

СОВОКУПНОСТЬ РЕШЕНИЙ ВАКУУМНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА С Λ -ЧЛЕНОМ

Михаил Батанов-Гаухман¹

(1) Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Институт № 2 “Авиационные и ракетные двигатели и энергетические установки”,
ул. Волоколамское шоссе 4, Москва – Россия, 125993
(e-mail: alsignat@yandex.ru)

01.08.26

АННОТАЦИЯ

В статье предлагается использовать все 12 метрик-решений вакуумного уравнения Эйнштейна с Λ -членом в рамках построения одной системы, состоящей из метрико-динамических моделей одного стабильного выпуклого вакуумного образования и одного стабильного вогнутого вакуумного образования. Такой подход является предпосылкой для создания Иерархической космологической модели, как части единого проекта «Геометризованная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур» [5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20], нацеленного на развитие программы Клиффорда - Эйнштейна - Уилера по полной геометризации физики.

ABSTRACT

The article proposes to use all 12 metric-solutions of the Einstein's vacuum equation with the Λ -term within the framework of constructing a single system consisting of metric-dynamic models of one stable convex vacuum formation and one stable concave vacuum formation. This approach is a prerequisite for the creation of a Hierarchical Cosmological Model as part of a unified project "Geometrized Vacuum Physics Based on the Algebra of Signature" [5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20], aimed at developing the Clifford-Einstein-Wheeler program for the complete geometrization of physics

Ключевые слова: вакуум, вакуумное уравнение Эйнштейна, метрики-решения вакуумного уравнения, иерархическая космологическая модель.

Keywords: vacuum, Einstein's vacuum equation, metric-solutions of the vacuum equation, hierarchical cosmological model.

ВВЕДЕНИЕ

*Математика подводит нас к Вратам
Истины, но этих Врат не открывает.
В. Одоевский*

Вакуумное уравнение Эйнштейна с Λ -членом имеет вид:

$$R_{ik} \pm \Lambda g_{ik} = 0, \quad (1)$$

где g_{ik} – компоненты метрического тензора гладкого 4-мерного пространства с метрикой Римана $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$;

$$R_{ik} = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{mk}^l - \text{тензор Риччи}; \quad (2)$$

$$\Gamma_{ik}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\mu} \left(\frac{\partial g_{\mu k}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{i\mu}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^\mu} \right) - \text{символы Кристоффеля}; \quad (3)$$

$$T_{ik} = 0 - \text{тензор энергии-импульса внешнего материального источника}; \quad (4)$$

$$\Lambda = \pm 3/r_a^2 - \text{постоянная величина (где } r_a - \text{радиус сферы), в космологии ее называют космологической постоянной. При } r_a \rightarrow \infty \text{ величина } \Lambda \text{ стремиться к нулю } (\Lambda = 0). \quad (5)$$

Вакуумное уравнение (1) является квинтэссенцией опыта, обретенного научным сообществом к началу 20-го века, так как в данном уравнении непостижимым образом гармонично переплелись многие основные гносеологические принципы, лежащие в основе науки и философии:

1] Принцип общей ковариантности (т.е., независимость вида уравнений и инвариантов от выбора системы координат или системы отсчета; в сущности, тензорный характер уравнений) [1];

- 2] Принцип координатной инвариантности (т.е., независимость законов физики от выбора системы координат). Различие между общей ковариантностью и координатной инвариантностью заключается в том, на какой объект направлено требование неизменности: на *форму записи уравнений* или на *значение физической величины*;
- 3] Принцип эквивалентности (т.е., локальным искривлениям, движениям и ускорениям ставятся в соответствие локальные системы отсчета). Понятие «силы» заменено на движение по инерции в искривленном пространстве-времени;
- 4] Принцип независимости скорости света от системы отсчета (т.е., объединение пространства и времени в единый пространственно-временной континуум с метрикой вида $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0$);
- 5] Принцип причинности (т.е., любое событие может оказать причинно-следственное влияние только на те события, которые происходят позже него, т.е. внутри окружности с радиусом не более $l = cdt$, где dt – промежуток времени между событиями);
- 6] Принцип экстремума действия (геодезические линии искривленного 4-мерного пространства экстремальны). Давид Гильберт, почти одновременно с Альбертом Эйнштейном (в ноябре 1915 года) вывел основное уравнение ОТО и получил тензор $R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik}$, используя вариационный принцип наименьшего действия из лагранжиана $L = R\sqrt{-g}$ (где $R = g^{ik}R_{ik}$ – скалярная кривизна, $g = |g_{ik}|$ – детерминант матрицы g_{ik});
- 7] Принцип симметрии (условия неизменчивости, из которых вытекают законы сохранения);
- 8] Принцип относительности (в уравнение (1) входят только относительные величины, включая время);
- 9] Квазилинейность: Несмотря на нелинейность, уравнение (1) является квазилинейным, поскольку старшие (вторые) производные входят в него линейно. Это гарантирует, что задача Коши (эволюция во времени) корректно поставлена при гладких начальных условиях;
- 10] Диффеоморфная инвариантность (калибровочная свобода): Если g_{ik} является решением, то любое решение, полученное применением произвольной замены координат (диффеоморфизма), также будет решением. Это означает, что система содержит 4 степени свободы (физических) из 10 компонент метрики. Остальные 6 – это калибровочные и связанные степени;
- 11] При $T_{\mu\nu} = 0$ условие $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ выполняется тривиально. Поэтому любые пробные частицы в таком пространстве двигаются по геодезическим линиям;
- 12] Отсутствие выделенного масштаба (масштабная-инвариантность): в вакуумное уравнение (1) входит только одна фундаментальная константа c – скорость света; масштаб (радиус) появляется только при введении граничных условий;
- 13] Вакуумное уравнение (1) инвариантно относительно замены $t \rightarrow -t$ (отсутствие стрелы времени);
- 14] Самосогласованность: при выполнении условия глобальной гиперболичности вакуумное уравнение (1) гарантирует, что геодезические линии не пересекаются хаотично, сохраняя причинность;
- 15] В каждой точке риманова пространства-времени всегда можно выбрать локально инерциальную систему, такую, что ее метрика становится плоской в первом порядке, и это свойство встроено в само уравнение (1);
- 16] Вакуумное уравнение (1) можно рассматривать как 10 законов сохранения для выявления стабильных вакуумных образований, поскольку ковариантная производная в правой части уравнения (1) равна ее обычной производной и равна нулю

$$\nabla_j 0 = \frac{\partial 0}{\partial x^j} - \Gamma_{ij}^l 0 - \Gamma_{kj}^l 0 = \frac{\partial 0}{\partial x^j} = 0. \quad (6)$$

Следовательно, ковариантная производная левой части уравнения (1) так же равна ее обычной производной и равна нулю (это следствие тензорного характера данного уравнения)

$$\nabla_j [R_{ik} + \Lambda g_{ik}] = \frac{\partial [R_{ik} + \Lambda g_{ik}]}{\partial x^j} = 0. \quad (7)$$

17] Главное свойство вакуумного уравнения (1) – это парадокс пустоты. Оно представляет собой жесткую, самодостаточную систему, которая при отсутствии вещества (материи) не исключает существования стабильных деформаций пространства-времени и волновых вакуумных возмущений, распространяющиеся со скоростью света и подчиняющиеся строгим геометрическим законам сохранения [4].

Кроме того, в вакуумном уравнении Эйнштейна (1) латентно присутствует вся «Аналитика» (т.е., формальная логика) Аристотеля, «Геометрии» Евклида и Римана, Альмагест (*Almagestum*) Птолемея, «Натуральная философия» Ньютона, «Критика чистого разума» Канта, «Феноменология и Диалектика» Гегеля и многое другое. То есть, в уравнении (1) сконцентрирован весь багаж человеческих знаний, накопленный к 20-й центурии от начала нашей эры. Здесь парадоксально пересекаются многие исходные философские дихотомии такие, как: «Бесконечность и Конечность», «Присутствие и Отсутствие», «Порядок и Хаос», «Покой и Движение», «Свет и Тьма», «Бытие и Небытие», «Общее и Частное», «Непрерывное и Дискретное», «Детерминизм и Стохастичность», «Четное и Нечетное», «Абсолютное и Относительное», «Имманентное и Трансцендентное», «Сознание и Бытие», «Добро и зло».

Такое сочетание основополагающих научных принципов и философских начал в одном уравнении (1) привносит ощущение сакральности и особой важности его решений.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОД

1 Решения вакуумного уравнения Эйнштейна с Λ -членом

Решениями в сферических координатах (t, r, θ, ϕ) вакуумного уравнения Эйнштейна с Λ -членом (1)

$$R_{ik} + \Lambda g_{ik} = 0 \quad (1')$$

являются 10 метрик общего вида (Коттлера)

$$ds_1^2 = \pm f(r) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\pm f(r)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2. \quad (8)$$

Из них пять метрик-решений с сигнатурой $(+ - - -)$:

$$I \quad ds_1^{(+)^2} = \left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (9)$$

$$H \quad ds_2^{(+)^2} = \left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (10)$$

$$V \quad ds_3^{(+)^2} = \left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (11)$$

$$H' \quad ds_4^{(+)^2} = \left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (12)$$

$$i \quad ds_5^{(+)^2} = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2; \quad (13)$$

и пять аналогичных метрик-решений с противоположной сигнатурой $(- + + +)$

$$H' \quad ds_1^{(-)^2} = -\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (14)$$

$$V \quad ds_2^{(-)^2} = -\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (15)$$

$$H \quad ds_3^{(-)^2} = -\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (16)$$

$$I \quad ds_4^{(-)^2} = -\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (17)$$

$$i \quad ds_5^{(-)^2} = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (18)$$

В современных научных работах обычно используют только одну сигнатуру (+ – –) или (– + +), а метрики-решения, например, (9) – (13) рассматриваются по отдельности для различных космологических задач (Табл. 1).

Таблица 1 – Параметры метрик-решений вакуумного уравнения (1)

№	$f(r)$	Метрика, Λ	Массовый параметр, M	Скалярная кривизна, R
1	$1 - r_b/r + r^2/r_a^2$	$\Lambda < 0$ Шварцшильда – анти-де Ситтера (Sch-AdS)	$M > 0$	$-\frac{12}{r_a^2}$
2	$1 + r_b/r - r^2/r_a^2$	$\Lambda > 0$ Шварцшильда – де Ситтера (Sch-dS) (с отрицательной космологической постоянной)	$M > 0$	$+\frac{12}{r_a^2}$
3	$1 - r_b/r - r^2/r_a^2$	$\Lambda > 0$ Шварцшильда – де Ситтера (Sch-dS)* (стандартная метрика Sch-dS или метрика Коттлера)	$M > 0$	$+\frac{12}{r_a^2}$
4	$1 + r_b/r + r^2/r_a^2$	$\Lambda < 0$ Шварцшильда – анти-де Ситтера (Sch-AdS) (отталкивательное центральное решение в пространстве анти-де Ситтера)	$M < 0$	$-\frac{12}{r_a^2}$
5	1	$\Lambda = 0$ Неискривленное пространство Минковского	$M = 0$	0

* Впервые Фридрих Коттлер записал метрику вида (11) (the Kottler metric)

$$ds_{Kottler}^2 = \left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (11')$$

в статье [2], которая была опубликована в марте 1918 г., после опубликования ОТО Эйнштейна.

В предельном случае: $r_a \neq \infty$ и $r_b = 0$ метрика Коттлера (11) переходит в метрику де Ситтера

$$ds_{de\ Sitter}^2 = \left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

В другом предельном случае: $r_a = \infty$ и $r_b \neq 0$, метрика Коттлера (11) переходит в метрику Шварцшильда

$$ds_{Schwarzschild}^2 = \left(1 - \frac{r_b}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_b}{r}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

В третьем случае: $r_a = \infty$ и $r_b = 0$, метрика Коттлера (11) приобретает вид метрики Минковского для неискривленного пространства $ds_{Minkowski}^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$.

Поэтому метрики-решения вакуумного уравнения Эйнштейна (9) – (12) и (14) – (17) называют соответственно метриками Шварцшильда – де Ситтера (Schwarzschild – de Sitter solutions) и метриками Шварцшильда – анти - де Ситтера (Schwarzschild – anti - de Sitter solutions) (сокращенно Sch-dS и Sch-AdS метриками).

2 Объединение решений вакуумного уравнения

Вакуумное уравнения Эйнштейна (1) является нелинейным уравнением, поэтому суммы и разности метрик (9) – (13) и (14) – (18) не могут быть решениями этого уравнения.

С другой стороны, уравнение (1) определяет метрико-динамическое состояние некоторой области вакуума и все его метрики-решения, например, (9) – (13) в равной степени относятся к данной области. Другими словами, все решения (9) – (13) с сигнатурой (+ – –) должны относиться к одной системе (в частности, к стабильной выпуклости вакуума), а все решения (14) – (18) должны относиться ко второй противоположной системе (в частности, к стабильной вогнутости вакуума).

Сумма всех 10-и метрик-решений (9) – (18)

$$ds_0^{(\pm)2} = \sum_{i=1}^5 ds_i^{(+2)} + \sum_{j=1}^5 ds_j^{(-2)} = 0 \quad (19)$$

приводит к двум нулевым метрикам

$$ds_0^{(\pm)2} = \pm 0 \cdot c^2 dt^2 \mp 0 \cdot dr^2 \mp 0 \cdot r^2 d\theta^2 \mp 0 \cdot r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 = 0, \quad (20)$$

которые являются 11-й и 12-м тривиальными исходными метриками-решениями вакуумного уравнения (1) [4].

Таким образом, очевидно, что возможна ситуация, когда полная сумма решений нелинейного уравнения (1) так же является его решением, что дополнительно свидетельствует в пользу того, что все 12 вышеуказанных метрик-решений относятся к единой системе.

В статьях [5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20] под общим названием «Геометризированная физика вакуума на основе Алгебры сигнатур» (ГФВ&АС) предпринята попытка объединить все метрики-решения (9) – (20) вакуумного уравнения Эйнштейна (1) в рамках единой системы.

3 Усреднение метрик-решений вакуумного уравнения

В рамках ГФВ&АС [5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20] предложено несколько способов объединения метрик-решений (9) – (20) вакуумного уравнения (1) в рамках единой системы. Одна из возможностей такого объединения связана с усреднением этих метрик.

Усреднение всех 10-и метрик (9) – (18) приводит к полной взаимной компенсации, т.к. их сумма (19) равна нулю. Поэтому предлагается усреднять по отдельности метрики (9) – (12), определяющие структуру выпуклости вакуума, и метрики (14) – (17), определяющие структуру вогнутости вакуума.

Результатом усреднения, например, метрик (9) – (12), является метрика

$$ds_{\Sigma}^{(+2)} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 ds_i^{(+2)} = c^2 dt^2 - g_{11}^{(+)}(r) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (21)$$

$$\text{где } g_{11}^{(+)}(r) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} \right]. \quad (22)$$

Подставим компоненты $g_{ii}^{(+)}$ из усредненной метрики (21) в выражения для компонент 4-вектора относительного удлинения вакуума (47) в [7] (смотрите также [3])

$$l_i^{(+)} = \frac{\Delta r}{r} = \sqrt{1 + \frac{g_{ii}^{(+)} - g_{ii0}^{(+)}}{g_{ii0}^{(+)}}} - 1, \quad (23)$$

где компоненты $g_{ii0}^{(+)}$ берутся из неискривленной метрики (13). В результате получим

$$\begin{aligned} l_r^{(+)} &= \frac{\Delta r}{r} = \sqrt{1 + \frac{g_{rr}^{(+)} - g_{rr0}^{(+)}}{g_{rr0}^{(+)}}} - 1 = \sqrt{g_{11}^{(+)}(r)} - 1 = \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_b}{r} - \frac{r^2}{r_a^2}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{r_b}{r} + \frac{r^2}{r_a^2}\right)} \right]} - 1, \end{aligned} \quad (24)$$

$$l_t^{(+)} = 0, \quad l_{\theta}^{(\pm)} = 0, \quad l_{\phi}^{(\pm)} = 0. \quad (25)$$

График функции $l_r^{(+)}(24)$ при условно принятых $r_a = 60$ и $r_b = 1,5$, которая определяет относительное удлинение вакуума в радиальном направлении, показан на рис. 1. Из этого графика видно, что получился практически полный шар (т.е. замкнутое сферическое пространство, напоминающее мир де Ситтера) с сильно растянутыми краями, внутри которого находится сферическая полость (ядрышко Шварцшильда).

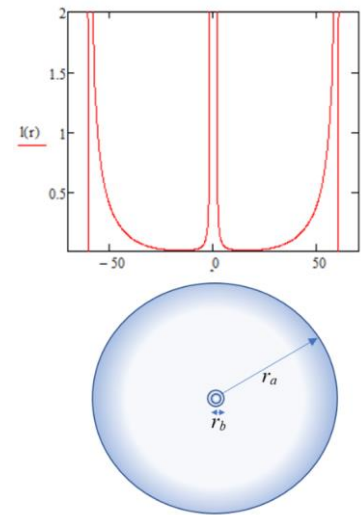


Рис. 1: График функции относительного удлинения $l_r^{(+)}(24)$, определяющей относительное удлинение вакуума в радиальном направлении

Будем называть такое выпуклое вакуумное образование «корпускулой» Шварцшильда - де Ситтера. Прodelывая аналогичные операции с метриками-решениями (14) – (17) с противоположной сигнатурой $(-+++)$, получим точно также устроенную сферическую вогнутость вакуума (т.е., «анти-корпускулу» Шварцшильда - де Ситтера).

Радиусы r_a и r_b , изначально не определены. То есть, вакуумное уравнение (1) из-за масштабной инвариантности допускает любое их значение при условии $r_b \ll r_a$. Поэтому «корпускулы» (т.е., сферические выпуклости вакуума) и «анти-корпускулы» (т.е., сферические вогнутости вакуума) Шварцшильда - де Ситтера могут быть любого размера.

Это свойство вакуумного уравнения Эйнштейна (1) в совокупности с использованием всех 16-и возможных сигнатур 4-мерных метрических пространств (32) в [6]

$$\text{sign}(ds^{(a,b)2}) = \begin{pmatrix} (+ + + +) & (+ + + -) & (- + + -) & (+ + - +) \\ (- - - +) & (- + + +) & (- - + +) & (- + - +) \\ (+ - - +) & (+ + - -) & (+ - - -) & (+ - + +) \\ (- - + -) & (+ - + -) & (- + - -) & (- - - -) \end{pmatrix} \quad (26)$$

позволило построить Иерархическую космологическую модель [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20], в рамках которой Вселенная населена бесконечным множеством «корпускул» и «анти-корпускул» различного масштаба с декретным набором радиусов r_{ai} и r_{bj} (рис. 2).



Рис. 2: Иллюстрация пространства, заполненного «корпускулами» и «анти-корпускулами» различного масштаба

ВЫВОДЫ

*Не то, что мните вы, Природа:
Не слепок, не бездушный лик —
В Ней есть Душа, в Ней есть Свобода,
В Ней есть Любовь, в Ней есть Язык...*
Ф. Тютчев

В данном кратком сообщении предпринята попытка привлечь внимание научной общественности к тому, что учет всех 12-и возможных метрик-решений (9) – (18) и (20) вакуумного уравнения Эйнштейна (1) в рамках одной метрико-динамической модели (системы), приводит к вполне осмысленным результатам.

Такой подход позволяет построить Иерархическую космологическую модель на базе математического аппарата «Геометризированной физики вакуума на основе Алгебры сигнатур» [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. В рамках данной иерархической модели пространство заполнено стабильными, замкнутыми сферическими (выпуклыми и вогнутыми) вакуумными образованиями («корпускулами» и «анти-корпускулами» различного масштаба (рис. 2).

Всякий раз, когда мы выводим за рамки рассмотрения те или иные решения уравнений математической физики, это в итоге неизбежно приводит к тупиковым ситуациям, парадоксам, сингулярностям и расходимостям. Напротив, полнота учета всех возможностей, предоставляемых математикой, неуклонно ведет к построению логически завершенных моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (1971) Теория поля. Том 2. – М.: Наука, 1988. – 509 стр. – ISBN 5-02-014420-Available in English: Landau L.D., Lifshitz E.M. (1971) The Classical Theory of Fields / Course of theoretical physics, V. 2 Translated from the Russian by Hamermesh M. University of Minnesota – Pergamon Press Ltd. Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig, p. 387.
- [2] Kottler, F. (1918) Über die physikalischen Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie// Annalen der Physik, Vol. 56, pp. 401-462. doi:10.1002/andp.19183611402.
- [3] Седов Л.И. (1994) Механика сплошных сред. Т.1. – М.: Наука.

- [4] Шипов Г.И. (1998). Теория физического вакуума. Москва СТ-Центр, Россия ISBN 5 7273-0011-8.
- [5] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть I. Алгебра стигматур. Препринт <https://doi.org/10.24108/preprints-3113027>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part I. Algebra of Stignatures. Avances en Ciencias e Ingeniería, 14 (1), 1-26, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-1-ano-2023-articulo-1/>; and Preprints <https://doi.org/10.20944/preprints202306.0765.v3>, or [viXra:2403.0035](https://arxiv.org/abs/2403.0035).
- [6] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть II. Алгебра сигнатур. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113028>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part II. Algebra of Signatures. Avances en Ciencias e Ingeniería, 14 (1), 27-55, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-1-ano-2023-articulo-2/>; and Preprints, <https://doi.org/10.20944/preprints202307.0716.v1>, or [viXra:2403.0034](https://arxiv.org/abs/2403.0034).
- [7] Батанов-Гаухман М. (2023) Геометризованная физика вакуума. Часть III. Искривленная область вакуума. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113032>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2023). Geometrized Vacuum Physics. Part III. Curved Vacuum Area. Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 2 año 2023 Artículo 5, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-2-ano-2023-articulo-5/>; and Preprints 2023, 2023080570. <https://doi.org/10.20944/preprints202308.0570.v4>, or [viXra:2403.0033](https://arxiv.org/abs/2403.0033).
- [8] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть IV. Динамика вакуумных слоев. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113039>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M., (2024). Geometrized Vacuum Physics. Part IV: Dynamics of Vacuum Layers. Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 3 año 2023 Artículo 1 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-3-ano-2023-articulo-1/>, and Preprints.org. <https://doi.org/10.20944/preprints202310.1244.v3>, or [viXra:2403.0032](https://arxiv.org/abs/2403.0032).
- [9] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть 5: Стабильные вакуумные образования. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113040>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M., (2024). Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 3 año 2023 Artículo 2 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-3-ano-2023-articulo-2/>, or [viXra:2405.0002](https://arxiv.org/abs/2405.0002).
- [10] Батанов-Гаухман М. (2024) Геометризованная физика вакуума. Часть 6: Иерархическая космологическая модель. PREPRINTS.RU <https://doi.org/10.24108/preprints-3113086>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2024) Geometrized Vacuum Physics Part 6: Hierarchical Cosmological Model, Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 14 nro 4 año 2023 <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-14-nro-4-ano-2023-articulo-3/> or [viXra:2408.0010](https://arxiv.org/abs/2408.0010).
- [11] Батанов-Гаухман М. С. (2025) Геометризованная физика вакуума. Часть 7: «электрон» и «позитрон». PREPRINTS.RU, <https://doi.org/10.24108/preprints-3113132>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025). Geometrized Vacuum Physics Part VII: "Electron" and "Positron", Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 1 año 2024 Artículo 3, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-1-ano-2024-articulo-3/>, or [viXra:2409.0097](https://arxiv.org/abs/2409.0097).
- [12] Батанов-Гаухман М. С. (2025) Геометризованная физика вакуума. Часть 8: инерционный электромагнетизм движущихся «частиц». Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113170>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part VIII: Inertial Electromagnetism of Moving «Particles»//Avances en Ciencias e Ingeniería, Vol. 15 nro 2 año 2024 Artículo 1, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-2-ano-2024-articulo-1/>, or [viXra:2411.0086](https://arxiv.org/abs/2411.0086).
- [13] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 9: «Нейтрино». Preprints.Ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113337>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part IX: «Neutrino»//Avances en Ciencias e Ingeniería, Vol. 15 nro 3 año 2024 Artículo 1, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-3-ano-2024-articulo-1/> or [viXra:2501.0059](https://arxiv.org/abs/2501.0059).
- [14] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 10: «Планеты» и «звезды». Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113413>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part X: Naked «Planets» and «Stars»// Avances en Ciencias e Ingeniería Vol. 15 nro 3 año 2024 Artículo 2, <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-3-ano-2024-articulo-2/>, or [viXra:2502.0139](https://arxiv.org/abs/2502.0139).
- [15] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. часть 11: Гравитация и Левитация. Preprints.ru. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113413>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part XI: Gravity And Levitation. Avances en Ciencias e Ingeniería, Vol. 15 nro 4 año 2024 Artículo 1. Publicada el agosto 7, 2025. <https://www.executivebs.org/publishing.cl/avances-en-ciencias-e-ingenieria-vol-15-nro-4-ano-2024-articulo-1/>, or [viXra:2504.0180](https://arxiv.org/abs/2504.0180).
- [16] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризованная физика вакуума. Часть 12: голые «галактики» – «частицы» темной материи? Preprints.ru, <https://doi.org/10.24108/preprints-3113692>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025) Geometrized Vacuum Physics. Part XII: Naked "Galaxies" - "Particles" of Dark Matter?//Avances en Ciencias e Ingeniería, Vol. 16 nro 1:1-46, DOI: [10.65093/aci.v16.n1.2025.21](https://doi.org/10.65093/aci.v16.n1.2025.21) and [viXra:2508.0158](https://arxiv.org/abs/2508.0158).

- [17] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризированная физика вакуума. Часть 13: Связь с квантовой механикой. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113016>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025). Geometrized vacuum physics. Part XIII: Connection with quantum mechanics. *Avances en Ciencia e Ingeniería*, Vol. 16 nro 2, 21–57. <https://doi.org/10.65093/aci.v16.n2.2025.28> and [viXra:2510.0084](https://arxiv.org/abs/2510.0084).
- [18] Батанов-Гаухман М. С. (2025). Геометризированная физика вакуума. Часть 14: «Атом водорода». Preprints.ru <https://doi.org/10.24108/preprints-3115872>. Available in English: Batanov-Gaukhman, M. (2025). Geometrized vacuum physics. Part 14: Geometrized Vacuum Physics. Part 14: "the Hydrogen Atom", [viXra:2607.0064](https://arxiv.org/abs/2607.0064)
- [19] Batanov-Gaukhman M. (2024) Development of the Stochastic Interpretation of Quantum Mechanics by E. Nelson. Derivation of the Schrödinger-Euler-Poisson Equations. *Recent Progress in Materials* **2024**; 6(2): 014; [10.21926/rpm.2402014](https://doi.org/10.21926/rpm.2402014), or [arXiv:2011.09901v10](https://arxiv.org/abs/2011.09901v10). Доступно на русском языке: Батанов-Гаухман М. С. (2024). Вывод уравнений Шредингера на основании объединения принципов наименьшего действия и максимума энтропии. PREPRINTS.RU. <https://doi.org/10.24108/preprints-3113016>.
- [20] Batanov-Gaukhman, M. (2026). Analog of a Compact Calabi-Yau Manifold Based on the Algebra of Signatures. *Int J Quantum Technol*, 2(1), 01-19, [DOI10.66311/3068-9090.02.01.12](https://doi.org/10.66311/3068-9090.02.01.12).