частиц, размером равные произведению элемента полярного угла  $d\varphi$ , на элемент длины дуги  $bdb$ ,  $b$ -прицельный параметр (см. Рис.1) в цилиндрической системе координат, начало которой расположено в центре рассеивания, а ось  $z$  является параллельной вектору скорости потока. Сумма по всем таким элементарным площадкам, есть интеграл по полярному углу  $\varphi$  от 0 до  $2\pi$  и интеграл по всем прицельным параметрам  $b$  от 0 до  $+\infty$ , перемноженные на экспоненту, где показатель степени является квазиклассическим действием вдоль заданной (если фиксировать переменные  $\varphi$  и  $b$ , то этими величинами любая прямая задается однозначно) прямолинейной траектории. Рассмотрение только прямолинейных траекторий, их строгий учет (интегрирование в пространствах  $\varphi$  и  $b$ ) и пренебрежение в интеграле Фейнмана оставшейся совокупностью любых других криволинейных траекторий (иными словами выделение в рассматриваемом частном случае основного вклада) это и позволяет довести расчет до конечного результата. Тем самым методы расчета континуальных интегралов в рассматриваемом высокоэнергетическом пределе ,были созданы задолго до обобщающей их формулировки 1948 года.

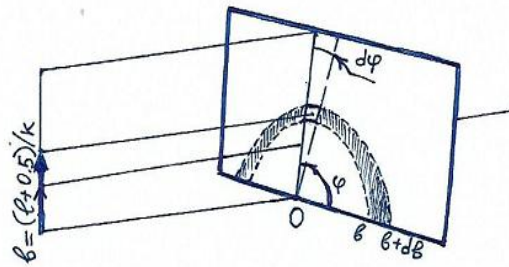


Рис.1

В учебной литературе по квантовой механике [ 6 ] показано, что в приближении Мольера расчет амплитуды на относительно больших углах (т.е. на углах, где угол рассеяния  $\vartheta$  больше, чем квантово механическая неопределенность в угле рассеяния  $\sim 1/(k \cdot b)$ ,  $k$ -волновое число) дает для квадрата модуля упругой амплитуды рассеяния (квадрат модуля совпадает с дифференциальным сечением) формулу, совпадающую с дифференциальным сечением рассеяния, вычисленным по правилам классической механики. В [ 3 ] показано, что по мере уменьшения угла рассеяния до значений  $\vartheta < 1/(k \cdot b)$  в интеграл Мольера начинают давать вклад процессы, которые можно интерпретировать как туннелирования частиц под барьером в полях отталкивания и их рассеяние на отрицательные углы  $-\vartheta$ .

Суммарная амплитуда при этом становится равной сумме амплитуд двух процессов: упругого классического рассеяния на угол  $+\vartheta$  и упругого чисто квантового процесса- туннелирования частиц в поле отталкивания под барьером на угол  $-\vartheta$ . При этом в дифференциальном сечении рассеяния возникает интерференционная картина, которая при еще большем уменьшении угла, переходит в картину более похожую на дифракцию волн де- Бройля на непрозрачном круглом экране, который создается для рассеивающихся частиц, центральной областью действующего на них силового поля отталкивания. Непрозрачная часть экрана (где и набирается основной вклад в интеграл в области первого дифракционного пика) на углах дифракции формирует сумму всех прицельных параметров до некоторого граничного и это позволяет проводить аналогию данного случая рассеяния волн де - Бройля с рассеянием световолн электромагнитных, на непрозрачном круглом экране, который в дальней зоне обеспечивает распределение интенсивности света согласно известной формуле дифракции Фраунгофера на круглой диафрагме радиуса  $R - (R \cdot J_1(\vartheta \cdot k \cdot R) / k \cdot \vartheta)^2$ ,  $J_1(x)$ - функция Бесселя первого порядка.

В [ 4 ] показано, что учет более высоких членов (чем интеграл Мольера) в разложении амплитуды в ряд Фурье, приводит к необходимости учитывать в полной амплитуде трубки траекторий, которые описываются корнями следующего уравнения (причем действительные корни описывают рассеяние согласно принципам классической механики, а комплексные корни соответствуют классически запрещенным процессам и описывают как туннелирование частиц на углы  $-\vartheta$ , так и проявляющиеся в более высоких порядках, новые слагаемые, которые можно интерпретировать как процессы захвата частиц на замкнутые орбиты, т.е. виртуальное орбитирование с последующим рассеянием на малые углы  $\pm\vartheta$ ):

$$2(d\delta/db) = (\pm\vartheta + 2\pi m) \cdot k, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Здесь  $\delta$ - сдвиг фазы волновой функции при рассеянии по траектории с прицельным параметром  $b$ ,  $\pm\vartheta + 2\pi m$ - углы рассеяния частиц, если их прицельный параметр равен  $b$ . В [ 4 ] показано, что данное уравнение возникает в методе перевала как результат поиска точек экстремума фазового

множителя (квазиклассического действия вдоль классической прямолинейной траектории) в  $m$ -ном интеграле Фейнмана в разложении полной амплитуды по формуле суммирования Пуассона.

Из (1) следует, что упругое рассеяние согласно законам классической механики описывается в нем условиями  $\vartheta < 0$  и  $m=0$  (действительный корень (1)); туннелирование на углы  $-\vartheta$  описывается условиями  $\vartheta < 0$  и  $m=0$  (мнимый корень (1)); а эффекты рассеяния с закручиванием на угол  $\pm 2\pi$  - условиями  $\vartheta < 0$   $m=\pm 1$  для углов  $2\pi m - \vartheta$  и  $\vartheta > 0$   $m=\pm 1$  для углов  $2\pi m - \vartheta$  (мнимые корни (1)) и т.д. для  $m=2,3,\dots$

При анализе фейнмановских интегралов вклад, производимый от эффектов орбитирования, является следующей поправкой после поправки, которая описывает процесс подбарьерного туннелирования частиц на углы  $-\vartheta$ . На Рис.2 классическая траектория обозначена как линия  $1 \rightarrow 1'$ ; подбарьерный процесс обозначен линией  $1 \rightarrow 2'$ ; а траектории квантового орбитирования, т.е. рассеяния с закручиванием на углы  $-2\pi - \vartheta$  и  $-2\pi + \vartheta$  обозначены как  $1 \rightarrow 3'$ ,  $1 \rightarrow 3''$  (2 линии). Аналогично на Рис.2 могли бы быть указаны еще 2 линии для рассеяния с закручиванием на углы  $2\pi - \vartheta$  и  $2\pi + \vartheta$ , однако они не нанесены, чтобы не загромождать рисунок деталями.

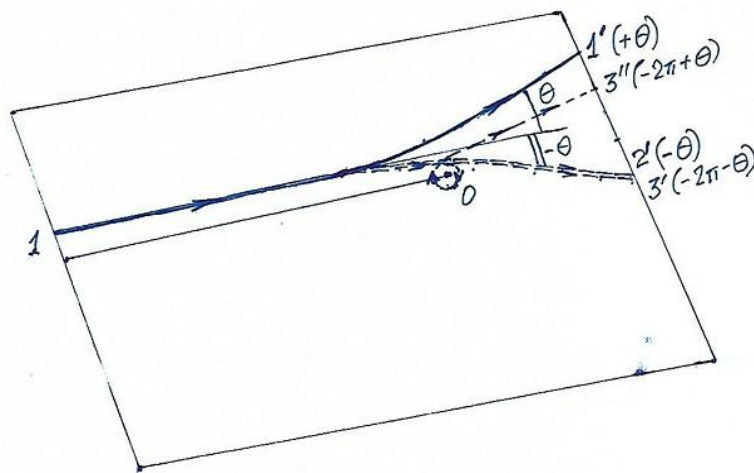


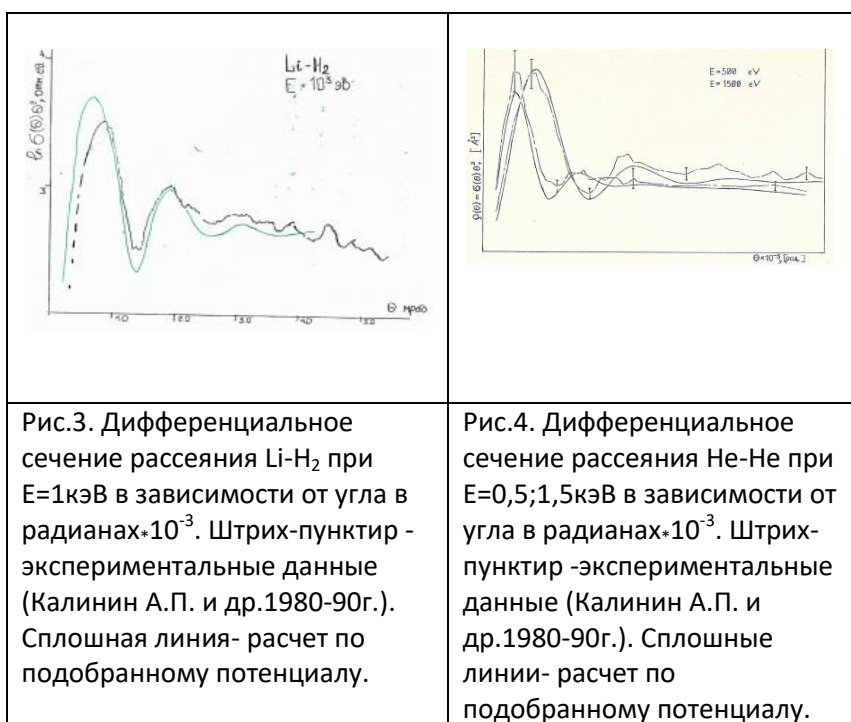
Рис.2

Возникает вопрос- можно ли в экспериментах отдельно выделить эффекты описанного выше виртуального захвата частиц на круговые орбиты? Если бы это удалось сделать, то такие эффекты условно можно было бы называть квантовым орбитированием.

На первый взгляд такое кажется не реальным, поскольку эффекты орбитирования маскируются гораздо более вероятными процессами туннелирования под барьером с последующим рассеянием частиц на тот же угол  $-\vartheta$ , т.е. амплитуды орбитирования являются "квантово запутанными" с амплитудами туннелирования (дают вклад в тот же угол  $-\vartheta$ , но со своей фазой).

В дифференциальных сечениях эффекты туннелирования выделяются явно (т.е. их квантово механическую "запутанность" с разрешенными классической механикой упругими траекториями удается "распутать") из-за гораздо более быстрого сглаживания вторичных дифракционных осцилляций Фраунгофера, следующих за первым дифракционным пиком (в реальных экспериментах с атомами и молекулами (см. Рис.3-4 ниже) или [ 4 Рис.5 ] таких осцилляций наблюдается всего 1-2 вместо более чем 3-5, как это следует из расчетов

проделанных в [ 3 см. Рис.1 ], согласно аналогии с дифракцией света на круглом непрозрачном экране в оптике).



Трудность выделения эффектов орбитирования (закручивания на углы  $2\pi m$ ) в сечениях состоит в том, что соответствующие амплитуды оказываются “подавленными” по сравнению с амплитудами туннелирования дополнительным фактором Гамова- множителем  $\exp(-2\pi m \cdot k \cdot \text{Im}(b(\vartheta)))$   $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ , который даже для наиболее благоприятного случая  $m=1$  и  $k \cdot \text{Im}(b(\vartheta)) \sim 1$  в атомно-молекулярном рассеянии принимает значение  $\approx e^{-6,28} \sim 10^{-3}$ . Таким образом, так как

$$f_{\text{орбитирования}} / f_{\text{туннелирования}} < e^{-6,28} \sim 10^{-3} \ll 1, \quad (2)$$

чтобы исследовать указанные эффекты, надо уметь выделять в области малых углов рассеяния “биения” интерференционных осцилляций дифференциальных сечений вида  $2A \cdot \cos(\Delta(\vartheta))$ , где  $\Delta(\vartheta)$ -разность фаз, с амплитудой  $\pm 2A$  от величины спада сечений в области вторичных дифракционных пиков, что кажется практически невероятным из-за оценки (2), которая как будет показано ниже в случае атом -молекулярного рассеяния сильно завышена.

Рассмотрим круг явлений, где обсуждаемые эффекты также могли бы проявить себя, т.е. где “квантово механическую запутанность” траекторий между туннелированием и орбитированием можно было бы пытаться разделить.

**3. Общий анализ. Атом-молекулярное рассеяние.** Наименьшие энергии, когда малоугловые дифракционные эффекты еще не “замазаны” наличием не монотонности ветвей атом -молекулярных потенциалов  $>10$  эВ (цифра взята приблизительно, согласно расчетов, проделанных в [ 1 ] см. Рис.3г стр.106), откуда волновое число  $k \sim (2\mu E)^{0,5} \sim 10^{3/2} \approx 30 \text{ а.е.}$ . Тогда, если  $\text{Im } b \sim 1 \text{ а.е.}$ , то для наблюдения эффектов орбитирования (если принять минимальное значение показателя экспоненты равным  $2\pi m \cdot k \cdot \text{Im}(b(\vartheta)) \sim 1,8 \cdot 10^2$ ), нужно экспериментально наблюдать осцилляции сечений с относительной амплитудой  $\approx e^{-180} \sim 10^{-90}$ , что не возможно.

4. Общий анализ. Ядерные процессы. При относительно низкой энергии поступательного движения  $E \sim 10 \text{ МэВ}$  волновые числа для наиболее легких ядер  $k \sim (2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^7 / 30)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ а.е.}$ , что при радиусе взаимодействий на пять порядков ниже, чем в атомных процессах  $R \sim 1-5 \text{ фм} = 1-5 \cdot 10^{-5} \text{ а.е.}$ , обеспечивает  $2\pi k \cdot R \approx 1,8-9$ . Иными словами амплитуды вероятностей туннелирования и орбитирования при ядерных взаимодействиях удовлетворяют следующим оценкам (вычисления проводим аналогично тому, как это было сделано в (2) ранее)  $f_{\text{орбитирования}} / f_{\text{туннелирования}} \sim e^{-(1,8 \dots 9)} \sim 10^{-(1 \dots 4,5)}$ . Область углов рассеяния, где подобные эффекты следует наблюдать  $\Delta\theta < 1/k \cdot R \sim 0,66-3,3$  радиан (или  $\approx 40^\circ-180^\circ$  в системе центра масс).

Квазиклассическое дифракционное рассеяние, которое имеет место при упругих ядерных соударениях, имеет схожие черты с упругими атом-молекулярными процессами, описанными выше. При этом в ядерных процессах в первую очередь следует обратить внимание на взаимодействие зарядово-нейтральных частиц-нейтронов с ядрами тяжелых элементов, а также заряженных частиц-протонов,  $\alpha$ -частиц, тяжелых ионов с ядрами. Представляется, что для целей данной заметки наиболее интересны процессы с участием нейтральных частиц-нейтронов. В этом случае при взаимодействиях отсутствуют силы кулоновского отталкивания, которые из-за их значительной величины будут дополнительно "замазывать" квантовые эффекты в рассеянии.

Надо отметить также, что в случае рассеяния нейтронов на ядрах наиболее мощные силы действуют на расстояниях сближения 1-5 фм, если взаимодействием затрагивается оболочка ядра мишени, причем эти силы являются силами притяжения. В случае сил притяжения эффекты захвата частиц на замкнутые орбиты известны и наблюдаемы на реальных траекториях, причем такие события не кажутся удивительными. Однако, если речь идет о высокоэнергетических нейтронах  $E \sim 10 \text{ МэВ}$ , то захват на круговые орбиты и их дальнейшее рассеяние на малые углы не возможен из-за большой относительной скорости сталкивающихся частиц. Это противоречило бы законам сохранения. Однако, квазиклассическое рассеяние подобным образом происходить может (такие процессы могут быть описаны комплексными корнями уравнения (1)).

Рассмотрим расчет дифференциальных сечений в данном случае. В амплитуде упругого рассеяния (действуем аналогично [7]) удобно выделить внутренние области ядра, чтобы явно выявить фраунгоферовскую дифракционную составляющую  $R \cdot J_1(\theta \cdot k \cdot R) / k \cdot \theta$ , которая формируется нейтронами, имеющими прицельные параметры меньше, чем размер ядра-мишени. Тогда упругая амплитуда  $F(\theta)$ :

$$F(\theta) = (i/2k) \sum_{l=0}^{l=l_0} P_l(\cos(\theta)) \cdot (2l+1) + (i/2k) \sum_{l=l_0+1}^{l=l_{\max}} P_l(\cos(\theta)) \cdot (2l+1) \cdot (S_l - 1) =$$

$$i \cdot a \cdot J_1(2 \sin(\theta/2) \cdot k \cdot a) / (2 \sin(\theta/2)) + f_{\text{оболочки}} \cdot e^{i S_{\text{оболочки}}} \text{ и } d\sigma/d\Omega = |F(\theta)|^2, S_l = \exp(2i \cdot \delta_l) \quad (3)$$

где  $l_0 + 0,5 = a \cdot k$ ;  $l_{\max} + 0,5 = R \cdot k$ ;  $R$  - внешний радиус ядра,  $a$  - внутренний радиус в ядре, при котором потенциал Вудса-Саксона еще практически не зависит от межъядерного расстояния;  $k$  - волновое число;  $\delta_l$  - сдвиги фаз волновой функции для орбитальных моментов  $l_0 \leq l \leq l_{\max}$ ;  $f_{\text{оболочки}}$  и  $S_{\text{оболочки}}$  амплитуда и квазиклассическое действие, описывающие рассеяние из-за существования в ядре оболочки.

Из (3) следует, что квантовые эффекты при рассеянии на фиксированный угол  $\theta$  будут состоять из: 1) дифракционных эффектов (первый член в (3), как вклад от внутренней области ядра, поглощающей падающие нейтроны) 2) вклад от упругого рассеяния на оболочке, где падающие нейтроны притягиваются ядерными силами (быстро изменяющаяся часть потенциала Вудса - Саксона) и рассеиваются на угол  $+\theta$ , 3) а также из обсуждаемых выше квантовых эффектов

при рассеянии на углы  $-\vartheta$ . Отметим здесь справедливости ради, что на нижнем пределе указанных выше радиусов взаимодействия  $R=1\text{фм}$  параметр квазиклассичности рассеяния  $k\cdot R \gg 1$  перестает выполняться ( $k\cdot R \approx 0,3$ ) и понятие о траекториях приобретает условный смысл (впрочем аналогичное приходится утверждать даже и для верхнего указанного предела  $R=5\text{фм}$ , когда  $k\cdot R \approx 1,5$ ), поэтому в данном случае можно говорить только о квантовых эффектах в рассеянии и разделение их на конкретные механизмы следует принять условным.

Расчеты проведенные в [ 3 ] для атом -молекулярного дифракционного рассеяния показывают, что для правильного описания первого дифракционного пика в дифференциальных сечениях, амплитуды квантового рассеяния по квазиклассическим траекториям приходится принудительно занулять в области углов первого дифракционного пика и наоборот, первое дифракционное слагаемое в (2) необходимо отбрасывать, чтобы получить верную картину вторичных дифракционных осцилляций. Можно предположить что, аналогичное верно и для ядерных процессов.

В таком случае приходится признать, что поиск обсуждавшихся выше эффектов в ядерных взаимодействиях следует проводить в области вторичных дифракционных пиков, где интерференционная картина возникает в результате конкуренции между рассеянием благодаря сильным взаимодействиям (одно слагаемое), туннелированием (одно слагаемое) и орбитированием (2 или даже 4 слагаемых). Столь сложная картина приведет к многочастотной структуре биений в сечениях.

Приведем здесь для иллюстрации график экспериментальных измерений дифференциальных сечений упругого рассеяния нейтронов с энергией  $14\text{Мэв}$  на ядрах  $^{54}\text{Fe}$  взятый из [ 7 ] из которого видно, что фраунгоферовское дифракционное слагаемое (первый член в (3), который при фиксированном волновом числе  $k$  определяется всего одним параметром, а - характерным размером границы действия потенциала Вудса-Саксона) нормированное на положение и амплитуду первого дифракционного пика не в состоянии описать всю совокупность экспериментальных измерений во всей области углов рассеяния  $[0; \pi]$  ни по угловым положениям характерных минимумов-максимумов сечений, ни по отношениям их амплитуд см.Рис.5. Это служит доказательством наличия в упругом рассеянии вкладов от дополнительных упругих процессов. Такими процессами могут являться упомянутые выше альтернативы.

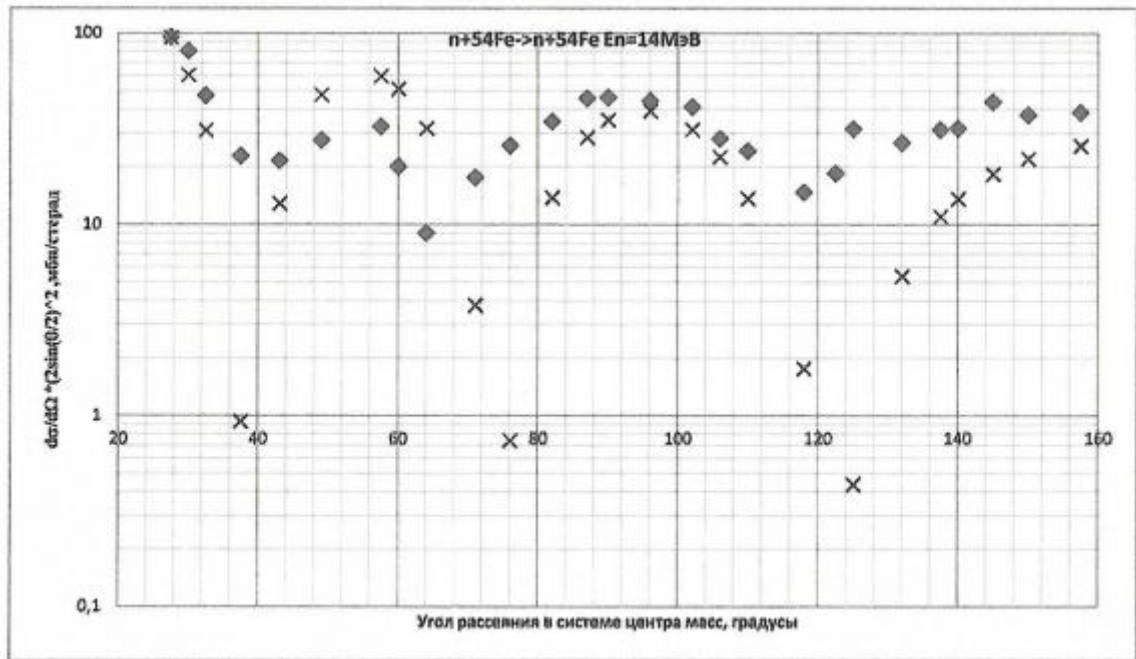
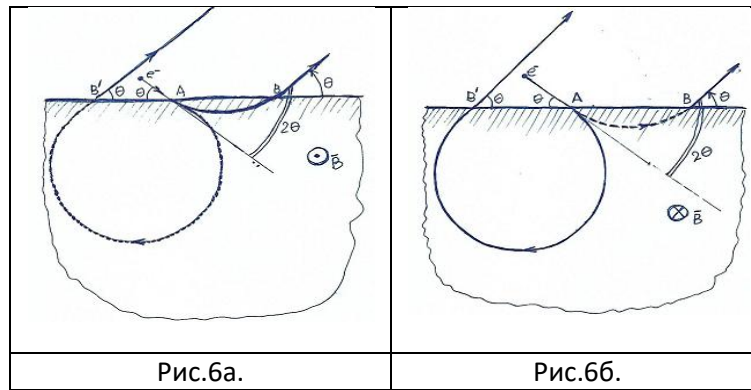


Рис.5 Дифференциальное сечение упругого рассеяния (ДСУР) нейтронов 14МэВ на ядрах 54Fe в системе центра масс. Ромбы (сплошным черным)- экспериментальные данные из [ 7 ], пересчитанные в единицы принятые в быстрых атомных соударениях (т.е. ДСУР перемноженное на  $(2 \cdot \sin(\theta_{\text{цм}}/2))^2$ ) в зависимости от угла рассеяния в системе центра масс. Кресты- квадрат модуля дифракционного слагаемого, нормированного (подгонкой параметров) на величину амплитуды и углового положения максимума первого дифракционного пика и вычисленного по формуле:  $d\sigma/d\Omega \cdot (2 \cdot \sin(\theta/2))^2 = 526,3 \cdot (J_1(5,8 \cdot (2 \cdot \sin(\theta/2))))^2$ .

Из сказанного выше, следует признать, что и в случае ядерных взаимодействий отделение эффектов орбитирования от маскирующих их эффектов туннелирования или рассеяния по разрешенным траекториям, изучая особенности дифференциальных сечений рассеяния, также представляется крайне маловероятным из-за сложной интерференционной структуры сечений, несмотря на возможную сопоставимость амплитуд процессов.

Заметим, что если вместо нейтронного рассеяния использовать рассеяние заряженных частиц (протоны,  $\alpha$ -частицы, ионы), то поиск еще больше усложнится из-за вклада кулоновского рассеяния в (2), который внесет дополнительные интерференционные осцилляции сечений.

4.Общий анализ. Интерференция, возникающая при отражение пучка электронов от границы с сильным магнитным полем. Имеется один случай, когда в силу условий возникновения интерференции, процессы виртуального закручивания и туннелирования изначально разделены между собой. Такой случай может реализоваться при скользящем падении пучка электронов на область с резкой границей сильного магнитного поля. Аналогом отталкивающего потенциала в этом случае будет выступать сама граница поля.



В частности, если электронный пучок падает под скользящим углом на область магнитного поля, то в зависимости от направления поля, сила Лоренца будет закручивать электроны либо в направлении на вылет из поля (т.е. будет наблюдаться отражение пучка от области поля (Рис.6а)), либо в направлении на влет электронов в область поля (Рис.6б). В последнем случае электроны могут совершить почти полный оборот в поле и также покинут его, отразившись под тем же углом  $\vartheta$  в зависимости от направления поля, траектории частиц внутри поля будут различны. Если при этом длина волны де - Бройля электронов сопоставима, или больше, двойного геометрического расстояния между точками влета электронов в область поля и точками их вылета из поля (расстояние  $|BB'|$  на Рисунках 6), то для электронов при фиксированном направлении поля в обоих случаях будут существовать альтернативные запрещенные классической механикой траектории покинуть поле. На Рис. 6а-6б такие траектории обозначены штрих -пунктирными линиями.

Наличие альтернативных траекторий при прохождении электронами границы с полем можно понять из аналогии со светом, когда при его прохождении границы раздела сред с разными диэлектрическими проницаемостями, существуют как отраженная волна, так и прошедшая волна. Для прошедшей в область с полем волны де - Бройля, описывающей электроны, уравнения, описывающие квазиклассическую траекторию частиц могут быть получены из уравнений для траектории отраженных частиц заменой знака действия силы на обратный (что эквивалентно либо смене знака заряда электрона с “-” на “+”, либо при сохранении знака, смене направления поля на противоположное).

Волновая функция отраженных электронов в дальней от области взаимодействия зоне будет состоять из 2-х интерферирующих вкладов, что приведет к осцилляциям интенсивности электронного пучка, если рассматривать его как функцию угла отражения  $\vartheta$  согласно (4):

$$I = |I_1 e^{iS_1} + I_2 e^{iS_2}|^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\Delta(\vartheta)), \text{ откуда}$$

$$I/I_0 \approx (1 + 2 \cdot (I_2/I_1)^{1/2} \cos(\Delta(\vartheta))) \text{ при } I_2 \ll I_1 \text{ и } I_1 \approx I_0, \text{ здесь } \Delta(\vartheta) = S_2 - S_1 \quad (4)$$

Как это следует из (4) интенсивность отраженного потока в дальней зоне будет иметь максимумы и минимумы.

Такая картина проявится, если с одной стороны  $k \cdot R_L \gg 1$   $R_L$ - ларморовский радиус орбит электронов, а с другой, длина волны электронов много больше, чем область взаимодействия  $|BB'|$ , причем  $\sin \vartheta \approx \vartheta \leq 2 \cdot |AB|/R_L = 2\lambda/R_L = 2/k \cdot R_L$ , или в области углов отражения  $\vartheta \cdot k \cdot R_L \leq 2$ ,  $\lambda$ - длина волны де-Бройля.

Так как ларморовский радиус  $R_L = m_e v_{\perp} / e B$ ,  $B$ - индукция поля,  $v_{\perp}$ -перпендикулярная составляющая скорости электронов к направлению поля  $B$ , то для наиболее сильного достигнутого к настоящему моменту стационарного поля в 35Тл (КНР, 2025г) при энергии электронного пучка в  $10^4$ эВ ( $k \sim 10^{-3}$ а.е.) ларморовский радиус составит  $10^{-7}$ м или  $10^3$ а.е., что дает  $k R_L \sim 1$ . Откуда  $I_2/I_0 \approx \exp(-2\pi k R_L) \sim 10^{-3}$  (это сопоставимо с оценкой (2), но в качестве основного сигнала в отличие от (2) в данном случае будет выступать интенсивность падающего потока, а не туннельный поток). Данная оценка справедлива для случая, когда электрон виртуально закручивается полем почти на полный оборот и пучок отражается под скользящим углом.

При другом направлении поля и той же геометрии, за счет туннелирования электрона вероятность отражения по альтернативной траектории составит  $I_0 \cdot \exp(-2\vartheta k R_L)$ , что даже для полей в 1Тл и энергии электронов в 1эВ при углах отражения  $\vartheta \leq 2/k R_L = 10^{-2}$  радиан, дает отношение  $I/I_0 = e^{-4} \approx 0,01$ . При увеличении угла отражения данные осцилляции быстро затухнут.

Таким образом, указанные выше оба типа траекторий кажутся на первый взгляд вполне наблюдаемыми, но в разной степени.

5. Заключение. Рассмотренные примеры показывают, что процессы интерпретируемые как захват частиц на замкнутые орбиты, проявляющиеся в теории как отдельные слагаемые при квазиклассическом описании амплитуд рассеяния, принципиально допускают возможность наблюдения в случае с пучками наиболее легких заряженных частиц- электронов при их отражениях от областей с сильными магнитными полями.

Не исключено, что при атомных или ядерных взаимодействиях есть какие-либо процессы, где под барьерное рассеяние на угол  $-\vartheta$  по каким-либо причинам запрещено и эффекты орбитирования, рассмотренные выше, становятся доминирующими в квазиклассическом дифракционном рассеянии на малые углы наряду с разрешенными.

Во всяком случае, в теории, т.е. при описании процесса мало углового упругого рассеяния фейнмановскими интегралами, явно выделяются вклады пучков траекторий, удовлетворяющих в комплексных числах уравнению (1) при  $m = \pm 1$ , которые описывают возможность частицам быть захваченными на замкнутую один раз (или больше при  $m = \pm 2, \pm 3 \dots$ ) орбиту и вклад от которых существенно превышает фоновое значение вкладов в  $m$ -ый интеграл по путям от остальных прямолинейных траекторий.

## 6. Список литературы.

1. Леонас В.Б., Родионов И.Д. Исследование высокоэнергетического рассеяния атомов и молекул. УФН, 1985г. т.146, №1 стр.7-34.
2. Калинин А.П., Леонас В.Б., Родионов И.Д., Родионова И.П. Изучение физико-химических свойств вещества методом рассеяния быстрых молекулярных пучков В сб. Математическое моделирование/Физико-химические свойства вещества, 1989, Наука, стр.41-72
3. Борисов А.С. К теории дифракционных осцилляций в дифференциальных сечениях рассеяния частиц. Математическое моделирование, 1997г., т9, №9 стр96-105.

4. Борисов А.С. К теории малоугловых осцилляций сечений. Математическое моделирование, 1997г., т9, №10 стр98-109.
5. Борисов А.С., Родионов И.Д. Обратная задача дифракционного рассеяния атомов высоких энергий на малые углы: Препринт ИПМ АН СССР №39 М., 1986г. 22стр.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики, т.3, Квантовая механика (нерелятивистская теория), Физматлит, 2004г.
7. Дьячков В.В. Исследование деформационных характеристик и кластеризации ядер с помощью упругого дифракционного рассеяния ионов, Диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н., Санкт-Петербург, СПГУ, 2016; Лещенко Б.Е., Нурабаева Г.У. Юшков А.В., Дьячков В.В., Шакиров А.Л., Хасан С.Ф., Шакиров А.Л. Дифракционное рассеяние быстрых нейтронов на легких, средних и тяжелых ядрах// Вестник КазНУ, серия физ., Алматы, 2002г., №2(13) стр.187-202.