

Численная методика гидравлического расчета стационарного однониточного газопровода с помощью газодинамических функций

Шарипов Т.Р., SharipovTR@gmail.com

С использованием газодинамических функций для идеального газа записана система трех уравнений для нахождения значений давления, скорости и температуры стационарного потока газа в любой точке горизонтальной цилиндрической трубы постоянного сечения с известным перепадом давления и массовым расходом. В отличие от сеточных методов не требуется использование эмпирических зависимостей для расчета коэффициента гидравлического сопротивления, который предварительно определяется из той же системы. Методика может быть использована как для расчета скоростей на входе и выходе трубы, так и для верификации нестационарных расчетов. Предложена реализация методики в бесплатной Windows-программе с графическим интерфейсом VisualPipe, не требующей предварительной установки. В качестве исходных данных используется длина и внутренний диаметр трубы, относительная газовая постоянная и показатель адиабаты газа.

Введение

Стационарный режим течения газа по горизонтальной трубе постоянного сечения без учета тепловых потерь в окружающую среду удовлетворяет системе уравнений [1]¹

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v E + p v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\zeta \rho v |v| / 2D \\ -\zeta \rho |v|^3 / 2D \end{pmatrix}, \quad \rho = \frac{p}{ZRT}, \quad x \in [0, L], \quad (1)$$

где L - длина трубы, D - внутренний диаметр трубы, $\rho = \rho(x)$ - плотность, $p = p(x)$ - давление, $v = v(x)$ - скорость, ζ - коэффициент гидравлического сопротивления, $E = e + v^2 / 2$ - полная энергия, $e = c_v T$ - внутренняя энергия, $T = T(x)$ - температура, $c_v = R / (k - 1)$ - изохорная теплоемкость, $c_p = k c_v$ - изобарная теплоемкость, R - удельная газовая постоянная, k - показатель адиабаты, Z - коэффициент сверхсжимаемости.

¹ В данной монографии подробно рассмотрены встречающиеся в литературе некорректные постановки уравнений движения газа

Задавая параметры трубы L , D и параметры газа R , k , Z из системы (1) можно определить вектор неизвестных $[p(x), v(x), T(x)]$ в любой точке $x \in [0, L]$ при условии согласованного задания граничных условий. Что понимается под согласованными граничными условиями рассмотрено в разделе 2. В технологических расчетах систем газоснабжения [2] и магистральных газопроводов [3] принято задавать давление $p(0) = p_0$ и температуру $T(0) = T_0$ на входе, а также давление $p(L) = p_N$ на выходе рассчитываемого участка трубы. Если требуется расчет режима течения по всей длине трубы, то систему (1) обычно решают численно [1], но существуют и аналитические приближения [4]. К аналитически полученным относятся также формула расчета производительности одноконтурного участка газопровода в условиях постоянных значений T и Z [2, 3]:

$$M = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{p_0^2 - p_N^2}{ZRT\zeta L}} D^5, \quad Q = \frac{M}{\rho_{cm}}, \quad \rho_{cm} = \frac{p_{cm}}{ZRT_{cm}}, \quad (2)$$

где M - массовый расход газа, Q - коммерческий расход газа, ρ_{cm} - плотность газа в стандартных условиях (при давлении p_{cm} и температуре T_{cm}).

1. Основные газодинамические соотношения в стационарном газовом потоке

В задачах одномерной газовой динамики [6] широко используются так называемые газодинамические функции (ГДФ), устанавливающие соотношения между параметрами потока идеального газа ($Z=1$) и параметрами торможения с приведенной скоростью:

$$\frac{T}{T^*} = \tau(\lambda) \equiv 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2, \quad (3)$$

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \varepsilon(\lambda) \equiv \tau(\lambda)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (3)$$

$$\frac{p}{p^*} = \pi(\lambda) \equiv \tau(\lambda)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{v}{\sqrt{\frac{2k}{k+1} ZRT^*}}, \quad T^* = T + \frac{v^2}{2c_p}. \quad (4)$$

где λ - приведенная скорость, T^* - температура торможения.

$$G(\lambda, p, T) = m \frac{p F y(\lambda)}{\sqrt{T^*}}, \quad m = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{1}{R}}, \quad y(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{\lambda}{\tau(\lambda)}. \quad (5)$$

2. Методика расчета стационарного режима в любой точке трубы

Пусть λ_1 - значение приведенной скорости в начале трубы ($x=0$), λ_2 - значение приведенной скорости на расстоянии $x \in (0, L]$. Тогда справедливо соотношение [6, (17)]:

$$\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2) = \chi(x, \zeta), \quad (6)$$

где $\varphi(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2} + 2 \ln(\lambda)$, $\chi(x, \zeta) = \frac{2k}{k+1} \zeta \frac{x}{D}$ - так называемая приведенная длина трубы.

Получим соотношения расчета коэффициента гидравлического сопротивления при заданном перепаде давления: при заданном M найти ζ из решения системы

Дополним уравнение (6) уравнением на равенство расходов в точках 1 и 2 и уравнением на соотношение температур:

$$G(\lambda_1, p_1, T_1) = G(\lambda_2, p_2, T_2), \quad (8)$$

$$\frac{T_1}{\tau(\lambda_1)} = \frac{T_2}{\tau(\lambda_2)}. \quad (9)$$

Рассматривая уравнения (6), (8), (9) во входном и выходном сечениях, получим систему нелинейных уравнений для согласованных между собой граничных условий.

$$\begin{cases} \varphi(\lambda_0) - \varphi(\lambda_N) - \chi(L, \zeta) = 0, \\ G(\lambda_0, p_0, T_0) - G(\lambda_N, p_N, T_N) = 0, \\ T_0 / \tau(\lambda_0) - T_N / \tau(\lambda_N) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Систему (10) можно решать относительно разного набора неизвестных, например, при заданных p_0, p_N, T_0, ν_0 найти ζ, λ_N, T_N . Пересчет ν через λ осуществляется по формуле, непосредственно следующей из (4):

$$\nu = \nu(\lambda, T) = \frac{\lambda^2 T}{\frac{k+1}{2k} \frac{1}{ZR} - \frac{\lambda^2}{2c_p}}. \quad (11)$$

Далее, при известных $\lambda_0, \zeta, p_0, T_0$ определяем $(p(x), \nu(x), T(x))$ по всей длине нитки газопровода из решения нелинейной системы

$$\begin{cases} \varphi(\lambda_0) - \varphi(\lambda_x) - \chi(x, \zeta) = 0, \\ G(\lambda_0, p_0, T_0) - G(\lambda_x, p_x, T_x) = 0, \quad x \in [0, L], \\ T_0 / \tau(\lambda_0) - T_x / \tau(\lambda_x) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Список литературы

1. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте: математические методы моделирования и практическое применение. М.: МАКС Пресс, 2007. 200 с.
2. СП 42-101-2003. Общие положения по проектированию и строительству газораспределительных систем из металлических и полиэтиленовых труб.
3. Нормы технологического проектирования магистральных газопроводов. 2-3.5-051-2006. СТО Газпром. М.: ОАО «Газпром», 2006. 192с.
4. Лежнев А.В. О расчетах параметров стационарного течения газа по трубопроводу // Механика жидкости и газа, 2005, №34.
5. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. Том Учеб. руководство: Для вузов. 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит, 1991 г. — 600 с.
6. Шехтман А.М. Газодинамические функции реальных газов. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1988. — 175 с.
7. Кудряшов Б.Б., Литвиненко В.С., Сердюков С.Г. Вопросы достоверности тепловых расчетов магистрального газопровода // ЖТФ, 2002, том 72, выпуск 4, Стр. 1
8. Г. И. Курбатова, Е. А. Попова, О различных математических моделях транспортировки газа по трубопроводам, Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикл. матем. Информ. Проц. упр., 2011, выпуск 3, 47–55.