Обобщенная космология

УДК 524.8

Аннотация. В данной работе предлагается считать, что сопутствующие координаты типичных галактик постоянны лишь в первом приближении. Это позволяет учесть гравитационные взаимодействия между галактиками и приводит к более реалистичной модели Вселенной.

Ключевые слова: метрика Фридмана-Робертсона-Уокера, красное космологическое смещение, сопутствующие координаты.

1 Введение

Мы предлагаем немного обобщить Стандартную космологическую модель и считать, что типичные галактики имеют постоянные пространственные координаты лишь в первом приближении. С астрономической точки зрения это означает, что в любой момент времени пространственная скорость типичной галактики по-прежнему равна нулю, а ускорение – уже нет.

В первом разделе дана математическая интерпретация этого постулата.

Во втором разделе вычислено изменение сопутствующего расстояния до удаленной галактики за время, равное периоду колебаний световой волны. Оказалось, что сопутствующее расстояние уменьшается со временем.

В третьем разделе мы выяснили, что физическое расстояние до удаленной галактики увеличивается с такой же, как и в Стандартной космологической модели скоростью, но по равнозамедленному закону.

В четвертом разделе были отмечены отличия обощенной космологии от Стандартной космологической модели. Главная из них – отсутствие темной энергии.

2 Математическая интерпретация постулата

Метрика межгалактического пространства Вселенной – это метрика Фридмана-Робертсона-Уокера, которая в плоском случае ($k = 0$) имеет вид

$$ds^2 = -c^2dt^2 + R^2(t)\,dr^2, \tag{1}$$

где $R(t)$ – положительная функция, $dr^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, а c – скорость света.

Пусть первый гребень световой волны отправился из источника (удаленной галактики) в момент времени t_e и дошел до наблюдателя в момент времени t_0. (Везде далее нижним индексом 0 мы обозначаем значения величин около наблюдателя.) Свет движется по изотропным кривым, то есть $ds^2 = 0$, поэтому $cdt = R(t)\,dr$. Тогда путь, который прошел свет от источника до наблюдателя (сопутствующее расстояние), вычисляется с помощью интеграла

$$r_0 = \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)}. \tag{2}$$

Далее, через время, равное периоду колебаний световой волны $T_e = \frac{\lambda_e}{c}$, к наблюдателю отправляется следующий гребень волны, который проходит путь

$$r_1 = \int\limits_{t_e+\frac{\lambda_e}{c}}^{t_0+\frac{\lambda_0}{c}} \frac{cdt}{R\,(t)}, \tag{3}$$

где λ_e – длина волны в источнике света, а λ_0 – длина волны света, дошедшего до наблюдателя. Вычитанием (2) и (3) получаем

$$r_1 - r_0 = \int\limits_{t_0}^{t_0+\frac{\lambda_0}{c}} \frac{dt}{R\,(t)} - \int\limits_{t_e}^{t_e+\frac{\lambda_e}{c}} \frac{dt}{R\,(t)}. \tag{4}$$

Раскладываем интегралы в ряд Тейлора до членов с производной 1-го порядка

$$r_1 - r_0 = \frac{\lambda_0}{R\,(t_0)} - \frac{\lambda_e}{R\,(t_e)}.$$

Здесь r_1 и r_0 – это пространственные (сопутствующие) координаты типичных галактик. Согласно смягченному постулату однородности Вселенной, в первом приближении $r_1 = r_0$, поэтому

$$\frac{\lambda_0}{R\,(t_0)} = \frac{\lambda_e}{R\,(t_e)}. \tag{5}$$

Эта фундаментальная формула связывает космологическое красное смещение и масштабный фактор $R\,(t)$ метрики (1). Наблюдаемое увеличение длины световой волны $\lambda_0 > \lambda_e$ требует возрастания функции $R\,(t)$. Формула (5) дает математическую интерпретацию постоянства сопутствующих координат типичных галактик в первом приближении.

3 Изменение сопутствующего расстояния

Пока ситуация ничем не отличается от той, что описана в любом учебнике космологии. Но дальше картина меняется. Разложим (4) в ряд Тейлора до членов с производной 2-го порядка

$$r_1 - r_0 = \left(\frac{\lambda_0}{R\,(t_0)} - \frac{\lambda_e}{R\,(t_e)}\right) - \frac{(\lambda_0)^2\,\dot{R}\,(t_0)}{2cR^2\,(t_0)} + \frac{(\lambda_e)^2\,\dot{R}\,(t_e)}{2cR^2\,(t_e)}. \tag{6}$$

Выражение в скобках равно нулю в силу (5), поэтому

$$r_1 - r_0 = \frac{(\lambda_e)^2\,\dot{R}\,(t_e)}{2cR^2\,(t_e)} - \frac{(\lambda_0)^2\,\dot{R}\,(t_0)}{2cR^2\,(t_0)}.$$

Теперь у нас нет оснований считать, что $r_1 = r_0$. Снова используем (5) и получаем

$$r_1 - r_0 = \frac{(\lambda_0)^2\left(\dot{R}\,(t_e) - \dot{R}\,(t_0)\right)}{2cR^2\,(t_0)}.$$

Период колебаний световой волны $T_0 = \frac{\lambda_0}{c}$. Если $R(t_0) = 1$, то, считая r_1 функцией от времени T_0, то есть $r_1 = r(T_0)$, имеем

$$r(T_0) = r_0 + \frac{c(T_0)^2 \left(\dot{R}(t_e) - \dot{R}(t_0)\right)}{2}. \quad (7)$$

Это уравнение равноускоренного движения $r(t) = r_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ с начальной скоростью $v_0 = 0$ и ускорением

$$a_0 = -c\left(\dot{R}(t_0) - \dot{R}(t_e)\right).$$

По теореме Лагранжа для функции $\dot{R}(t)$ на отрезке $[t_e; t_0]$, существует $\xi \in (t_e; t_0)$ такое, что

$$a_0 = -c\ddot{R}(\xi)(t_0 - t_e). \quad (8)$$

Астрономические наблюдения показывают, что $\ddot{R}(\xi) > 0$, поэтому ускорение отрицательное. Это означает, что сопутствующие расстояния от нас до типичных галактик со временем уменьшаются. Геометрически это свидетельствует об уменьшении со временем пространственных радиальных координат типичных галактик.

4 Изменение физического расстояния

В космологии используются также собственные (физические) расстояния, которые, в отличие от сопутствующих r, меняются со временем

$$d(t) = R(t) \cdot r.$$

У нас, правда, теперь и сопутствующие расстояния r тоже меняются, но мы все-таки сохраним прежнее название, чтобы избежать путаницы в терминах. Посмотрим, что происходит с физическим расстоянием между нами и типичной галактикой.

В момент времени t_0 физическое расстояние было

$$d_0 = R(t_0) \cdot r_0,$$

а через промежуток времени длиной T_0 стало (см. (7))

$$d_1 = R(t_0 + T_0) \cdot r_1 = R(t_0 + T_0) \cdot \left(r_0 + \frac{c(T_0)^2 \left(\dot{R}(t_e) - \dot{R}(t_0)\right)}{2}\right).$$

Находим разность

$$d_1 - d_0 = r_0 \cdot (R(t_0 + T_0) - R(t_0)) + \frac{cR(t_0 + T_0) \cdot (T_0)^2 \left(\dot{R}(t_e) - \dot{R}(t_0)\right)}{2}.$$

Два раза применяем теорему Лагранжа

$$d_1 = d_0 + r_0 \dot{R}(\psi) T_0 - \frac{cR(t_0 + T_0) \cdot (T_0)^2 \ddot{R}(\xi) \cdot (t_0 - t_e)}{2}, \quad (9)$$

$\psi \in (t_0; t_0 + T_0)$, $\xi \in (t_e; t_0)$. Снова получаем уравнение равноускоренного движения $d(t) = d_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ с начальной скоростью

$$v_0 = r_0 \dot{R}(\psi) \tag{10}$$

и ускорением

$$a_0 = -cR(t_0 + T_0) \cdot \ddot{R}(\xi) \cdot (t_0 - t_e)\,. \tag{11}$$

Формула скорости (10) совпадает с той, которую используют в Стандартной космологической модели. Она свидетельствует о разбегании галактик (расширении Пространства), но в данной модели расширение равнозамедленное. Отрицательное ускорение (11), примерно равное (8), говорит об отсутствии темной энергии. Вселенная ведет себя в полном соответствии с законом всемирного тяготения.

5 Следствия обобщения космологии

Приведенные выше вычисления показывают, что обобщение Стандартной космологической модели не переворачивает космологию с ног на голову. Остается справедливой фундаментальная формула (5), связывающая красное космологическое смещение с возрастанием масштабного множителя $R(t)$. Происходит лишь небольшое уточнение на уровне приближений 2-го порядка. Физическое пространство по-прежнему расширяется, с той же самой скоростью, что и в Стандартной модели. Появившееся отрицательное ускорение не опровергает теорию Большого взрыва. Геометрическое сжатие Пространства (уменьшение радиальных сопутствующих координат) позволяет дать прогноз, что через некоторое время физическое пространство также начнет сжиматься, что соответствует требованиям закона всемирного тяготения. И, самое главное, пропадает необходимость введения сомнительной темной энергии. Это серьезный аргумент в пользу предложенного обобщения Стандартной космологической модели.

Список литературы

1. Вайнберг Стивен, Космология: М.: Мир, 1975. - 696 с.