

# К расчету неустановившегося притока к скважине в условиях упругого режима фильтрации нефти и воды

Шарипов Тимур Рафаилевич, [SharipovTR@gmail.com](mailto:SharipovTR@gmail.com)

## Аннотация

В статье предложен метод прогнозирования динамики пластового давления и дебитов вертикальной или наклонно-направленной скважины при заданном забойном давлении в условиях упругого режима фильтрации нефти и воды без использования ресурсоемких гидродинамических симуляторов. Метод основан на соотношениях материального баланса в объеме дренирования пласта и зависимости дебита жидкости от коэффициента продуктивности скважины. Разработаны рекуррентные формулы для последовательного расчета пластового давления и коэффициента продуктивности при переходе между временными интервалами. Показано, что в случае однофазной фильтрации расчет объема дренирования с использованием формулы Чекалюка обеспечивает отклонение результатов по дебиту не более 2%. Приведены результаты расчетов для двухфазной фильтрации системы «нефть-вода», демонстрирующие сходимость и практическую применимость метода для экспресс-анализа разработки нефтяных месторождений. Даны рекомендации по адаптации расчетов под исторические данные о дебитах.

## Введение

Гидродинамическое описание многофазных потоков в пластах и скважинах является основой для планирования и оптимизации добычи. В условиях упругого режима разработки нефтяных месторождений [1] широко используется аналитическая формула для расчета дебита жидкости

$$Q_{\text{ж}} = K_{\text{ж}}(P_{\text{пл}} - P_{\text{заб}}), \quad (1)$$

где  $Q_{\text{ж}}$  – дебит жидкости в поверхностных условиях;  $K_{\text{ж}}$  – коэффициент продуктивности скважины по жидкости;  $P_{\text{пл}}$  – пластовое давление;  $P_{\text{заб}}$  – забойное давление. Коэффициент продуктивности  $K_{\text{ж}}$  зависит от заканчивания скважины, свойств пласта и может изменяться во времени, что требует регулярного мониторинга, например, с использованием карт изобар [2], которые обновляются ежемесячно или ежеквартально [3].

Для анализа неустановившихся режимов работы системы «скважина-пласт» актуально получение зависимости  $K_{\text{ж}}$  с высокой временной дискретностью [4]. В случае однофазной плоскорадиальной фильтрации к вертикальной или наклонно-направленной скважине коэффициент продуктивности может быть определен с использованием формулы Чекалюка [5]:

$$K_{\text{ж}}(t) = \frac{2\pi k h}{B_{\text{ж}} \mu_{\text{ж}} \ln \left( \frac{R_{\text{дрен}}(t)}{r_{\text{скв}}} \right)}, \quad (2)$$

где  $k$  – проницаемость пласта;  $h$  – толщина пласта;  $B_{\text{ж}}$  – коэффициент объемного расширения жидкости;  $\mu_{\text{ж}}$  – динамическая вязкость жидкости;  $r_{\text{скв}}$  – внешний радиус скважины;  $R_{\text{дрен}}(t) = \sqrt{r_{\text{скв}}^2 + 4\kappa t} \approx \sqrt{4\kappa t}^1$  – радиус дренирования пласта;  $t$  – время;  $\kappa = k/\mu_{\text{ж}}/\beta^*$  – коэффициент пьезопроводности;  $\varphi$  – пористость пласта;  $\beta^* = \varphi c_{\text{ж}} + c_{\text{пласт}}$  – коэффициент упругости пласта;  $c_{\text{ж}}$  – сжимаемость жидкости;  $c_{\text{пласт}}$  – сжимаемость пласта.

Формула Чекалюка была разработана для идеальной скважины, которая вскрывает всю толщину пласта. Ее можно модифицировать с учетом скин-фактора. В работе [6] было отмечено, что в литературе содержатся ошибки в соотношениях между дебитом и скин-фактором. Чтобы избежать использования новых обозначений, которые могут осложнить дальнейшие выкладки и их восприятие, скин-фактор не указывается явно.

Отметим также, что для использования формулы Чекалюка для расчета дебита необходимо рассчитать зависимость пластового давления от времени. Здесь применим метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС) [5], где предполагается, что давление в пласте меняется во времени значительно медленнее, чем по координатам.

В случае двухфазной фильтрации «нефть-вода» аналитические решения известны только для установившихся режимов, где применима формула Дюпюи [7]. В более общем случае для расчета изменения пластового давления  $P_{\text{пл}}(t)$  используются трехмерные гидродинамические симуляторы [8], однако их применение для инженерных расчетов отдельных скважин может быть трудоемким. В качестве альтернативы широко применяются так называемые прокси-модели, включая емкостно-резистивные модели (CRM-моделях) [9]. В этих моделях, как правило, предполагается постоянство коэффициента продуктивности каждой скважины во времени. Это предположение может ограничивать их применение для достоверной оценки темпов падения добычи.

Таким образом, актуальной задачей является нахождение таких  $K_{\text{ж}}(t)$ ,  $Q_{\text{ж}}(t)$ ,  $P_{\text{пл}}(t)$ , которые удовлетворяют при заданном забойном давлении  $P_{\text{заб}}(t)$  уравнению:

$$K_{\text{ж}}(t) = \frac{Q_{\text{ж}}(t)}{P_{\text{пл}}(t) - P_{\text{заб}}(t)}. \quad (3)$$

В данной работе задача (3) решена с использованием новой формулы для пересчета коэффициента продуктивности на новом временном интервале, при условии, что известно его значение на предыдущем интервале:

в расчетном варианте:

---

<sup>1</sup> Приближение корректно при условии  $R_{\text{дрен}} = \sqrt{r_{\text{скв}}^2 + 4\kappa t} \gg r_{\text{скв}}$ , что справедливо если пренебречь малостью  $r_{\text{скв}}$  по сравнению с  $\sqrt{4\kappa t}$

$$K_{\text{ж}}(t) = \frac{1}{\frac{1}{K_{\text{ж}}(t - \Delta t)} + \frac{B_{\text{ж}} \Delta t}{\beta^* V}}; \quad (4)$$

в дифференциальном варианте:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} \right) = \frac{B_{\text{ж}}}{\beta^* V}, \quad (5)$$

где

$V = V(t) = \pi R_{\text{дрен}}^2 h$  — объем дренирования.

### 1. Рекуррентная формула пересчета коэффициента продуктивности скважины

Рассмотрим цилиндрическую область плоскорадиального пласта, в центре симметрии (вдоль оси) которой расположена вертикальная или наклонно-направленная скважина (рисунок 1). Известно, что на расстоянии  $R_{\text{дрен}}$  от оси скважины средневзвешенное пластовое давление  $P_{\text{ср.пл}}$  совпадает с давлением в данной точке, поэтому корректно использовать значение  $P_{\text{пл}}$  как в уравнениях материального баланса, так и в уравнении для расчета дебита (1).

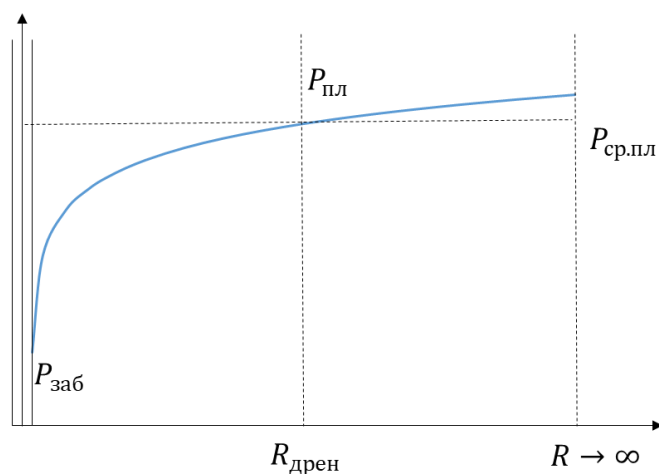


Рисунок 1 – Схема депрессионной кривой давления

Согласно [1, стр. 37] изменение за время  $\Delta t$  упругого запаса жидкости  $\Delta V_{\text{ж}}(t) = -B_{\text{ж}} Q_{\text{ж}}(t) \Delta t$  в объеме  $V$  при изменении в нем средневзвешенного пластового давления  $P_{\text{пл}}(t - \Delta t)$  на величину  $\Delta P_{\text{пл}}(t)$  определяется соотношением:

$$\Delta V_{\text{ж}}(t) = \beta^* V \Delta P_{\text{пл}}(t), \quad (6)$$

где  $B_{\text{ж}} = B_{\text{ж}}(P_{\text{пл}})$  — коэффициент объемного расширения жидкости.

**Ошибка! Источник ссылки не найден.** Из (6) следует формула расчета пластового давления на новом интервале времени:

$$P_{\text{пл}}(t) = P_{\text{пл}}(t - \Delta t) - \frac{B_{\text{ж}} Q_{\text{ж}}(t) \Delta t}{\beta^* V}. \quad (7)$$

С другой стороны, пластовое давление связано с коэффициентом продуктивности и согласно (1) справедливо:

$$P_{\text{пл}}(t) = P_{\text{заб}}(t) + \frac{Q_{\text{ж}}(t)}{K_{\text{ж}}(t)}. \quad (8)$$

Приравняв правые части (7) и (8) получим соотношение:

$$\frac{P_{\text{пл}}(t - \Delta t) - P_{\text{заб}}(t)}{Q_{\text{ж}}(t)} - \frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} = \frac{B_{\text{ж}} \Delta t}{\beta^* V}. \quad (9)$$

Проверим гипотезу, что

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} \right) \approx \frac{\frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} - \frac{1}{K_{\text{ж}}(t - \Delta t)}}{\Delta t} \approx \frac{B_{\text{ж}}}{\beta^* V}. \quad (10)$$

Проверим, описывает ли формула (10) изменение коэффициента продуктивности, заданного по формуле Чекалюка (2):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} \right) = \frac{B_{\text{ж}} \mu_{\text{ж}}}{2\pi k h} \frac{\partial}{\partial t} \ln \left( \frac{R_{\text{дрен}}}{r_{\text{скв}}} \right), \quad (11)$$

где

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \left( \frac{R_{\text{дрен}}}{r_{\text{скв}}} \right) = \frac{4\kappa}{2R_{\text{дрен}} \sqrt{4\kappa t}} \approx \frac{1}{2t}.$$

Приравняв правые части (10) и (11) получим:

$$\frac{B_{\text{ж}} \mu_{\text{ж}}}{4\pi k h t} = \frac{B_{\text{ж}}}{\beta^* V},$$

$$V = \frac{4\pi k h t}{\mu_{\text{ж}} \beta^*}, \quad (12)$$

что является тождеством с учетом  $V = \pi R_{\text{дрен}}^2 h$ , поэтому формула (10) справедлива при условии, что объем дренирования считается постоянным на интервале  $\Delta t$ .

## 2. Система уравнений материального баланса фильтрации «нефть-вода»

Уравнения баланса для модели нелетучей нефти [9] в деформируемой пористой среде запишем как:

$$\begin{cases} V \frac{\partial}{\partial t} (\varphi S_H \rho_H) = -\rho_H Q_H^{\text{пл.усл.}} \\ V \frac{\partial}{\partial t} (\varphi S_B \rho_B) = -\rho_B Q_B^{\text{пл.усл.}} \\ S_H + S_B = 1 \end{cases} \quad (13)$$

где индексы «н» и «в» относятся к фазе нефти и воды соответственно;  $S_\alpha = S_\alpha(t) = \frac{V_\alpha}{V}$  – насыщенность фазы  $\alpha = \text{н, в}$ ;  $V_\alpha$  – объем  $\alpha$ -ой фазы в пластовых условиях;  $\rho_\alpha = \rho_\alpha(P_{\text{пл}})$  – плотность фазы  $\alpha$  в пластовых условиях;  $Q_\alpha^{\text{пл.усл.}} = Q_\alpha^{\text{пл.усл.}}(t)$  – дебит фазы  $\alpha$  в пластовых условиях.

Система (13) раскрывается с использованием правила дифференцирования произведения к виду:

$$\begin{cases} S_H \rho_H \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi S_H \frac{\partial \rho_H}{\partial t} + \varphi \rho_H \frac{\partial S_H}{\partial t} = -\frac{\rho_H Q_H^{\text{пл.усл.}}}{V} \\ S_B \rho_B \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi S_B \frac{\partial \rho_B}{\partial t} + \varphi \rho_B \frac{\partial S_B}{\partial t} = -\frac{\rho_B Q_B^{\text{пл.усл.}}}{V} \\ S_H + S_B = 1 \end{cases} \quad (14)$$

После подстановки  $\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial P_{\text{пл}}} \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} = c_\alpha \rho_\alpha \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t}$  <sup>2</sup> и  $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial p} \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} = c_{\text{пласт}} \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t}$

система (14) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} (S_H c_{\text{пласт}} + \varphi S_H c_H) \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} + \varphi \frac{\partial S_H}{\partial t} = -\frac{Q_H^{\text{пл.усл.}}}{V} \\ (S_B c_{\text{пласт}} + \varphi S_B c_B) \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} + \varphi \frac{\partial S_B}{\partial t} = -\frac{Q_B^{\text{пл.усл.}}}{V} \\ S_H + S_B = 1 \end{cases} \quad (15)$$

Решая систему (15) относительно переменных  $\frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial S_B}{\partial t}$ , получим:

$$\frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} = -\frac{Q_H^{\text{пл.усл.}} + Q_B^{\text{пл.усл.}}}{(c_{\text{пласт}} + \varphi(S_H c_H + S_B c_B))V}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial S_B}{\partial t} = -\frac{Q_B^{\text{пл.усл.}}}{\varphi V} - \frac{(S_B c_{\text{пласт}} + \varphi S_B c_B)}{\varphi} \frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t}; \quad (17)$$

Приведем (16) и (17) к виду, где в правой части используется  $Q_{\text{ж}} = Q_B + Q_H$ , где  $Q_H$  – дебит нефти в поверхностных условиях;  $Q_B$  – дебит воды в поверхностных условиях;

Введем переменную дебита жидкости в пластовых условиях:

$$Q_{\text{ж}}^{\text{пл.усл.}} = Q_B^{\text{пл.усл.}} + Q_H^{\text{пл.усл.}}. \quad (18)$$

<sup>2</sup> Для упругого режима пластовое давление выше давления насыщения нефти газом, поэтому плотности фаз зависят только от пластового давления:

Дебиты нефти и воды в пластовых условиях выражаются через соответствующие дебиты в стандартных условиях с использованием коэффициентов объемного расширения  $B_H(P_{пл})$  и  $B_B(P_{пл})$  соответственно:

$$\begin{aligned} Q_B^{пл.усл.} &= B_B(P_{пл})Q_B ; \\ Q_H^{пл.усл.} &= B_H(P_{пл})Q_H ; \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом обводненности  $W_c = \frac{Q_B}{Q_{ж}}$ , из (18) получаем:

$$Q_{ж}^{пл.усл.} = Q_B^{пл.усл.} + Q_H^{пл.усл.} = (B_B(P_{пл})W_c + B_H(P_{пл})(1 - W_c))Q_{ж} . \quad (20)$$

С другой стороны, обводненность  $W_c$  выражается через функцию Баклея-Лeverетта  $F(S_B) = \frac{Q_B^{пл.усл.}}{Q_{ж}^{пл.усл.}}$ , которая описывает долю воды в потоке жидкости:

$$W_c(S_B) = \frac{Q_B}{Q_{ж}} = \frac{\frac{Q_B^{пл.усл.}}{B_B}}{\frac{Q_B^{пл.усл.}}{B_B} + \frac{Q_H^{пл.усл.}}{B_H}} = \frac{\frac{F(S_B)}{B_B}}{\frac{F(S_B)}{B_B} + \frac{1 - F(S_B)}{B_H}}, \quad (21)$$

где

$$F(S_B) = \frac{\frac{k_{отн.в}(S_B)}{\mu_B}}{\frac{k_{отн.в}(S_B)}{\mu_B} + \frac{k_{отн.н}(S_B)}{\mu_H}}. \quad (22)$$

Здесь  $\mu_\alpha$  – динамическая вязкость фазы  $\alpha = н, в$ ;  $k_{отн.\alpha}(S_B(t))$  – относительная фазовая проницаемость фазы  $\alpha = н, в$ .

Таким образом, запишем (9) в виде:

$$\frac{\partial P_{пл}}{\partial t} = - \frac{B_{ж}(P_{пл})Q_{ж}(t)}{\beta^*(S_B)V}, \quad (23)$$

где

$\beta^*(S_B) = \varphi c_{ж}(S_B) + c_{пласт}$  – коэффициент упругости пласта;

$c_{ж}(S_B) = (1 - S_B)c_H + S_B c_B$  – сжимаемость смеси жидкости;

$B_{ж}(P_{пл}) = B_B(P_{пл})W_c + B_H(P_{пл})(1 - W_c)$  – коэффициент объемного расширения смеси жидкости;

С учетом введенных обозначений уравнение (17) примет вид:

$$\frac{\partial S_B}{\partial t} = - \frac{B_B(P_{пл})W_c(S_B) Q_{ж}(t)}{\varphi V} - \frac{S_B(\varphi c_B + c_{пласт})}{\varphi} \frac{\partial P_{пл}}{\partial t}. \quad (24)$$

## 1. Рекуррентные формулы для расчета коэффициента продуктивности скважин

Пусть индекс  $(n)$  определяет значения параметров в момент времени  $n\Delta t$  от начала работы скважины, где  $\Delta t$  – заданный шаг по времени,  $n$  – номер шага по времени. Тогда задача **Ошибка!** **Источник ссылки не найден.** стоит в нахождении  $K_{\text{ж}}^{(n)}$ ,  $Q_{\text{ж}}^{(n)}$ ,  $P_{\text{пл}}^{(n)}$ , при которых справедлива система уравнений (23), (24), а также:

$$Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n)} (P_{\text{пл}}^{(n)} - P_{\text{заб}}^{(n)}). \quad (25)$$

Выполним аппроксимацию уравнений (23) и (24) на интервале времени  $[(n-1)\Delta t; n\Delta t]^3$ :

$$\frac{\partial P_{\text{пл}}}{\partial t} \approx \frac{\Delta P_{\text{пл}}^{(n)}}{\Delta t} = \frac{P_{\text{пл}}^{(n)} - P_{\text{пл}}^{(n-1)}}{\Delta t} = - \frac{B_{\text{ж}}(P_{\text{пл}}^{(n)}) Q_{\text{ж}}^{(n)}}{\beta^* (S_{\text{в}}^{(n)}) V}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial S_{\text{в}}}{\partial t} \approx \frac{S_{\text{в}}^{(n)} - S_{\text{в}}^{(n-1)}}{\Delta t} = - \frac{B_{\text{в}}(P_{\text{пл}}^{(n)}) W_{\text{с}}(S_{\text{в}}^{(n)}) Q_{\text{ж}}^n}{\varphi V} - \frac{S_{\text{в}}^{(n)} (\varphi c_{\text{в}} + c_{\text{пласт}}) \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}}{\varphi \Delta t}, \quad (27)$$

откуда выразим:

$$\Delta P_{\text{пл}}^{(n)} = - \frac{\Delta t B_{\text{ж}}(P_{\text{пл}}^{(n)}) Q_{\text{ж}}^{(n)}}{\beta^* (S_{\text{в}}^{(n)}) V}; \quad (28)$$

$$P_{\text{пл}}^{(n)} = P_{\text{пл}}^{(n-1)} + \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}; \quad (29)$$

$$S_{\text{в}}^{(n)} = \frac{S_{\text{в}}^{(n-1)} - \frac{\Delta t B_{\text{в}}(P_{\text{пл}}^{(n)}) W_{\text{с}}(S_{\text{в}}^{(n)}) Q_{\text{ж}}^n}{\varphi V}}{1 + \frac{(\varphi c_{\text{в}} + c_{\text{пласт}}) C_{\text{ж}}(S_{\text{в}}^{(n)}) \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}}{\varphi}}. \quad (30)$$

Формула (4) примет вид:

$$K_{\text{ж}}^{(n)} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\text{ж}}^{(n-1)}} + \frac{B_{\text{ж}} \Delta t}{\beta^* V}} \quad (31)$$

Построим итерационный процесс для нахождения  $K_{\text{ж}}^{(n)}$ ,  $S_{\text{в}}^{(n)}$ ,  $Q_{\text{ж}}^{(n)}$ : воспользовавшись тем, что при задании контроля скважин по  $P_{\text{заб}}^{(n)}$  режим работы скважины устанавливается быстрее, чем завершается процесс изменения пластового давления за время  $\Delta t$ . Это означает, что скважина выступает граничным условием для пласта и в качестве начального приближения для  $Q_{\text{ж}}^{(n)}$  можно использовать коэффициент продуктивности и пластовое давление с предыдущего шага по времени:

$$Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n-1)} (P_{\text{пл}}^{(n-1)} - P_{\text{заб}}^{(n)}) \quad (32)$$

Основные шаги предлагаемого итерационного процесса:

<sup>3</sup> Переменные с индексом  $(n-1)$  считаются известными

- 1) Известны величины  $P_{пл}^{(n-1)}, K_{ж}^{(n-1)}, S_{в}^{(n-1)}$  с предыдущего шага по времени.
- 2) Задается начальное приближение  $S_{в}^{(n)} = S_{в}^{(n-1)}$ .
- 3) Вычисляется начальное приближение  $Q_{ж}^{(n)}$  по формуле (32).
- 4) Вычисляется объем дренирования по формуле (12) при  $t = n\Delta t$ .
- 5) Вычисляется  $P_{пл}^{(n)}$  по формулам (28), (29).
- 6) Пересчитывается новое приближение  $S_{в}^{(n)}$  по формуле (30).
- 7) Вычисляется  $K_{ж}^{(n)}$  по формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден..**
- 8) Пересчитывается новое приближение  $Q_{ж}^{(n)} = K_{ж}^{(n)}(P_{пл}^{(n)} - P_{заб}^{(n)})$ .
- 9) Шаги 3)-8) повторяются до тех пор, пока изменение  $Q_{ж}^{(n)}$  не станет меньше достаточно малого значения  $\epsilon$ .
- 10) Выполняется переход к следующему шагу по времени ( $n = n + 1$ ).

Легко видеть, что если итерационный процесс сходится, то справедливы соотношения (23)-(25) и задача решена. Отметим, что при расчете объема дренирования в формуле (12) учитывается изменение коэффициента пьезопроводности со временем.

В следующих разделах приведена подробная методика расчетов для однофазного и двухфазного случаев, а также вычислительные эксперименты, показывающие сходимость, корректность и применимость предложенного итерационного процесса.

## 2. Верификация сравнением с формулой Чекалюка для случая однофазной фильтрации

Заданы параметры:  $h = 10\text{ м}$ ;  $r_{скв} = 86\text{ мм} = 0,086\text{ м}$ ;  $\varphi = 0,2$ ;  $k = 0,1\text{ мкм}^2 = 0,1 * 10^{-12}\text{ м}^2$ ;  $c_{пласт} = 0,005\text{ МПа}^{-1} = 5 * 10^{-9}\text{ Па}^{-1}$ ;  $c_{ж} = 0,001\text{ МПа}^{-1} = 10^{-9}\text{ Па}^{-1}$ ;  $\mu_{ж} = 0,005\text{ Па} * \text{с}$ ;  $B_{ж} = 1$ ;  $P_{заб} = 220\text{ бар} = 220 * 10^5\text{ Па}$ ;  $P_{пласт} = 250\text{ бар} = 250 * 10^5\text{ Па}$ .

Эта формула **Ошибка! Источник ссылки не найден.** показывает, что объем ячейки  $V = V(t)$  должен увеличиваться со временем, чтобы учесть расширение области влияния скважины в неустановившемся режиме фильтрации.

С шагом  $\Delta t = 1\text{ сутки} = 86400\text{ сек}$  выполним расчет на 10 суток вперед по алгоритму для однофазного случая при  $\epsilon = 10^{-3}$ :

- 1) Известны величины  $P_{пл}^{(n-1)}, K_{ж}^{(n-1)}$  с предыдущего шага по времени.
- 2) Рассчитать

$$V = \frac{4\pi k h t}{\mu_{ж} \beta^*}$$

3) Вычисляется начальное приближение дебита  $Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n-1)}(P_{\text{пл}}^{(n-1)} - P_{\text{заб}}^{(n)})$ .

4) Вычисляется коэффициент объемного расширения жидкости:

$$B_{\text{ж}} = B_{\text{ж}}(P_{\text{пл}}^{(n)}).$$

1) Вычисляется коэффициент упругости пласта

$$\beta^* = \varphi c_{\text{ж}} + c_{\text{пласт}}.$$

5) Вычисляется новое приближение пластового давления

$$\Delta P_{\text{пл}}^{(n)} = -\frac{\Delta t B_{\text{ж}} Q_{\text{ж}}^{(n)}}{\beta^* V};$$

$$P_{\text{пл}}^{(n)} = P_{\text{пл}}^{(n-1)} + \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}.$$

6) Вычисляется новое приближение коэффициента продуктивности

$$K_{\text{ж}}^{(n)} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\text{ж}}^{(n-1)}} + \frac{\Delta t B_{\text{ж}}}{\beta^* V}}.$$

7) Пересчитывается новое приближение дебита  $Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n)}(P_{\text{пл}}^{(n)} - P_{\text{заб}}^{(n)})$ .

8) Шаги 1)-7) повторяются до тех пор, пока изменение  $Q_{\text{ж}}^{(n)}$  не станет меньше достаточно малого значения  $\epsilon$ .

9) Выполняется переход к следующему шагу по времени ( $n = n + 1$ ).

При  $n = 1$  в качестве  $K_{\text{ж}}^{(0)}$  возьмем значение, рассчитанное по формуле Чекалюка (2).

Результаты расчета приведены в Таблице 1 и Рисунках 1, 2, 3. Сходимость по новой методике достигнута за 3-4 итерации на разных шагах по времени.

Таблица 1. Результаты расчетов неустановившегося притока по новой методике и формуле Чекалюка

| t,<br>сутк<br>и | V(t), м³ | P <sub>заб</sub> (t),<br>бар | P <sub>пл</sub> (t),<br>бар | K <sub>ж</sub> <sup>n</sup> по<br>новой<br>методике,<br>м³/сут/бар | Q <sub>ж</sub> <sup>(n)</sup> по<br>новой<br>методике,<br>м³/сут | K <sub>ж</sub> (t) по<br>формуле<br>Чекалюка,<br>м³/сут/бар | Относительн<br>ое<br>отклонение<br>K <sub>ж</sub> (t), % | Количес<br>тво<br>итераций<br>до<br>сходимо<br>сти |
|-----------------|----------|------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1               | 41737,8  | 220                          | 250,0                       | 1,794                                                              | 89,7                                                             | 1,794                                                       | 0,00%                                                    |                                                    |
| 2               | 83475,7  | 220                          | 248,1                       | 1,723                                                              | 82,8                                                             | 1,697                                                       | 1,53%                                                    | 4                                                  |
| 3               | 125213,5 | 220                          | 246,9                       | 1,654                                                              | 77,6                                                             | 1,644                                                       | 0,55%                                                    | 4                                                  |
| 4               | 166951,4 | 220                          | 246,0                       | 1,614                                                              | 74,3                                                             | 1,609                                                       | 0,28%                                                    | 3                                                  |
| 5               | 208689,2 | 220                          | 245,4                       | 1,586                                                              | 72,0                                                             | 1,583                                                       | 0,17%                                                    | 3                                                  |
| 6               | 250427,1 | 220                          | 244,8                       | 1,564                                                              | 70,1                                                             | 1,562                                                       | 0,11%                                                    | 3                                                  |
| 7               | 292164,9 | 220                          | 244,4                       | 1,547                                                              | 68,7                                                             | 1,545                                                       | 0,08%                                                    | 3                                                  |

|    |          |     |       |       |      |       |       |   |
|----|----------|-----|-------|-------|------|-------|-------|---|
| 8  | 333902,8 | 220 | 244,0 | 1,532 | 67,4 | 1,531 | 0,06% | 3 |
| 9  | 375640,6 | 220 | 243,7 | 1,519 | 66,3 | 1,518 | 0,05% | 3 |
| 10 | 417378,5 | 220 | 243,4 | 1,508 | 65,4 | 1,507 | 0,04% | 3 |

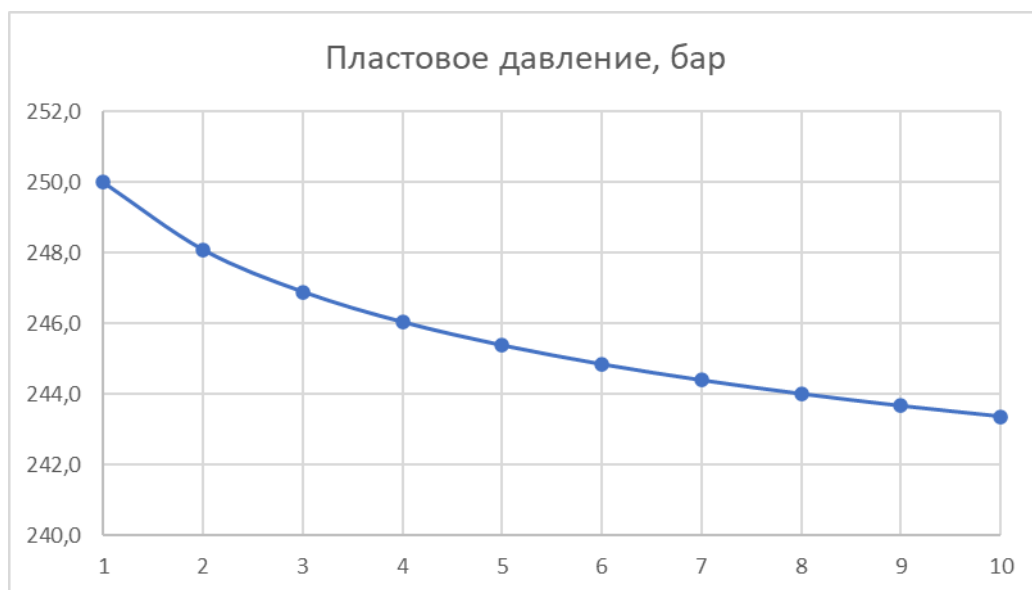


Рисунок 1 – Изменение расчетного пластового давления во времени (сутки)

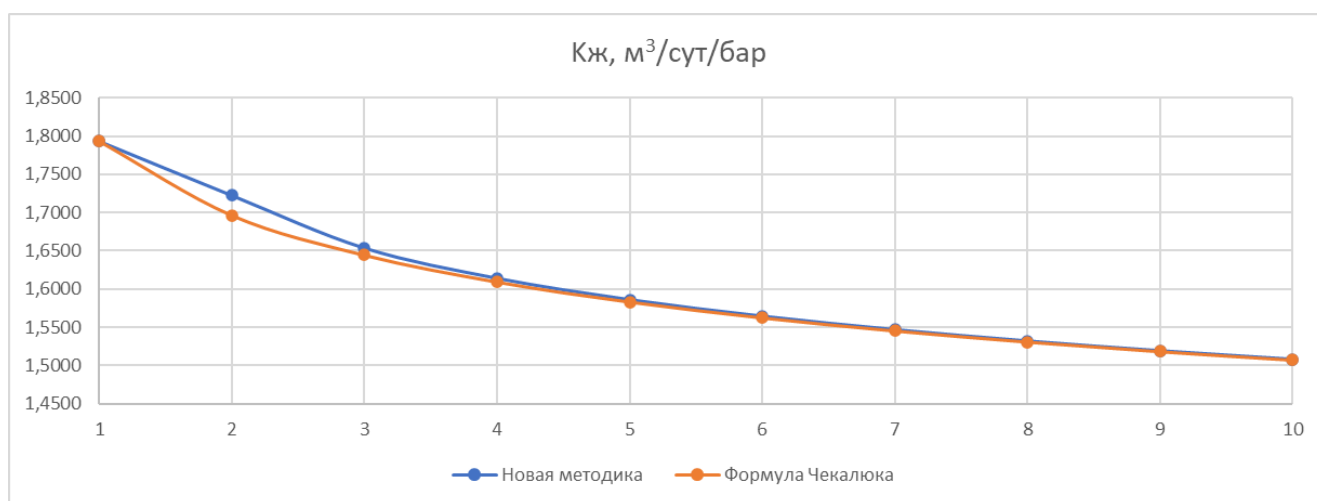


Рисунок 2 – Сравнение расчетов коэффициента продуктивности по жидкости во времени (сутки)

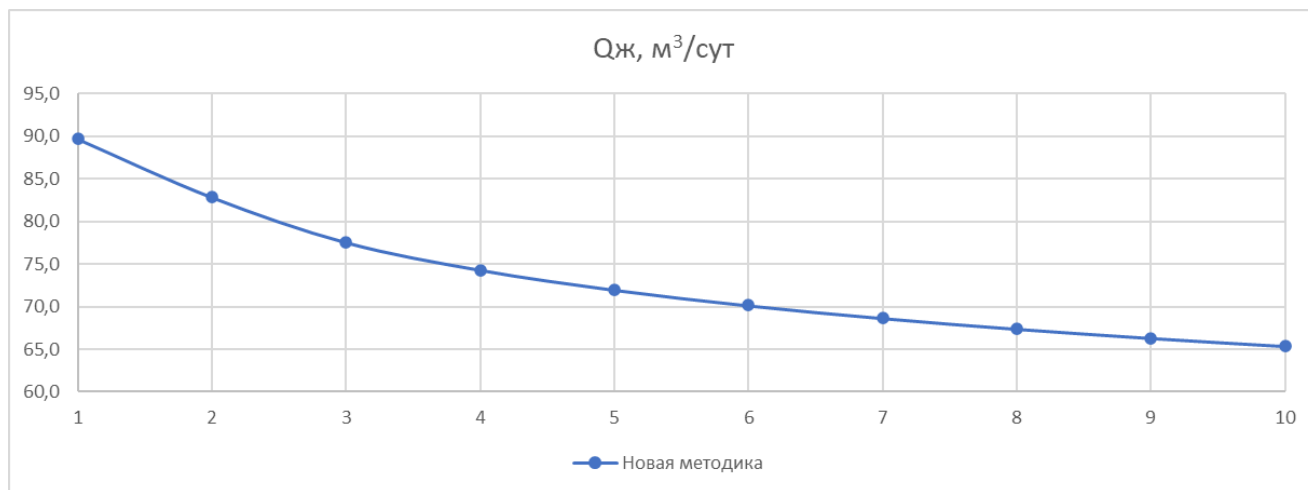


Рисунок 3 – Изменение дебита жидкости во времени (сутки)

Из (1) и (2) следует, что при заданном значении  $P_{\text{заб}}$  и отсутствии притока в дренируемый объем пласта коэффициент продуктивности  $K_{\text{ж}}(t)$  уменьшается со временем.

Зададим переменные условия по забойному давлению согласно таблице 2. На рисунке 4 представлено изменение расчетного дебита, отражающее влияние забойного давления.

Таблица 2. Результаты расчетов неустановившегося притока при переменном забойном давлении

| t, сутки | V(t), м³ | P <sub>заб</sub> (t), бар | P <sub>пл</sub> (t), бар | K <sub>ж</sub> <sup>n</sup> по новой методике, м³/сут/бар | Q <sub>ж</sub> <sup>(n)</sup> по новой методике, м³/сут | Количество итераций до сходимости |
|----------|----------|---------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1        | 41737,8  | 200,0                     | 250,0                    | 1,794                                                     | 89,7                                                    |                                   |
| 2        | 83475,7  | 200,0                     | 248,1                    | 1,723                                                     | 82,8                                                    | 4                                 |
| 3        | 125213,5 | 160,0                     | 245,9                    | 1,654                                                     | 142,1                                                   | 4                                 |
| 4        | 166951,4 | 160,0                     | 244,3                    | 1,614                                                     | 136,1                                                   | 3                                 |
| 5        | 208689,2 | 160,0                     | 243,1                    | 1,586                                                     | 131,8                                                   | 3                                 |
| 6        | 250427,1 | 160,0                     | 242,1                    | 1,564                                                     | 128,5                                                   | 3                                 |
| 7        | 292164,9 | 160,0                     | 241,3                    | 1,547                                                     | 125,8                                                   | 3                                 |
| 8        | 333902,8 | 220,0                     | 241,1                    | 1,532                                                     | 32,4                                                    | 3                                 |
| 9        | 375640,6 | 220,0                     | 241,0                    | 1,519                                                     | 31,8                                                    | 3                                 |
| 10       | 417378,5 | 220,0                     | 240,8                    | 1,508                                                     | 31,4                                                    | 3                                 |

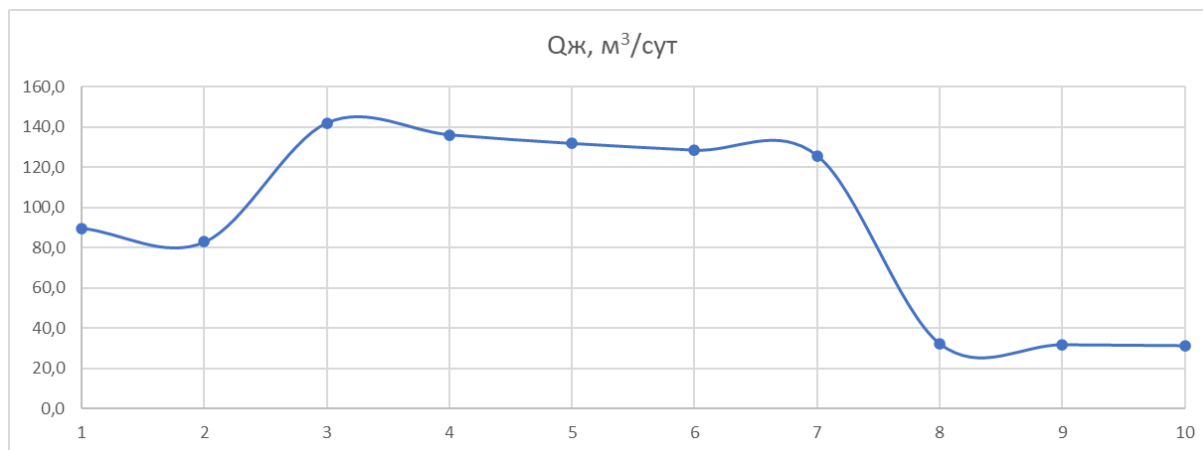


Рисунок 4 – Изменение дебита жидкости во времени (сутки) при переменном забойном давлении

Зависимость  $K_{\text{ж}}(t)$  от параметров  $B_{\text{ж}}$  представлена на Рисунке 5. Чем больше сжимаемость нефти, тем меньше величина  $K_{\text{ж}}(t)$ .

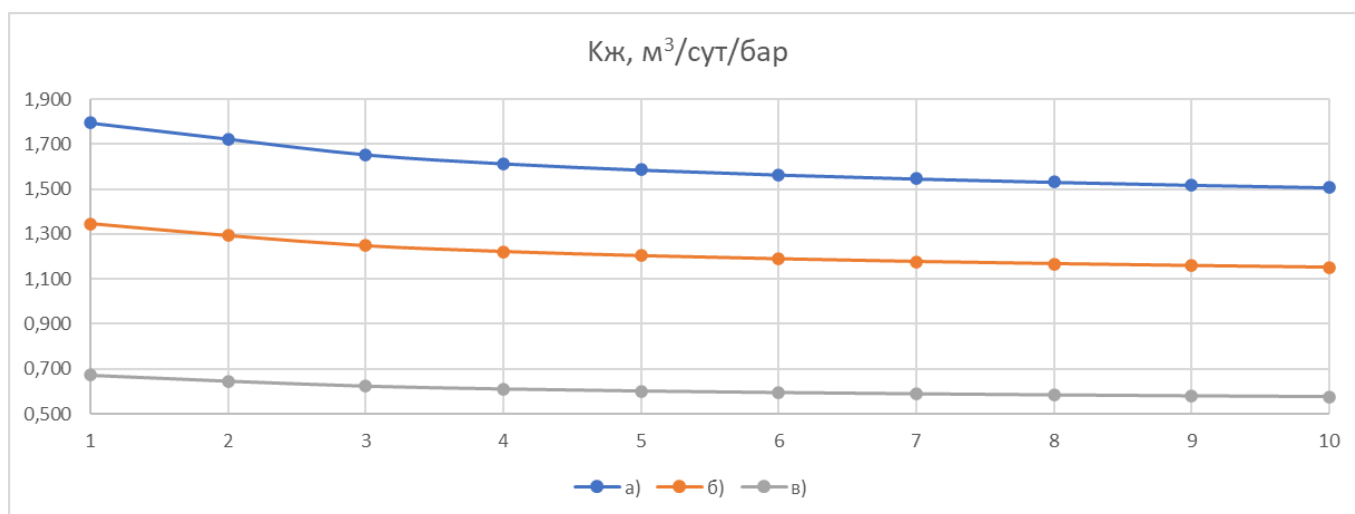


Рисунок 5 – Изменение коэффициента продуктивности во времени (сутки) в зависимости от объемного коэффициента жидкости: а)  $B_{\text{ж}} = 1$ ; б)  $B_{\text{ж}} = 0.14P_{\text{пл}}^{0.7}$ , где  $P_{\text{пл}}$  – в МПа; в)  $B_{\text{ж}} = 0.28P_{\text{пл}}^{0.7}$ , где  $P_{\text{пл}}$  – в МПа.

Проведенные расчеты показывают, что новая методика воспроизводит с хорошей точностью формулу Чекалюка при задании объема дренирования по формуле (12) **Ошибка! Источник ссылки не найден..**

### 3. Расчеты двухфазной фильтрации «нефть-вода» при давлении выше давления насыщения нефти

Полный алгоритм для двухфазного случая:

- 1) Известны величины  $P_{\text{пл}}^{(n-1)}$ ,  $K_{\text{ж}}^{(n-1)}$ ,  $S_{\text{в}}^{(n-1)}$  с предыдущего шага по времени.
- 2) Задается начальное приближение водонасыщенности  $S_{\text{в}}^{(n)} = S_{\text{в}}^{(n-1)}$ .
- 3) Вычисляется начальное приближение дебита жидкости:

$$Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n-1)} \left( P_{\text{пл}}^{(n-1)} - P_{\text{заб}}^{(n)} \right).$$

4) По заданным зависимостям вычисляются коэффициенты объемного расширения:

$$B_B = B_B(P_{\text{пл}}^{(n-1)});$$

$$B_H = B_H(P_{\text{пл}}^{(n-1)});$$

5) Вычисляется функция Баклея-Лeverетта и обводненность:

$$F = \frac{\frac{k_{\text{отн.в}}(S_B^{(n)})}{\mu_B}}{\frac{k_{\text{отн.в}}(S_B^{(n)})}{\mu_B} + \frac{k_{\text{отн.н}}(S_B^{(n)})}{\mu_H}};$$

$$W_c = \frac{\frac{F}{B_B}}{\frac{F}{B_B} + \frac{1-F}{B_H}}.$$

6) Вычисляются параметры смеси жидкости:

$$B_{\text{ж}} = B_B W_c + B_H (1 - W_c).$$

$$c_{\text{ж}} = (1 - S_B^{(n)})c_H + S_B^{(n)}c_B.$$

$$\mu_{\text{ж}} = (1 - S_B^{(n)})\mu_H + S_B^{(n)}\mu_B.$$

7) Вычисляется коэффициент упругости пласта:

$$\beta^* = \varphi c_{\text{ж}} + c_{\text{пласт}}.$$

8) Вычисляется объем дренирования при  $t = n\Delta t$ :

$$V = \frac{4\pi k h t}{\mu_{\text{ж}} \beta^*}$$

9) Вычисляется приближение пластового давления:

$$\Delta P_{\text{пл}}^{(n)} = -\frac{\Delta t B_{\text{ж}} Q_{\text{ж}}^{(n)}}{\beta^* V};$$

$$P_{\text{пл}}^{(n)} = P_{\text{пл}}^{(n-1)} + \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}.$$

10) Пересчитывается новое приближение водо-насыщенности:

$$S_B^{(n)} = \frac{S_B^{(n-1)} - \frac{\Delta t B_B W_c Q_{\text{ж}}^n}{\varphi V}}{1 + \frac{(\varphi c_B + c_{\text{пласт}}) \Delta P_{\text{пл}}^{(n)}}{\varphi}}.$$

11) Вычисляется новое приближение коэффициента продуктивности:

$$K_{\text{ж}}^{(n)} = \frac{1}{\frac{1}{K_{\text{ж}}^{(n-1)}} + \frac{\Delta P_{\text{пл}}^{(n)}}{Q_{\text{ж}}^{(n)}}}.$$

12) Пересчитывается новое приближение дебита жидкости:

$$Q_{\text{ж}}^{(n)} = K_{\text{ж}}^{(n)} (P_{\text{пл}}^{(n)} - P_{\text{заб}}^{(n)}).$$

13) Шаги 1)-12) повторяются до тех пор, пока изменение  $Q_{\text{ж}}^{(n)}$  не станет меньше достаточно малого значения  $\epsilon$ .

14) Выполняется переход к следующему шагу по времени ( $n = n + 1$ ).

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

### Заключение

1. В данной статье для упругого режима фильтрации «нефть-вода» предложен новый метод увязки изменения пластового давления  $P_{\text{пл}}(t)$ , коэффициента продуктивности  $K_{\text{ж}}(t)$  и дебита жидкости  $Q_{\text{ж}}(t)$  при заданном забойном давлении  $P_{\text{заб}}(t)$  вертикальной или наклонно-направленной скважины. В основе метода лежит итерационный процесс с полученными явными формулами, пригодными для инженерных расчетов при переходе между временными интервалами прогноза, в том числе новое соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{K_{\text{ж}}(t)} \right) = \frac{B_{\text{ж}}}{\beta^* V},$$

которое следует из соотношений материального баланса в объеме дренирования пласта и зависимости дебита жидкости от коэффициента продуктивности скважины. В качестве входных параметров метода используются значения начального пластового давления, начальной водонасыщенности, начального коэффициента продуктивности, забойного давления, петрофизических свойств пласта и физико-химические свойства флюидов.

2. Показано, что в случае однофазной фильтрации расчет объема дренирования с использованием формулы Чекалюка обеспечивает отклонение результатов по дебиту не более 2%.

3. Приведены результаты расчетов для двухфазной фильтрации системы «нефть-вода», демонстрирующие сходимость и практическую применимость метода для экспресс-анализа разработки нефтяных месторождений. Во всех проведенных вычислительных экспериментах метод сходиллся не более чем за 6 итераций.

4. Предложенная методика может быть использована для адаптации исторических данных по дебитам и прогнозирования динамики разработки нефтяных месторождений, например, в составе CRM-моделей и оценки темпов падения добычи. В меньшей степени метод применим для оценки запускных дебитов, поскольку требуется задать начальное значение коэффициента продуктивности скважины.

5. Метод можно адаптировать для прогнозирования приемистости нагнетательных скважин, что открывает перспективы для дальнейших исследований.

### Список литературы

1. Щелкачев В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: Монография: В 2 ч. – М.: Нефть и газ, 1995. Ч. 1. – 586 с.
2. Новый метод мониторинга динамики изменения коэффициента продуктивности скважин / Л. А. Давлетбакова, С. И. Габитова, В. Ю. Климов [и др.] // РРОнефть. Профессионально о нефти. – 2021. – Т. 6, № 2. – С. 33-38.
3. Методические указания по комплексированию и этапности выполнения геофизических, гидродинамических и геохимических исследования нефтяных и нефтегазовых месторождениях. РД – 153-39.0-109-01. – М., 2002. – 75 с.
4. Конопля, Д. В. Возможность планирования работ по выводу скважины на режим / Д. В. Конопля // Нефтяное хозяйство. – 2008. – № 7. – С. 114-118.
5. Басниев К.С., Кочина И. Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
6. Муфазалов, Р. Ш. Скин-фактор. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта / Р. Ш. Муфазалов // Георесурсы. – 2013. – № 5(55). – С. 34-48.
7. Мищенко И.Т. Скважинная добыча нефти: Учебное пособие для вузов. – М: ФГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. – 816 с.
8. ГОСТ Р 56449-2015. Месторождения газовые, газоконденсатные, нефтегазовые и нефтегазоконденсатные. Программное обеспечение для гидродинамического моделирования месторождений. Основные функциональные и технические требования.
9. С. В. Степанов, А. Д. Бекман, А. А. Ручкин, Т. А. Поспелова. Сопровождение разработки нефтяных месторождений с использованием моделей CRM. – Тюмень: ИПЦ «Экспресс», 2021. – 300 с.
10. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003 – 128 с.