

О СПЕКТРАХ ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ВЕРОЯТНОСТНЫХ РЕШЕНИЯХ

Приводятся примеры успешного использования частотных распределений для получения вероятностных решений в различных областях.

Нормальное распределение, также называемое распределением Гаусса, - распределение вероятностей, которому подчиняются физические величины или любые иные параметры, если они подвержены влиянию огромного числа случайных воздействий. Из всех распределений в природе чаще всего встречается именно нормальное распределение. Им, в частности, описывается броуновское движение, при котором частицы флуктуируют под действием случайных возмущающих факторов (теплового движения молекул). В этих флуктуациях последовательные изменения положения частиц не зависят от прошлых событий, и любое их текущее положение может быть принято за исходное.

В качестве примера иного рода можно привести простейшую ситуацию в играх, когда исходная ставка S_0 увеличивается пропорционально коэффициенту прогрессии q_1 с вероятностью p_1 или уменьшается пропорционально коэффициенту прогрессии q_2 с вероятностью p_2 . Очевидно, что здесь пара значений - текущее и последующее связаны: $S_{i+1} = S_i q_i$. Однако, по сути дела эти примеры - одна и та же ситуация, так как под S_0 можно понимать любой интересующий нас параметр в каком-либо процессе, подверженный воздействию возмущающих факторов.

Ясно, что при неограниченной длительности процесса величина параметра S_0 будет колебаться около какого-то среднего значения, постепенно заполняя кривую нормального распределения. К этой средней величине текущее значение S_i должно возвращаться по истечении определенного количества шагов путями различной длины при случайном чередовании q_1 и q_2 , поэтому набор текущих значений параметров для серий возмущающих воздействий различен как в случае последовательных, так и в случае параллельных наблюдений. Казалось бы, о каких спектрах или неоднородностях гауссовой кривой можно говорить? Однако гауссово распределение есть частный случай более сложных распределений, а гладкая гауссова кривая - всего лишь идеализация. Поскольку в сериях наблюдений встречаются совпадающие значения, то частотное распределение¹ **суммы значений множества серий** выявляет преимущественные значения S_i , образуя тем самым свой характерный спектр.

Расчеты и построение, выполненные в работе [1] показывают, что существуют весьма немногие значения текущих параметров на общем фоне, вероятность которых многократно превышает среднюю. Причем эти значения зависят от числовых значений коэффициентов прогрессии, но не зависят от длины серий (количества шагов). При увеличении числа возмущающих факторов неоднородность распределения не сглаживается, как следовало бы ожидать, а, напротив, увеличивается; при этом текущие возможные значения S_i распределяются на большей площади графика, а количество их на принятом отрезке оси X уменьшается.

1. Существует готовая функция «ЧАСТОТА» в Excel или можно построить собственную программу. Такие распределения дают возможность оценить вероятность появления значений функции, распределенной по интервалам в области ее существования, поскольку их количество, попадающее в соответствующий интервал при переборе возможных значений аргументов функции, пропорционально вероятности значения функции, усредненной для данного интервала.

Поэтому возникает небольшая вероятность появления значительных смещений текущих значений S_i от среднего положения за счет возникновения длинных цепочек сомножителей с коэффициентами прогрессии больше (или меньше) единицы. Если коэффициенты прогрессии сильно отличаются, то на гистограмме выявляются распределения последующих порядков.

В крайнем случае, когда все возмущающие воздействия, т.е. коэффициенты прогрессии q_i , различны по величине и в сериях отсутствуют совпадающие значения, то в пределе амплитуда значений на гистограмме нигде не будет превышать единицу, но, тем не менее, сохранится частотная неравномерность в распределении. Поэтому, если увеличить ширину единичного интервала, то же распределение вновь принимает амплитудно-дискретный характер. Наконец, при дальнейшем уменьшении числа интервалов (что, вообще говоря, означает проведение анализа соответствующего процесса с меньшей точностью) график принимает вид почти совсем гладкого нормального распределения.

Отметим, что экспериментально дискретность нормальных распределений различных физических процессов была установлена еще в 50-х годах прошлого века С.Э. Шнолем [2]. Автор полагает, что в значительной степени характер распределения (вид гистограмм) зависит от математических алгоритмов, которыми выражаются соответствующие изучаемые процессы.

Более интересным является случай, когда некоторая зависимость содержит *частное*. Возможно, сказывается и тот факт, что частные или отношения являются более фундаментальными величинами, чем сами натуральные числа, поскольку каждое частное из своего бесконечного ряда само является результатом отношений бесконечного количества пар произвольных чисел.

На рис.1 и 2 приведен пример распределения простейшей функции - модуля тангенса. Видно, что на фоне нормального распределения выявляются пики, причем более отчетливо при сужении интервалов, рис.2, т.е. при большем их количестве и сливаются с общим фоном при их уменьшении.

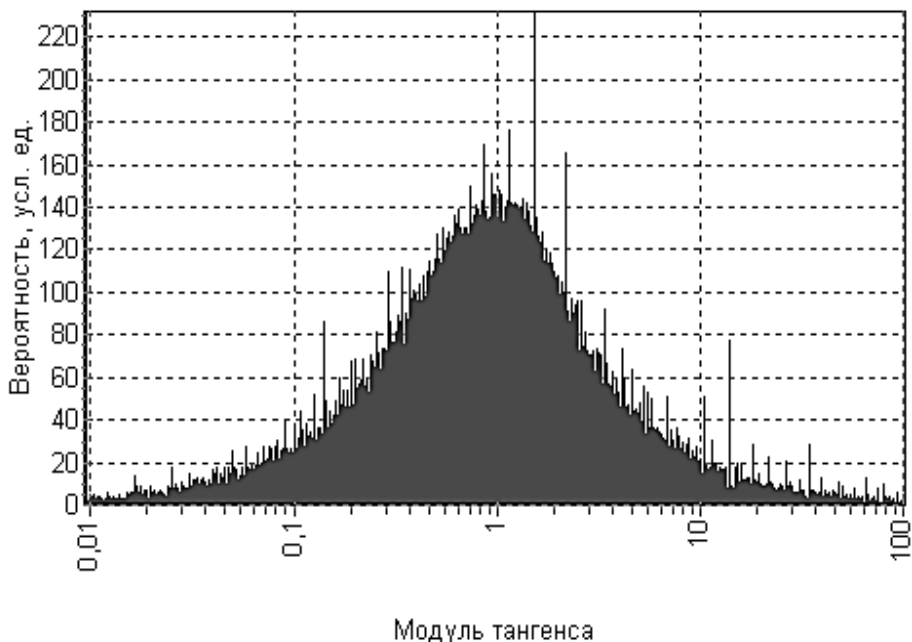


Рис.1 Распределение функции $abs \tan(x/y)$, 809 интервалов.

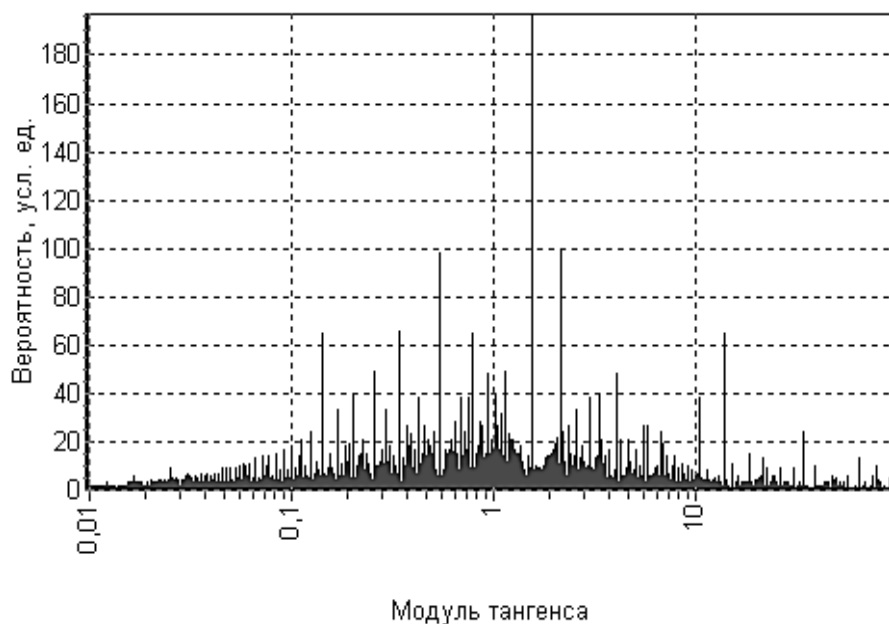


Рис.2 Распределение функции $abs \tan(x/y)$, 13670 интервалов.

Появление пиков объяснимо, поскольку при малых интервалах высота пиков пропорциональна количеству пар x и y , дающих одинаковую дробь. Но возникает вопрос: относительно большая высота отдельных пиков, например, при 8,1; 57,3; 85,9 градусов (т.е. значения тангенса 0,142; 1,57; 14) не означает ли, что прямоугольные треугольники с такими углами будут встречаться чаще остальных? Было бы интересно проверить это на природных объектах, например, по статистике распределение углов, под которыми располагаются ветви деревьев.

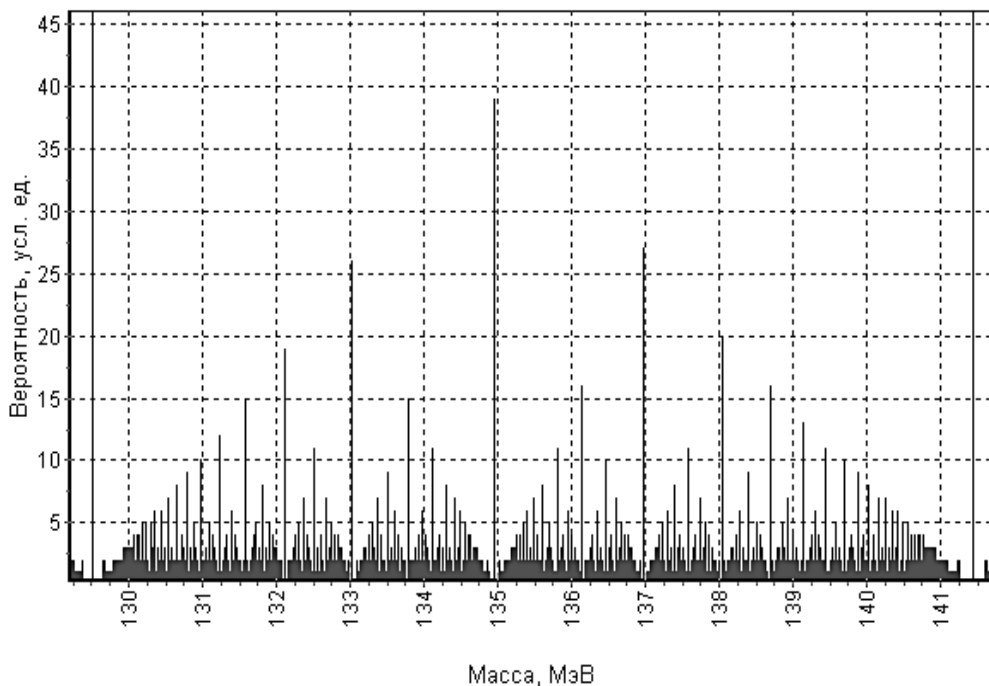


Рис.3 Масса пиона (134,9) в распределении $0,511*a^{(x/y)}$, 977 интервалов

Далее, обнаружилось, что частотные распределения массива значений показательных функций типа $c^{(x/y)}$, где c есть особые числа π , e и обратная постоянной тонкой структуры $a = 137,036$, **включают в себя массы элементарных частиц** (в массах электрона), пример на рис.3 и 4.

Максимумы пиков в определенных участках диапазона совпадают со значениями масс элементарных частиц, причем погрешность, отнесенная к расстоянию между равновеликими пиками, не превышает нескольких процентов. Впрочем, может быть, значения масс тяготеют не к пикам, а к пустотам, примыкающим к пикам, т.е. к весьма редко встречающимся отношениям простых чисел. И дело тут не в каких-то нумерологических пристрастиях автора, и, разумеется, это не означает, что массы частиц выражаются именно этими функциями. Тем не менее, появляются они с частотой и точностью, совершенно исключающими случайность (автором проверено около 50 значений) [3]. Похоже, что существование элементарных частиц каким-то образом связано со свойствами чисел натурального ряда. Не указывает ли этот факт на дискретность пространства, на то, что действительно существует элементарная единица пространства (поля) - вихревая трубка [4].

К настоящему времени открыто множество элементарных частиц с различными временами жизни. Этот факт, а также вид распределений, имеющих фрактальный характер, наводит на мысль, что массы частиц первого порядка как бы образуют массы второго порядка, те - третьего и т.д., до бесконечности. Такой процесс характерен для сплошных невязких сред при возникновении в них возмущений. Отметим, что по некоторым современным трактовкам физический вакуум и является такой средой, а элементарные частицы - его возбужденными состояниями, причем обнаружены эффекты, квантующиеся отношениями целых чисел.

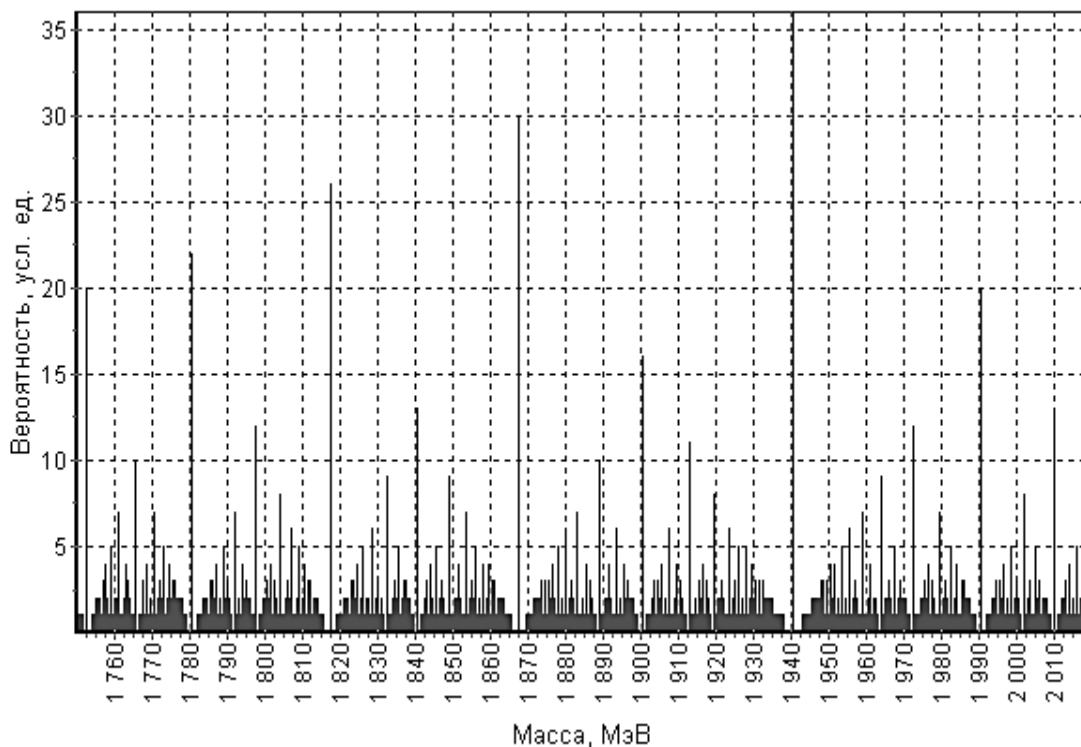


Рис.4 Среди пиков первого и второго порядков - массы частиц:
 L , Σ_2 (1765), τ^- (1782), Λ_3 , Ξ_1 (1820), D^+ (1868), Δ_3 (1890), S (1940),
 D^{*+} (2009) в распределении $0,511 \cdot \pi^{(x/y)}$

Дискретность нормальные распределений (и, очевидно, любых других) имеет принципиальный характер, обусловленный различной плотностью размещения рациональных чисел на числовой оси. Причем этот эффект проявляется на самых различных масштабных уровнях природных явлений. Например, К. И. Домбровским выявлена возможная связь расстояния планет от Солнца с плотностью размещения рациональных чисел на числовой оси [5,6]. Хотя устойчивость планетных орбит до некоторой степени можно объяснить явлением орбитального резонанса, но такого объяснения явно недостаточно, а что касается формулы Тициуса-Бодде (Titius-Bode), то она не следует ни из каких известных законов.

В то же время, действительно, распределение планетных орбит в солнечной системе в определенной степени можно объяснить построением частотного распределения зависимости, связывающей орбитальный радиус планеты R_0 , ее орбитальную скорость v_0 и массу центрального тела M . Она имеет вид:

$$R_0 = \gamma M / v_0^2, \quad (1)$$

где γ – гравитационная постоянная.

В данном случае, казалось бы, частотное распределение для положения орбит построить невозможно, т.к. функция имеет только один аргумент v_0 , а другие являются постоянными. Однако можно предположить, что в период формирования Солнечной системы масса центрального тела не являлась эквивалентом точки с массой, равной массе Солнца, а также могли иметь место и другие возмущающие факторы.

Поэтому введем варьируемый коэффициент j в формулу и запишем (1) в виде:

$$R = j / v^2, \quad (2)$$

где R – орбитальный радиус в астрономических единицах (а.е.), v – орбитальная скорость в единицах орбитальной скорости Земли.

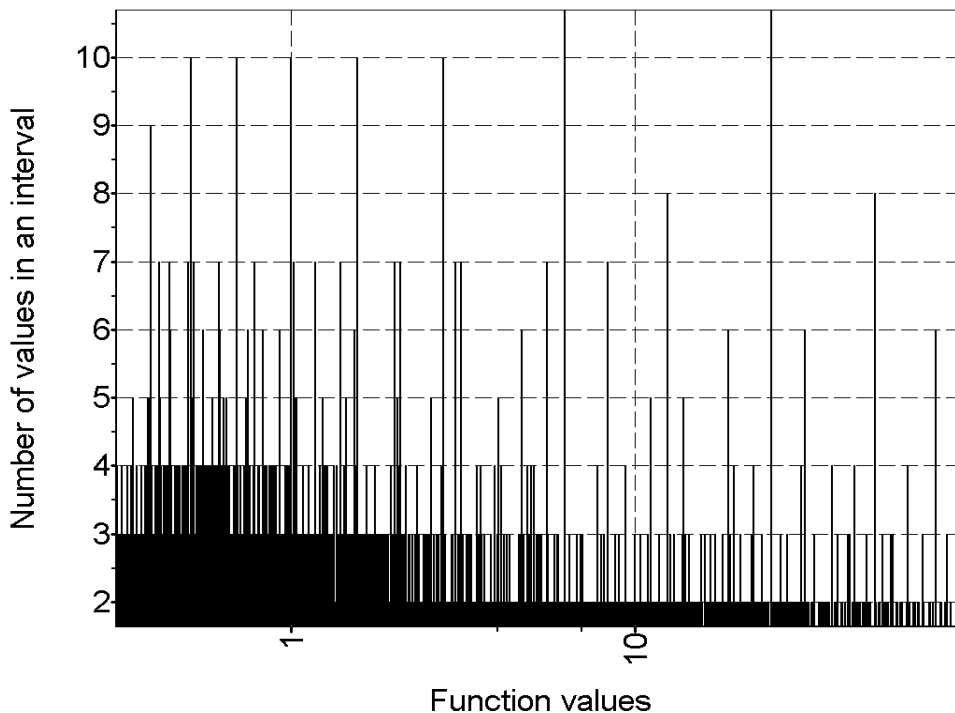


Рис.5 Интервалов 110 000 (из них ненулевых 48 800), $j = 0,5 \dots 1,8$, $v = 0,02 \dots 2$

На рис.5 приведен пример частотного распределения массива значений функции (2) при $j = 0,5...1,8$ с шагом 0,025 и при $v = 0,05...2$ с шагом 0,01. Хотя вид распределения зависит от диапазонов вариации j и v , количества интервалов, на которые разбиты диапазоны, способа разбиения диапазона (пошаговое или случайное), количества обработанных значений, но во всех случаях на графиках просматриваются амплитудные максимумы (пики или группы пиков) или частотные сгущения.

Здесь слева направо максимумы (пики) расположены на радиусах (а.е.): 0,39; 0,50 (возможная орбита); 0,70; 1,0; 1,55; 2,75; 6,2; 12,3; 18,7 (пик второго порядка); 25; 31 (пик второго порядка); 50; 74. Причем большинство значений хорошо совпадают с реальными орбитальными радиусами планет, для сравнения: 0,39; 0,72; 1; 1,52; 2,5-3,0; 5,2; 9,54; 19,2; 30,6; 30-50; 38-98, включая орбиту астероидов (2,5-3,0) и орбиту десятой планеты (38-98).

Возникает вопрос, а нельзя ли решить обратную задачу, т.е. воспроизвести вероятностное распределение результатов эксперимента, имея соответствующий алгоритм? В этом случае можно было бы заранее выявлять и предсказывать области параметров с наибольшей вероятностью как наиболее оптимальные или интервалы значений, где процессы происходят наиболее интенсивно.

На рис. 6 приведен пример частотного распределения экспоненты $f = 100 \exp(-ax(b-y)^{0,5})$ при переборе целых x и y от 1 до 100 и $b = 1000$, моделирующей известную физическую формулу прозрачности потенциального барьера для туннельного эффекта. Вид распределения очень сильно зависит от числовых коэффициентов a и b , причем некоторые значения функции вообще не реализуются. Наибольшее число ненулевых значений распределение имеет при $a = 0,00147$, т.е. при значении выражения под экспонентой **близком к -1** независимо от общего размера массива. Но и **туннельный эффект имеет место при выполнении такого же условия** в аналогичном физическом выражении!

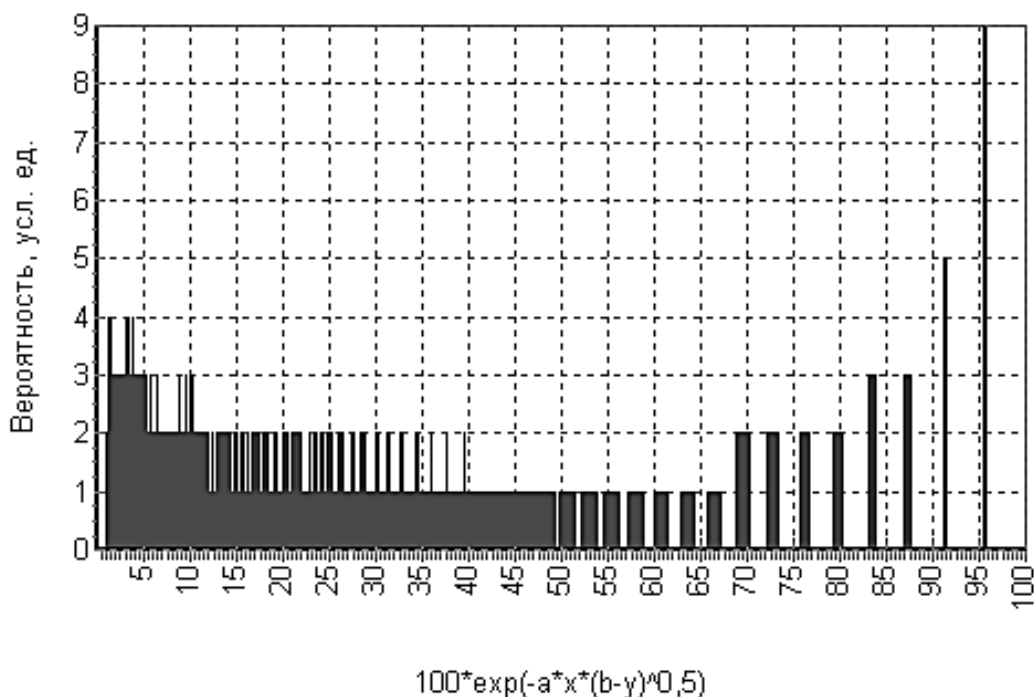


Рис.6 Распределение экспоненты: $a = 0,00147$ ненулевых значений - 4225

В другом примере на рис.7 показано распределение формулы Бальмера-Ридберга $\lambda = m^2 n^2 / (m^2 - n^2) / R$ в области сантиметровых волн для водорода. Здесь R - постоянная Ридберга, равная $1,097 \cdot 10^7$ 1/м.

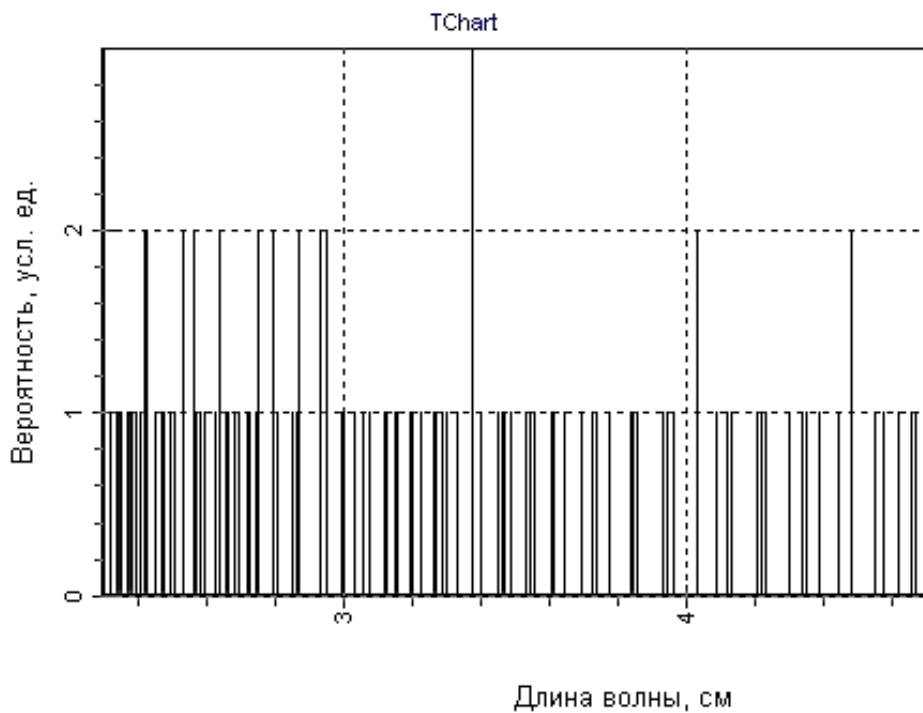


Рис.7 Часть комбинационного спектра водорода

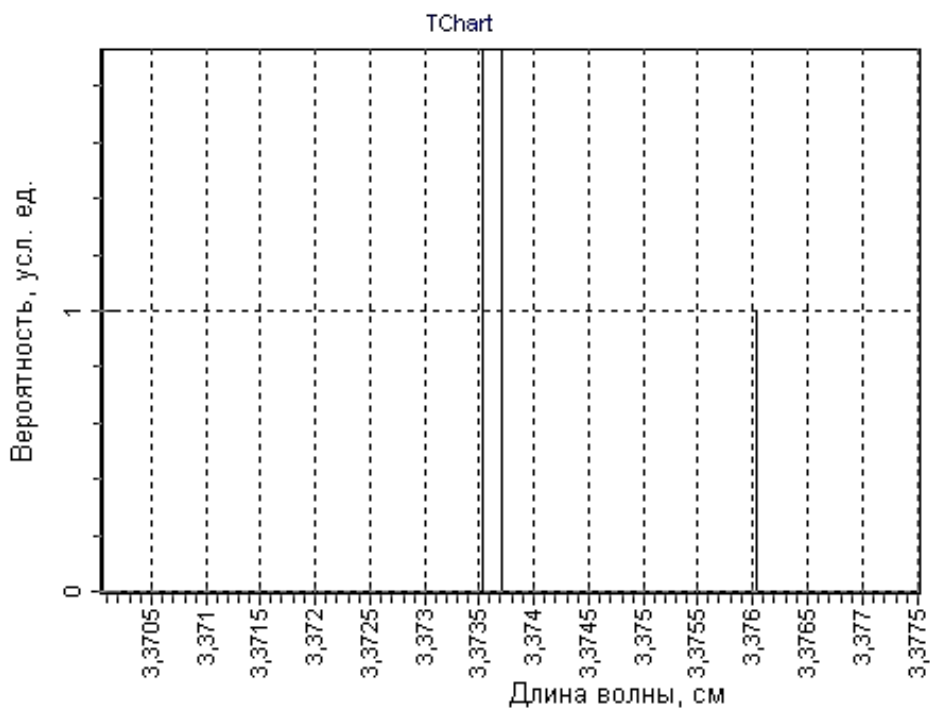


Рис.8 Часть комбинационного спектра водорода

Конечно, гистограмма, построенная при условии равновероятности всех возможных комбинаций m и n , не может совпадать с реальным спектром излучения, в котором реализуется лишь малая ее часть. Тем не менее, там, где комбинаторный фактор существенен, наиболее яркие линии в спектре определяются. Именно радиолиния 3,37 см, выделяющаяся на приведенной гистограмме, и была обнаружена одной из первых в космосе (http://www.prao.ru/History/history_6.html), возможно, по причине того, что комбинаторно она составлена из трех очень близких линий, рис.8.

Любая функция, использующая числовое поле (массив чисел), образно говоря, возбуждает в нем волны вероятности. Таким образом, любой алгоритм имеет индивидуальное частотное распределение, отражающее воспроизводимость (вероятность) его результатов. Выявить эти особенности можно только обработкой больших числовых массивов. Найти их какими-то иными методами весьма затруднительно. Конечно, при формулировке алгоритма для подобных задач, по которому набирается массив значений и строится распределение, целесообразно вводить разумные ограничения: на интервалы параметров, их соотношения и т.п. с целью исключения избыточных вычислений. Подобные логико-математические модели, могут содержать практически неограниченное количество (насколько позволяет мощность вычислительной техники) как случайных воздействий (параметры q_i), так и условий их реализации (логические и другие соотношения между коэффициентами q_i и прочими параметрами). Так могут быть моделированы весьма сложные комплексные воздействия разнообразных случайных факторов на любые изучаемые процессы, и не только физические, если возможна их формализация. И более того, возможно, что посредством подбора параметров, воздействующих на вероятностную систему или процесс, можно добиться пребывания их в немногих устойчивых состояниях, необходимых для заданной цели.

Если действительно результаты решения каких-то задач (если они выражаются функциями с числом аргументов более двух), могут иметь не только числовое, но и вероятностное значение, то этот факт влечет за собой важные последствия. Существуют задачи (экономика, теория игр, военное дело, метеорология и др.), где некоторые параметры неизвестны или не могут быть определены точно, тогда в алгоритме эти параметры можно заменять набором величин в определенном интервале, строить соответствующие распределения и получать вероятностные решения.

Вряд ли эти вопросы когда-либо серьезно рассматривались, поскольку переработка огромных числовых массивов и такое насильственное извлечение вероятности из хаоса требуют большого объема рутинной работы и стали доступными только после появления вычислительной техники. Здесь нужна экспериментальная проверка именно под этим углом зрения.

В заключение необходимо отметить, что в первой половине прошлого века немецким математиком Р.Мизесом предлагалась именно частотная интерпретация вероятности. Мизес утверждал, что частота – объективная характеристика мира явлений, и на практике часто встречаются ситуации, где *нет симметрии*, определяющей равновозможность исходов. В таких случаях использовать классическое определение вероятности нельзя и следует применять частотное определение. Теория вероятностей Мизеса являлась главным претендентом на роль работающей теории вероятности вплоть до принятия математическим сообществом аксиоматической теории вероятностей Колмогорова.

Литература

1. Belyakov A.V. Finding the Fine Structure of the Solutions of Complicate Logical Probabilistic Problems. *Progress in Physics*, 2010, v.4, 36-39.
2. Shnoll S. E. Cosmic physical factors in random processes. Svenska fysikarkivet, Stockholm, 2009, 388 pages.
3. Belyakov A.V. Is the Field of Numbers a Real Physical Field? On the Frequent Distribution and Masses of the Elementary Particles. *Progress in Physics*, 2010, v.3, 53-60.
4. Belyakov A.V. On Materiality and Dimensionality of the Space. Is There Some Unit of the Field? *Progress in Physics*, 2014, v.10, 203–206.
5. Dombrowski K. I. Bulletin of Soviet Atron. Geodesical Society, 1956, no. 17(24), 46–50.
6. Dombrowski K. I. Rational numbers distribution and resonance. *Progress in Physics*, 2005, v. 1, 65–67.