ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА-часть 2.

Доказательство утверждения, что в алгоритме Коллатца
не существует последовательностей бесконечных

Автор: Трушников Владимир Владимирович

Апрель, 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА-часть 2.

Доказательство утверждения, что в алгоритме Коллатца
не существует последовательностей бесконечных

Ключевые слова: Алгоритм; натуральное число; Гипотеза Коллатца; сиракузская последовательность.

Key words: Algorithm; natural number; Collatz conjecture; Syracuse sequence.

Аннотация: Часть 2-я доказательства гипотезы Коллатца посвящена доказательству утверждения, что в алгоритме Коллатца не существует последовательностей бесконечных. В этой части:

* Проведён анализ воздействия алгоритма на структуру натурального ряда. Показано, что результатом такого воздействия стало разложение натурального ряда на множество других закономерных рядов, в пределах которых движение натурального становится предсказуемым. Раскрыт механизм действия алгоритма, в результате которого число изменяет направление своего движения, как число переходит из одного множества в другое.
* В рамках доказательства гипотезы изложена зеркальная концепция, отражающая тенденцию любого натурального, следующего по алгоритму Коллатца, неизбежно сворачиваться в единицу.
* Показано влияние чётности порядкового номера числа в закономерном ряде на его поведение в очередном шаге в любой последовательности Коллатца.
* Проведён анализ возможных сценариев непрерывного роста. Доказано, что бесконечных сценариев непрерывного роста в алгоритме Коллатца не существует, а существует лишь бесконечное количество конечных фрагментов непрерывного роста, которые складываясь в каком угодно произвольном порядке, возвращают нас к идее прерывания. из чего следует, что в этом алгоритме не существует бесконечных последовательностей.

Abstract: Part 2 of the proof of the Collatz conjecture is devoted to proving the statement that there are no infinite sequences in the Collatz algorithm. In this part:

* An analysis of the algorithm's impact on the structure of the natural numbers is conducted. It is shown that this impact results in the decomposition of the natural numbers into a set of other regular sequences, within which the movement of the natural numbers becomes predictable. The mechanism by which the algorithm operates is revealed, resulting in a number changing its direction as it moves from one set to another.
* As part of the proof of the conjecture, a mirror concept is presented, reflecting the tendency of any natural number following the Collatz algorithm to inevitably collapse into a unit.
* The influence of the parity of the ordinal number of a number in a regular series on its behavior in the next step in any Collatz sequence is shown.
* An analysis of possible scenarios for continuous growth was conducted. It has been proven that infinite continuous growth scenarios do not exist in the Collatz algorithm, but only an infinite number of finite continuous growth fragments, which, when combined in any arbitrary order, return us to the idea of interruption. This implies that infinite sequences do not exist in this algorithm.

ЧАСТЬ 2.

2.1. МНОЖЕСТВО НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА

Перед нами бесконечный ряд нечётных (Рис.1):

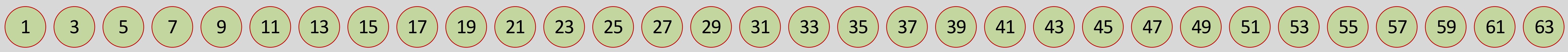

Рис.1 Ряд натуральных чисел

Представим путь нечётного числа к следующему нечётному. Умножаем на 3, прибавляем 1: получаем чётное (Рис.2):

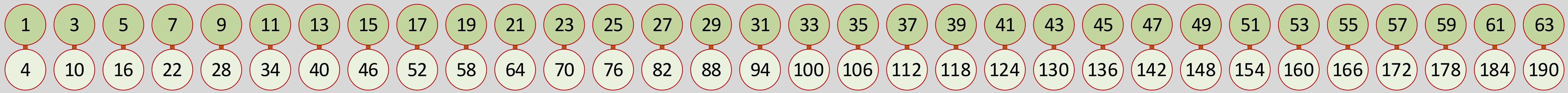

Рис.2 Ряд промежуточных чётных в алгоритме Коллатца

В половине случаев деление на 2 нас тут же вернёт к нечётному (Рис.3):

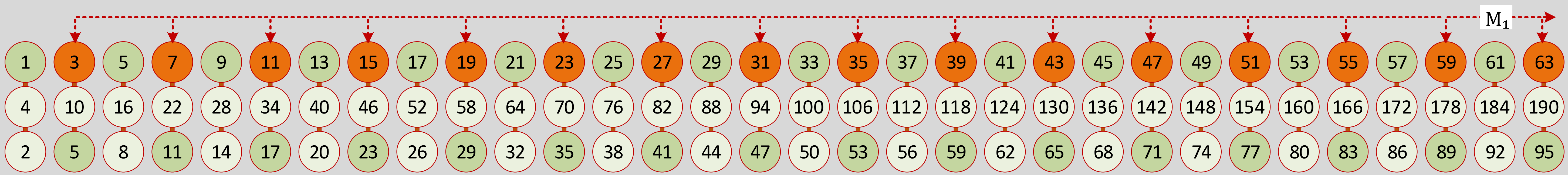

Рис.3 Первое множество Коллатца

Но каждое 4-е число, делить придётся дважды т.е. на 4.

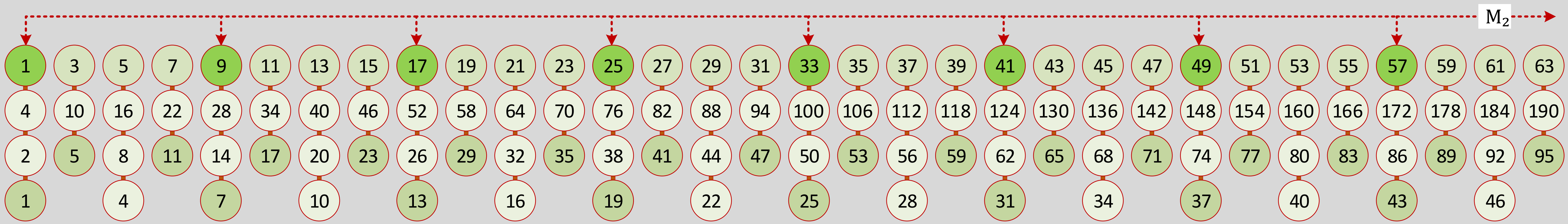

Рис.4 Второе множество Коллатца

Каждое 8-е число, делить придётся на 8, чтобы получить следующее нечётное:

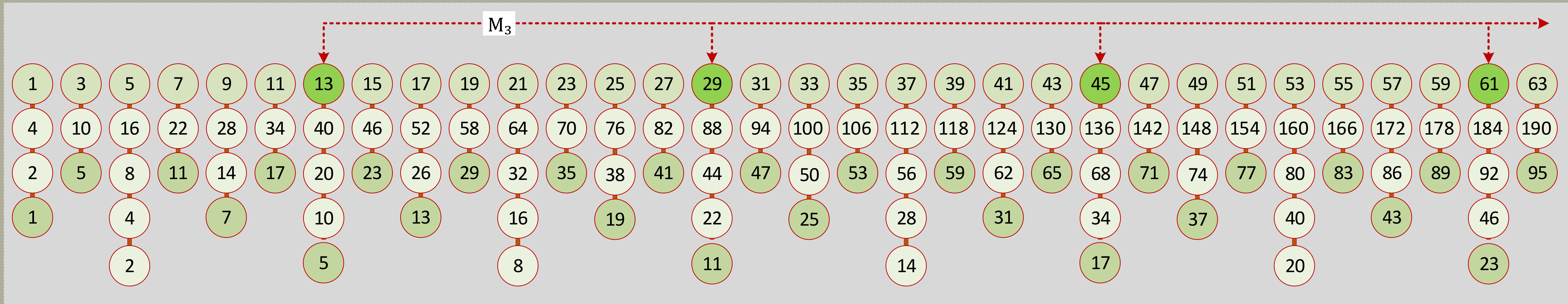

Рис.5 Третье множество Коллатца

Каждое 16-е на 16, и т.д

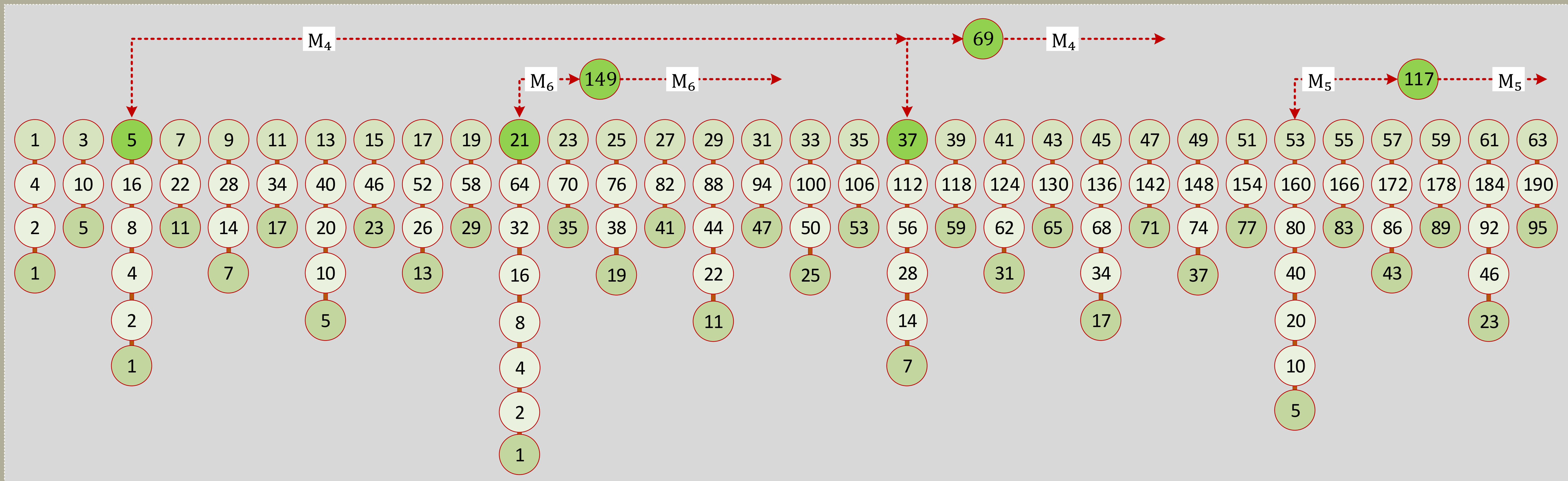

Рис.6 Четвёртое, пятое, шестое и далее другие множества Коллатца

“Взяв среднее геометрическое:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{8}} \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^{\frac{1}{16}} \ \cdots \ \left(\frac{3}{n}\right)^{\frac{1}{n}} \approx \frac{3}{4} < 1 \qquad (1)$$

мы увидим, что в среднем, чтобы добраться от одного нечётного числа к другому, нужно умножить его примерно на 3/4, что меньше единицы. При больших значениях «нечётного» единицей в алгоритме можно пренебречь. Выходит, чисто статистически, последовательности «3X+1» уменьшаются чаще, чем растут”.
Ведущий видеоролика [2] в своих рассуждениях использовал идею такого наглядного представления структуры натурального ряда для вывода статистической формулы (30), а получив её, переключился развивать мысль в другом, визуальном направлении. Демонстрация визуальных эффектов сложения параллельных потоков в один общий, показывает общую тенденцию. Однако, представленные картины по прежнему остаются частным случаем общего вопроса, поставленного гипотезой Коллатца.

Нам потребуется выполнить ещё один маленький шаг, и мы **сможем увидеть механизм действия алгоритма, в результате которого число изменяет направление своего движения,** будет понятно, почему следуя одному и тому же алгоритму, с одним и тем же делителем в знаменателе формулы алгоритма, число может “неожиданно” изменить направление своего движения.

Введем новые понятия:
Множество нечётных Коллатца;
Производительность числа в алгоритме Коллатца;
Работа числа выполненная по алгоритму Коллатца.

МНОЖЕСТВО НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА:
Обозначение: **Mm,** где **«m»-** порядковый номер множества

Назовём ряд нечётных [3, 7, 11, 15 …} – **1-м множеством** Коллатца, далее по тексту просто первым множеством или М1. Первым оно называется по признаку, того, что чётные полученные в результате действия алгоритма «3X+1» приходится делить 1 раз на 2, чтобы получить очередное нечётное. Позиции нечётного числа $(M_1)_a$ в М1 продвигают очередное всегда вперёд, в сторону его увеличения. Каждое очередное число 1-го множества отличается от предыдущего на 4, и описывается формулой (2):

$$(M_1)_a \in M1 = 4a-1 \qquad (2)$$

Где: a =[1,2,3… } – порядковый номер числа $(M_1)_a$ в М1; индекс 1 при $(M_1)_a$ указывает на принадлежность числа к М1.
Назовём ряд нечётных [1, 9, 17, 25 …} – **2-м множеством** Коллатца, обозначим его М2 . Вторым оно называется по признаку, того, что чётные полученные в результате действия алгоритма «3X+1» приходится делить 2 раза на 2, чтобы получить очередное нечётное. Позиции нечётного числа $(M_2)_a$ в М2 продвигают число в сторону его уменьшения. Каждое очередное число 2-го множества отличается от предыдущего уже на 8, и описывается формулой (3):

$$(M_2)_a \in M2 = 8a-7 \qquad (3)$$

Где a =[1,2,3… } – порядковый номер числа $(M_2)_a$ в М2; индекс 2 при $(M_2)_a$ указывает на принадлежность числа к М2.

Назовём ряд нечётных [13, 29, 45, 61 …} – **3-м множеством** Коллатца. По аналогии с первым и вторым множеством, обозначим его М3. Позиции нечётного числа $(M_3)_a$ в М3 продвигают число также в сторону его уменьшения. Каждое очередное число 3-го множества отличается от предыдущего на 16, и описывается формулой (4):

$$(M_3)_a \in M3 = 16a\text{-}3 \tag{4}$$

где а =[1,2,3… } – порядковый номер числа $(M_3)_a$ в М3; индекс 3 при $(M_3)_a$ указывает на принадлежность числа к М3.

И так далее. У каждого множества своя формула числа, которая в общем виде выглядит, как (5):

$$(M_m)_a \in M_m = 2^{m+1}a - C_m \tag{5}$$

Где: m = [1,2,3…} – порядковый номер множества;
а = [1,2,3…} – порядковый номер числа принадлежащего множеству;
2^{m+1} - первая константа множества Коллатца (период).
C_m - вторая константа множества Коллатца.

$$C_m = 2^{m+1} - (M_m)_1 \tag{6}$$

Где: $(M_m)_1$ - начальное число множества Mm.

Формула (5) применима, когда известно начальное число $(M_m)_1$. В таблице 1 приведен вариант определения числа $(M_m)_a$ с использованием предыдущего, уже известного, значения C_{m-2}. Так мы последовательно можем легко составить таблицу формул для всех интересующих нас множеств от M_1 до M_m

Порядковый номер: m	$(M_m)_a \in M_m$	Начальное $(M_m)_{a=1}$
1	$(M_1)_a = 4a\text{-}1$	3
3	$(M_3)_a = 16a\text{-}3$	13
5	$(M_5)_a = 64a\text{-}11$	53
7	$(M_7)_a = 256a\text{-}43$	213
9	$(M_9)_a = 1024a\text{-}171$	853
…	…	…
m-нечётное	$(M_m)_a = 2^{m+1}a - (C_{m-2}+2^{m-2})$	$2^{m+1} - C_m$

Порядковый номер: m	$(M_m)_a \in M_m$	Начальное $(M_m)_{a=1}$
2	$(M_2)_a = 8a\text{-}7$	1
4	$(M_4)_a = 32a\text{-}27$	5
6	$(M_6)_a = 128a\text{-}107$	21
8	$(M_8)_a = 512a\text{-}427$	85
10	$(M_{10})_a = 2048a\text{-}1707$	341
…	…	…
m-чётное	$(M_m)_a = 2^{m+1}a - (C_{m-2}+2^{m-2}5)$	$2^{m+1} - C_m$

Таблица 1. Таблицы определения произвольного значения $(M_m)_a$ с использованием предыдущего значения C_{m-2}

Подводя итог описаниям основных характеристик множеств, отметим следующий факт: множество М1, единственное из всех, следующим ходом увеличивает значение числа, все остальные M_m -множества его уменьшают.

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ЧИСЛА В АЛГОРИТМЕ КОЛЛАТЦА
Обозначение: **W**
Определение: Производительностью числа в алгоритме Коллатца называется количество единиц пройденных нечётным при исполнении алгоритма «3Х+1» за один полный шаг. В последовательности Коллатца не существует времени. Единицей отсчёта событий является шаг алгоритма. Значение производительности определяется модулем разности между очередным нечётным и исходным.

РАБОТА ЧИСЛА В АЛГОРИТМЕ КОЛЛАТЦА
Обозначение: **A**
Определение: Работа числа выполненная по алгоритму Коллатца - есть количество единиц пройденных нечётным при исполнении алгоритма «3Х+1» за несколько последовательных шагов в пределах одного множества, в пределах интервала последовательности, или всей последовательности. Значение работы определяется модулем разности между конечным в интервале нечётным и исходным.

2.2 ОПИСАНИЕ МЕХАНИЗМА ПЕРЕХОДА ЧИСЛА ИЗ ОДНОГО МНОЖЕСТВА В ДРУГОЕ

Возьмём из первого множества число 7. В результате исполнения алгоритма (3·7+1)/2 =11 число 7 увеличилось примерно в 3/2 раза, переместилось в позицию числа 11. С другой стороны очередное число 11 стало больше исходного на значение 11-7=4. Числа 7 и 11, отличающиеся на значение 4, кратное периоду исходного множества М1 равному 4, принадлежат этому множеству. Каковы шансы теперь уже у исходного числа 11 следующим шагом остаться в этом же множестве. Шансы ещё есть. Та же самая формула увеличивает исходное число примерно в те же 3/2 раза (3·11+1)/2 =17, но теперь уже разница между очередным и исходным 17-11=6 не является кратным 4. Потому что, действие умножения мы провели для большего числа, а 11 больше 7. С ещё большими числами будет ещё больше разница. Умножение разных по значению чисел на одно и то же приводит к разным приращениям, не всегда кратным периоду исходного множества.

Разные приращения создают иллюзию непредсказуемости поведения числа. Тем не менее. алгоритм «3Х+1» имеет закономерный механизм перехода из одного множества нечетных в другое. Каждая вторая позиция числа в натуральном ряде принадлежит первому множеству. Вероятность попадания очередного числа в первое множество равна 50 на 50. Такая же вероятность попадания очередного числа в любое из множеств М2, М3, М4 … M_m, ведь они также в сумме занимают каждую вторую позицию. Один очередной шаг, следующий … и т.д., в какую бы сторону мы не направились, мы можем оказаться вообще в любом множестве, в любой момент сменить направление. Алгоритму не важно в какую сторону будет изменяться очередное число. Он просто совершает свою работу.

Механизм перехода из одного множества в другое является математическим описанием известного закона перехода количественных изменений в качественные. Число в новом множестве обретает возможность изменяться алгоритмом уже с другим делителем, поэтому переход числа в другое множество всегда является качественным переходом. Далее по тексту, механизм перехода из одного множества в другое будем именовать математическим законом перехода количественных изменений в качественные.
Теперь, когда мы знаем механизм перехода числа из одного множества в другое, когда знаем формулу числа каждого множества, его период, каждый шаг алгоритма можно просчитать.

2.3 СЦЕНАРИЙ РОСТА «НЕЧЁТНОГО» В ПРЕДЕЛАХ МНОЖЕСТВА М1

Множество М1, единственное из всех, следующим ходом увеличивает значение числа. Рассмотрим первые 32 числа из М1 (Рис.7). Через порядковый номер значение числа в М1определим по формуле (2).

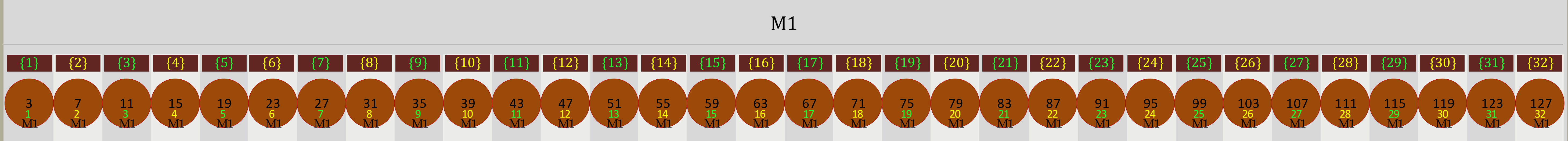

Рис.7 Первое множество Коллатца

Для наглядности, «нечётные» будем различать по цветовым признакам в зависимости от того, к какому множеству они принадлежат, а также от чётности их порядкового номера в этом множестве, как представлено на Рис 8, и Рис 9

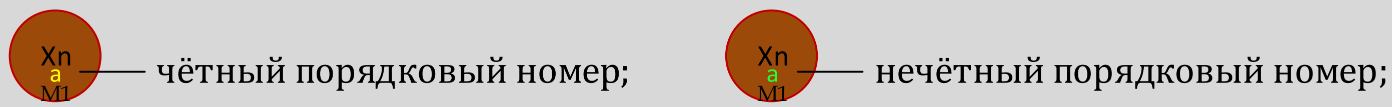

Рис.8 Цветовые признаки числа и его порядкового номера, принадлежащего множеству «нечётных» Коллатца М1

Числа, принадлежащие множествам М2, М3, М4 … M_m обозначим как на (Рис.9):

Рис.9 Цветовые признаки числа и его порядкового номера, принадлежащего множествам «нечётных» Коллатца М2, М3, М4 … Mm.

Найдём очередное значение каждого числа из М1 (Рис.10).

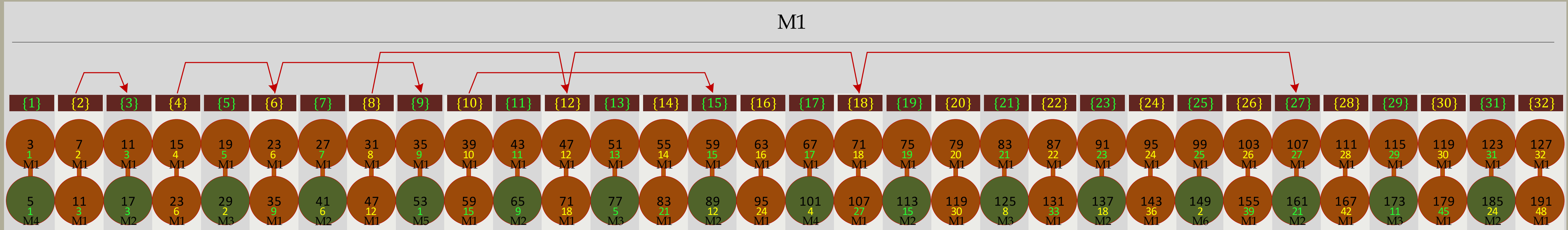

Рис.10

После первого хода все «нечётные» множества М1, с нечётным порядковым номером {1}, {3}, {5} ... перешли в одно из множеств М2, М3, М4 … M_m, а «нечётные» с чётным {2}, {4} , {6} … и т.д. остались в М1. Но, каждое второе чётное, т.е. ровно половина от их общего числа, осталось в М1 чётным. Вторая половина с чётным порядковым номером перешла в разряд нечётных, значит следующим ходом эта часть перейдёт в одно из множеств М2, М3, М4 … M_m, таким образом сменит направление движения.

Такое поведение «нечётных» принадлежащих М1 в последовательности Коллатца является закономерным. Определяющим признаком направления движения «нечётного» в М1 является признак чётности его порядкового номера. Не значение «нечётного», не значение его порядкового номера, а чётность или нечётность порядкового номера исходного влияют на то, каким будет направление движения очередного «нечётного» в последовательности Коллатца.

Механизм перехода от одного «нечётного» к другому «нечётному» в М1 рассмотрим на примере фрагмента последовательности с исходным 31.

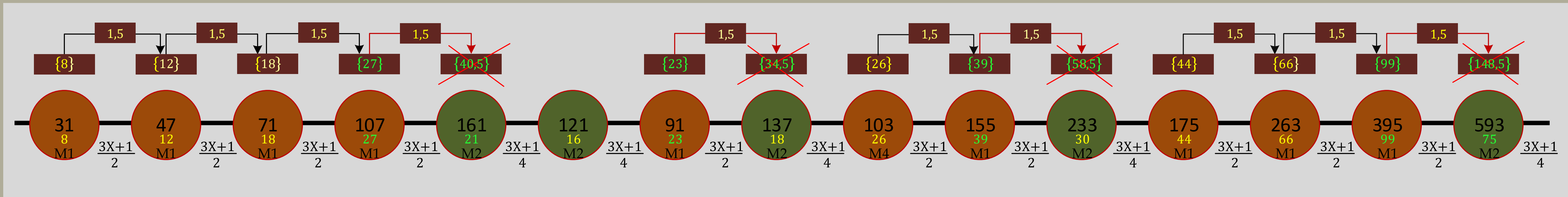

Рис.11 Фрагмент последовательности с исходным 31

Обращает на себя внимание следующий факт: число с чётным порядковый номером в М1 в очередном шаге остаётся в М1, порядковый номер очередного «нечётного» при этом, увеличивается ровно в 1,5 раза. Процесс продолжается, до тех пор, пока порядковый номер остаётся чётным. В следующем шаге чётный порядковый номер сменяется на нечётный, а затем нечётный при умножении на 1,5 становится дробным. А дробным порядковый номер очередного «нечётного» быть не может, поэтому «нечётное» переходит в другое множество, то, в котором его порядковый номер - целое, натуральное число.
Рассмотрим механизм перехода от одного «нечётного» к другому «нечётному» в М1 подробнее.
В результате действия алгоритма «нечётное», принадлежащее множеству М1 в этой последовательности увеличивается приблизительно в 1,5 раза, в соответствии с полной формулой алгоритма (7) :

$$\frac{3\cdot 31+1}{2} = 47 \quad \Rightarrow \quad \frac{47}{31} \approx 1{,}516129 \tag{7}$$

С увеличением значений коэффициент перехода от одного «нечётного» к другому «нечётному» в своём пределе приближается к 1,5, но никогда не будет ему равным, из-за наличия +1 в формуле алгоритма, а порядковый номер очередного «нечётного» увеличивается ровно в 1,5 раза, независимо от значения «нечётного» (8):

$$\frac{\{12\}}{\{8\}} = 1{,}5\,; \quad \frac{\{18\}}{\{12\}} = 1{,}5\,; \quad \frac{\{27\}}{\{18\}} = 1{,}5\,; \quad \frac{\{39\}}{\{26\}} = 1{,}5\,; \quad \frac{\{66\}}{\{44\}} = 1{,}5\,; \quad \frac{\{99\}}{\{66\}} = 1{,}5\,; \tag{8}$$

Почему так происходит, становится ясно, после того как применим алгоритм непосредственно к (2) - формуле числа, принадлежащего М1:

$$\frac{3\cdot(4a-1)+1}{2} = \frac{12a-2}{2} = 6a-1 \tag{9}$$

Формулой «6a-1» описываются числа нового закономерного ряда: 5, 11, 17, 23 … и т.д., теперь уже с периодом равным 6, содержащего в своём составе «нечётные» разных множеств, в том числе и множества M1.

Очередное «нечётное», описываемое формулой «6a-1» будет принадлежать M1 при условии равенства:

$$6\{a_i\} - 1 = 4\{a_{i+1}\} - 1 \tag{10}$$

Здесь; $\{a_i\}$ - порядковый номер исходного «нечётного» в M1;

$\{a_{i+1}\}$ - порядковый номер очередного «нечётного» в M1;

Из (10) следует (11):

$$6\{a_i\} = 4\{a_{i+1}\} \quad \Rightarrow \quad \frac{\{a_{i+1}\}}{\{a_i\}} = \frac{6}{4} = 1{,}5 \tag{11}$$

Натуральный порядковый номер при умножении на 1,5 остаётся натуральным пока номер чётный. Число с чётным порядковым номером в M1 очередным ходом всегда остаётся в M1.

Поэтому сценарий перехода «нечётного» с чётным порядковым номером к очередному с чётным порядковым номером в M1 - первый кандидат среди сценариев непрерывного роста. Вопрос, который возникает в связи с гипотезой Коллатца, будет ли этот сценарий бесконечным, хотя бы для одного из натуральных?

Продолжим Рис.10. Выполним очередной шаг алгоритма. Будем отслеживать сценарий непрерывного роста в последовательности только с чётными порядковыми номерами.

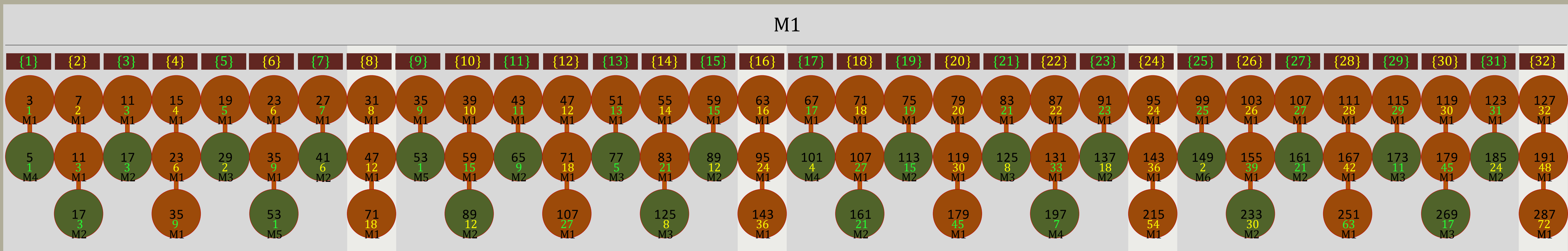

Рис.12

Количество чётных последовательностей только с чётными порядковыми номерами входящих в них чисел, сократилось вдвое: было восемь: {4}, {8}, {12}, {16}, {20}, {24}, {28}, {32} стало четыре: {8}, {16}, {24}, {32}.

Выполним очередной шаг алгоритма.

Рис.13

Количество чётных последовательностей только с чётными номерами входящих в них чисел опять сократилось вдвое, было четыре: {8} , {16}, {24}, {32}, стало две: {16}, {32}. Выполним очередной шаг алгоритма.

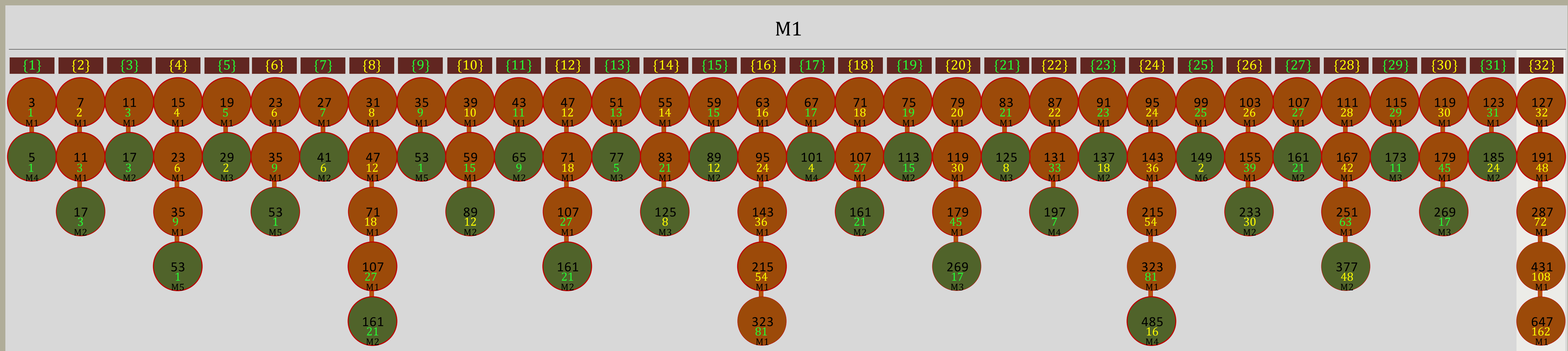

Рис.14

Количество последовательностей только с чётными номерами входящих в неё чисел опять сократилось вдвое, было две: {16}, {32}, осталась одна : {32}. Следующим шагом и эта перейдёт в позицию числа с нечётным порядковым номером, а затем в одно из множеств [M2, M3, M4…}. Но, далее в натуральном ряду, ещё остаются {64}, {128}, … и т.д., … {2^n}

В бесконечном натуральном ряде существует бесконечное количество таких последовательностей, отстоящих друг от друга на дистанции 2^n, до тех пор пока очередным “n”- ходом они не перейдут в число с нечётным порядковым номером, а затем “n+1”- ходом в одно из множеств [M2, M3, M4…}. На этом сценарий непрерывного роста для конкретной последовательности прерывается. Таким образом, можно утверждать: любая последовательность, состоящая только из чисел с чётными порядковыми номерами в M1, отстоящими друг от друга на дистанции 2^n - **конечна**.

Можно арифметически показать, что чётный порядковый номер 2^n последовательно умножаясь на коэффициент 1,5 всегда завершается “n”- ходом нечётным.

Пусть 2^n=X - чётное целое число, тогда

Шаг 1:

$$1{,}5X=X+0{,}5X=X+\frac{1}{2}X \tag{12.1}$$

Шаг 2:

$$1{,}5(X+\frac{1}{2}X)=(X+\frac{1}{2}X)+0{,}5(X+\frac{1}{2}X)=2X+\frac{1}{2^2}X \tag{12.2}$$

Шаг 3:

$$1{,}5(2X+\frac{1}{2^2}X)=(2X+\frac{1}{2^2}X)+0{,}5(2X+\frac{1}{2^2}X)=3X+\frac{3}{2^3}X \tag{12.3}$$

Шаг 4:

$$1{,}5(3X+\frac{3}{2^3}X)=(3X+\frac{3}{2^3}X)+0{,}5(3X+\frac{3}{2^3}X)=5X+\frac{1}{2^4}X \tag{12.4}$$

Шаг 5:

$$1{,}5(5X+\frac{1}{2^4}X)=(5X+\frac{1}{2^4}X)+0{,}5(5X+\frac{1}{2^4}X)=7X+\frac{19}{2^5}X \tag{12.5}$$

И так далее …

Шаг n:

$$1{,}5\cdot X_{n-1}=K\cdot X+\frac{\text{нечётное}}{2^n}\cdot X \tag{12.6}$$

Здесь К=1,2,3 … натуральный коэффициент.

После замены $X=2^n$ получим (47):

$$1{,}5\cdot X_{n-1}=K\cdot 2^n+\frac{\text{нечётное}}{\cancel{2^n}}\cdot\cancel{2^n}=\text{чётное}+\text{нечётное}=\text{нечётное} \tag{12.7}$$

Что и требовалось доказать.

Сценарий движения числа с чётным порядковым номером в М1, всегда один: сначала закономерное движение к нечётному, а затем, переход в любое другое множество. На этом сценарий непрерывного роста прерывается.

2.4 РЯДЫ ГРУПП МНОЖЕСТВА М1 НЕЧЁТНЫХ КОЛЛАТЦА

Последовательности чисел, непрерывно следующих в одном и том же множестве М1 объединяются в отдельные ряды групп: одиночных, двух, трёх, четырёх и т.д. Коэффициент 1,5 между очередным и предыдущим порядковым номером в М1 является простым и удобным инструментом идентификации такой последовательности «нечётных» в одном из рядов групп.

Группа «нечётных» М1 - последовательность «нечётных» М1, в которой порядковый номер очередного больше предыдущего ровно в 1,5.

Количество членов в группе «нечётных» может быть любым, в том числе состоящей из одного, с нечётным порядковым номером. Если группа состоит из нескольких «нечётных», то её возглавляет «нечётное»-**лидер** с чётным порядковым номером, а замыкает группу **замыкающее** с нечётным порядковым номером. В свою очередь каждый лидер окажется простым членом в очередной, старшей группе. Лидера и членов группы будем различать по цветовым признакам, как на Рис 15.

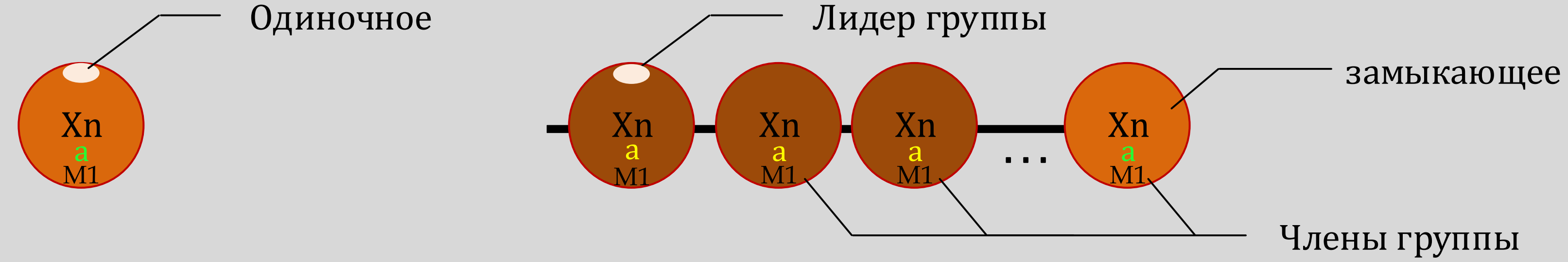

Рис.15 Отличительные цветовые признаки лидера и членов группы из множества «нечётных» М1

Из Рис.14 выделим множество последовательностей принадлежащих М1

Рис.16 Группы «нечётных» М1

Разделим последовательности, представленные Рис.16, на группы по признаку количества находящихся в них членов:

Далее будем изображать «нечётное», принадлежащее множеству М1, как на **Рис.17**:

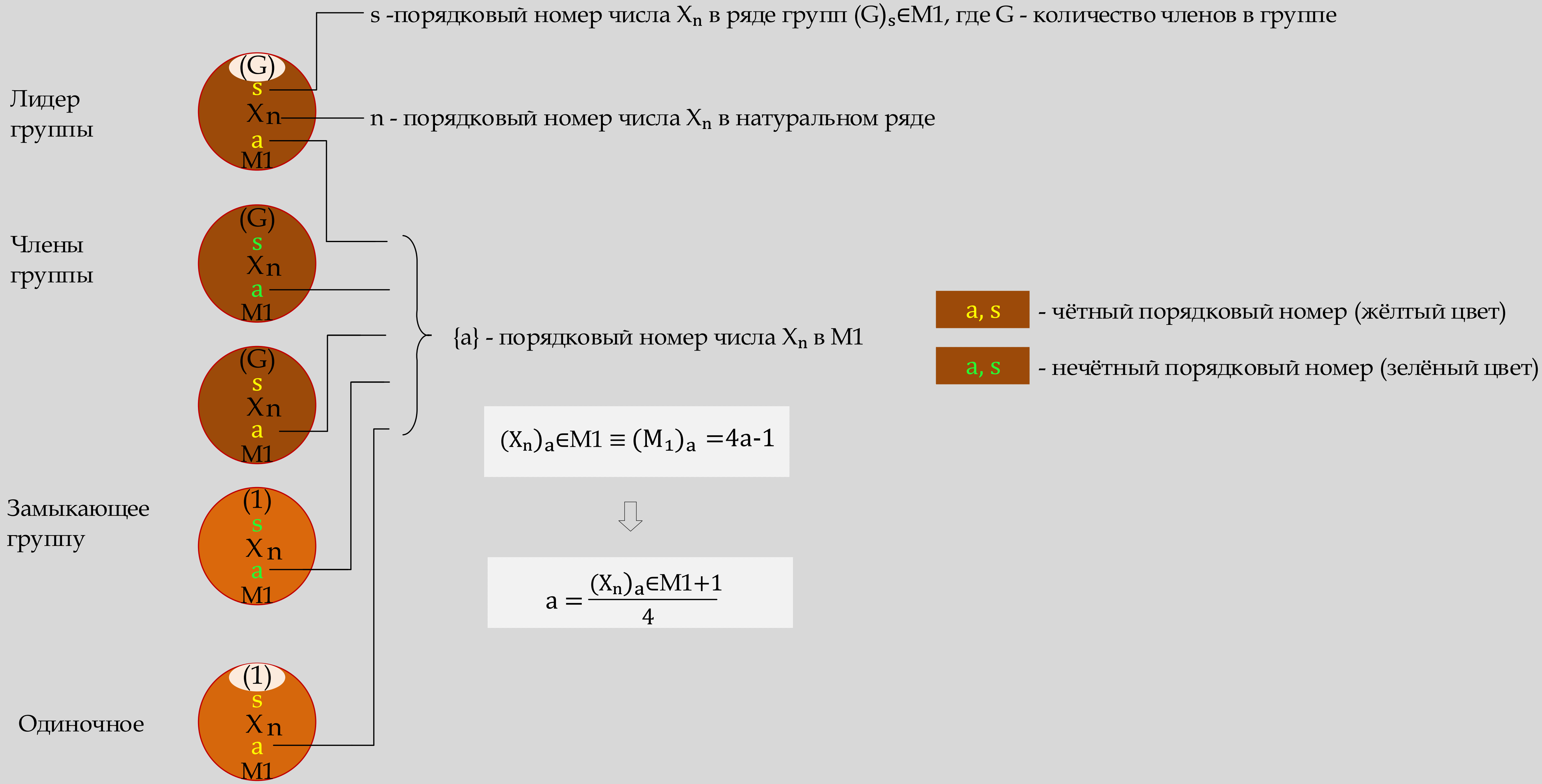

Рис.17 Анатомия «нечётного», принадлежащего множеству М1

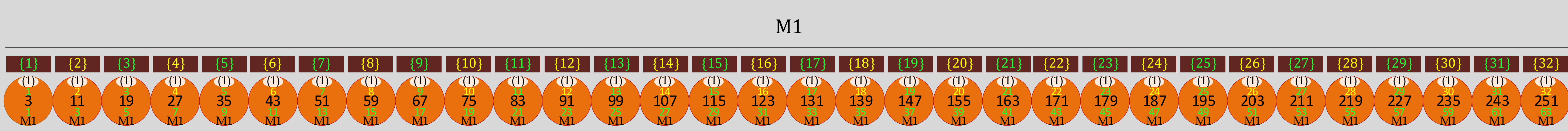

Рис.18 Множество одиночных $(1)_s \in M1$

Очередное «нечётное» в ряде $(1)_s \in M1$ отличается от предыдущего на одно то же значение 8, и оно описывается формулой (13):

$$(1)_s \in M1 = 8s-5 \tag{13}$$

где s = 1, 2 , 3 … - порядковый номер «нечётного» в ряде $(1)_s \in M1$.

Например числом с порядковым номером s=14 из ряда $(1)_s \in M1$ является: $(1)_{14} \in M1 = 8 \cdot 14 - 5 = 107$.

Если требуется определить какое положение «s» будет занимать число из натурального ряда $X_{107} = 107$ в ряде $(1)_s \in M1$: $s=(107+5)/8 = 14$

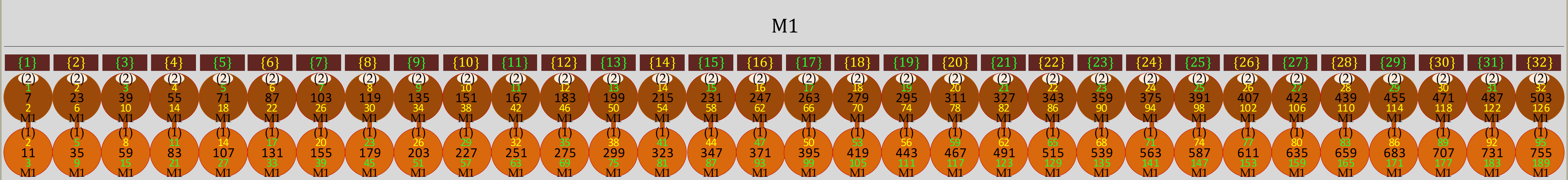

Рис.19 Множество двух $(2)_s \in M1$

Очередное число-лидер ряда $(2)_s \in M1$ отличается от предыдущего на одно то же значение 16, и оно описывается формулой (14):

$$(2)_s \in M1 = 16s-9 \tag{14}$$

Рис.20 Множество трёх $(3)_s \in M1$

Очередное число-лидер ряда $(3)_s$∈M1 отличается от предыдущего на одно то же значение 32, и оно описывается формулой (50):

$$(3)_s \in M1 = 32s-17 \quad (15)$$

И так далее. Каждый следующий ряд, содержащий большее количество членов в группе описывается формулой общего вида (51):

$$(G)_s \in M1 = 2^{G+2}s - (2^{G+1}+1) \quad (16)$$

Где G-номер ряда, с количеством членов в группе равным G.

s - порядковый номер числа в ряде (G).

В таблице 2 приведены формулы лидеров первых десяти рядов групп нечётных принадлежащих множеству M1

Порядковый номер: s	$(G)_s \in M1 = 2^{G+2}s - (2^{G+1}+1)$	Начальное $(G)_1$
1	$(1)_s = 8s-5$	3
2	$(2)_s = 16s-9$	7
3	$(3)_s = 32s-17$	15
4	$(4)_s = 64s-33$	31
5	$(5)_s = 128s-65$	63
6	$(6)_s = 256s-129$	127
7	$(7)_s = 512s-257$	255
8	$(8)_s = 1024s-513$	511
9	$(9)_s = 2048s-1025$	1023
10	$(10)_s = 4096s-2049$	2047
И т.д.	...	И т.д.

Таблица 2. Таблица формул рядов лидеров групп нечётных принадлежащих множеству M1

Таким образом, каждое «нечётное», принадлежащее M1 анатомически проявляет себя, как минимум, в трёх измерениях. В каждом из этих измерений число имеет свой порядковый номер **n**, **a**, или **s**. Совокупность всех признаков числа (порядковый номер числа, чётность номера) определяет его положение в структуре множества нечётных M1, делает поведение числа в алгоритме Коллатца понятным и предсказуемым.

Очередным этапом углубления нашего представления о структуре натурального ряда в гипотезе Коллатца будет зеркальная концепция алгоритма Коллатца.

2.5 ЗЕРКАЛЬНАЯ КОНЦЕПЦИЯ АЛГОРИТМА КОЛЛАТЦА

Из Таблицы 2 и Таблицы 1 выделим начальные значения и периоды закономерных рядов групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s и рядов множеств M2, M3, M4, … Мм, соответственно.
Результаты сведены в таблицу 3 (Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца)

	$(G)_s$	Начальное $(G)_1$	период 2^{G+2}	Вектор
M1	$(1)_s$	3	8	↗
	$(2)_s$	7	16	↗
	$(3)_s$	15	32	↗
	$(4)_s$	31	64	↗
	$(5)_s$	63	128	↗
	$(6)_s$	127	256	↗
	$(7)_s$	255	512	↗
	$(8)_s$	511	1024	↗
	$(9)_s$	1023	2048	↗
	И т.д.	…	…	↗

≡

	Mm	Начальное $(M_m)_{a=1}$	период 2^{m+1}	Вектор
M2, M3, M4, … Мм	M2	1	8	↘
	M3	13	16	↘
	M4	5	32	↘
	M5	53	64	↘
	M6	21	128	↘
	M7	213	256	↘
	M8	85	512	↘
	M9	853	1024	↘
	M10	341	2048	↘
	И т.д.	…	…	↘

Таблица 3. Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца

Таблица 3 даёт наглядное представление того, как одно множество соотносится с другим. Каждому закономерному ряду $(G)_s$ находим зеркальное соответствие, в виде другого ряда, с таким же периодом, в одном из множеств Mm. Зеркальные по направлению закономерные ряды имеют одинаковые периоды между членами ряда, значит количество членов в них в пределах полного натурального ряда одинаково. Каждому члену одного ряда всегда найдём зеркальное соответствие другого. Начальные значения закономерных рядов множеств M2, M3, M4, … Мм есть ни что иное, как успешные решения алгоритма, интересный факт, но, в зеркальной концепции нам важно будет увидеть закономерные механизмы, определяющие направление движения числа по алгоритму Коллатца.

Составим последовательности начальных значений этих закономерных рядов (Рис.21)

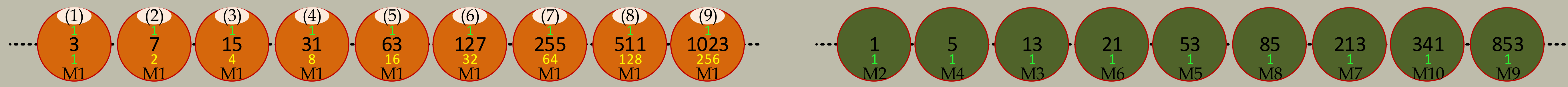

Рис.21 Последовательности начальных (первых по порядку) номеров нечётных, принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)S ∈M1 и множествам M2, M3, M4, … Mм

Начальные этих закономерных рядов расположим в порядке их следования в натуральном ряде (Рис.22)

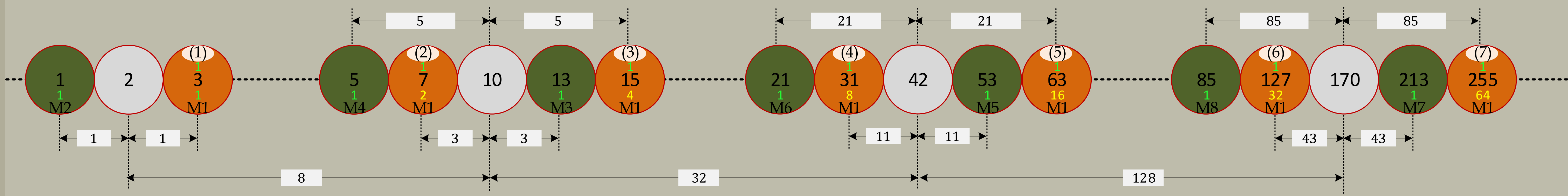

Рис.22. Зеркальный ряд Коллатца 1-го порядка (ряд чисел с 1-м порядковым номером)

Алгоритм Коллатца разделил натуральный ряд на два зеркально симметричных множества закономерных рядов. На оси симметрии находятся чётные числа натурального ряда – успешные решения алгоритма Коллатца. Они образуют закономерный ряд начальных, описываемый формулой (17):

$$Z_u \in N = \frac{2^{2u}-1}{3} \cdot 2 \qquad (17)$$

Где “u” -порядковый номер очередного начального зеркальных рядов.

Из Таблицы 1 и Таблицы 2 выделим следующие после начальных значения закономерных рядов групп (1)s, (2)s, (3)s, ... (G)s и рядов множеств M2, M3, M4, ... Mм, соответственно. Результаты 9 порядковых номеров сведены в Таблицу 4 (Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца)

$(G)_s$	период 2^{G+2}	$(G)_1$	$(G)_2$	$(G)_3$	$(G)_4$	$(G)_5$	$(G)_6$	$(G)_7$	$(G)_8$	$(G)_9$
$(1)_s$	8	3	11	19	27	35	43	51	59	67
$(2)_s$	16	7	23	39	55	71	87	103	119	135
$(3)_s$	32	15	47	79	111	143	175	207	239	271
$(4)_s$	64	31	95	159	223	287	351	415	479	543
$(5)_s$	128	63	191	319	447	575	703	831	959	1087
$(6)_s$	256	127	383	639	895	1151	1407	1663	1919	2175
$(7)_s$	512	255	767	1279	1791	2303	2815	3327	3839	4351
$(8)_s$	1024	511	1535	2559	3583	4607	5631	6655	7679	8703
$(9)_s$	2048	1023	3071	5119	7167	9215	11263	13311	15359	17407
И т.д.	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

≡

Mm	период 2^{m+1}	$(M_m)_1$	$(M_m)_2$	$(M_m)_3$	$(M_m)_4$	$(M_m)_5$	$(M_m)_6$	$(M_m)_7$	$(M_m)_8$	$(M_m)_9$
M2	8	1	9	17	25	33	41	49	57	65
M3	16	13	29	45	61	77	93	109	125	141
M4	32	5	37	69	101	133	165	197	229	261
M5	64	53	117	181	245	309	373	437	501	565
M6	128	21	149	277	405	533	661	789	917	1045
M7	256	213	469	725	981	1237	1493	1749	2005	2261
M8	512	85	597	1109	1621	2133	2645	3157	3669	4181
M9	1024	853	1877	2901	3925	4949	5973	6997	8021	9045
M10	2048	341	2 389	4437	6485	8533	10581	12629	14677	16725
И т.д.	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Таблица 4. Начальные значения и периоды закономерных рядов множеств Коллатца

Составим последовательности значений этих закономерных рядов, следующих, после начальных, (Рис.23)

Рис.23. Последовательности вторых по порядку номеров «нечётных», принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, ... (G)s∈M1 и множествам M2, M3, M4, ... Mм

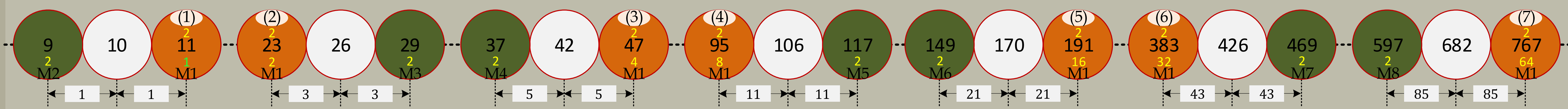

Рис.24. Зеркальный ряд Коллатца 2 порядка (ряд чисел со 2-м порядковым номером)

Рис.25. Последовательности третьих по порядку номеров «нечётных», принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s∈M1 и множествам M2, M3, M4, … Mm

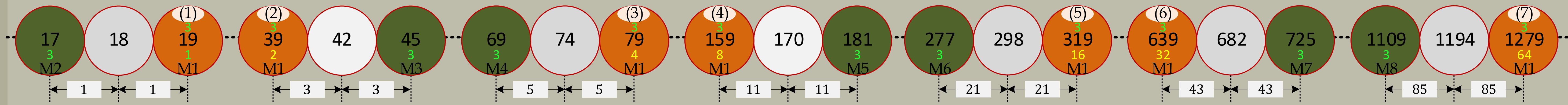

Рис.26. Зеркальный ряд Коллатца 3 порядка (ряд чисел с 3-м порядковым номером)

Рис.27. Последовательности чевёртых по порядку номеров «нечётных», принадлежащих рядам групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)S ∈M1 и множествам M2, M3, M4, … Mm

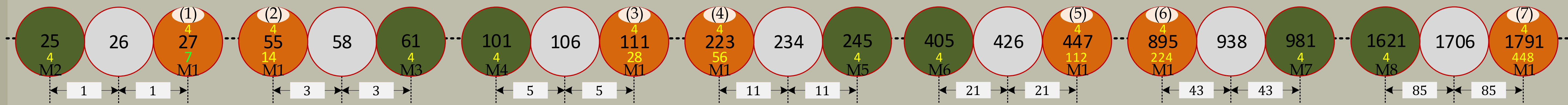

Рис.28. Зеркальный ряд Коллатца 4 порядка (ряд чисел с 4-м порядковым номером)

Продолжая таким же образом для других по порядку номеров получим и остальные значения «чётных», находящихся на зеркальной оси (Рис.29):

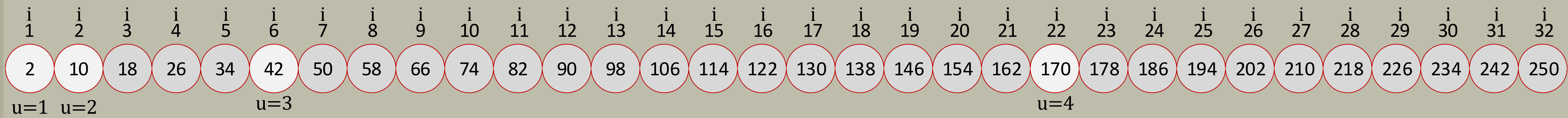

Рис.29. Первые 32 числа полного зеркального ряда алгоритма Коллатца

Алгоритм Коллатца разделил натуральный ряд на два зеркально симметричных множества закономерных рядов. На оси симметрии, которую мы назвали полным зеркальным рядом алгоритма Коллатца находятся «чётные» натурального ряда следующие друг за другом с периодом равным восьми. Они образуют закономерный ряд, описываемый формулой (18):

$$Z_i \in N = 8i-6 \tag{18}$$

Где “i” -порядковый номер очередного зеркального.
Половина «нечётных» натурального ряда принадлежит первому множеству, а вторая половина «нечётных» является суммой всех «нечётных» остальных множеств (19):

$$M_1 = M_2 + M_3 + M_4 \dots + M_m \quad \text{или} \quad \big((1)_s + (2)_s + (3)_s \dots + (G)_s\big) \in M_1 = M_2 + M_3 + M_4 \dots + M_m \tag{19}$$

Т.е. по количественному составу сценариев роста (ВПЕРЁД) и убывания (НАЗАД), не существует доминирования одного сценария над другим. Но, продвижение ВПЕРЁД, никогда не бывает тождественным продвижению НАЗАД по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному. Причина в том, что формула алгоритма по своей природе асимметрична.
В сценарии зеркального ВПЕРЁД количество шагов определяется количеством раз применения полной формулы (3X+1)/2: для $(1)_s$ -1 раз, для $(2)_s$ -2 раза, и т.д., а в сценарии зеркального НАЗАД оно определяется количеством делений на два чётного, полученного в результате вычисления числителя этой формулы (3X+1).
Получается, что сценарий убывания в зеркальной паре, в этом контексте, имеет на один шаг больше.
Рассмотрим произвольную зеркальную пару с нечётным порядковым номером, например s=99, для удобства вычислений и наглядности пусть она имеет небольшое количество шагов, например из ряда двух, принадлежащего множеству М1: по формуле для ряда двух из Таблицы 2 находим значение числа с порядковым номером s=99

$$(2)_s \in M1 = 16s-9 \quad \Rightarrow \quad (2)_{99} \in M1 = 16 \cdot 99 - 9 = 1575 \tag{20}$$

В соответствии с анатомией нечётного в М1 (Рис.17), учитывая тождественность $X_n \in M1 \equiv (M_1)_a$, порядковый номер числа 1575 в М1 вычислим по формуле множества М1 из Таблицы 1:

$$(M_1)_a = 4a - 1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(M_1)_a + 1}{4} \quad \text{или} \quad a = \frac{(X_n)_a \in M_1 + 1}{4} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1575 + 1}{4} = 394 \tag{21}$$

Зеркальное для числа из ряда двух $(2)_{99} \in M1 = 1575$ в соответствии с Таблицей 4 находится в М3.
Значение $(X_n)_a \in M3 \equiv (M_3)_a$ для a=99 найдем по соответствующей формуле из Таблицы 2.

$$(X_n)_a \in M_3 \equiv (M_3)_a = 16a - 3 \quad \Rightarrow \quad (M_3)_{99} = 16 \cdot 99 - 3 = 1581 \tag{22}$$

Чётное, для зеркальной пары является её средним арифметическим, т.е. 1578, таким образом имеем все необходимые атрибуты зеркальной пары с нечётным порядковым номером s=99, Рис.30:

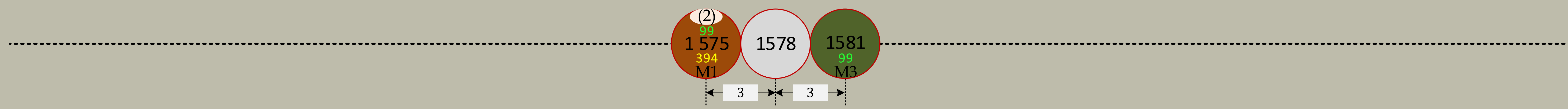

Рис.30. Зеркальная пара «нечётных» с нечётным порядковым номером 99 из ряда двух и зеркального ему множества М3

Выполним сравнительный анализ зеркальной пары «нечётных» 1575 и 1581 по совершаемой алгоритмом работе (Рис.31):

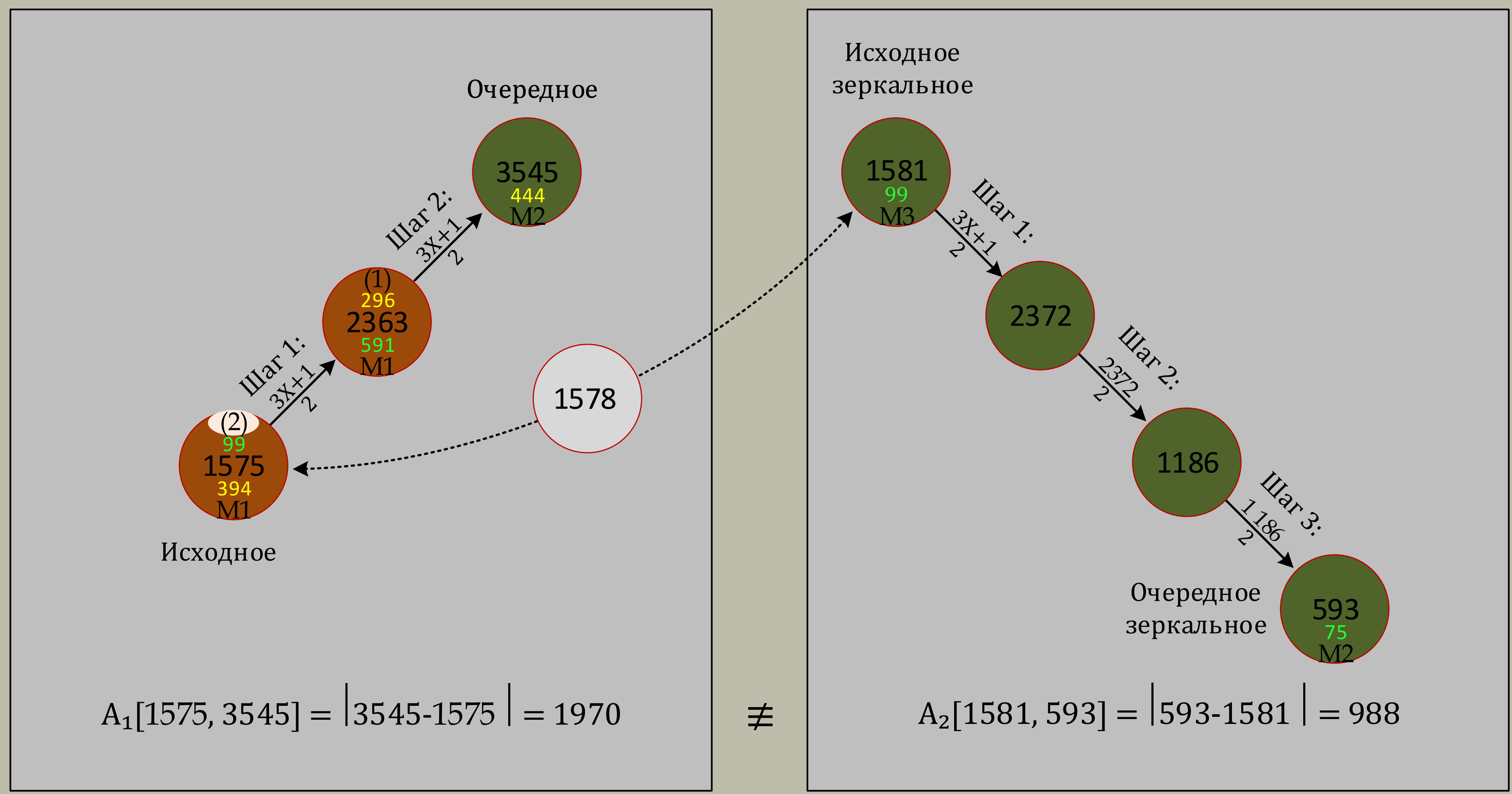

Рис.31. Сравнительный анализ зеркальной пары «нечётных» 1575 и 1581 по совершаемой работе.

Совершаемая алгоритмом работа зависит от значения исходного. Чем больше значение исходного, тем больше работа, при прочих равных условиях, для одного шага алгоритма. Неудивительно, что приведённый пример сравнения (Рис.31) по сути не корректен. Сравнивать работу алгоритма в зеркальных сценариях ВПЕРЁД и НАЗАД можно, только когда один сценарий является продолжение другого, когда два фрагмента «сшиваются» в одну последовательность.

Зеркальный шаг ВПЕРЁД всегда завершается переходом в одно из множеств М2, М3, М4 … M_m, принадлежащих сценариям НАЗАД. В примере Рис.31 найдём продолжение сценария ВПЕРЁД. Очередное для зеркального 1575 это 3545∈М2, значит 3545∈М2 является исходным для сценария НАЗАД. Необходимо для зеркального 3545 выполнить такое же количество шагов назад, как и для зеркального с исходным 1581 (Рис.32):

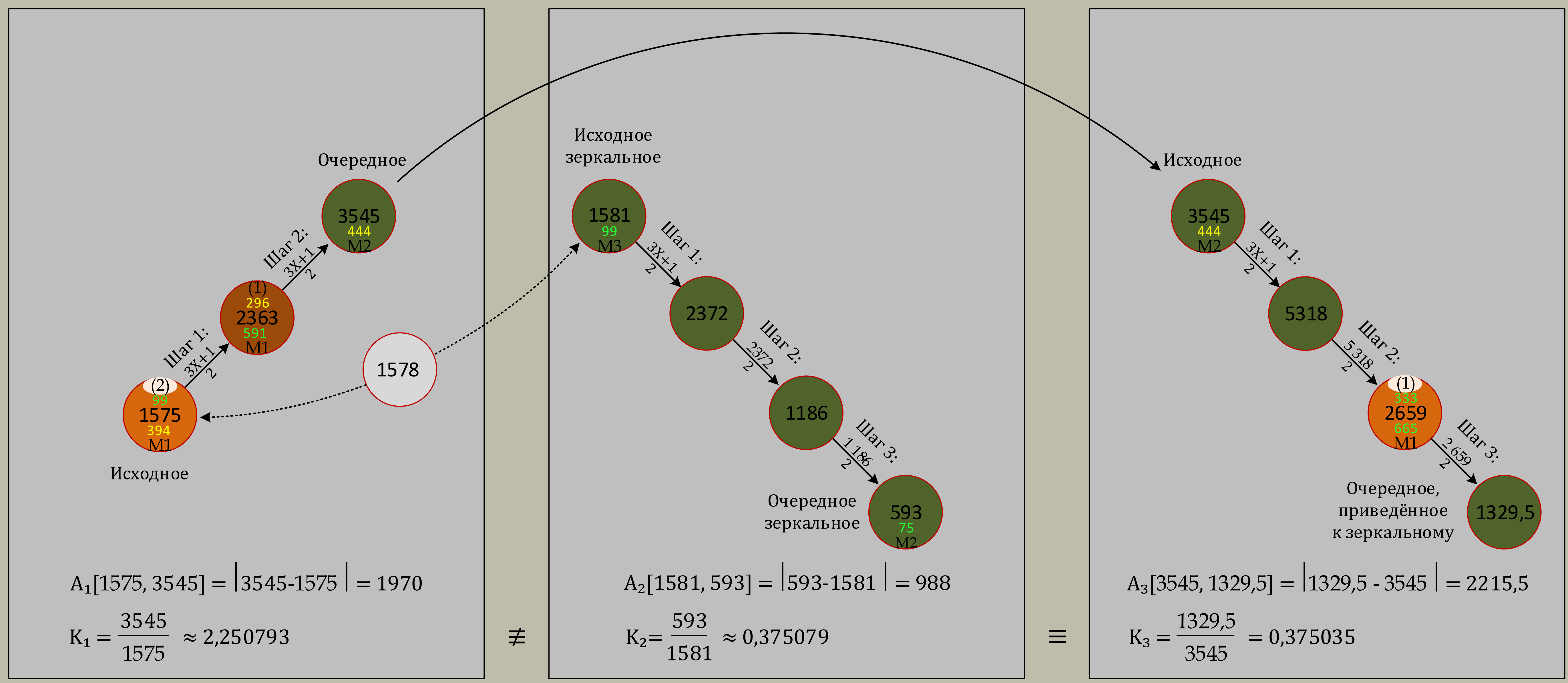

Рис.32. Сравнительный анализ зеркальной пары нечётных 1575 и 1581 по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному.

Получили приведённое к зеркальному число 1329,5. Сценарий НАЗАД приведённый к зеркальному по количеству одинаковых шагов переместил очередное 3545 ниже исходного 1575. Это также видно из сравнения выполненных работ: $A_3[3545, 1329{,}5]=2215{,}5 > A_1[1575, 3545]= 1970$. Если бы составляющие зеркальных пар «сшивались», были продолжением одно другого, процесс сворачивания последовательности в единицу для любого натурального был бы очевидным и быстрым. Но мы имеем ситуацию, в которой составляющие зеркальных пар изначально разделены. Продолжением зеркального ВПЕРЁД является зеркальный НАЗАД, как правило, от другой зеркальной пары. Работа совершаемая сценарием НАЗАД от другой зеркальной пары может оказаться как меньше, так и больше той, которая, должна быть в паре. Но, может оказаться также ей тождественная. Такой случай далее мы также рассмотрим.

Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары

$$K_{1-2} = K_1 \cdot K_2 \approx 2{,}250793 \cdot 0{,}375079 \approx 0{,}844225 \qquad (23)$$

Найдём значение общего переходного коэффициента пары тождественной зеркальной

$$К_{1-3} = К_1 \cdot К_3 \approx 2{,}250793 \cdot 0{,}375035 \approx 0{,}844126 \quad \text{или} \quad К_{1-3} = \frac{1329{,}5}{1575} \approx 0{,}844126 \qquad (24)$$

Сценарий НАЗАД для исходного 3545 тождественен сценарию НАЗАД для исходного 1581, потому что переходные коэффициенты $К_3$ и $К_2$ тождественны. Незначительное расхождение в третьем знаке после запятой обусловлено наличием +1 в алгоритме, на числах, больших чем в приведённом примере это расхождение будет становиться в итоге пренебрежительно малым, и на общий результат влиять не будет. Пренебрегая этим незначительным расхождением можно утверждать, что $К_{1-2}$ и $К_{1-3}$ тождественны.

$$К_{1-2} \equiv К_{1-3} \qquad (25)$$

Для подтверждения сказанного приводим ещё один сравнительный анализ, для зеркальной пары теперь уже с чётным порядковым номером 10000, «нечётных» $(2)_{10000}$ и $(М_3)_{10000}$ (Рис.33). Следуя алгоритмом выявления атрибутов зеркальной пары, изложенным формулами (20) … (22) определим их:

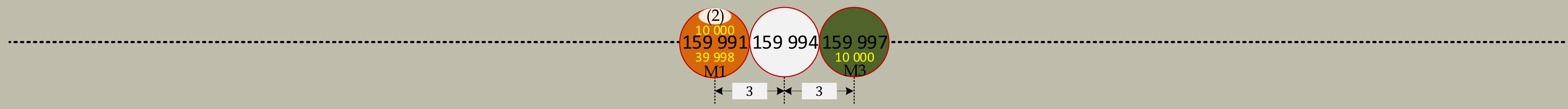

Рис.33. Зеркальная пара «нечётных» с чётным порядковым номером 10 000 из ряда двух и зеркального ему множества М3

Выполним сравнительный анализ зеркальной пары «нечётных» из ряда чисел с чётным 10 000-м порядковым номером по совершаемой алгоритмом работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному. (Рис.34):

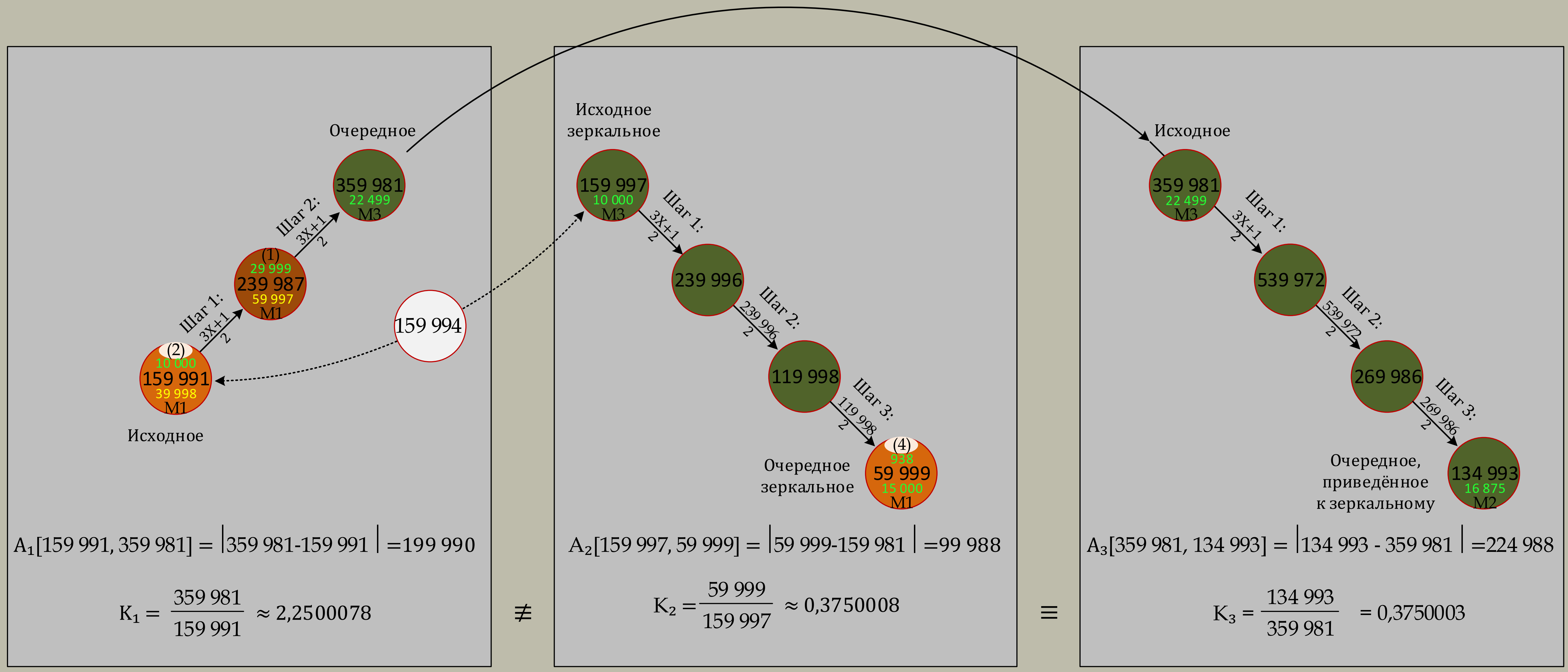

Рис.34. Сравнительный анализ зеркальной пары «нечётных» 159 975 и 159 981 по совершаемой работе и генерированию переходного коэффициента от исходного к очередному.

Иногда, как в нашем примере на Рис.34 очередное, приведённое к зеркальному может совпадать с очередным зеркальным по количеству шагов, хотя и является составляющей от другой зеркальной пары. Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары

$$K_{1-2} = K_1 \cdot K_2 \approx 2{,}2500078 \cdot 0{,}3750007 \approx 0{,}8437545 \qquad (26)$$

Найдём значение общего переходного коэффициента пары тождественной зеркальной

$$K_{1-3} = K_1 \cdot K_3 \approx 2{,}2500078 \cdot 0{,}3750003 \approx 0{,}8437537 \quad \text{или} \quad K_{1-3} = \frac{134\,979{,}5}{159\,991} \approx 0{,}8437537 \qquad (27)$$

Если в (23) и (24) расхождение было в третьем знаке после запятой, то здесь по причине большего значения «нечётного» расхождение оказалось уже в шестом знаке, т.е. влияние «+1» на результат вычисления переходного коэффициента заметно уменьшилось.

Значение общего переходного коэффициента любого фрагмента последовательности меньшее единицы всегда указывает на переход очередного ниже исходного.

Найдём значение общего переходного коэффициента зеркальной пары для других рядов.

Возьмём из каждого закономерного ряда групп (1)s, (2)s, (3)s, … (G)s и множества M2, M3, M4, … Mм зеркальную пару, с произвольным порядковым номером, например s=10, a=10 и применим к нему алгоритм (4). Результаты сведены в Таблицу 5

Сценарий ВПЕРЁД				Сценарий НАЗАД				Переходный коэффициент
Ряд $(G)_s \in M_1$	Исходное	Очередное $\in M_m$	K1	Ряд $(M_m)_{10}$	Исходное	Очередное	K2	$K=K1 \cdot K2$
$(1)_{10} \in M_1$	75	113	1,506666	$(M_2)_{10}$	73	55	0,753425	1,135
$(2)_{10} \in M_1$	151	341	2,258278	$(M_3)_{10}$	157	59	0,375796	0,848
$(3)_{10} \in M_1$	303	1 025	3,382838	$(M_4)_{10}$	293	55	0,187713	0,635
$(4)_{10} \in M_1$	607	3 077	5,069193	$(M_5)_{10}$	629	59	0,093799	0,475
$(5)_{10} \in M_1$	1215	9 233	7,599177	$(M_6)_{10}$	1173	55	0,046888	0,356
$(6)_{10} \in M_1$	2431	27 701	11,394899	$(M_7)_{10}$	2517	59	0,023441	0,267
$(7)_{10} \in M_1$	4863	83 105	17,089245	$(M_8)_{10}$	4693	55	0,011719	0,300
$(8)_{10} \in M_1$	9727	249 317	25,631438	$(M_9)_{10}$	10069	59	0,005859	0,150
$(9)_{10} \in M_1$	19455	747 953	38,445284	$(M_{10})_{10}$	18773	55	0,002929	0,112
$(10)_{10} \in M_1$	38 911	2 243 861	57,666495	$(M_{11})_{10}$	40 277	59	0,001465	0,084

Таблица 5. Таблица переходных коэффициентов зеркальных пар

Единственная из перечисленных, в Таблице 5, зеркальная пара $(1)_{10} \in M_1$ и $(M_2)_{10}$ имеет переходный коэффициент 1,135>1. У других пар этот коэффициент меньше единицы. В концепции зеркальных пар только чередование ряда одиночных из M1 и множества M2 обеспечивает продвижение вперёд, все остальные переводят число ниже исходного. В каждой зеркальной паре сценарий НАЗАД имеет всегда плюс один шаг. Дополнительный шаг влияет как на совершаемую алгоритмом работу, так и на переходный коэффициент. Сценарий НАЗАД не является продолжением своей зеркальной пары, и потому мы сразу не видим преимущества дополнительного шага. Но факт заключается в том, что сценарий НАЗАД одной пары становится продолжением зеркального другой. Учитывая тождественность переходных коэффициентов зеркального и приведенного к зеркальному, а также учитывая, что от перемены мест сомножителей (переходных коэффициентов) результат их произведения не меняется, очерёдность вхождения составляющих зеркальных пар в последовательность становится уже не важной. На конечный результат влияет общий состав переходных коэффициентов, их количество и качество. В длинных последовательностях начинают действовать статистические законы, позволяющие нам усреднить коэффициенты, и тогда результат будет зависеть от соотношения количества сценариев ВПЕРЁД и НАЗАД накопленных в последовательности.

Из таблицы 5, по признаку количества занимаемых в ней строк, можно даже подумать о количественном доминировании множеств нечётных, переводящих число ниже исходного, но это не так. Несмотря на то, что ряд одиночных $(1)_s \in M1$ в паре с рядом «нечётных» M2 занимает только одну строку, он содержит ровно половину всех нечётных из множества M1. Это хорошо видно на Рис.16. Значит, количество зеркальных пар, обеспечивающих продвижение вперёд равно количеству пар, которые переводят число ниже исходного.

Тем не менее, доминирование сценариев НАЗАД существует. И оно связано не с количеством объектов: «нечётных», множеств, рядов групп и др., над которыми производятся действия, а с количеством реализуемых алгоритмом зеркальных сценариев. Прежде мы считали, что последовательность Коллатца это последовательный переход от одного «нечётного» к другому «нечётному». Но теперь, с появлением концепции зеркальных пар мы утверждаем, что последовательность Коллатца это последовательность сменяющих друг друга зеркальных сценариев ВПЕРЁД и НАЗАД. Но, зеркальный ВПЕРЁД всегда совершает только один шаг в пределах множества M1, и затем переходит в одно из множеств M2, M3, M4 … Mm. А вот нечётное из множеств M2, M3, M4 … Mm имеет возможность совершать большее количество переходов из одного зеркального НАЗАД в другое НАЗАД, до тех пор, пока не окажется опять в M1, в одном из закономерных рядов групп $(G)_s \in M1$ или не свернётся в единицу, во всех случаях подчиняясь, сформулированному, применительно к гипотезе Коллатца, математическому закону перехода количественных изменений в качественные. В итоге мы имеем повторяющийся глобальный сценарий: с одной стороны один шаг ВПЕРЁД, а с другой не менее одного НАЗАД. Такая асимметричная направленность зеркальных переходов становится причиной доминирования сценариев НАЗАД, причиной общей тенденции алгоритма для любого натурального сворачивать последовательность в единицу. Последовательность Коллатца это направленная к единице последовательность сменяющих друг друга зеркальных сценариев ВПЕРЁД и НАЗАД.

Зеркальная концепция фундаментальна, она работает в любых последовательностях Коллатца, длинных, коротких, но, результаты её работы лучше выявляются в длинных. Тем не менее, любую последовательность Коллатца можно отобразить в зеркальной концепции. На Рис.35, в качестве примера, представлена последовательность с исходным 27.

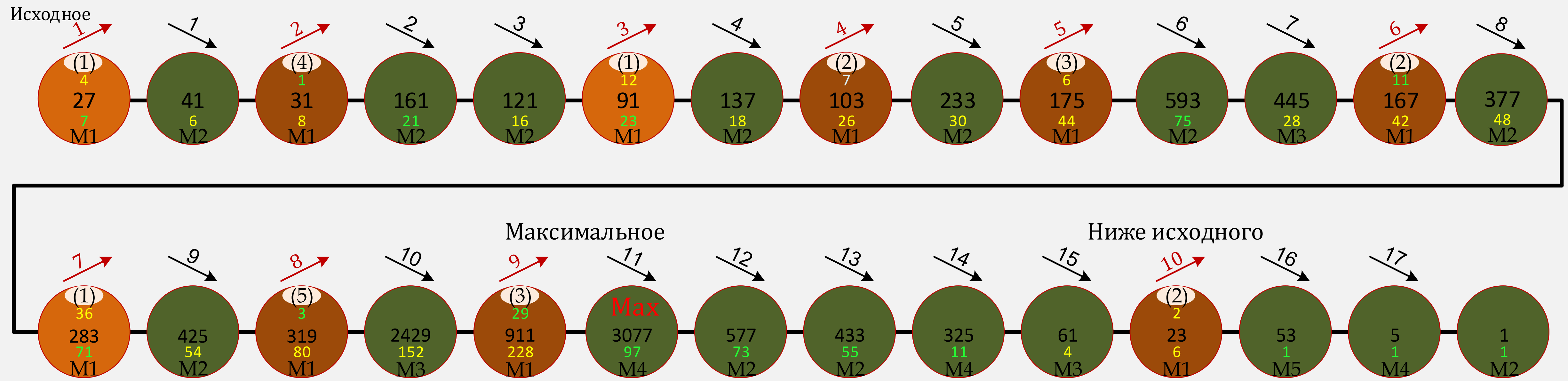

Рис.35. Последовательность зеркальных шагов Коллатца с исходным 27

Здесь, до 9 шага ВПЕРЁД соблюдается условный баланс. Преимущество в 1 или 2 шага, ещё не является определяющим. Доминирование становится очевидным после следующих исполненных подряд 5 шагов НАЗАД. Последовательность шагов 11, 12 … 15 НАЗАД переводит максимальное значение нечётного 3077 ниже исходного. Последовательность с исходным 27 выделяется своей длиной из первой сотни, но всё же это короткая последовательность. На таких коротких последовательностях трудно продемонстрировать более глобальные закономерности, чем простой переход от одного «нечётного» к другому «нечётному» по известной формуле алгоритма.

В ПРИЛОЖЕНИИ 2 (ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА - часть3) представлена ближайшая к 27-й последовательность “18 889 465 931 478 580 854 811”, повторяющая траекторию всех её 27 зеркальных шагов. У каждой последовательности существует бесконечное множество других похожих, но, более длинных последовательностей, которые повторяют их “короткие” траектории.

В ПРИЛОЖЕНИИ 1 (Рис.1 … Рис.10) (ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА - часть3) представлена другая произвольная, но одна из самых длинных уже до 100 000 000, последовательность Коллатца с исходным X_0=63 728 127. Там же, в Приложении 1 на Рис.2 она представлена в виде последовательности зеркальных сценариев ВПЕРЁД–НАЗАД. Демонстрация более длинной последовательности продиктована необходимостью показать также и другие закономерности, которые на коротких последовательностях не проявляются. Общую тенденцию алгоритма в любой последовательности Коллатца удобно оценивать через количественное зеркальное отношение ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД, оно растёт непрерывно вместе с ростом последовательности. В таблице 6 приведены значения зеркальных количественных отношений в критически важных точках некоторых отдельных последовательностей.

Исходное	∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД		
X_0	для X_n=Max	для $X_n<X_0$	для X_n=1
27	11/9 = 1,22	15/9 = 1,66	17/10 = 1,7
18 889 465 931 478 580 854 811	11/9 = 1,22	15/9 = 1,66	110/50 = 2,2
63 728 127	5/5 = 1,0	97/55 = 1,76	150/80 = 1,8
77031	15/10 = 1,5	21/14 = 1,5	54/28 = 1,9

Таблица 6. Таблица зеркальных количественных отношений для отдельных последовательностей.

Любую, какую угодно длинную последовательность, с какой угодно сложной траекторией всегда можно аппроксимировать, последовательно от одной аппроксимации до другой, упростить до траектории, состоящей из последовательности четырёх критически важных точек, таких как в таблице 7: исходное, максимальное, ниже исходного, единица.

В ПРИЛОЖЕНИИ 3 (ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА-часть3) на примере последовательности с исходным X_0=77031 можно отметить следующий факт: количественное отношение ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД в точке “Максимум” 15/10 =1,5 и “Ниже исходного” 21\14 = 1,5 равны, несмотря на то, что последовательность продолжает накапливать зеркальные НАЗАД. Последовательность продолжает идти к своему максимуму пока не наступит событие “Ниже исходного”.

В любом случае, количественное отношение ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД растёт непрерывно вместе с ростом последовательности. Тенденция алгоритма накапливать зеркальные шаги НАЗАД склоняет чашу весов всегда в одну сторону, к единице. Этот факт пока ещё не доказывает гипотезу Коллатца, но, становится весомым аргументом в её пользу.

Существование бесконечной последовательности в условиях зеркальной концепции возможно при условии: ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД=1, или ≈ 1. Такая возможность, может быть реализована чередованием «нечётных» М1 и $М_m$, по сценарию М1⇒$М_m$⇒М1, при условии непрерывности такого чередования. При этом, самым эффективным сценарием, из возможных, следует признать М1⇒М2⇒М1. Прерывание чередования, переход из М2, или любого $М_m$ в любое другое множество кроме первого означает накапливание зеркальных ∑НАЗАД, и как следствие: осуществление общей тенденции алгоритма для любого натурального при отношении ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД>1 сворачивать последовательность в единицу. В свою очередь, переход из $(1)_s$∈М1 в любое другое множество кроме М2, всегда шаг НАЗАД, и как следствие: означает очередной шаг в реализации концепции успешного решения. Выводы, которые мы можем получить из чередования М1⇒М2⇒М1 справедливы и для остальных возможных сценариев чередования М1⇒$М_m$⇒М1.

Доказательство утверждения, что в алгоритме Коллатца не существует последовательностей, уходящих в бесконечность теперь необходимо и достаточно сводится к доказательству **неизбежного прерывания чередования М1 ⇒ М2 ⇒ М1 для любых натуральных.**

2.6 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕИЗБЕЖНОГО ПРЕРЫВАНИЯ СЦЕНАРИЯ РОСТА М1 ⇒ М2 ⇒ М1 ДЛЯ ЛЮБЫХ НАТУРАЛЬНЫХ.

Неуклонное продвижение «нечётного» с чётным порядковым номером ВПЕРЁД в пределах множества М1 ограничено. Оно завершается числом с нечётным порядковым номером и следующим шагом переходит в одно из множеств М2, М3, М4, … M_m.

Рассмотрим сценарий чередование нечётных М1 и М2, он имеет необходимые качества, чтобы создать условия непрерывного роста. Сценарий, в котором число покидая множество М1 попадает в М2, а следующим шагом возвращается в М1, в любой из рядов групп нечётных М1. Любые другие чередования с привлечением множеств М3, М4, М5 … M_m малопригодны для выявления сценариев неуклонного продвижения вперёд, потому что это, как правило, всегда шаг назад, всегда прерывание продвижения вперёд.

Существование рядов групп «нечётных» делает множество М1 качественно неоднородным. Но, все без исключения группы завершаются в позиции ряда одиночных $(1)_s \in M1$. Поэтому и переход из М1 в любое другое множество совершается всегда из ряда одиночных (Рис.36).

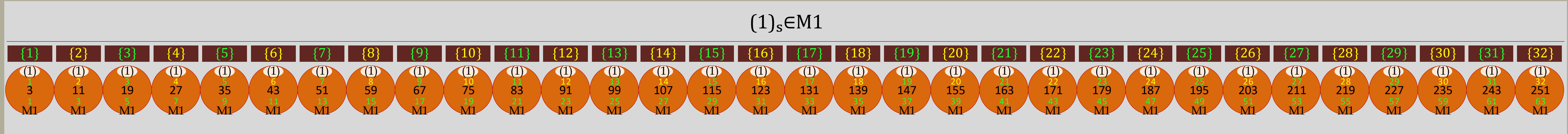

Рис.36

Из ряда одиночных групп нечётных М1 сделаем первый шаг по алгоритму Коллатца к очередному «нечётному» (Рис.37):

Рис.37

Все числа ряда одиночных с чётным порядковым номером $(1)_2$,$(1)_4$, $(1)_6$ ... перешли в М2, а числа с нечётным порядковым номером $(1)_1$, $(1)_3$, $(1)_5$ ... перешли в одно из множеств М3, М4, М5 … M_m. Между чётностью порядкового номера числа и сценариями ВПЕРЁД–НАЗАД существует прямая корреляция, своя для каждого множества. Чётность порядкового номера становится для нас признаком того или иного сценария очередного шага. Среди «нечётных», которые оказались во множествах М2, М3, М4...и т.д., также соблюдается чередование чётных - нечётных.

Сделаем выборку чисел ряда одиночных с чётным порядковым номером $(1)_2$,$(1)_4$, $(1)_6$ ... $(1)_{2n}$, всех тех, которые всегда переходят в М2.

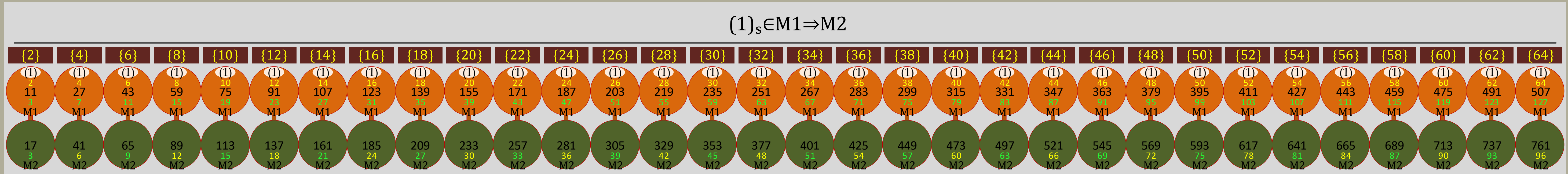

Рис.38

Выполним очередной шаг алгоритма

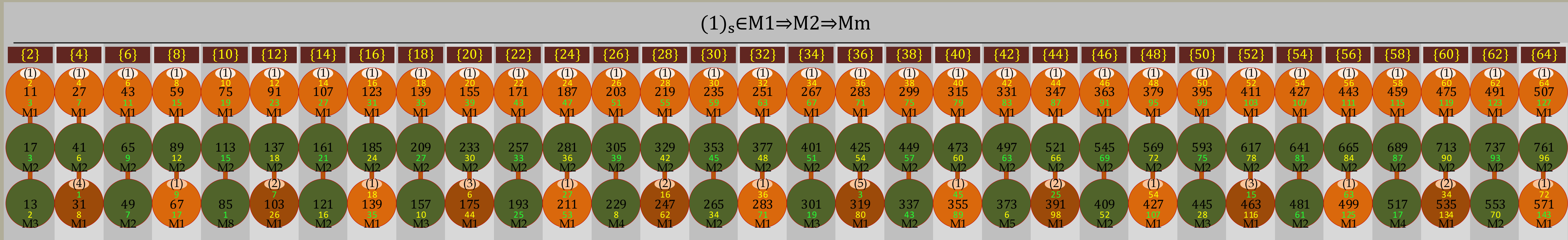

Рис.39

«Нечётные» исходного ряда, имеющие порядковый номер кратный 2 в ряде одиночных, $(1)_{2=2\cdot1}$, $(1)_{6=2\cdot3}$, $(1)_{10=2\cdot5}$ … $(1)_{2\cdot(2n-1)}$, при делении которого на 2 оно становится сразу нечётным, всегда переходят в позицию нечётного порядкового номера в М2, которое в очередном шаге, переходит в одно из множеств М2, М3, М4 … Mm, и никогда в М1, таким образом, осуществляя стратегию накопления зеркальных НАЗАД. Значит «нечётные» $(1)_{2\cdot(2n-1)}$ являются источниками накопление зеркальных НАЗАД.

Из сказанного выше следует, что каждое «нечётное» М2 с нечётным порядковым номером также является источником накопления зеркальных НАЗАД. Это также фундаментально, как и то, что из бесконечного ряда нечётных, принадлежащих М2 только числа с чётным порядковым номером $(M2)_6$, $(M2)_{12}$, $(M2)_{18}$ … и т.д., следуют сценарию роста, т.е. возвращаются в М1. Пока зафиксируем это как непреложный факт.

Из Рис.39 сделаем выборку «нечётных», следующих по сценария непрерывного роста

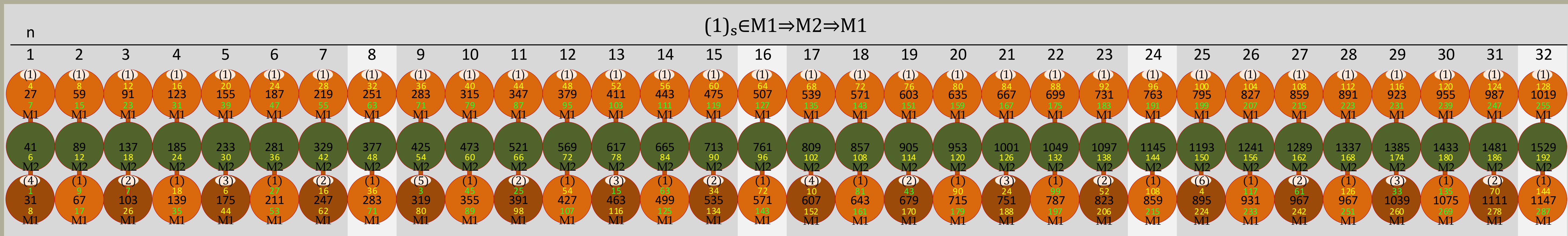

Рис.40

Выборка «нечётных», принадлежащая М1, а точнее ряду одиночных $(1)_{s=4n} \in M1$: 27, 59, 91 … «32n-5» является рядом исходных «нечётных», из которых в принципе могут формироваться фрагменты непрерывного роста в сценарии чередования М1⇒М2⇒М1. Главным признаком этого ряда является чётный порядковый номер кратный 4. Числа ряда одиночных (32n-5)=(8·{4n}-5)∈М1, с чётным порядковым номером кратным 4, всегда переходят в (8a-7)∈M2, в позицию числа с чётным порядковым номером в этом новом множестве.

$$\frac{3\cdot(32n\text{-}5)+1}{2} = \frac{96n\text{-}14}{2} = 48n\text{-}7=(8\cdot\{6n\}\text{-}7)\in M2 \quad \Rightarrow \quad (48n\text{-}7)\in M2 \qquad (28)$$

Очередным ходом «нечётное» возвращается в М1, но, для продолжения чередования М1⇒М2⇒М1 необходимо, чтобы «нечётное» оказалось в позиции $(1)_{s=4n} \in M1$. Неважно, сразу в позиции ряда $(1)_{s=4n} \in M1$, или по завершению одного из рядов групп: $(2)_s \Rightarrow (1)_{s=4n} \in M1$, $(3)_s \Rightarrow (1)_{s=4n} \in M1$, $(4)_s \Rightarrow (1)_{s=4n} \in M1$ … и т.д. Важно, чтобы «нечётное» оказалось в позиции ряда одиночных, с чётным порядковым номером кратным 4.

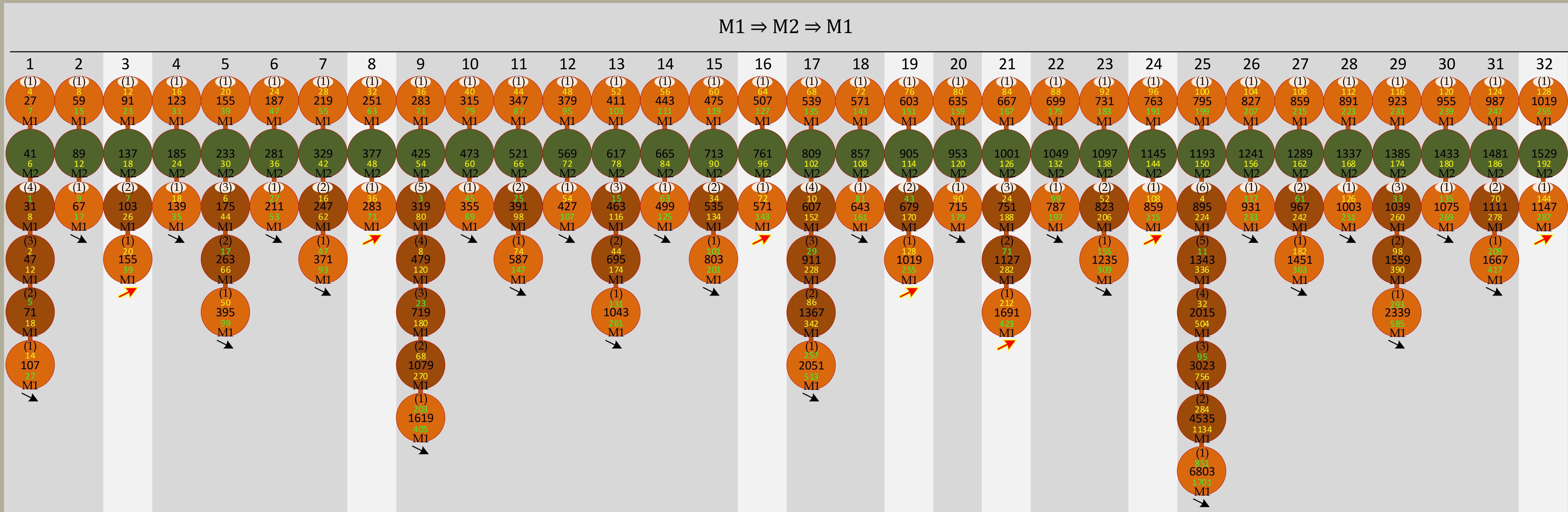

Рис.41

Каждый из рядов групп: $(2)_s \in M1$, $(3)_s \in M1$, $(4)_s \in M1$ и других, завершается «нечётным» из ряда одиночных $(1)_s \in M1$, но, только часть из них, принадлежащая ряду одиночных с чётным порядковым номером продолжает следовать выбранному сценарию .

Мы прикладываем усилия по упорядочиванию событий, а на очередном этапе порядок разрушается, и нам снова надо прикладывать усилия по его упорядочиванию. И так по кругу. В действительности, в алгоритме Коллатца существует незыблемый порядок событий, который мы не можем преодолеть. Наши искусственные выборки не устанавливают новый порядок, не изменяют предыдущий, они по прежнему остаются отдельной выборкой, частью одного и того же действующего порядка.

Из 32-х представленных (Рис.41) только четвёртая часть вернулась в исходный ряд $(1)_{s=4n} \in M1$.
Разложим ряд фрагментов последовательностей (Рис.41) по признаку принадлежности к соответствующему им ряду групп.
Сфокусируем своё внимание на простейшем сценарии роста: $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$

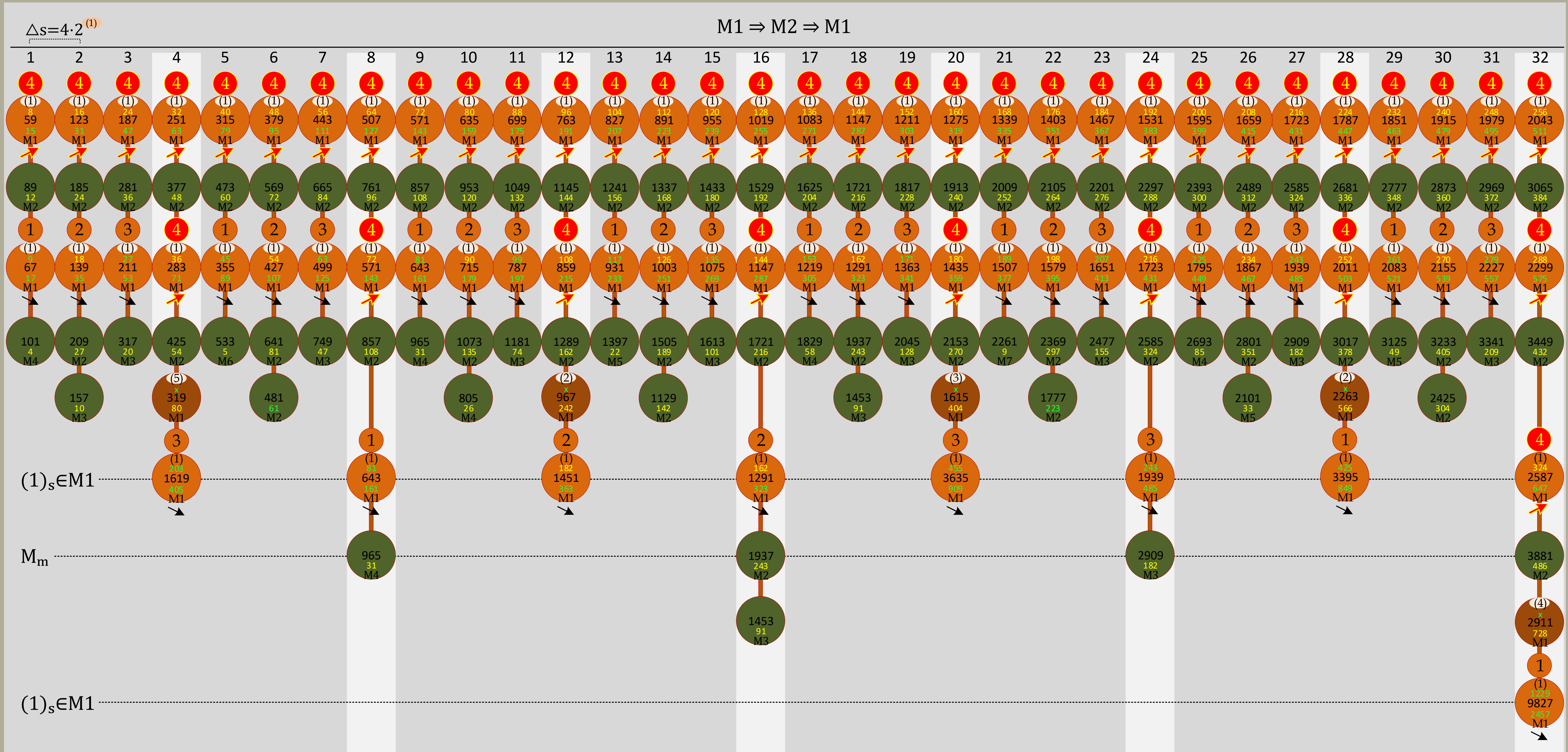

Рис.42

Порядковый номер «нечётного» из ряда одиночных в концепции непрерывного роста принимает одно из четырёх эквивалентных значений: 1↘, 2↘, 3↘, 4↗

1↘, 3↘ - нечётный порядковый номер, означает в очередном шаге переход в М3, М4, М5 ... Мm, (см.Рис.37);

2↘ - чётный порядковый номер, кратный 2 (при делении на 2 становится сразу нечётным), означает переход в сценарий накопления зеркальных НАЗАД (см. Рис.38);

4↗ - чётный порядковый номер, кратный 4, следует сценарию роста по алгоритму М1 ⇒ М2 ⇒ М1;

Эквивалентный порядковый номер «нечётного» из ряда одиночных (сокращённо Экв.№$_s$) определяет перспективу движения «нечётного» ВПЕРЁД или НАЗАД:

Экв.№$_{s=4n}$=4 , единственное, которое следует сценарием роста, остальные 1, 2, 3, с порядковым номером s≠4n его прерывают.

1) На Рис.43 представлена выборка фрагментов, в которых «нечётное» из ряда одиночных $(1)_{s=4n} \in M1$ возвращается в ряд одиночных $(1)_{s=n} \in M1$

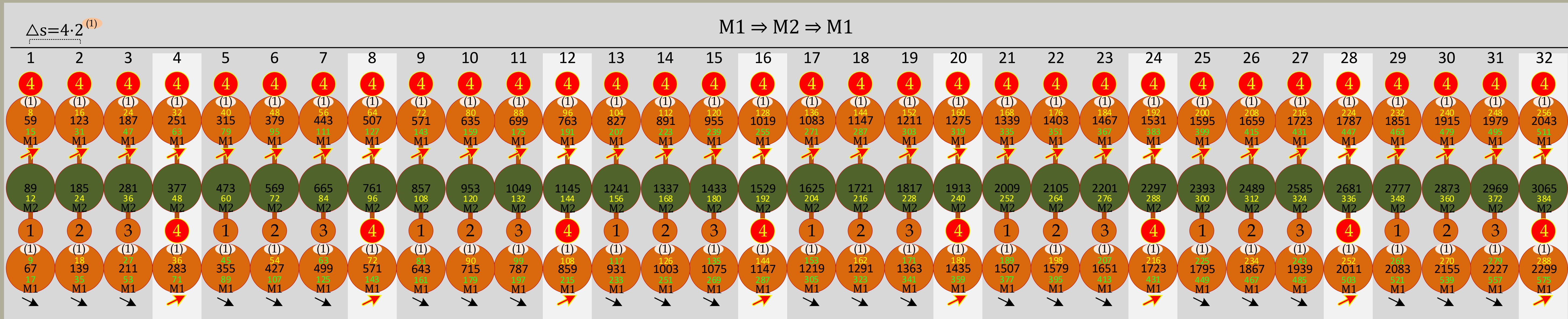

Рис.43

2) На Рис.44 представлена выборка фрагментов из Рис.42, в которых «нечётное» из ряда одиночных $(1)_{s=4n} \in M1$ возвращается в ряд двух $(2)_{s=n} \in M1$

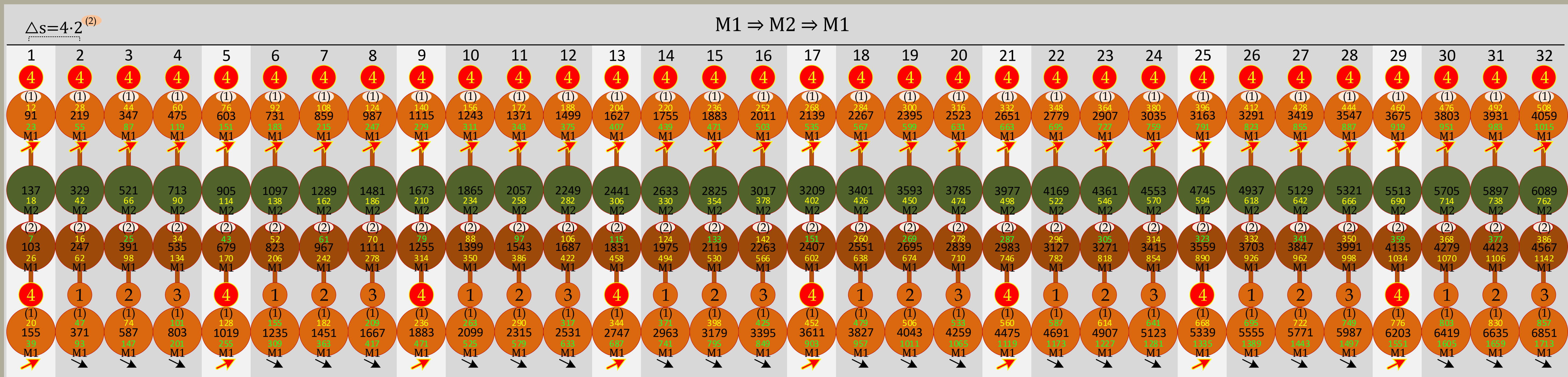

Рис.44

3) На Рис.45 представлена выборка фрагментов из Рис.42,, в которых «нечётное» из ряда одиночных $(1)_{s=4n}\in$M1 возвращается в ряд трёх $(3)_{s=n}\in$M1

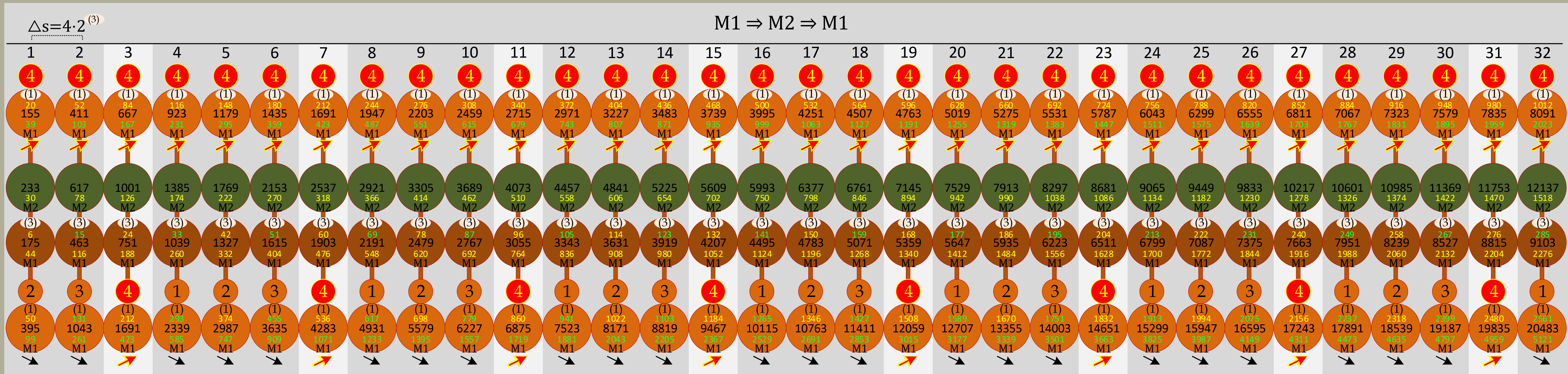

Рис.45

И так далее… , каждое «нечётное» бесконечного множества М1 в алгоритме Коллатца в итоге принимает одно из четырёх эквивалентных значений: ①↘, ②↘, ③↘, ④↗. В свою очередь, каждое эквивалентное ④↗ поочередно переходит в одно из: ①↘, ②↘, ③↘, ④↗. Это приводит к тому, что в каждой очередной выборке ④↗, количество фрагментов последовательностей «нечётных», следующих по сценарию роста, сокращается ровно в четыре раза.

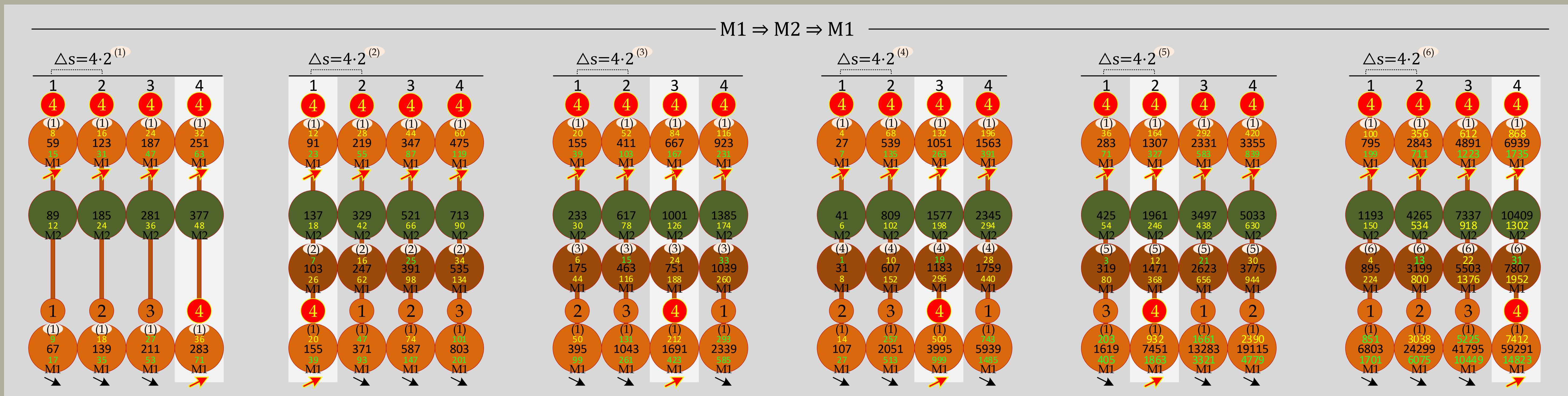

Рис.46

Любой из рядов групп «нечётных» первого множества завершается рядом одиночных, в которых закономерно чередуются последовательности эквивалентных значений: ①↘, ②↘, ③↘, ④↗.

Из Рис.42 выделим те, которые в очередном шаге оказались в М1 (Рис.43) сразу в ряде одиночных с чётным порядковым номером, кратным 4.

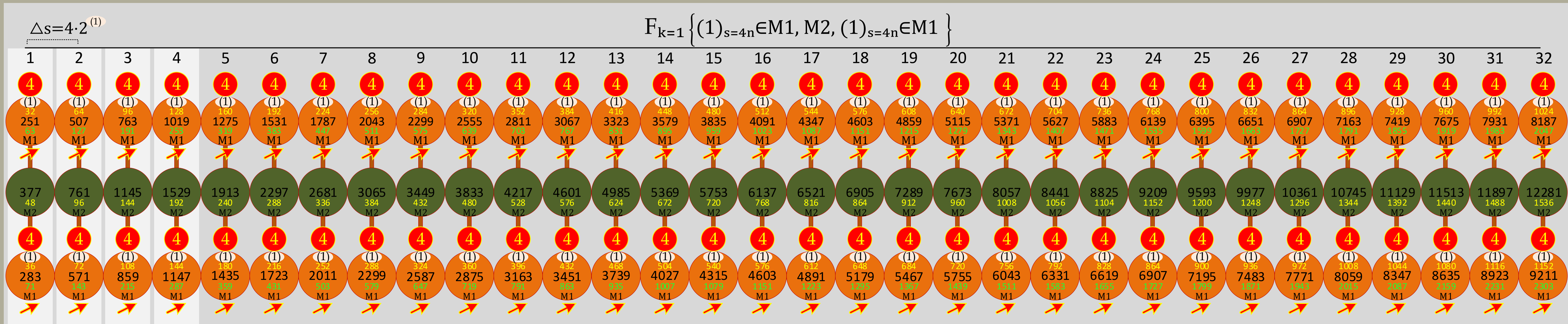

Рис.47

Так мы получили первую выборку «нечётных» следующих по сценария непрерывного роста. Обозначим её $F_{k=1}\{(1)_s, M2, (1)_s\}$, где k=1 порядковый номер выборки, указанного в скобках $F_k\{\ldots\}$ сценария непрерывного роста. Номер $\{s_{k=1}\}_n$ нечётного» в исходном $(1)_s \in M1$ равен:

$$\{s_{k=1}\}_n = 32n \tag{29}$$

Учитывая (13) и (29) исходное ряда $F_{k=1}\{(1)_s, M2, (1)_s\}$ описывается (30):

$$F_{k=1}\left\{(1)_{s=4n}\in M1,\, M2,\, (1)_{s=4n}\in M1\right\} = 8\cdot\{s_{k=1}\}_n\text{-}5 = 8\cdot\{32n\}\text{-}5 = 256n\text{-}5 \tag{30}$$

Выполним переход к следующему нечётному из ряда одиночных с чётным порядковым номером, кратным 4.

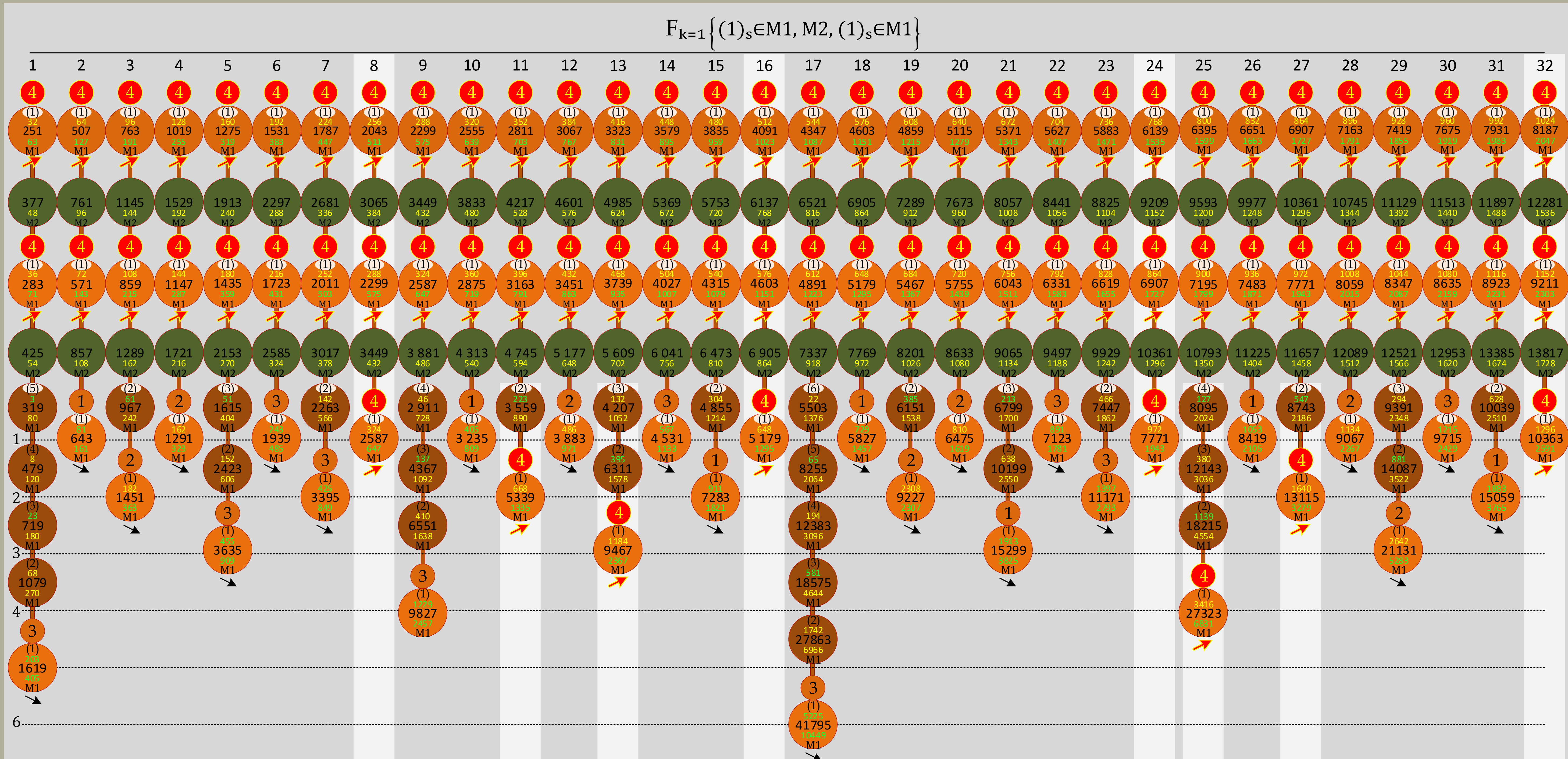

Рис.48

Сделаем из них очередную k=2 выборку

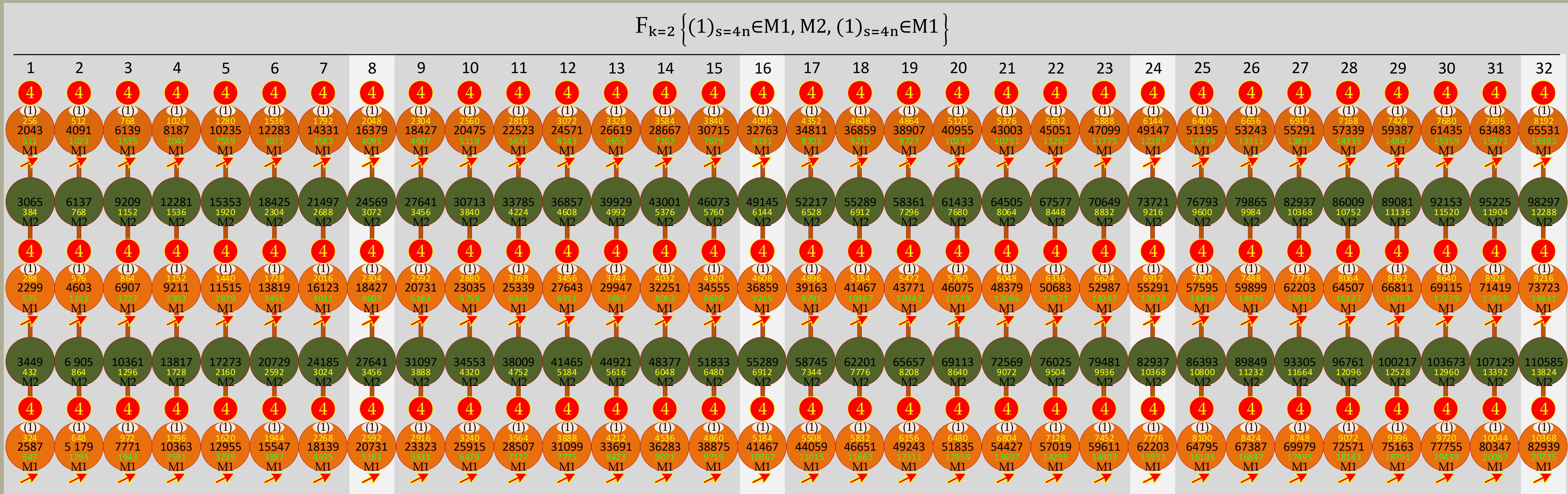

Рис.49

Так мы получили вторую выборку «нечётных» следующих по сценария непрерывного роста. Номер $\{s_{k=2}\}_n$ нечётного» в исходном $(1)_s\in M1$ равен:

$$\{s_{k=2}\}_n = 256n \qquad (31)$$

Учитывая (13) и (31) исходное ряда $F_{k=2}\{(1)_s, M2, (1)_s\}$ описывается (32):

$$F_{k=2}\left\{(1)_{s=4n}\in M1,\ M2,\ (1)_{s=4n}\in M1\right\} = 8\cdot\{s_{k=2}\}_n\text{-}5 = 8\cdot\{256n\}\text{-}5 = 2048n\text{-}5 \qquad (32)$$

В следующей итерации номер $\{s_{k=3}\}_n$ нечётного» в исходном $(1)_s\in M1$ равен:

$$\{s_{k=3}\}_n = 2048n \qquad (33)$$

Учитывая (13) и (33) исходное ряда $F_{k=3}\{(1)_s, M2, (1)_s\}$ описывается (34):

$$F_{k=3}\left\{(1)_{s=4n}\in M1,\ M2,\ (1)_{s=4n}\in M1\right\} = 8\cdot\{s_{k=3}\}_n\text{-}5 = 8\cdot\{2048n\}\text{-}5 = 16384n\text{-}5 \qquad (34)$$

Так можно продолжать бесконечно. Для сценария $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$ существует бесконечное количество последовательностей, в которых порядковый номер $\{s_k\}_n$ нечётного» в исходном $(1)_s \in M1$ в общем виде равен:

$$\{s_k\}_n = (2^{3k+2}) \cdot n \qquad (35)$$

Учитывая (13) и (35) В общем виде исходное ряда F_k $\{(1)_s, M2, (1)_s\} \in M2$ описывается (36):

$$F_k\left\{(1)_{s=4n} \in M1, M2, (1)_{s=4n} \in M1\right\} = 8 \cdot (2^{3k+2}) \cdot n-5 \qquad (36)$$

Изначально, в (29), (30) мы определили, что «k»- порядковый номер выборки, указанного в скобках $F_k\{...\}$ сценария непрерывного роста. Теперь, уже после нескольких последовательных итераций можем уточнить: «k» - есть количество повторений сценария указанного в скобках $F_k\{...\}$, по завершению которого «нечётное» переходит в другой сценарий. А переход «нечётного» в другой сценарий означает конечность текущего.

Определим $Q(1)_s$ - коэффициент перехода от одного порядкового номера «нечётного» к другому в сценарии роста $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$;

Из (Рис.40) имеем:

$$(1)_{s=4n} \in M1 = 32n-5 \qquad (37)$$

Шаг 1:

$$\frac{3 \cdot (32n-5)+1}{2} = \frac{96n-14}{2} = 48n-7 \qquad (38)$$

Шаг 2:

$$\frac{3 \cdot (48n-7)+1}{4} = \frac{144n-20}{4} = 36n-5 \qquad (39)$$

Очередное нечётное, описываемое формулой «36n-5» будет принадлежать $(1)_{s=4n} \in M1 = 32n-5$ при условии равенства:

$$36\{n_i\}-5 = 32\{n_{i+1}\} -5 \quad \Rightarrow \quad 36\{n_i\} = 32\{n_{i+1}\} \qquad (40)$$

Здесь; $\{n_i\}$-порядковый номер исходного «нечётного» в $(1)_{s=4n} \in M1$;

$\{n_{i+1}\}$-порядковый номер очередного «нечётного» в $(1)_{s=4n} \in M1$;

Учитывая, что s=4n из (40) следует (41):

$$36\left\{\frac{s_i}{4}\right\} = 32\left\{\frac{s_{i+1}}{4}\right\} \quad \Rightarrow \quad 9\{s_i\} = 8\{s_{i+1}\} \quad \Rightarrow \quad К = \frac{\{s_{i+1}\}}{\{s_i\}} = \frac{9}{8} = 1,125 \quad \Rightarrow \quad \{s_{i+1}\} = 1,125\{s_i\} \qquad (41)$$

коэффициент перехода от одного порядкового номера «нечётного» к другому в сценарии роста $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (1)_s \in M1$ равен $Q(1)_s = 1,125$

$F_k\left\{(1)_{s=4n}\in M1,\ M2,\ (1)_{s=4n}\in M1\right\}$

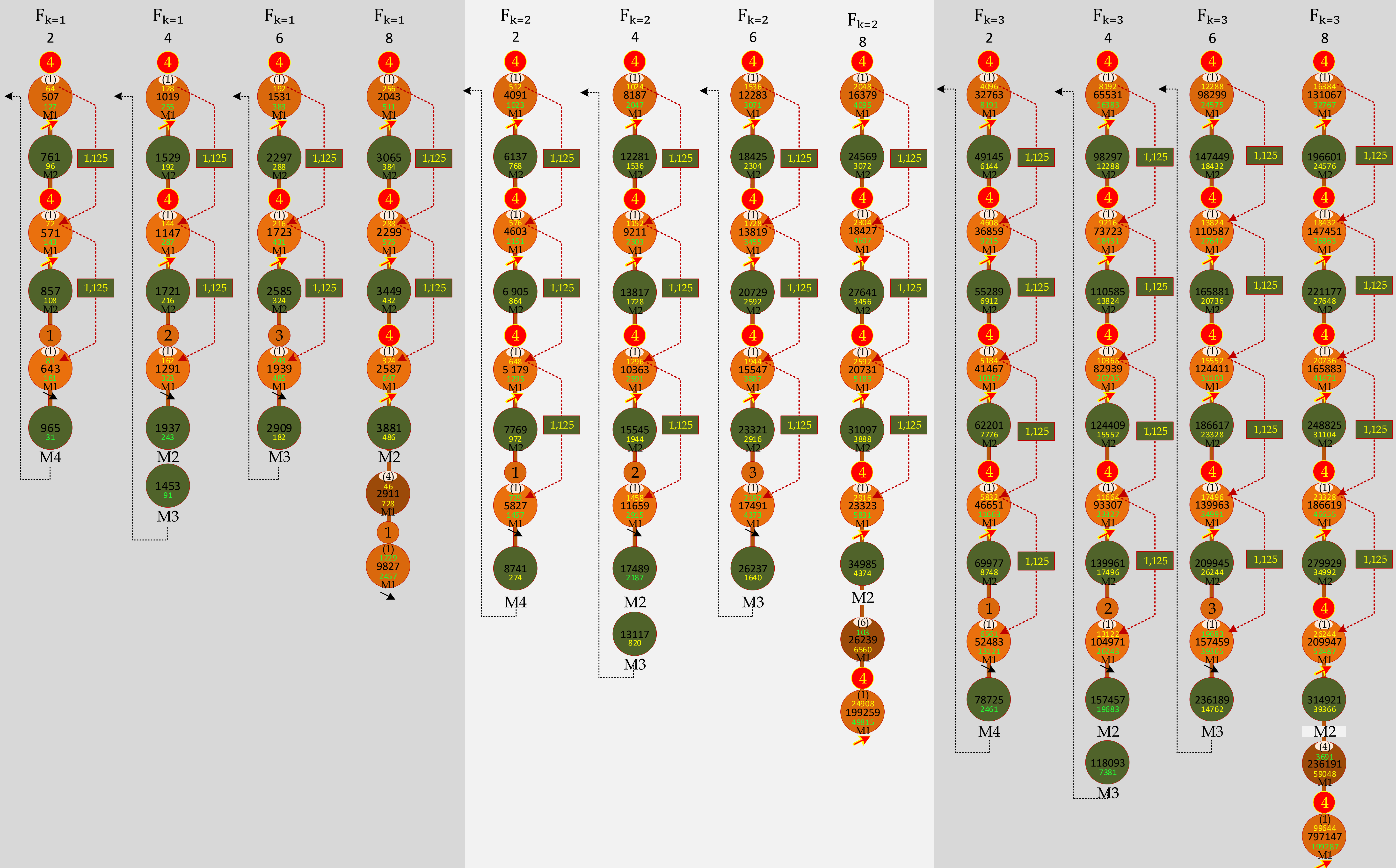

Рис.50

Оценим арифметически потенциальную возможность бесконечного последовательного умножения чётного порядкового номера (2^{3k+2}) на коэффициент $Q(1)_s$=1,125.
Пусть (2^{3k+2}) = X - чётное натуральное, тогда

Шаг 1:

$$1{,}125X = X + 0{,}125X = X + \frac{1}{2^3}X \tag{42}$$

Шаг 2:

$$1{,}125(X+\frac{1}{2^3}X) = (X+\frac{1}{2^3}X) + 0{,}125(X+\frac{1}{2^3}X) = X+\frac{2^4+1}{2^6}X \tag{43}$$

Шаг 3:

$$1{,}125(X+\frac{2^4+1}{2^6}X) = (X+\frac{2^4+1}{2^6}X) + 0{,}125(X+\frac{2^4+1}{2^6}X) = X+\frac{2^7+89}{2^9}X \tag{44}$$

Шаг 4:

$$1{,}125(X+\frac{2^7+89}{2^9}X) = (X+\frac{2^7+89}{2^9}X) + 0{,}125(X+\frac{2^7+89}{2^9}X) = X+\frac{2^{11}+417}{2^{12}}X \tag{45}$$

И так далее …

Шаг **k**:

$$1{,}125 \cdot X_{k-1} = K \cdot X + \frac{\text{нечётное}}{2^{3k}} \cdot X \tag{46}$$

Шаг **k+1**:

$$1{,}125 \cdot X_k = K \cdot X + \frac{\text{нечётное}}{2^{3k+3}} \cdot X \tag{47}$$

Здесь К=1,2,3 … натуральный коэффициент.
После замены $X=2^{3k+2}$ получим (48)

$$1{,}125 \cdot X_k = K \cdot 2^{3k+2} + \frac{\text{нечётное}}{2 \cdot \cancel{2^{3k+2}}} \cdot \cancel{2^{3k+2}} = \text{чётное} + \frac{\text{нечётное}}{2} = \text{чётное} + \text{дробное} = \text{дробное} \tag{48}$$

Количество итераций умножений чётного порядкового номера (2^{3k+2}) на коэффициент 1,125 ограничено значением «k+1», после которого очередной порядковый номер «нечётного» становится дробным, что автоматически означает завершение прежде действующего сценария, а вместе с ним: накопление зеркальных НАЗАД или переход в другое множество: М3, М4, М5 … и др.

Определим $Q(2)_s$ - коэффициент перехода от одного порядкового номера «нечётного» к другому в сценарии роста $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (2)_s \in M1 \Rightarrow (1)_s \in M1$:
Имеем исходное (Рис.40)

$$(1)_{s=4n} \in M1 = 32n\text{-}5 \tag{49}$$

Шаг 1: $(1)_s \in M1 \Rightarrow M2$

$$\frac{3\cdot(32n-5)+1}{2} = \frac{96n-14}{2} = 48n-7 \tag{50}$$

Шаг 2: $M2 \Rightarrow (2)_s \in M1$

$$\frac{3\cdot(48n-7)+1}{4} = \frac{144n-20}{4} = 36n-5 \tag{51}$$

Шаг 3: $(2)_s \in M1 \Rightarrow (1)_s \in M1$

$$\frac{3\cdot(36n-5)+1}{2} = \frac{108n-14}{2} = 54n-7 \tag{52}$$

В каждом очередном шаге один закономерный ряд по формуле алгоритма (3X+1)/2 трансформируется в другой закономерный ряд. Порядковый номер «нечётного» исходного ряда объединяет «нечётные» очередных закономерных рядов в одной последовательности. Переход от одного «нечётного» к другому «нечётному» в алгоритме Коллатца - это всегда переход из одного закономерного ряда «нечётных» в другой закономерный.

Очередное нечётное, описываемое формулой «54n-7» будет принадлежать $(1)_{s=4n} \in M1 = 32n\text{-}5$ при условии равенства:

$$54\{n_i\} - 7 = 32\{n_{i+1}\} - 5 \quad \Rightarrow \quad 27\{n_i\} - 1 = 16\{n_{i+1}\} \tag{53}$$

Здесь; $\{n_i\}$-порядковый номер исходного «нечётного» в $(1)_{s=4n} \in M1$;
$\{n_{i+1}\}$-порядковый номер очередного «нечётного» в $(1)_{s=4n} \in M1$;

Учитывая, что s=4n из (53) следует (54):

$$27\{n_i\} - 1 = 16\{n_{i+1}\} \quad \Rightarrow \quad 27\left\{\frac{s_i}{4}\right\} - 1 = 16\left\{\frac{s_{i+1}}{4}\right\} \quad \Rightarrow \quad \{s_{i+1}\} = \frac{27\cdot\{s_i\} - 4}{16} \quad \Rightarrow \quad \{s_{i+1}\} = Q(1)_s\cdot\{s_i\} = \frac{27\cdot\{s_i\} - 4}{16} \tag{54}$$

Аналогичным образом определим коэффициенты перехода от одного порядкового номера «нечётного» к другому в других базовых сценариях роста (Таблица 7):

№	Сценарий роста	Формула перехода порядкового номера в сценарии роста	Формула перехода порядкового номера в сценарии роста в десятичном представлении
1	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \quad \Rightarrow \quad (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(1)} = Q(1)_s \cdot \{s_i\} = \frac{9\{s_i\}}{8}$	$\{s_{i+1}\}_{(1)} = 1{,}125\{s_i\}$
2	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (2)_s \Rightarrow (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(2)} = Q(2)_s \cdot \{s_i\} = \frac{27\{s_i\} - 4}{16}$	$\{s_{i+1}\}_{(2)} = 1{,}6875\{s_i\} - 0{,}25$
3	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (3)_s \Rightarrow (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(3)} = Q(3)_s \cdot \{s_i\} = \frac{81\{s_i\} - 20}{32}$	$\{s_{i+1}\}_{(3)} = 2{,}53125\{s_i\} - 0{,}625$
4	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (4)_s \Rightarrow (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(4)} = Q(4)_s \cdot \{s_i\} = \frac{243\{s_i\} - 76}{64}$	$\{s_{i+1}\}_{(4)} = 3{,}796875\{s_i\} - 1{,}1875$
5	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (5)_s \Rightarrow (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(5)} = Q(5)_s \cdot \{s_i\} = \frac{729\{s_i\} - 260}{128}$	$\{s_{i+1}\}_{(5)} = 5{,}6953125\{s_i\} - 2{,}03125$
6	$(1)_{\{s_i\}} \in M1 \Rightarrow M2 \Rightarrow (6)_s \Rightarrow (1)_{\{s_{i+1}\}} \in M1$	$\{s_{i+1}\}_{(6)} = Q(6)_s \cdot \{s_i\} = \frac{2187\{s_i\} - 844}{256}$	$\{s_{i+1}\}_{(6)} = 8{,}54296875\{s_i\} - 3{,}296875$
...	...	...	...

Таблица 7. Таблица формул перехода «нечётного» из ряда $(1)_{s=4n} \in M1$ от одного порядкового номера к другому в сценариях роста

Формулу перехода «нечётного» из ряда $(1)_{s=4n} \in M1$ от одного порядкового номера к другому в сценариях роста структурно можно представить, как (55):

$$\{s_{i+1}\} = \frac{\text{нечётное} \cdot \{s_i\} - \text{чётное}}{2^n} \qquad (55)$$

Учитывая, что в (55) «-чётное» не оказывает влияния на чётный или нечётный результат дроби, им можно пренебречь, тогда:

$$\{s_{i+1}\} = \frac{\text{нечётное}}{2^n}\{s_i\} \qquad (56)$$

Каждая очередная формула в таблице 7 получается из формулы закономерного ряда предыдущей формулы (см.(50) … (52)) применением к ней алгоритма (3X+1)/2, в результате чего: коэффициент перехода всякий раз увеличивается приблизительно в 3/2 раза, при этом структура (55), а значит и (56), остаётся прежней. Также заметим: количество знаков после запятой во всех дробных коэффициентах перехода в их десятичном представлении (Таблица 7) **конечно**, и больше одного. Сценарий роста в последовательности Коллатца продолжается до тех пор, пока чётный порядковый номер «нечётного» не сравняется со знаменателем «2^n» в (56), после чего он становится нечётным, а следующим ходом дробным. На этом сценарий роста прерывается. Процесс прерывания простейшего базового сценария роста с коэффициентом $Q(1)_s = 1{,}125$ подробно описан в (42) … (48).

ВЫВОД: Из всех натуральных, с какого бы числа мы не начали, двигаясь, в случае нечётного по формуле 3X+1, а в случае чётного следуя формуле X/2, не существует таких, которые бы уходили в бесконечность.

Доказательство №1, основанное на свойствах умножения (56) в формировании натурального порядкового номера.

Для того, чтобы процесс чередования сценариев роста был бесконечным, необходимо, чтобы чётный порядковый номер «нечётного» из ряда $(1)_{s=4n}$∈M1в каждом очередном шаге чередования сценариев оставался чётным.
Сценарий роста в последовательности Коллатца, в принципе, может состоять из произвольной комбинации базовых сценариев, представленных Таблицей 7.
Необходимо, чтобы произведение коэффициентов перехода «нечётного» из ряда $(1)_{s=4n}$ ∈M1 от одного порядкового номера к другому было целым натуральным числом. Только в этом случае чётный порядковый номер «нечётного» из ряда $(1)_{s=4n}$ ∈M1 в очередном шаге чередования сценариев будет оставаться чётным, а процесс чередования бесконечным.

Но, такого произведения переходных коэффициентов, чтобы в итоге получилось натуральное число, не существует, (57):

$$\left(\frac{\text{нечётное}}{2^{n}}\right)_{1}\left(\frac{\text{нечётное}}{2^{n}}\right)_{2}\dots\left(\frac{\text{нечётное}}{2^{n}}\right)_{n} \equiv \frac{\text{нечётное}}{2^{n}} \qquad (57)$$

Значит гипотетической возможности бесконечного роста в последовательности Коллатца не существует.
Что и требовалось доказать.

Доказательство №2

Бесконечный ряд $(1)_s \in M1$ можно представить бесконечным рядом (Рис.51) повторяющихся 4-х эквивалентных (можно как угодно назвать: номеров, маршрутов, сценариев): 1↘, 2↘, 3↘, 4↗. Не имеет значения размер числа, его численное значение, в начале натурального ряда оно находится или в конце, а лишь его позиционное положение, одно из четырёх в ряде $(1)_s \in M1$ определяет его дальнейшую судьбу (см.Рис.50).

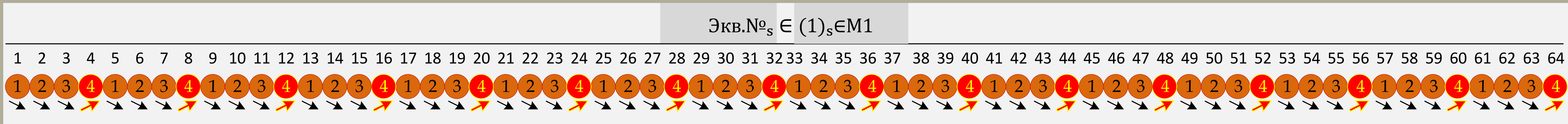

Рис.51 Ряд одиночных $(1)_{s=4n}$ ∈M1, представленный эквивалентными номерами Экв.№$_s$ ∈ $(1)_s \in$M1

Из Рис.51 выделим кратные 4, (Рис.52). Так, что каждое из них становится исходным одного из фрагментов роста в произвольной последовательности Коллатца:

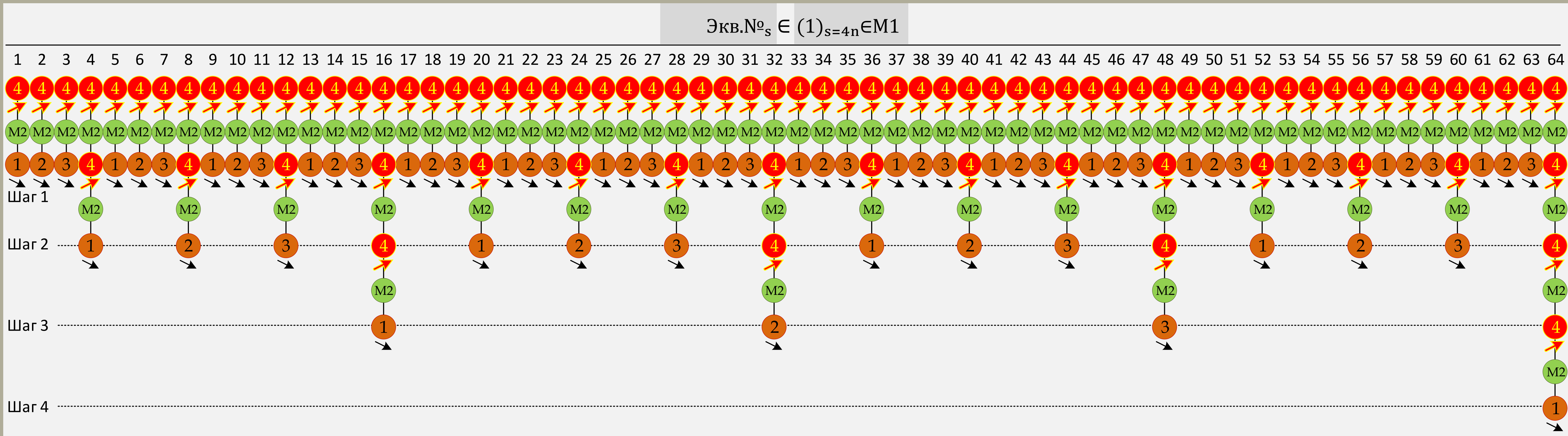

Рис.52 Набор фрагментов роста в последовательности Коллатца

Гипотеза бесконечной роста в последовательности Коллатца здесь строится на предположении существования такого натурального, с Экв.№$_s$=4, бесконечно переходящего в очередное с Экв.№$_s$=4. Пусть количество чётных порядковых номеров, кратных 4, в бесконечном ряде $(1)_{s=4n}$ ∈M1 ограничено максимальным значением 2^N. В каждом очередном шаге формирования фрагментов роста это количество неизбежно сокращается ровно в 4 раза: 2^N⇒ … ⇒64⇒16⇒4⇒1⇒0. Каким бы оно ни было вначале, в конечном итоге, каждый раз уменьшаясь в четыре раза, оно становится равным нулю. Таким образом, абсолютно каждый фрагмент роста чередованием M1 ⇒ M2 ⇒ M1 из представленного бесконечного набора на Рис.52 конечен, и всегда завершается переходом в другой сценарий. Так мы пришли к доказательству неизбежного прерывания чередования M1 ⇒ M2 ⇒ M1 для любых натуральных. Откуда следует, что бесконечных сценариев непрерывного роста в алгоритме Коллатца не существует, а существует лишь бесконечное количество фрагментов непрерывного роста, которые складываясь в каком угодно произвольном порядке, учитывая (57), возвращают нас к идее прерывания. Прерывание непрерывного роста сопровождается накапливанием зеркальных ∑НАЗАД, и как следствие: осуществление общей тенденции алгоритма для любого натурального при отношении ∑НАЗАД/∑ВПЕРЁД>1 сворачивать последовательность в нулевой цикл «1⇒1».

Библиографический список:

1. Derek Muller. Самая простая нерешённая задача – гипотеза Колатца [Veritasium]/[Электронный ресурс]// Студия Vert Dider: сайт. - URL: https://youtu.be/QgzBDZwanWA?si=QW5HRHFjov1Y5F5l (дата обращения: 21.03.2025)

2. Трушников В. В. 2026. Доказательство гипотезы Коллатца. [Электронный ресурс]//PREPRINTS.RU. - URL: https://doi.org/10.24108/preprints-3113456 (дата обращения: 13.05.2026)