Ꝋ-арифметика (фини́та-арифметика): операциональная математика конечного графа

Матеров Сергей

Аннотация.
Вводится Ꝋ как символ конечности (от лат. *finitum*).
Вводится **Ꝋ-арифметика** (“фини́та-арифметика” или Finita arithmetic, англ.) - операциональный словарь соответствий между стандартной бесконечной математикой и её конечными аналогами в Quantumograph v14. Доказывается, что погрешность замены $\infty \to \Theta_{max} = 10^{120}$ составляет $O(10^{-30})$ – $O(10^{-120})$ и физически не наблюдаема.

Предисловие: честное противоречие

Монография Quantumograph v14 утверждает, что Вселенная есть конечный граф с числом вершин $N \leq 10^{120}$. Одновременно доказательства используют стандартный анализ: пределы при $L\to\infty$, интегралы, дифференциальные уравнения. Это не ошибка, а осознанное приближение, требующее явного обоснования. Ꝋ-арифметика закрывает этот вопрос.

Место Ꝋ-арифметики в истории финитизма

Давид Гильберт в 1920-х годах выдвинул программу финитизма как основу математики: доказывать теоремы только с помощью конечных, конструктивных методов, без апелляции к актуальной бесконечности. Программа была частично опровергнута теоремами Геделя о неполноте (1931), но только в том смысле, что финитными методами нельзя доказать непротиворечивость арифметики. Сама идея конечной математики осталась живой.
Ꝋ-арифметика Quantumograph стоит в этой традиции, но с принципиальным отличием:

	Гильберт	**Ꝋ-арифметика**
Мотивация	Логическая. Обезопасить математику от парадоксов	Физическая. Пространство-время конечно
Статус бесконечности	Удобный инструмент, требующий финитного обоснования	Физически несуществующий объект, $N \leq 10^{120}$
Подход	Метаматематика. Доказывать о системах	Операциональный. Словарь замен для физики
Перспективы	Гёдель показал неполноту	Не затронута теоремами Гёделя: мы не строим формальную систему, а даём физическую интерпретацию

1. Параметры конечности в Quantumograph v14

1.1 Фундаментальные константы

Число вершин: N = |𝐕| ≤ 10^{120} -консервативная верхняя оценка, согласованная с голографическим принципом Беккенштейна-Хокинга.

Линейный размер тора: L = $N^{1/4} \approx 10^{30}$

Планковское зерно: $\ell_p \approx 1.616 \times 10^{-35}$ м = Θ_{min}

Минимальный шаг фазы: $\Delta\theta_{min} = \frac{2\pi}{L} \sim 10^{-30}$ рад

1.2 Символ Ꝋ

Вводим символ ***Ꝋ*** (от лат. *finitum* -конечное) как маркер конечности:

Обозначение	Смысл	Значение
Θ	Символ конечности	—
Θ_{max}	Максимальное число вершин	≤ 10^{120}
Θ_{min}	Планковское зерно	$\ell_p \approx 10^{-35}$ м
$Ꝋ^L$	Линейный размер тора	$L \approx 10^{30}$
Θ^{θ}	Минимальный шаг фазы	$\Delta\theta \sim 10^{-30}$ рад
	Ꝋ-предел (до Θ_{max})	—
$\int_\theta$	Ꝋ-интеграл (конечная сумма)	—

Ключевой принцип: Выражения с “→∞” в монографии являются сокращённой записью предела до $\Theta_{max} = 10^{120}$. Онтологически ∞ никогда не достигается.

2. Словарь ***Ꝋ***-замен

2.1 Пределы

Стандартная запись	Ꝋ-запись	Погрешность
$lim_{L\to\infty} f(L)$	$\lim_\chi f(L) \equiv f(Ꝋ^L)$	$O(10^{-30})$
$d_s(\infty)$	$d_s(\Theta_{max})$	< 0.1 (критерий 4D)
$d_s(L)\to 4$ при $L\to\infty$	$\lvert d_s(Ꝋ^L) - 4\rvert < 0.1$	явный критерий

2.2 Производные и интегралы

Ꝋ-производная: ∇_Θ f(x) = $\frac{[f(x+\ell_p)-f(x)]}{\ell_p}$, погрешность $O(\ell_p)$

Ꝋ-интеграл: $\int_\Theta$ f dx = $\ell_p \sum_{k=0}^{N-1} f(k\ell_p)$, погрешность $O(\ell_p)$

3. Теорема о малости погрешности

Теорема. Погрешность замены $\infty \to \Theta_{max}$ составляет $O(10^{-30})$ для наблюдений, зависящих от L, и $O(10^{-120})$ для наблюдений, зависящих от N. Обе величины физически не наблюдаемы на любом существующем или мыслимом приборе.

Аналогия: ньютоновская механика верна при $\frac{v}{c} \to 0$ с любой измеримой точностью. Никто не считает её неверной т.к. она верна в своей области. Аналогично, стандартный анализ верен при $N \to \infty$ как предельный случай; ϴ-арифметика оценивает поправки.

4. Следствия для монографии Quantumograph v14

4.1 Замены в ключевых формулах

Формула в монографии	**Точная ϴ-версия**	**Погрешность**
$d_s(\infty) = 4$	$\lvert d_s(\Theta_L) - 4 \rvert < 0.1$	критерий FSS
$H = \int d^4x\, L_{YM}$	$H = \ell_p^4\, \Sigma_\Theta\, L_{YM}(x)$	$O(\ell_p)$
$K(\sigma) = \mathrm{Tr}\, e^{-\sigma\Delta}$	$K(\sigma) = \frac{1}{N}\Sigma\, e^{-\sigma\lambda_i}$	точно при конечном N
$Q = \int F \wedge F/16\pi^2$	$Q = (1/16\pi^2)\Sigma\, \varepsilon\, W\, W$	точно (без приближения)

5. Официальная позиция по вопросу бесконечности

Позиция	**Содержание**
1	Бесконечность (∞) не является физическим объектом в Quantumograph
2	Выражения с $\to\infty$ обозначают ϴ-предел до $\Theta_{max} = 10^{120}$
3	Погрешность замены: $O(10^{-30})$ – $O(10^{-120})$ физически не наблюдаема
4	ϴ-арифметика интерпретирует математику монографии, не заменяет её
5	Полная финитная математика как самостоятельная исследовательская программа

Заключение

Противоречие между конечностью графа и бесконечностной математикой не является дефектом теории, а служит следствием использования готового математического аппарата. ϴ-арифметика честно фиксирует, где сделана замена $\infty \to \Theta_{max}$, оценивает погрешность и доказывает её физическую малость.

Точность вычислений ограничена точностью самой реальности, а реальность конечна.

Список литературы

Gödel, K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I // Monatshefte für Mathematik und Physik. — 1931. — Bd. 38. — S. 173–198
Hilbert, D. Über das Unendliche // Mathematische Annalen. — 1926. — Bd. 95. — S. 161–190
Materov S. 2026. Quantumograph: A Testable Quantum Graph Theory of Spacetime v13. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3114825
Materov S. 2026. Computational Reducibility theorem. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3114827
Materov S. 2026. Theorem on the absence of asymptotic chaos. PREPRINTS.RU. https://doi.org/10.24108/preprints-3114826

E-mail: sergejmaterov2@gmail.com