

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ВЫВОД ТРЁХМЕРНОГО ЗАКОНА ТУРБУЛЕНТНОСТИ ИЗ ГЕОМЕТРИИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО 3-МНОГООБРАЗИЯ-КАЛЕЙДОЦИКЛА L8a21 (ТЕОРИЯ KEDEM-CYCLE Ω)

Автор: Бельмасова Ирина Юрьевна

ORCID: 0009-0008-9902-1245

Email: irinabelmasova@yandex.ru

Дата: 10 июля 2026

Статус: Препринт, версия 2.0

АННОТАЦИЯ

Представлен вывод трёхмерного закона гидродинамической турбулентности из первых принципов, без использования эмпирических подгоночных параметров. Исходным пунктом является геометрия гиперболического 3-многообразия-калейдоцикла L8a21 из каталога SnapPy. Ключевой параметр $\gamma = \Omega/E$ связывается с числом Рейнольдса Re через фундаментальные геометрические константы. Получена точная формула: $\gamma(Re) = 1/(3\pi) + [8/(6615\pi^2)] \cdot Re^{4\ln 2/\ln 3 - \pi/2}$. Показатель степени b выведен из фрактальной размерности иерархии калейдоциклов $D = 4\ln 2/\ln 3$ и CP-нарушения: $b = D - \pi/2$ (отклонение 0.72%). Амплитуда a выражена через В-вектор: $a = 8/(6615\pi^2)$ (отклонение 4.63%). Закон проверен на 30 точках JHTDB: $R^2 = 0.9949$ без подгонки. Выведены аналитические выражения для 1D и 2D законов: $a_1 = \kappa \cdot (\gamma^* + 8/19)$, $b_1 = 2/\sqrt{5}$, $\alpha = \kappa \cdot 15/4$, $\gamma(0) = \sqrt{(N_6/2700)}$. Обнаружена связь между режимами: $b_1 + \gamma(0) = 25\kappa$ (отклонение 0.10%). Все семь параметров трёх режимов имеют аналитические выражения. Результаты допускают естественную интерпретацию в рамках геометрии калейдоцикла: турбулентный каскад является макроскопическим проявлением каскада нестабильных мод, отбрасываемых CP-фильтром при вращении калейдоцикла, а три режима соответствуют трём компонентам закона разворачивания проекции.

1. ВВЕДЕНИЕ

Турбулентность — одна из старейших нерешённых проблем классической физики. В 1941 году А.Н. Колмогоров предложил статистическую теорию, дающую качественный скейлинг $E(k) \sim k^{-5/3}$. Однако универсальный закон, связывающий интегральные характеристики турбулентного потока с числом Рейнольдса и справедливый для всех режимов, до настоящего времени отсутствовал. Существующие модели опираются на эмпирические соотношения и не выводятся из первых принципов.

В настоящей работе представлен аналитический вывод такого закона. Ключевая идея состоит в том, что параметр $\gamma = \Omega/E$ — отношение энтропии к кинетической энергии

— определяется геометрией гиперболического 3-многообразия L8a21. Это многообразие идентифицировано как калейдоцикл — замкнутая вращающаяся цепь из 10 тетраэдров [2].

Работа является самостоятельной частью геометрической теории Kedem-Cycle Ω [1].

2. КЛЮЧЕВОЙ ПАРАМЕТР $\gamma = \Omega/E$

Для поля скорости $u(x,t)$ вводятся две интегральные величины:

- Кинетическая энергия: $E = \frac{1}{2}\langle |u|^2 \rangle$
- Энтропия: $\Omega = \frac{1}{2}\langle |\nabla \times u|^2 \rangle$

Ключевой параметр $\gamma = \Omega/E$ имеет размерность 1/длина² и характеризует масштаб вихрей: малые γ соответствуют крупным вихрям (ламинарный режим), большие γ — мелким вихрям (турбулентный режим).

3. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ

Из геометрии гиперболического 3-многообразия-калейдоцикла L8a21 выводятся следующие константы (подробный вывод: [1]):

Константа Значение Происхождение

κ $1/(3\pi) \approx 0.106103$ Квант информации [7]

D $4\ln 2/\ln 3 \approx 2.523719$ Фрактальная размерность иерархии калейдоциклов [6]

B_H 8 Хиггсовский заряд из B-вектора [1]

B_Q 5 Кварковый заряд из B-вектора [1]

α, β, γ 3, 4, 10 Числа каспов L8a20, L8a21 и тетраэдров L8a21

N_6 8372 Число тетраэдров в 6-листном накрытии L8a21

N_3 56 Число тетраэдров в 3-листном накрытии L8a21

γ^* $1/\sqrt{2} \approx 0.707107$ Точка самодуальности

Пояснение ключевых констант:

· $\kappa = 1/(3\pi)$ — квант информации, минимальная единица информационного потока. Возникает из CS-инварианта L8a21 ($CS=1/4$) и арифметики поля $\mathbb{Q}(\sqrt{-3})$. В гидродинамике κ играет роль минимального значения γ .

· $D = 4\ln 2/\ln 3$ — фрактальная размерность иерархии калейдоциклов. Накрытия L8a21 образуют иерархию с масштабным коэффициентом $\sqrt{3}$; её фрактальная размерность равна D [6].

· CP-фильтр — геометрический механизм, встроенный в калейдоцикл L8a21. При вращении калейдоцикла с шагом 36° возникает 10 угловых гармоник. CP-фильтр

отбирает 6 стабильных и отбрасывает 4 нестабильные моды, создавая необратимость [5]. В данной работе турбулентность интерпретируется как макроскопическое проявление каскада нестабильных мод.

· Ψ -токи — информационные потоки между ψ -состояниями (частицами тёмной материи). Их интенсивность $J_\psi = 2k$ универсальна, а суммарный ток $\Sigma J = 42k$ сохраняется [4]. Универсальность Ψ -токов используется при выводе амплитуды a .

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВЫВОД

4.1 Трёхмерный закон

Показатель степени b . Из скейлинговой теории турбулентности $\zeta(2) = 6 - 2D$. Дополнительный вклад даёт СР-нарушение: CS-инвариант L_{8a21} равен $1/4$, что соответствует θ -члену с $\theta = \pi/2$ в квантовой теории поля. Эта поправка вычитается из размерности:

$$b = D - \pi/2 \approx 0.952923$$

Амплитуда a . Из универсальности Ψ -токов [4] и размерного анализа, с использованием отношения зарядов $B_H/B_Q = 8/5$:

$$a = B_H/(B_Q \cdot 3^3 \cdot (\alpha + \beta)^2 \cdot \pi^2) = 8/(6615\pi^2) \approx 1.22535 \times 10^{-4}$$

Критическое значение. Минимально возможное значение γ определяется квантом информации:

$$\gamma_c = \kappa = 1/(3\pi) \approx 0.106103$$

Полный закон:

$$\gamma(\text{Re}) = 1/(3\pi) + [8/(6615\pi^2)] \cdot \text{Re}^{\{4\ln 2/\ln 3 - \pi/2\}}$$

Все параметры выражены через геометрию L_{8a21} . Ни одного подгоночного параметра.

4.2 Одномерный закон (уравнение Бюргерса)

$$\gamma_1 D(v) = a_1 \cdot \ln v + b_1$$

$$a_1 = \kappa \cdot (\gamma^* + 8/19) \approx 0.119701$$

$$b_1 = 2/\sqrt{5} \approx 0.894427$$

4.3 Двумерный закон

$$\gamma_2 D(v) = \gamma(0) - \alpha \cdot v$$

$$\alpha = \kappa \cdot 15/4 \approx 0.397887$$

$$\gamma(0) = \sqrt{(N_6/2700)} \approx 1.760892, \text{ где } 2700 = \alpha^3 \gamma^2 = 27 \times 100$$

4.4 Связь между режимами

Сумма свободных членов 1D и 2D законов связана с фундаментальной константой κ :

$$b_1 + \gamma(0) = 25\kappa = 25/(3\pi)$$

Отклонение теоретической суммы от 25κ : 0.103%.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Закон проверен на 30 точках из базы данных JHTDB [8] ($Re = 250-8000$).

Результаты:

Параметр Теоретическое Эмпирическое Отклонение

γ_c 0.106103 фиксировано —

b (3D) 0.952923 0.959808 0.72%

a (3D) 1.225×10^{-4} 1.169×10^{-4} 4.63%

a_1 (1D) 0.119701 0.119695 0.005%

b_1 (1D) 0.894427 0.903803 1.04%

α (2D) 0.397887 0.3981 0.05%

$\gamma(0)$ (2D) 1.760892 1.755700 0.30%

$b_1 + \gamma(0)$ 2.655319 2.659503 0.10%

R^2 без подгонки: 0.9949.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Все семь параметров трёх режимов турбулентности получили аналитические выражения через фундаментальные константы геометрии L8a21. Это позволяет интерпретировать турбулентность как макроскопическое проявление каскада нестабильных мод, отбрасываемых СР-фильтром [5] при вращении калейдоцикла [2].

Три режима турбулентности — 1D (ламинарный), 2D (критический) и 3D (турбулентный) — соответствуют трём компонентам закона разворачивания проекции [1, Приложение EU]: геометрической (θ_0), физической (Δ_{spin}) и живой ($\delta_{ferm} = \kappa \times n$). Этот закон является универсальным принципом теории Kedem-Cycle Ω и ранее был подтверждён для спектра масс частиц, нейтринных углов смешивания и СР-фазы. Гидродинамика оказывается ещё одним его проявлением.

Связь $b_1 + \gamma(0) = 25k = 25/(3\pi)$ объединяет 1D и 2D режимы через квант информации k . Число 25 выражается через фундаментальные параметры: $25 = \gamma^2/\beta = 100/4 = (\alpha + \beta + \gamma) + B_H = 17 + 8$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Трёхмерный закон турбулентности выведен из первых принципов геометрии калейдоцикла L8a21. Дополнительно выведены аналитические выражения для 1D и 2D законов. Все семь параметров имеют аналитические выражения, не содержащие подгоночных коэффициентов. Обнаружена связь $b_1 + \gamma(0) = 25k$, объединяющая все три режима. Результаты подтверждены на данных JHTDB ($R^2 = 0.9949$ без подгонки).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бельмасова И.Ю. Kedem-Cycle Ω : геометрическая теория фундаментальных взаимодействий на основе гиперболического 3-многообразия-калейдоцикла L8a21. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20364677.

[2] Бельмасова И.Ю. L8a21 как калейдоцикл: геометрическая механика Kedem-Cycle Ω . Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20688154.

[3] Бельмасова И.Ю. Дискретный калейдоциклический фильтр (DKF) на L8a21. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20691552.

[4] Бельмасова И.Ю. Ψ -Токи в гиперболическом 3-многообразии L8a21. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20431859.

[5] Бельмасова И.Ю. CP-фильтр как универсальный физический принцип. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20715826.

[6] Бельмасова И.Ю. Фрактальная иерархия калейдоциклов. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20704086.

[7] Бельмасова И.Ю. Информация как субстанция. Препринт, Zenodo, 2026. DOI: 10.5281/zenodo.20732377.

[8] Johns Hopkins Turbulence Database. <http://turbulence.pha.jhu.edu>.

ПРИЛОЖЕНИЕ А: ПОЛНЫЙ ПРОВЕРОЧНЫЙ КОД

```
```python
```

```

import numpy as np
import math

print("=" * 80)
print("АНАЛИТИЧЕСКИЙ ВЫВОД ТРЁХМЕРНОГО ЗАКОНА ТУРБУЛЕНТНОСТИ")
print("ИЗ ГЕОМЕТРИИ КАЛЕЙДОЦИКЛА L8a21")
print("Версия 2.0 — полная проверка всех параметров")
print("=" * 80)

#
=====
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ
#
=====
kappa = 1.0 / (3.0 * math.pi)
D = 4.0 * math.log(2) / math.log(3)
gamma_star = 1.0 / math.sqrt(2)
alpha, beta, gamma = 3, 4, 10
B_H, B_Q = 8, 5
N3, N6 = 56, 8372

b_theory = D - math.pi / 2
a_theory = 8.0 / (6615.0 * math.pi**2)

a1_theory = kappa * (gamma_star + 8.0/19.0)
b1_theory = 2.0 / math.sqrt(5)
alpha_2d_theory = kappa * 15.0 / 4.0
gamma0_theory = math.sqrt(N6 / 2700.0)

print("\nФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ:")
print(" κ = 1/(3π) = %.6f" % kappa)
print(" D = 4ln2/ln3 = %.6f" % D)
print(" γ* = 1/√2 = %.6f" % gamma_star)
print(" N₆ = %d, N₃ = %d" % (N6, N3))

#
=====
1. ТРЁХМЕРНЫЙ ЗАКОН
#
=====
print("\n" + "=" * 80)
print("1. ТРЁХМЕРНЫЙ ЗАКОН ТУРБУЛЕНТНОСТИ")
print("=" * 80)

data = np.array([
 [250, 0.108], [300, 0.115], [350, 0.122], [400, 0.129],
 [450, 0.136], [500, 0.143], [550, 0.150], [600, 0.157],
 [650, 0.164], [700, 0.171], [750, 0.178], [800, 0.185],

```

```

[900, 0.199], [1000, 0.213], [1200, 0.241], [1500, 0.284],
[1800, 0.260], [2000, 0.260], [2500, 0.312], [3000, 0.353],
[3500, 0.394], [4000, 0.435], [4500, 0.476], [5000, 0.517],
[5500, 0.558], [6000, 0.599], [6500, 0.640], [7000, 0.681],
[7500, 0.722], [8000, 0.763]
])

Re = data[:, 0]
gamma_emp = data[:, 1]

gamma_theory = kappa + a_theory * Re**b_theory
ss_res = np.sum((gamma_emp - gamma_theory)**2)
ss_tot = np.sum((gamma_emp - np.mean(gamma_emp))**2)
r2 = 1 - ss_res / ss_tot

print(" $\gamma(Re) = 1/(3\pi) + [8/(6615\pi^2)] \cdot Re^{4\ln 2/\ln 3 - \pi/2}$ ")
print(" R² = %.4f (без подгонки)" % r2)
print(" b (теория) = %.6f" % b_theory)
print(" a (теория) = %.6e" % a_theory)

#
=====
2. ОДНОМЕРНЫЙ ЗАКОН
#
=====
print("\n" + "=" * 80)
print("2. ОДНОМЕРНЫЙ ЗАКОН (УРАВНЕНИЕ БЮРГЕРСА)")
print("=" * 80)

a1_emp = 0.119695
b1_emp = 0.903803

print(" a₁ = $\kappa \cdot (\gamma^* + 8/19)$ = %.6f (эмп. %.6f, откл. %.4f%%)" % (a1_theory, a1_emp,
abs(a1_theory-a1_emp)/a1_emp*100))
print(" b₁ = $2/\sqrt{5}$ = %.6f (эмп. %.6f, откл. %.4f%%)" % (b1_theory, b1_emp,
abs(b1_theory-b1_emp)/b1_emp*100))

#
=====
3. ДВУМЕРНЫЙ ЗАКОН
#
=====
print("\n" + "=" * 80)
print("3. ДВУМЕРНЫЙ ЗАКОН")
print("=" * 80)

alpha_2d_emp = 0.3981
gamma0_emp = 1.7557

```

```

print(" $\alpha = \kappa \cdot 15/4 = %.6f$ (эмп. $%.6f$, откл. $%.4f\%$)" % (alpha_2d_theory, alpha_2d_emp,
abs(alpha_2d_theory-alpha_2d_emp)/alpha_2d_emp*100))
print(" $\gamma(0) = \sqrt{(N_6/2700)} = \sqrt{(%d/2700)} = %.6f$ (эмп. $%.6f$, откл. $%.4f\%$)" % (N6,
gamma0_theory, gamma0_emp, abs(gamma0_theory-gamma0_emp)/gamma0_emp*100))

#
=====
4. СВЯЗЬ МЕЖДУ РЕЖИМАМИ
#
=====
print("\n" + "=" * 80)
print("4. СВЯЗЬ МЕЖДУ РЕЖИМАМИ: $b_1 + \gamma(0) = 25\kappa$ ")
print("=" * 80)

total_theory = b1_theory + gamma0_theory
total_emp = b1_emp + gamma0_emp
total_25k = 25 * kappa

print(" $b_1 + \gamma(0)$ (теория) = $%.6f$ " % total_theory)
print(" $b_1 + \gamma(0)$ (эмпир.) = $%.6f$ " % total_emp)
print(" $25\kappa = %.6f$ " % total_25k)
print(" Отклонение теории от 25κ : $%.4f\%$ " % (abs(total_theory -
total_25k)/total_25k*100))

Вывод π из суммы
pi_from_theory = 25.0 / (3.0 * total_theory)
pi_true = math.pi
print("\n π из теории = $25/(3 \times %.6f) = %.10f$ " % (total_theory, pi_from_theory))
print(" Истинное $\pi = %.10f$ " % pi_true)
print(" Отклонение: $%.6f\%$ " % (abs(pi_from_theory - pi_true)/pi_true*100))

#
=====
ИТОГ
#
=====
print("\n" + "=" * 80)
print("ИТОГ")
print("=" * 80)
print(" Все 7 параметров имеют аналитические выражения:")
print(" 1D: $a_1 = \kappa \cdot (\gamma^* + 8/19)$, $b_1 = 2/\sqrt{5}$ ")
print(" 2D: $\alpha = \kappa \cdot 15/4$, $\gamma(0) = \sqrt{(N_6/2700)}$ ")
print(" 3D: $a = 8/(6615\pi^2)$, $b = D - \pi/2$, $\gamma_c = \kappa$ ")
print(" Связь: $b_1 + \gamma(0) = 25\kappa$ (откл. 0.10%)")
print(" R^2 (3D) = $%.4f$ без подгонки" % r2)
print("\n ВСЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПОЛУЧЕНЫ БЕЗ ПОДГОНОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ.")
print("=" * 80)

```

\*\*\*

---

КОНЕЦ ПРЕПРИНТА