СЧИТАТЬ ГЛАЗАМИ ЕГИПЕТСКОГО ПИСЦА

Число, мера, дробь, остаток и проверка в одной системе мышления

ВСТУПЛЕНИЕ

Египетская математика часто кажется странной. В ней умножают удвоением, делят через подбор кратностей, записывают дроби как суммы единичных долей, считают наклон не в градусах, а в ладонях на локоть высоты. Современному человеку легко увидеть во всём этом неудобную замену привычной арифметики. Кажется, что перед нами более длинный путь к тем же ответам.

Но если не торопиться с переводом, видно другое.

Мы видим дробь и сразу думаем о числителе со знаменателем. Неизвестное превращается в x. Наклон в угол. Объём в формулу. Египетский писец работал иначе. Перед ним были хлеб, зерно, мера, поле, рабочие, локти, ладони, амбары, границы, пайки, строительные формы, списки и записи. Число почти никогда не висело отдельно от предмета счёта. Оно было числом чего-то.

Семь хлебов, десять людей, сто локтей, двадцать мер зерна, половина основания, остаток после дележа. Это не абстрактные символы. Это величины, с которыми нужно что-то сделать: разделить, измерить, записать, сравнить, выдать, проверить.

Современная запись очень сильна. Она даёт скорость, компактность, обобщение. Но иногда она убирает из поля зрения само действие. Запись 0,7 хлеба точна, но она не говорит, как именно раздать семь хлебов десяти людям. Запись 1/2 + 1/5 медленнее, но она ближе к раздаче: сначала половина, потом пятая часть.

В этом различии начинается другой взгляд на число.

Сохранившиеся математические тексты Египта показывают культуру счёта, где ответ не отделён от процедуры. Надо не только получить число, но и знать, из каких шагов оно получено, какой остаток остался, как он разложен, какой мерой выражен и как результат возвращается к исходной задаче.

Египетская математика становится понятнее, если видеть в ней не набор странных приёмов, а систему действия. Число собирается из частей, умножение строится лестницей кратностей, деление собирает делимое из готовых кратностей. Дробь рождается из остатка, остаток разлагается на понятные доли. Мера связывает вычисление с телом, полем и строительством. Проверка возвращает результат туда, откуда задача началась.

В центре этой книги стоит остаток. Пока деление точное, задача закрывается быстро. Но когда остаётся часть, начинается настоящая работа писца. Остаток нельзя бросить. Его нужно назвать, разрезать, выразить, сделать применимым и проверить. В этом месте дробь перестаёт быть просто записью между нулём и единицей. Она становится способом довести дело до конца.

I. МИР, ГДЕ ЧИСЛО БЫЛО МЕРОЙ

Писец и его работа

Писец не был "древним калькулятором". Он был человеком записи, меры и порядка. Его работа проходила там, где вещи нужно было перевести в управляемую форму: зерно в меру, землю в площадь, труд в норму, хлеб в пай, наклон в строительную инструкцию, задачу в последовательность действий.

Он знал знаки, таблицы, меры, дроби, способы умножения и деления, типовые задачи. Его сила была не в том, чтобы каждый раз изобретать новый способ, а в том, чтобы узнавать ситуацию и применять надёжную процедуру.

Такой навык формируется повторением. Ученик писца копирует, считает, сверяет, проверяет. Он запоминает не только ответы, но и маршруты: как построить кратности, как выбрать строки, как закрыть остаток, как убедиться, что результат сошёлся.

Таблица в такой культуре хранит готовые пути, а не просто справку. Задача здесь не просто вопрос, а повод применить процедуру. Проверка не украшает конец решения, она часть его.

Делишь хлеб, ответ должен быть выдаваемым. Меришь поле, результат должен быть записываемым. Рассчитываешь наклон, строитель должен суметь его повторить. Считаешь зерно, мера должна быть привязана к хранилищу и норме.

Поэтому египетская математика часто выглядит не как теория, а как практика точного действия.

Что можно утверждать честно

О внутреннем голосе древнего писца мы не знаем. Нельзя сказать: "он думал именно так". До нас дошли тексты, задачи, таблицы, записи процедур, единицы меры, термины, отдельные ошибки и исправления. По ним можно судить не о психологии конкретного человека, а о форме вычислительной практики.

Здесь важно не смешивать три разные вещи.

Первое: то, что прямо в тексте. Папирус, задача, таблица, последовательность шагов, результат. Это источник.

Второе: попытка понять, почему процедура была удобной, как она передавалась ученикам, почему хорошо подходила к конкретной среде. Это реконструкция.

Третье: современное объяснение. Оно помогает увидеть внутреннюю механику, но не должно подменять собой то, что писец записал.

Без этого разграничения египетская математика легко превращается или в примитивную арифметику, или в красивую легенду. Первое обедняет материал. Второе искажает его.

Сохранившиеся задачи показывают достаточно, чтобы говорить о сильной операционной культуре. В ней важны мера, разложение, остаток, проверка, таблица, запись. Этого достаточно, чтобы увидеть другой способ работать с количеством.

Среда счёта

Египетская математика не возникала в пустоте. Её окружали земля, вода, зерно, строительство, храмовое и государственное хозяйство, рабочие отряды, налоги, склады, пайки, списки.

Разлив Нила часто вспоминают как источник землемерия. Вода поднималась, покрывала поля, меняла видимые границы. После ухода воды землю нужно было снова измерять, записывать, распределять. Но нельзя сводить всю математику Египта только к этому. Счёт был нужен и для хранения зерна, и для производства хлеба и пива, и для строительства, и для учёта труда, и для обучения писцов.

Главное здесь не одна причина, а общий характер среды: величины должны были быть измерены, записаны и проверены. Неизмеренное поле нельзя включить в учёт. Непосчитанный пай нельзя справедливо выдать. Без объёма амбара не знаешь его вместимость. Наклон без рабочей меры строитель не сможет повторить.

Число здесь не оторвано от мира. Оно делает часть мира учитываемой.

II. ЧИСЛО КАК СОБРАННАЯ ВЕЛИЧИНА

Непозиционная запись

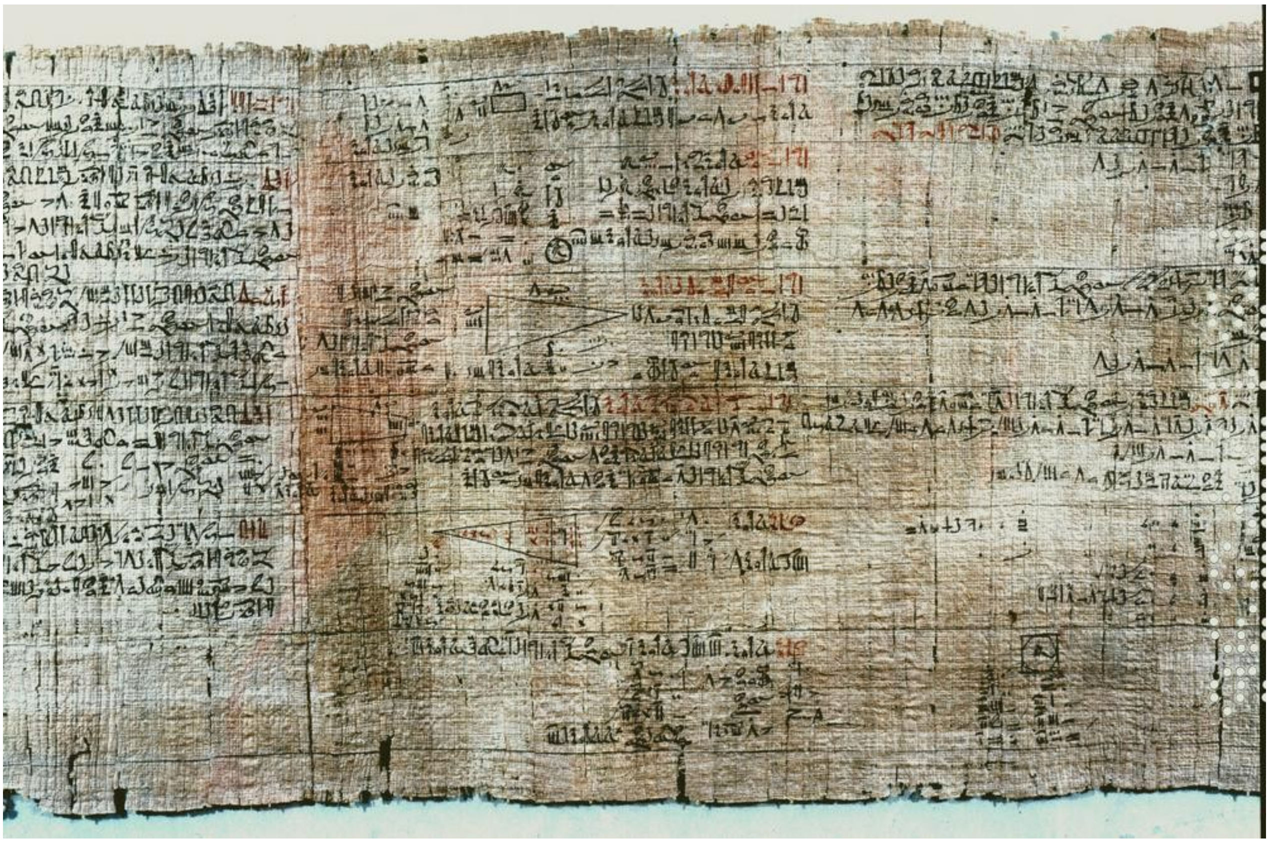
Современный человек видит число как строку цифр. В числе 734 знак 7 значит семь сотен, потому что стоит в разряде сотен. Та же цифра в числе 74 значит семь десятков, а в числе 7 это семь единиц. Значение определяется позицией.

Египетская запись была десятичной, но не позиционной. Для единиц, десятков, сотен, тысяч и более крупных величин существовали разные знаки. Число составлялось повторением нужных знаков. Знак имел собственный вес и не менял значение от места.

Из-за этого меняется образ числа. Современное число выглядит как компактный код. Египетское число разворачивается в видимую сумму частей.

347 можно увидеть как 300 + 40 + 7. Число 185 как 100 + 80 + 5. Число 13 407 как 10 000 + 3 000 + 400 + 7.

Это не просто другое написание. Это другой способ держать величину перед глазами. Число не сжимается в одну строку, а раскладывается на составные меры.



Сложение и вычитание

Если число собрано из частей, сложение выглядит как соединение однородных величин.

Возьмём 347 + 185. Раскладываем:

```
347 = 300 + 40 + 7
```

```
185 = 100 + 80 + 5

300 + 100 = 400
 40 +  80 = 120
  7 +   5 =  12

120 пересобирается как 100 + 20
 12 пересобирается как  10 +  2

400 + 100 + 20 + 10 + 2 = 532
```

Ответ тот же, что и в современном столбике, но внимание другое. Оно направлено не на позиции цифр, а на величины, которые соединяются и пересобираются.

Вычитание работает обратным образом. Если малой части не хватает, крупная мера разменяется на меньшие.

Возьмём 532 − 185:

```
532 = 500 + 30 + 2
185 = 100 + 80 + 5

Единиц не хватает: из 2 нельзя снять 5.
Один десяток разменивается: 30 = 20 + 10
Теперь единиц 12:  12 - 5 = 7

Десятков осталось 20, нужно снять 80.
Одна сотня разменивается: 500 = 400 + 100
Теперь десятков 120: 120 - 80 = 40

Сотни: 400 - 100 = 300

Итог: 300 + 40 + 7 = 347
```

Современная школа называет это "занять". Но в такой логике точнее говорить о размене. Большая мера разбирается на меньшие, чтобы действие стало возможным.

Это важный первый шаг. До дробей, таблиц и сложных задач надо привыкнуть к тому, что число может быть не только символом, но и собранной величиной.

III. УДВОЕНИЕ И ЛЕСТНИЦА КРАТНОСТЕЙ

Почему удвоение так важно

Египтяне умножали через удвоение. Это один из самых известных их приёмов, и его легко понять слишком поверхностно: будто это просто замена таблицы умножения. На самом деле удвоение создаёт лестницу кратностей, из которой потом собирается нужный множитель.

Возьмём число 185 и построим лестницу:

```
 1 -> 185
 2 -> 370
 4 -> 740
 8 -> 1480
16 -> 2960
```

Каждая строка получается из предыдущей удвоением. Теперь, если нужно умножить 185 на 17, не надо знать "таблицу на 17". Нужно увидеть, что 17 = 16 + 1. Значит, берутся строки 16 и 1:

```
2960 + 185 = 3145

185 × 17 = 3145
```

Ещё пример. 37 × 23:

```
 1 -> 37
 2 -> 74
 4 -> 148
 8 -> 296
16 -> 592

23 = 16 + 4 + 2 + 1

592 + 148 + 74 + 37 = 851

37 × 23 = 851
```

Когда множитель больше 16, лестницу продолжают дальше. Например, 47 × 37:

```
 1 -> 47
 2 -> 94
 4 -> 188
 8 -> 376
16 -> 752
32 -> 1504
```

```
37 = 32 + 4 + 1

1504 + 188 + 47 = 1739

47 × 37 = 1739
```

Строишь столько строк, сколько нужно, пока не накроешь весь множитель.

Современному человеку легко сказать, что здесь используется разложение множителя по степеням двойки. Но это современное описание процедуры. Для самого вычисления достаточно видеть другое: множитель собирается из строк лестницы.

Такой способ хорошо подходит к культуре, где важны повторяемые операции. Удвоение просто, надёжно, легко проверяемо. Из него строятся большие кратности.

Умножение как выбор

В современном счёте умножение часто воспринимается как мгновенная операция. В египетской процедуре оно раскрывается во времени.

Сначала строится ряд возможностей: 1 раз, 2 раза, 4 раза, 8 раз, 16 раз. Потом множитель разбирается на выбранные строки. Затем значения этих строк складываются.

Это делает умножение не действием по формуле, а действием отбора. Писец строит достаточно строк, отмечает нужные, складывает их и получает результат.

В этом есть важная особенность: проверка почти встроена в процедуру. Если выбранные левые строки дают нужный множитель, а правые строки правильно удвоены, итоговое сложение должно дать произведение.

Ошибиться, конечно, можно: в удвоении, в выборе строк, в сложении. Но сама запись делает ход решения видимым. Ошибка не спрятана внутри одной короткой формулы. Её можно найти по строкам.

IV. ДЕЛЕНИЕ И РОЖДЕНИЕ ОСТАТКА

Деление как обратная сборка

В египетской процедуре деление делает ровно обратное умножению. Вопрос звучит не "сколько будет 851 разделить на 37?", а "какими кратностями 37 можно собрать 851?"

Строим кратности 37:

```
 1 -> 37
 2 -> 74
 4 -> 148
 8 -> 296
16 -> 592

592 + 148 + 74 + 37 = 851

16 + 4 + 2 + 1 = 23

851 ÷ 37 = 23
```

Здесь деление не выглядит как столбик. Оно похоже на сборку делимого из готовых кратностей делителя.

Пока деление точное, всё закрывается целыми строками. Но чаще всего самое интересное начинается там, где остаётся часть.

Остаток

Возьмём простую задачу: 100 ÷ 8.

```
1 -> 8
2 -> 16
4 -> 32
8 -> 64

Берём строку 8 (даёт 64) и строку 4 (даёт 32):
64 + 32 = 96

Остаток: 100 - 96 = 4

8 × 1/2 = 4. Остаток равен половине делителя.

Частное из левого столбца: 8 + 4 = 12
Плюс дробная часть:        1/2
```

```
100 ÷ 8 = 12 + 1/2
```

В современной записи это 12,5. Но запись 12 + 1/2 ближе к процедуре: двенадцать целых частей и ещё половина.

Другой пример: 100 ÷ 12.

```
1 -> 12
2 -> 24
4 -> 48
8 -> 96

Остаток: 100 - 96 = 4

4 это треть от 12.

100 ÷ 12 = 8 + 1/3

Проверка:
12 × 8    = 96
12 × 1/3  = 4
96 + 4    = 100
```

Именно здесь дробь появляется не как абстрактный объект, а как имя остатка. Делимое почти собрано. Осталась часть. Эту часть надо выразить через делитель.

Остаток как главный узел

В современном делении остаток часто воспринимается как то, что осталось после главного действия. В египетской логике он не второстепенен. Он требует продолжения.

Пока есть остаток, задача не закрыта. Его нельзя просто отбросить. Его нельзя автоматически превратить в десятичную запись, когда нужно получить применимую долю. Его нужно разложить так, чтобы результат можно было выдать, измерить или проверить.

Поэтому остаток связывает деление с дробью. Он заставляет перейти от целых кратностей к долям.

В этом месте открывается одна из самых характерных сторон египетской математики: дробь это не просто запись "части единицы". Это способ довести деление до конца.

V. ЕДИНИЧНАЯ ДРОБЬ

Дробь как раздача

Египетская дробная техника в основном строилась на единичных дробях, дробях вида 1/n. Вместо 3/4 можно записать 1/2 + 1/4. Вместо 2/5 пишут 1/3 + 1/15. Вместо 2/7 пишут 1/4 + 1/28.

Для современного взгляда это может показаться длиннее. Но если дробь связана с реальной выдачей, такая запись имеет ясный смысл.

Возьмём семь хлебов на десять человек. Современная запись: 7/10 = 0,7. Но как выдать 0,7 хлеба?

Можно сделать иначе. Пять хлебов разрезать пополам. Получится десять половин, каждому достаётся по 1/2. Останется два хлеба. Каждый из них разрезать на пять частей. Получится десять пятых долей, каждому ещё по 1/5.

Итог: 7/10 = 1/2 + 1/5. Теперь ответ стал не только числом, но и инструкцией раздачи.

Другая задача: 10 хлебов на 12 человек. Сначала можно дать каждому по половине хлеба. Для двенадцати человек это потребует 6 хлебов. Останется 4 хлеба. Эти 4 хлеба на 12 человек, по 1/3 хлеба каждому.

Ответ: 1/2 + 1/3. Современная запись сказала бы: 10/12 = 5/6. Это верно. Но 1/2 + 1/3 показывает, как именно выдавать долю.

Почему единичные доли удобны

Единичная дробь отвечает на простой вопрос: на сколько равных частей нужно разделить целое, чтобы взять одну часть?

1/2 значит разделить на две части и взять одну. 1/3 значит разделить на три части и взять одну. 1/5 значит разделить на пять частей и взять одну.

Такие доли легко связать с действием. Сложная дробь раскладывается на последовательность простых выдач.

Например: 2/5 = 1/3 + 1/15. Откуда берётся 1/15? Снимаем первую долю 1/3 и смотрим что осталось:

```
2/5 - 1/3 = 6/15 - 5/15 = 1/15


Проверка:
1/3  = 5/15
1/15 = 1/15
5/15 + 1/15 = 6/15 = 2/5
```

Другой пример: 2/7 = 1/4 + 1/28. Снимаем 1/4:

```
2/7 - 1/4 = 8/28 - 7/28 = 1/28


Проверка:
```

```
1/4  = 7/28
1/28 = 1/28
7/28 + 1/28 = 8/28 = 2/7
```

Логика одна и та же: выбрать первую долю так, чтобы остаток оказался удобным. Здесь удобный это значит единичный или легко раскладываемый.

Особый случай 2/3

Нужно сразу сделать важную оговорку. Нельзя говорить, что египтяне всегда записывали все дроби только как суммы единичных долей. Дробь 2/3 имела особый статус и специальное обозначение.

Это не разрушает общую картину. Оно делает её точнее. Египетская дробная культура действительно широко использовала единичные дроби, но внутри неё существовали привычные специальные доли и метрологические формы.

Историческая практика редко бывает идеально чистой по одному правилу. В ней есть общий принцип, частые исключения, специальные знаки, удобные сокращения и традиционные способы записи.

Поэтому правильная формулировка такая: египетская техника дробей в значительной степени опиралась на единичные дроби, но не сводилась к механическому правилу "всё только 1/n".

Доли меры

Есть ещё одно различие. Общие единичные дроби не нужно смешивать с долями конкретной меры.

В задачах с зерном и мерой heqat встречаются доли, связанные с последовательным половинением: 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64. Такая система относится не просто к арифметике дробей, а к метрологии. Мера делится пополам, затем ещё пополам, затем ещё.

Сумма этих долей равна: 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 = 63/64. Это почти целая единица, но без 1/64.

Но в метрологической записи это не означало прореху в системе. Недостающая 1/64 могла закрываться меньшей единицей ro: один ro равен 1/320 heqat, значит 5 ro дают ровно 1/64. Остаток не исчезал. Он просто получал другую меру.

Такая деталь важна. Она показывает, что египетская работа с дробями была не одной плоской схемой. Были общие разложения единичных дробей. Были особые доли вроде 2/3. Были доли меры, связанные с конкретными системами измерения. И были меньшие единицы, которые позволяли закрывать остаток там, где основная система долей уже заканчивалась.

VI. ТАБЛИЦА 2/N

Зачем нужна таблица

В Риндском математическом папирусе важное место занимает таблица разложений дробей вида 2/n для нечётных n. На первый взгляд она выглядит странно: зачем заранее раскладывать столько дробей?

Когда n чётное, дробь 2/n легко превращается в одну единичную дробь: 2/8 = 1/4, 2/10 = 1/5, 2/12 = 1/6. Но когда n нечётное, 2/n не сокращается до одной единичной дроби. Его нужно разложить.

```
2/5  = 1/3  + 1/15
2/7  = 1/4  + 1/28
2/11 = 1/6  + 1/66
2/13 = 1/8  + 1/52 + 1/104
...
(50 строк, до 2/101)
```

Таблица 2/n превращает сложный и часто повторяющийся шаг в готовый набор решений. Это не признак слабости. Это профессиональный инструмент. Но важны не только сами ответы. Важен путь, которым дробь приводится к удобной форме.

Одни строки закрываются коротко: остаток после первой доли становится одной единичной дробью. Другие требуют, чтобы остаток распался на две или три части. Некоторые строки получаются масштабированием уже знакомых разложений. Поэтому перед нами не одна формула на всю таблицу, а набор писцовых маршрутов.

Первая доля

Чтобы понять такие разложения, полезно смотреть не только на готовый ответ, а на то, что происходит после выбора первой доли.

Пусть нужно разложить 2/n. Выбирается первая единичная доля 1/D. Тогда остаток равен:

```
2/n - 1/D = (2D - n) / (n × D)
```

Число (2D - n) показывает, какой остаток появился после снятия первой доли. Выбор первой доли важен не сам по себе. Он определяет форму остатка. Хорошая первая доля оставляет такой остаток, который удобно разложить дальше.

2/17

Одно из разложений: 2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68.

```
Снимаем 1/12:


2 × 12 - 17 = 7
Остаток = 7 / (17 × 12)


7/12 = 1/3 + 1/4
```

```
Проверка: 4/12 + 3/12 = 7/12


Домножаем знаменатели на 17:
1/(17 × 3) = 1/51
1/(17 × 4) = 1/68


2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68
```

Готовая строка уже не кажется произвольной. Первая доля 1/12 оставляет остаток 7/12 внутри общего знаменателя, а 7/12 легко выражается как 1/3 + 1/4.

При этом для 2/17 возможен и более короткий ход:

2/17 - 1/9 = 1/153
2/17 = 1/9 + 1/153

Он верен. Но таблица выбирает другой путь. Строка 1/12 + 1/51 + 1/68 длиннее, зато её проверка яснее: после первой доли остаётся 7/12, а 7/12 сразу собирается как 1/3 + 1/4. Важна не только краткость записи. Важна форма остатка и удобство контроля.

2/29

Табличное разложение: 2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232.

```
Снимаем 1/24:


2 × 24 - 29 = 19
Остаток = 19 / (29 × 24)


19/24 = 1/2 + 1/6 + 1/8
Проверка: 12/24 + 4/24 + 3/24 = 19/24


Домножаем на 29:
1/(29 × 2) = 1/58
1/(29 × 6) = 1/174
1/(29 × 8) = 1/232


2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232
```

Знаменатель 24 здесь удобен. Он делится на 2, 3, 4, 6, 8, 12. Внутри него многие остатки легко выразить через единичные доли. Поэтому первая доля 1/24 не просто "кусок ответа". Она направляет остаток в удобное место.

Почему не всегда выбирается самое короткое

Для 2/29 существуют и другие правильные разложения.

```
Первая доля 1/20:

2/29 - 1/20 = (40 - 29) / (29 × 20) = 11 / (29 × 20)

Остаток несёт числитель 11 при знаменателе 20.
Раскладываем 11/20, потом каждый знаменатель домножаем на 29.

11/20 = 1/2 + 1/20

2/29 = 1/20 + 1/58 + 1/580

Первая доля 1/15:

2/29 - 1/15 = (30 - 29) / (29 × 15) = 1 / (29 × 15)

2/29 = 1/15 + 1/435
```

Это ещё короче. Но табличная строка может идти другим путём. Значит, краткость не была единственным критерием. Важными могли быть привычные знаменатели, удобство проверки, учебная традиция, форма остатка или связь с другими строками таблицы.

Современному человеку легко считать самым лучшим самое короткое разложение. Но историческая таблица могла подчиняться другим предпочтениям. В ней ценится не только короткий ответ, а такой путь, который удобно записать, передать и проверить. Это важный урок: египетскую математику нельзя оценивать только по современной экономии записи.

2/43

```
2/43 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301

2 × 42 - 43 = 41
Остаток = 41 / (43 × 42)

41/42 = 1/2 + 1/3 + 1/7
Проверка: 21/42 + 14/42 + 6/42 = 41/42

Домножаем на 43:
1/(43 × 2) = 1/86
1/(43 × 3) = 1/129
1/(43 × 7) = 1/301

2/43 = 1/42 + 1/86 + 1/129 + 1/301
```

Снова видно: первая доля выбрана так, чтобы остаток оказался почти целым знаменателем 42, а 42 имеет удобные делители.

2/97

```
2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776


2 × 56 - 97 = 15

Остаток = 15 / (97 × 56)


15/56 = 1/7 + 1/8

Проверка: 8/56 + 7/56 = 15/56


Домножаем на 97:

1/(97 × 7) = 1/679

1/(97 × 8) = 1/776


2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776
```

Эта строка особенно хорошо показывает остаточную механику. Большая дробь 2/97 выглядит неудобной. Но после первой доли остаётся 15/56, а 15/56 сразу распадается на 1/7 и 1/8. Сложное стало управляемым.

Эта строка хорошо показывает один путь таблицы. Но не единственный. Разложение 2/29, разобранное выше, идёт иначе. После первой доли 1/24 остаётся 19/24. Этот остаток не закрывается двумя удобными частями: 19 не разбивается на два слагаемых, которые оба были бы делителями 24. Поэтому нужны три части:

19/24 = 1/2 + 1/6 + 1/8

Отсюда:

2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232

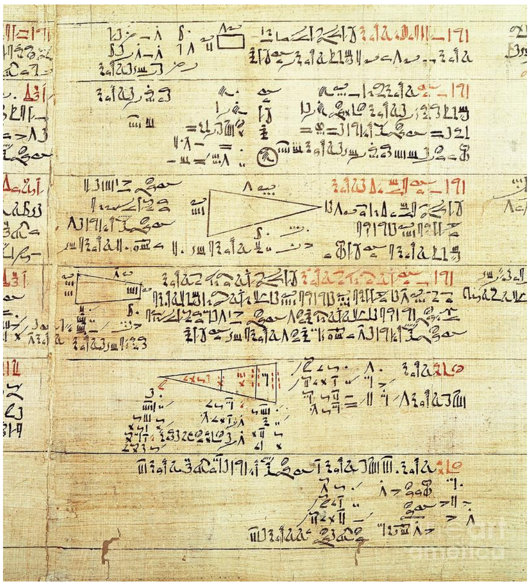
Так таблица показывает не одну формулу на все случаи, а набор маршрутов. Когда остаток распадается на две удобные части, работает один путь. Когда не распадается, используется другой.

Красные вспомогательные числа

Писец работал двумя тростниковыми перьями. Чёрными чернилами писал основную процедуру: задачу, шаги, ответ. Красными отмечал вспомогательный слой: заголовки разделов, числа для контроля разложения. В Риндском папирусе это видно физически: основной ход чёрный, помогающие числа красные.

Это не просто разные цвета. Это архитектура рассуждения.

Чёрный слой ведёт задачу вперёд. Красный удерживает контроль над шагами. Запись одновременно показывает решение и проверяет его. Два слоя работают параллельно, потому что разведены по цвету на одном листе.



Вокруг таблицы 2/n важны не только сами единичные дроби, но и вспомогательные числа, которые помогают контролировать разложение. Возьмём снова 2/29 = 1/24 + 1/58 + 1/174 + 1/232. После первой доли 1/24 остаётся 19/(29 × 24). Число 19 внутри 24 собирается как 12 + 4 + 3, потому что 12/24 = 1/2, 4/24 = 1/6, 3/24 = 1/8. Эти части дают 1/58, 1/174, 1/232.

Откуда берутся красные числа? Берётся общая мера:

24 × 29 = 696

Теперь 696 делится на каждый знаменатель строки:

696 / 24 = 29
696 / 58 = 12
696 / 174 = 4
696 / 232 = 3

Сумма даёт 48, то есть две меры по 24. Поэтому строка проверяется не внешне, а изнутри: видно, как каждая доля занимает своё место в общей мере.

Красные числа не просто подтверждают ответ. Они показывают, из чего он собран. Такой вспомогательный слой не украшает запись. Он удерживает над ней контроль.

Таблица как писцовый стандарт

Риндский папирус не единственное место, где встречается эта таблица. В сохранившихся строках Лахунских математических папирусов видны те же разложения для 2/n.

Это значит: таблица не была личной находкой одного писца. Она была писцовым стандартом. Разные тексты воспроизводят одни и те же строки, хотя математически возможны другие варианты.

Перед нами не просто удобная процедура, а стандарт вычислительного действия. Писцу не нужно было каждый раз открывать эти строки заново. Он их учил, воспроизводил и проверял. Таблица была памятью стандартных путей, а не собранием отдельных находок.

VII. ХЛЕБ, ЗЕРНО И PEFSU

Хлеб как простая проверка дроби

Хлеб удобен для объяснения египетских дробей, потому что он делает долю физической. Если дробь нельзя выдать, её надо разложить так, чтобы выдача стала понятной.

Возьмём: 100 хлебов на 12 человек.

```
12 × 8 = 96
Остаток: 4 хлеба
4 хлеба на 12 человек = 1/3 хлеба каждому

Ответ: 8 + 1/3 хлеба

Проверка:
12 × 8    = 96
12 × 1/3  = 4
96 + 4    = 100
```

Дробь возникает из остатка после целой выдачи.

Другой пример: 7 хлебов на 10 человек. Можно дать каждому по половине хлеба, для этого нужно 5 хлебов. Останется 2 хлеба. Их делим на пятые части, каждый из 10 человек получает ещё 1/5.

```
Ответ: 1/2 + 1/5

Проверка:
10 × 1/2 = 5
10 × 1/5 = 2
5 + 2    = 7
```

Pefsu

Египетские задачи с хлебом и пивом связаны не только с дележом, но и с отношением продукта к сырью. Здесь появляется pefsu, это показатель, который выражает, сколько хлебов или порций пива получается из определённой меры зерна.

Если из одной меры зерна получается 20 хлебов, pefsu равен 20. Если из той же меры получается 10 хлебов, pefsu равен 10. На первый взгляд кажется: чем больше pefsu, тем лучше. Но для качества отдельного хлеба всё наоборот. Если из одной меры зерна сделали 20 хлебов, каждый хлеб содержит меньше зерна, чем в случае, когда из той же меры сделали 10 хлебов.

Pefsu показывает отношение между количеством продукта и силой продукта.

```
5 мер зерна при pefsu 20:  5 × 20 = 100 хлебов
5 мер зерна при pefsu 10:  5 × 10 =  50 хлебов
```

```
В первом случае хлебов больше, но каждый слабее.

Во втором меньше, но каждый плотнее.
```

Такая задача не из разряда отвлечённой арифметики. Она относится к нормам производства, выдаче, качеству и учёту. Pefsu хорошо показывает, что египетская математика работает с отношениями между вещами: зерно превращается в хлеб, мера в продукт, продукт в выдачу, выдача в запись.

VIII. АНА И ЛОЖНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ

Неизвестное без алгебраического x

Современный человек при виде неизвестного почти автоматически пишет x. Затем составляет уравнение и решает его преобразованиями.

В египетских задачах с неизвестной величиной встречается другой ход. Неизвестное может пониматься как "куча", aha на египетском. С ним работают через пробу, результат пробы и масштабирование.

Этот способ называют ложным положением. Слово "ложное" здесь не означает ошибочное. Оно означает пробное. Берётся удобное значение, смотрится, что оно даёт, а затем масштабируется до нужного результата.

Куча и её половина

Задача: куча и её половина дают 16.

```
Берётся проба: куча = 2
(Удобно: у неё есть чёткая половина)

2 + 1 = 3

Нужно получить 16, а получили 3.
Масштаб: 16/3

Искомая куча: 2 × 16/3 = 32/3 = 10 + 2/3

Проверка:
10 + 2/3 + 5 + 1/3 = 16
```

Нет переноса членов через знак равенства. Есть проба, результат пробы, масштаб и проверка.

Куча, половина и четверть

Задача: куча, её половина и её четверть дают 28.

```
Берётся проба: куча = 4
(4 делится и на 2, и на 4 без остатка)

4 + 2 + 1 = 7

Нужно получить 28.
28 / 7 = 4

Искомая куча: 4 × 4 = 16
```

```
Проверка:
16 + 8 + 4 = 28
```

В этом примере проба выбрана не случайно. Число 4 удобно, потому что его половина и четверть целые. Хорошая проба делает части задачи простыми.

Что показывает aha

Aha-задачи важны не потому, что они "заменяют алгебру". Они показывают, что неизвестное можно мыслить не как букву, а как величину, которую можно временно принять, испытать и изменить масштабом.

Современная алгебра сильнее и универсальнее. Но ложное положение хорошо подходит к линейным задачам, где результат растёт пропорционально пробе. Неизвестное не стоит отдельно от действия. Оно входит в маршрут: взять удобное, посмотреть результат, сравнить, масштабировать, проверить.

Задача 24 из Риндского папируса

В современной нумерации это задача 24 Риндского папируса. Её можно передать так:

> *"Куча и её седьмая часть вместе дают 19. Найди кучу."*

Нет уравнения. Нет буквы. Писец записывает процедуру.

```
Берётся проба: куча = 7
Удобно: седьмая часть от 7 равна 1, без остатка.

7 + 1 = 8

Нужно получить 19, получили 8.
Масштаб: 19 ÷ 8 = 2 + 1/4 + 1/8

Искомая куча:
7 × (2 + 1/4 + 1/8) = 16 + 1/2 + 1/8

Проверка:
16 + 1/2 + 1/8  +  2 + 3/8  =  19
```

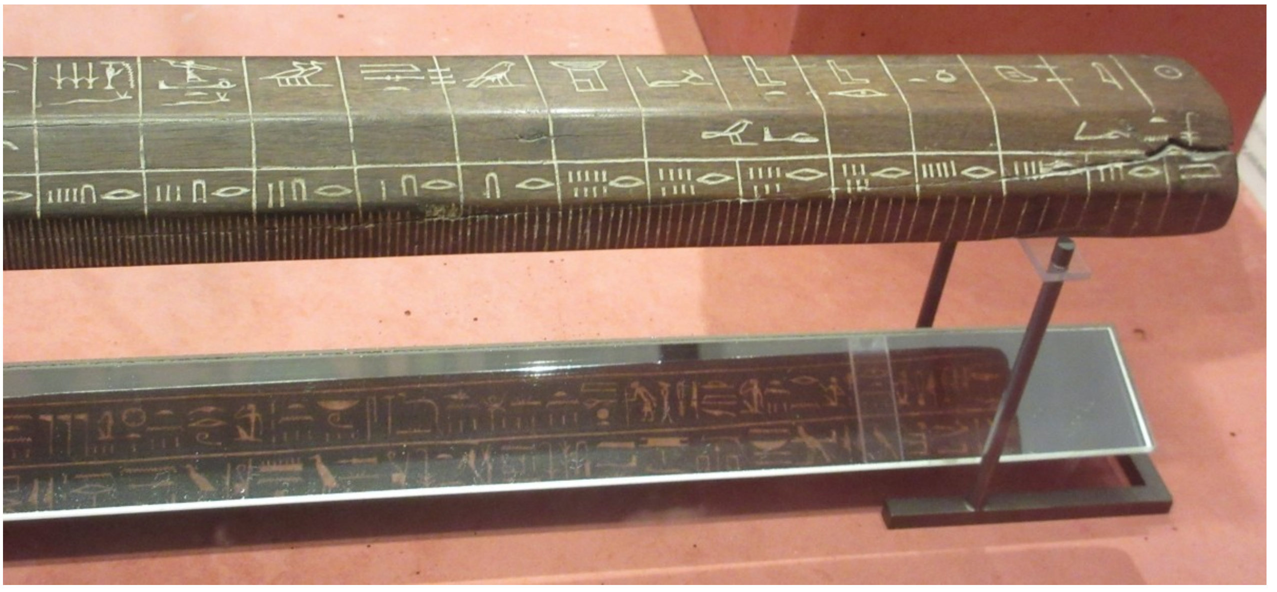
Выбор пробы не случаен. Хорошая проба та, у которой нужные части задачи дают целые числа. Берётся 7, потому что седьмая часть от 7 равна 1. Это делает расчёт чистым на каждом шаге.

Современная запись решает ту же задачу короче: $x + x/7 = 19$, откуда $x = 133/8$. Верно. Но в ней исчезает выбор. Почему 7? Почему именно эта проба? Процедура папируса хранит эту логику. Не абстрактный символ, а конкретная величина, выбранная потому что с ней удобно действовать.

IX. МЕРА И SEKED

Локоть, ладонь, палец

Египетские меры длины связаны с телом и строительной практикой. Один локоть делился на 7 ладоней. Одна ладонь делилась на 4 пальца. Значит: 1 локоть = 7 ладоней, 1 ладонь = 4 пальца, 1 локоть = 28 пальцев.



Эта система не десятичная. Но она удобна в своей среде. Особенно важна она для вычисления наклона пирамиды. Современный человек описывает наклон через угол. Египетская процедура использовала другую величину: seked.

Seked как строительная мера

Seked показывает, сколько ладоней горизонтального отступа приходится на один локоть высоты.

Допустим, высота пирамиды 100 локтей, а половина основания 75 локтей.

```
На 100 локтей высоты: 75 локтей горизонтального отступа.
На 1 локоть высоты: 75/100 = 3/4 локтя.

Переводим в ладони:
3/4 × 7 = 21/4 = 5 + 1/4 ладони

Seked = 5 + 1/4 ладони
```

На стройке это выглядит просто. Положили очередной ряд камней высотой в локоть, отмерили горизонтальный отступ: пять ладоней и ещё одна четверть. Отметили, продолжили. Не нужно каждый раз вычислять угол. Нужно повторить ту же меру. В этом и есть смысл seked: он превращает наклон в повторяемую строительную инструкцию.

Современный человек может перевести такой наклон в угол. Но для строителя важнее повторяемая инструкция.

Обратный ход

Пусть seked равен 5 ладоням на локоть, а высота пирамиды 80 локтей. Нужно найти половину основания.

```
5 ладоней это 5/7 локтя.


На 80 локтей высоты:
80 × 5/7 = 400/7 = 57 + 1/7 локтя


Половина основания = 57 + 1/7 локтя
Полное основание   = 114 + 2/7 локтя
```

Такая задача показывает, что seked не просто "угол по-древнему". Это способ связывать вертикаль и горизонталь через строительную меру.

X. ПОЛЕ, ПЛОЩАДЬ И ОБЪЁМ

Геометрия как учёт формы

Геометрия в египетской практике не начинается с абстрактного чертежа. Она связана с полем, границей, основанием, амбаром, строительной формой. Фигура должна быть измерена, потому что измерение делает её учитываемой.

Поле можно обложить налогом, сравнить, передать, записать. Амбар можно оценить по вместимости. Пирамиду можно рассчитать по высоте, основанию и наклону. Площадь и объём здесь не темы школьной геометрии, а способы перевести пространство в меру.

Круг и приближение

В египетской математике известна процедура приближённого вычисления площади круга: взять 8/9 диаметра и возвести результат в квадрат.

```
Диаметр = 9:
8/9 × 9 = 8
8 × 8 = 64

Современная площадь круга диаметра 9:
π × 4,5² ≈ 63,62

Египетский результат близок.

Диаметр = 12:
8/9 × 12 = 32/3 = 10 + 2/3
(32/3)² = 1024/9 = 113 + 7/9
```

Такое вычисление не даёт современно точного значения π. Но это хорошая практическая процедура. Египетская математика могла быть точной в одних задачах и приближённой в других, если приближение было достаточно полезным для практики.

Усечённая пирамида

Особое место занимает задача об объёме усечённой квадратной пирамиды из Московского математического папируса.

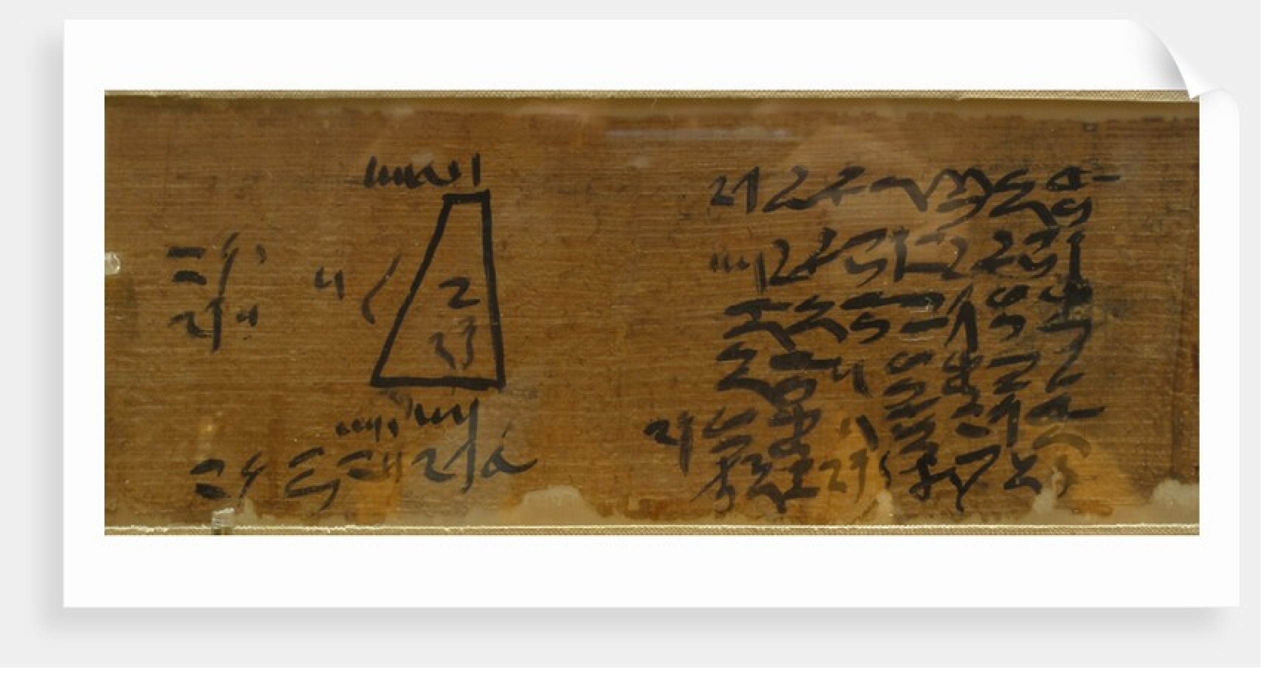
Даны: высота = 6, нижняя сторона = 4, верхняя сторона = 2.

```
4² = 16
4 × 2 = 8
2² = 4
16 + 8 + 4 = 28
6 / 3 = 2
28 × 2 = 56
```

```
Ответ: 56

Современная формула: V = h/3 × (a² + ab + b²)
Подставляем: (6/3) × (16 + 8 + 4) = 2 × 28 = 56
```

Папирус не даёт вывода формулы. Он даёт процедуру. Сложная форма приводится к нескольким вычисляемым частям, части складываются, результат умножается на треть высоты. Форма становится числом через процедуру.



Здесь та же логика, что и в дробях. Сложное не берётся целиком. Оно раскладывается на части, каждая часть считается, затем результат собирается.

Поверхность корзины

Рядом с задачей 14 в Московском папирусе стоит задача 10. Она короче, но вокруг неё шли споры среди историков математики дольше, чем вокруг любой другой египетской задачи.

Текст задачи дошёл так:

> *"Пример вычисления корзины. Дана корзина с ртом 4½. Какова её поверхность? Возьми 1/9 от 9, поскольку корзина — половина яйцеобразной скорлупы. Получишь 1. Посчитай остаток, который равен 8. Возьми 1/9 от 8. Получишь 2/3 + 1/6 + 1/18. Найди остаток этих 8 после вычитания 2/3 + 1/6 + 1/18. Получишь 7 + 1/9. Умножь 7 + 1/9 на 4½. Получишь 32."*

Разберём алгоритм. Диаметр d = 4½. Писец берёт 9, то есть 2d. Потом дважды убирает по одной девятой:

```
9 × 8/9 = 8
8 × 8/9 = 7 + 1/9
```

$(7 + 1/9) \times 4{,}5 = 32$

Проверка: $(8/9)^2 \times 9 \times 4{,}5 = (64/81) \times 40{,}5 = 32$

Это двойное применение правила 8/9 к 2d, а результат умножается на d. Площадь полусферы с диаметром d равна $\pi d^2/2$. С их приближением $\pi \approx 256/81$ результат равен 32. Совпадает точно.

Споры среди исследователей шли не о результате. Одни предполагали, что вычислялась поверхность полусферы, другие считали, что это боковая поверхность полуцилиндра.

Текст называет форму сам: корзина это половина яйцеобразной скорлупы. Яйцо не цилиндр. Это сильный аргумент в пользу полусферического чтения. Но числовой результат сам по себе спор не решает. Боковая поверхность полуцилиндра с диаметром d и длиной d даёт ту же величину, что и поверхность полусферы с диаметром d. Числа двух реконструкций совпадают. Поэтому вопрос о точной геометрии задачи остаётся открытым.

Что остаётся честно неизвестным: как они пришли к этому алгоритму. Источник даёт процедуру, но не даёт вывода. В таком чтении процедура даёт результат, совпадающий с формулой площади полусферы.

Между египетским текстом и известным нам строгим доказательством такого рода лежит большой разрыв. Без объяснения вывода. Только процедура, которая даёт нужное число.

Как к ней пришли, источники не говорят. Через замеры, через многократные проверки на реальных предметах, через рассуждение, следов которого не осталось. Это молчание само по себе кое-что показывает: результат был получен и проверен задолго до того, как в известных нам источниках появилось строгое доказательство такого рода.

XI. ПИСЬМО, СПИСОК И ТАБЛИЦА

Запись как инструмент управления

Писец работает не только с числами. Он работает с письмом, списками, категориями, нормами. Запись делает величину устойчивой: её можно передать, сверить, повторить, проверить.

Список стал важной формой такой работы. Он раскладывает разнообразие по строкам. Люди, продукты, меры, участки, нормы и доли, всё это может быть записано и сопоставлено.

Математическая таблица работает по той же логике. Таблица 2/n раскладывает двойные доли по допустимым единичным частям. Она не рассказывает историю. Она хранит готовые формы действия.

Письмо, число и мера здесь не расходятся. Запись фиксирует величину. Мера связывает её с предметом. Таблица хранит процедуру. Проверка показывает, что всё сошлось.

Ономастикон и математическая таблица

В египетской письменной культуре важны списки слов и категорий. Ономастикон раскладывает мир по именам и классам. Математическая таблица делает похожую работу с числами и долями.

В обоих случаях перед нами не свободное рассуждение, а упорядочение. Мир слишком разнообразен. Список делает его обозримым. Дроби тоже становятся обозримыми, когда для них есть таблица разложений.

Это не означает, что таблица заменяет понимание. Хороший писец должен был не просто помнить строку, но и уметь проверить её. Память и контроль идут вместе.

Ошибка как след процесса

Правильная строка показывает норму. Ошибка может показать механизм.

Если в древнем тексте сохранилась ошибка, исправление, необычный выбор дроби или пропущенный шаг, это иногда говорит о процедуре больше, чем идеальный ответ. Видно, где вычисление было автоматическим, где требовало контроля, где писец мог перепутать знаменатель, где проверка позволяла восстановить порядок.

Поэтому при чтении математических папирусов важны не только красивые результаты. Важны следы работы: вспомогательные числа, исправления, странные разложения, промежуточные записи, проверочные ходы.

Математика живёт не только в чистом ответе. Она живёт и в том, как к нему приходят.

Дома, кошки и длинная нить

В Риндском папирусе есть одна задача, которая выбивается из привычного ряда. В ней нет хлеба, зерна, полей и норм труда. Она выглядит как загадка.

Условие: 7 домов, в каждом доме 7 кошек, каждая кошка убила 7 мышей, каждая мышь съела бы 7 колосьев пшеницы, каждый колос дал бы 7 мер зерна. Сколько всего?

Писец строит таблицу кратностей 7:

```
   1 -> 7
   7 -> 49
  49 -> 343
 343 -> 2401
2401 -> 16807


7 + 49 + 343 + 2401 + 16807 = 19607
```

Это та же самая лестница кратностей, что строилась при умножении. Только здесь множитель 7, а не 2. Принцип тот же: строишь ряд, суммируешь нужные строки.

Похожая задача появляется у Леонардо Фибоначчи в "Liber Abaci" в 1202 году нашей эры. Другая форма, близкая числовая структура. Позднее похожий мотив встречается в английской загадке "As I was going to St. Ives", известной по письменным записям не ранее XVIII века. Прямой линии здесь не видно. Видно другое: устойчивый тип задачи, который появляется в разных письменных традициях.

Это может быть случайным совпадением: одна и та же интуиция про быстрое разрастание повторения могла возникнуть независимо. Но может быть и нитью, которая тянулась через школы, переписанные тексты и устные традиции задач. Как именно, источники не говорят.

Задача выживает не потому, что числа красивые. В ней есть структура, которую узнаёт любой читатель в любое время: одна вещь порождает несколько следующих, каждая из них порождает ещё несколько, и так несколько раз подряд. Это не задача про кошек. Это задача про то, как быстро растёт повторение. Такое не забывается.

XII. ПРОВЕРКА

Ответ ещё не конец

В современной школьной привычке проверка часто воспринимается как необязательная добавка. Решил, и достаточно. В писцовой процедуре проверка выглядит иначе. Ответ становится надёжным только тогда, когда возвращается в исходное условие.

Проверка уже была видна раньше: в обратном умножении, в разложении остатка, в красных вспомогательных числах таблицы. Здесь она становится явной темой.

```
100 ÷ 12 = 8 + 1/3

Проверка: 12 × 8 = 96, 12 × 1/3 = 4, 96 + 4 = 100


Куча + половина + четверть = 28, куча = 16

Проверка: 16 + 8 + 4 = 28


2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776

Проверка: сумма правой части = 2/97
```

Проверка не просто подтверждает ответ. Она замыкает процедуру. То, что было найдено, снова соединяется с тем, что было дано.

Проверка и порядок

В египетской культуре правильная мера имела не только технический смысл. Она была связана с нормой, распределением, записью, ответственностью.

Измеренное поле становится учитываемой границей. Посчитанный хлеб выдаётся без потери. Pefsu связывает продукт с сырьём. Seked даёт строителю повторяемую меру. Разложенная дробь превращает остаток в применимую долю. Проверенный ответ возвращается в исходное условие и закрывает задачу.

Здесь можно осторожно вспомнить понятие Маат: порядок, правильность, равновесие. Его не надо превращать в математическую формулу. Оно не объясняет конкретные вычисления. Математические папирусы не выводят свои задачи из Маат. Но если говорить о широкой среде, это слово помогает понять, почему правильная мера и точная запись имели вес.

Писец поддерживал порядок не отвлечёнными словами, а конкретными действиями: записать, измерить, разделить, проверить.

XIII. ЕГИПЕТ, ВАВИЛОН, ГРЕЦИЯ

Не лестница развития, а разные центры тяжести

Египетскую математику не нужно рассматривать как недоразвитую греческую. И не нужно сводить её к сравнению с вавилонской.

Вавилонская математика развивалась в другой письменной и числовой среде: глиняные таблички, шестидесятеричная позиционная система, сильная вычислительная традиция, задачи, близкие к тому, что современный человек назвал бы алгебраическим мышлением.

Но считать через готовый порядок действий умели не только в Египте. Вавилонская математика тоже была школьной, табличной и алгоритмической. Разница не в том, что Египет знал процедуру, а Вавилон нет. Разница в числовой записи, материале письма, наборе задач и способах контроля.

Греческая математика позднее особенно выделила доказательство: почему утверждение истинно вообще, для всех случаев.

Египетский путь, насколько его показывают сохранившиеся тексты, имеет другой центр тяжести. Он силён в мере, дробном разложении, практической геометрии, таблице, процедуре и проверке. Это не значит, что один путь лучше, а другой хуже. Это разные формы математической культуры.

Процедура как знание

Современный читатель часто ищет доказательство. Он хочет знать, почему формула верна в общем виде. Египетский учебный текст чаще показывает, как сделать задачу.

Это не отсутствие мысли. Процедура тоже несёт в себе знание. Она сохраняет порядок действий, позволяет получить результат, даёт возможность проверки и передачи навыка.

В доказательной культуре уверенность находится в общем рассуждении. В процедурной культуре уверенность находится в повторяемом способе действия и проверке результата.

Для понимания египетской математики нужно сначала увидеть её собственную форму уверенности. И только потом переводить её на современный язык.

XIV. СОВРЕМЕННЫЙ ВЗГЛЯД И ПОТЕРЯ ПРЕДМЕТА

Современная запись сильна в обобщении и краткости. Но иногда она уводит внимание от самого предмета счёта.

0,7 хлеба точно записать, но из этой записи не видно, как именно раздать хлеб. Угол в градусах точен, но строителю нужна повторяемая мера отступа. За x прячутся проба, масштаб и проверка. Формула объёма даёт готовый ответ, но убирает из поля зрения процедуру, которая собирала этот объём из частей.

Это не делает современную запись хуже. Она решает другую задачу: сжимает, обобщает, переносит вычисление в символ. Египетская процедура делает другое. Она дольше держит рядом число, предмет, меру и действие.

XV. ЧТО ЗНАЧИТ СЧИТАТЬ ГЛАЗАМИ ПИСЦА

Считать глазами египетского писца не значит воображать себя древним человеком. Не значит отказываться от современной математики. Не значит считать медленно ради медленности.

Это значит на время изменить вопрос.

Первый вопрос не "какая формула?", а "какая величина дана?". Не "какая дробь?", а "какую долю можно выдать?". Вместо x берётся удобная проба. Вместо угла считают сколько ладоней на локоть. И прежде чем считать ответ готовым, нужно понять как он вернётся в исходное условие.

В таком взгляде число собирается из частей. Умножение строится лестницей. Деление собирает делимое из кратностей. Остаток требует разложения. Дробь становится способом закрыть недостающую часть. Мера связывает вычисление с телом, полем, зерном, хлебом, строительной формой. Проверка возвращает результат туда, откуда задача началась.

Именно остаток лучше всего показывает этот способ мышления. Там, где современная запись быстро создаёт дробь или десятичный хвост, писцовая процедура останавливается и спрашивает: что осталось? Какую часть от исходной меры это составляет? Как это разрезать? Как это записать? Как проверить?

Пока остаток не выражен, задача не закончена.

Поэтому египетская математика не выглядит как бедная версия современной, если смотреть на неё изнутри её задач. Она медленнее в символическом обобщении, но сильна в привязке к действию. Она не спешит покинуть предмет счёта. Она держит рядом величину, запись, меру и проверку.

Писец не просто получает ответ. Он приводит задачу к состоянию, в котором результат можно использовать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Египетская математика становится яснее, когда перестаёшь искать в ней только прообраз современной школы. Её приёмы соединяет одна логика: сложную величину нужно привести к частям, с которыми можно работать.

Число собирается из частей. Остаток получает имя и форму. Дробь становится долей, которую можно выдать. Мера остаётся привязанной к предмету. Запись закрывается проверкой.

Семь хлебов на десять человек это не только 0,7. За этим числом стоит конкретный разрез: 1/2 + 1/5. Сто, делённое на двенадцать, это не только 8,333. За ним стоит 8 и ещё треть, потому что после 96 остаётся 4, а 4 это треть от 12. Наклон пирамиды строитель видит не как угол, а как отступ в ладонях на каждый локоть высоты. Неизвестное это не буква. Это величина, которую берут пробой, проверяют и масштабируют.

Такой счёт не заменяет современный. Он показывает другой способ держать количество в руках: ближе к предмету, мере и действию.

Писец не останавливался на символе. Он не уходил от задачи, пока ответ нельзя было вернуть в исходное условие, использовать и проверить.

Число было готово тогда, когда его можно было отдать.

ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ

Риндский математический папирус, Британский музей, EA10057/EA10058. Главный учебный математический текст Египта, ок. 1650 до н.э. Включает таблицу 2/n и 84 задачи.

Московский математический папирус, Музей изобразительных искусств им. Пушкина, Москва. Ок. 1850 до н.э. 25 задач, включая задачу 14 об объёме усечённой пирамиды и задачу 10 о поверхности корзины.

Кожаный математический свиток, Британский музей, EA10250. Ок. 1900 до н.э. 26 серий дробных равенств.

Лахунские математические папирусы, Университетский колледж Лондона. Фрагменты учебных текстов Среднего царства.

Аннетт Имхаузен. "Математика в Древнем Египте: контекстуальная история". Princeton University Press, 2016.

Райнхард Зигмунд-Шульце. "Интуитивные и исторически возможные доказательства формул объёма египетских пирамид". Arxiv, 2022.

Рыбаков П.И

E-mail: pavel_rabota1996@mail.ru

ORCID: 0009-0001-7921-9499

DOI: **10.5281/zenodo.20625362**