

Дедуктивный формализм электродинамики

Часть 1

Ю.А. Спиричев

АО «Научно-исследовательский и конструкторский институт радиоэлектронной техники»

г. Заречный, Пензенская обл., Россия

E-mail: yurii.spirichev@mail.ru

Показан аксиоматический подход к развитию электродинамики в виде дедуктивного формализма на основе четырехмерной псевдоевклидовой геометрии, предложенный А. Пуанкаре и Г. Минковским. На основе этого формализма расширено описание и уточнены уравнения движения электромагнитного поля. Решены проблемы нарушения третьего закона Ньютона в электродинамике, явления магнитного динамо, бесконечной скорости в законе Гаусса для электрического поля. Получено новое дополнительное волновое уравнение распространения электромагнитного поля, которое предположительно интерпретируется как уравнение фотона. Получено волновое уравнение для скалярных продольных волн растяжения/сжатия электромагнитного поля.

1 Введение

Теория электромагнитного поля (ЭМП) и взаимодействия электрических зарядов и токов, создана Дж. Максвеллом (1861-1865 гг.) индуктивным методом на основе обобщения экспериментальных фактов, накопленных за тот исторический период. При ее создании все известные электромагнитные явления уже были удовлетворительно объяснены известными физиками Фарадеем, Ампером, Гауссом, Вебером и другим исследователями и потому теория Максвелла была принята равнодушно. Звездный час теории настал через двадцать лет, после открытия Г. Герцем в 1888 году предсказанных Максвеллом электромагнитных волн, и которые теперь имеют огромное практическое значение для человечества. Теоретическое открытие электромагнитных волн можно назвать главным новым результатом теории Максвелла, подтверждающим удивительную эффективность математики, но было и другое, не менее фундаментальное открытие. После экспериментов Г. Герца к развитию теории Максвелла присоединились многие ведущие физики и математики того времени. Изучение свойств уравнений Максвелла показало, что они не сохраняют своего вида при преобразованиях Галилея и возникает экспериментальная возможность отличать одну движущуюся инерциальную систему координат от другой с помощью электромагнитных или оптических измерений. Однако опыты А. Майкельсона и др. дали отрицательные результаты. Для решения этой проблемы в 1892 году Г. Лоренц изменил преобразования Галилея для описания перехода из одной инерциальной системы в другую. Анализируя теорию Максвелла и работы Лоренца А. Пуанкаре в 1904 году в работах [1,2] сделал фундаментальное открытие новой геометрии нашего мира - четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени. Именно в этом

пространстве протекают все физические процессы нашего мира, а закон сохранения энергии-импульса и волновые уравнения ЭМП являются прямым следствием этой геометрии. Теорию псевдоевклидова пространств-времени в дальнейшем развил Г. Минковский и оно получило название пространство Минковского. Пуанкаре и Минковский были математиками и для них был естественным переход к четырехмерным физическим показателям. Для описания ЭМП и его источников Пуанкаре ввел четырехмерный электромагнитный потенциал $A_\mu(\frac{1}{c}\varphi, i\mathbf{A})$ и четырехмерную плотность тока $J_\mu(c\rho, i\mathbf{J})$ $\mu=0,1,2,3$, положив начало дедуктивному формализму электродинамики.

Минковский продолжил эти работы и создал описание ЭМП в виде четырехмерного антисимметричного тензора второго ранга для напряженностей ЭМП $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. Такое описание является исторически сложившимся, считается классическим и широко применяется в учебной литературе. Описание ЭМП введенное Пуанкаре в виде электромагнитного потенциала является более фундаментальным, так как эти характеристики ЭМП являются энергетическими, а силовые характеристики $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ следуют из энергетических характеристик в виде их производных. Поэтому в квантовой электродинамике и теории поля применяют электромагнитные потенциалы, связанные с энергией. Использование электромагнитного потенциала значительно упрощает уравнения Максвелла, превращая некоторые из них в математические тождества, а также устраняет неоднозначность в напряженности электрического поля, которая может быть потенциальной и вихревой, и имеет различное описание в потенциалах. По поводу введения формализма четырехмерного электромагнитного потенциала А. Зоммерфельд высказался так: «действительная математическая природа этого образования только теперь сможет выступить во всей своей красоте, как выступает горный ландшафт, когда рассеивается туман». Эти слова А. Зоммерфельда могут служить эпиграфом к настоящей работе.

Поскольку все физические процессы, в том числе основные законы механики и электродинамики, являются прямым следствием псевдоевклидовой геометрии нашего мира, то появляется возможность дедуктивного вывода этих законов.

Темой настоящей статьи является вывод основных законов электродинамики методом дедуктивного формализма и их сравнение с законами, полученными Максвеллом индуктивным методом.

2 Дедуктивный формализм электродинамики

Основой и начальной точкой описания ЭМП и его источников в дедуктивном формализме являются введенные Пуанкаре векторы четырехмерного электромагнитного потенциала $A_\alpha(\frac{1}{c}\varphi, i\mathbf{A})$ и плотности тока $J_\alpha(c\rho, i\mathbf{J})$ $\mu=0,1,2,3$. Схема дедуктивного формализма получения основных законов электродинамики приведена на рисунке 1. В соответствии с этим формализмом дедуктивный метод разделяется на две ветви. В первой ветви получаем тензор напряженностей ЭМП

в виде четырехмерной производной $\partial_\alpha(\partial_t/c, -i \cdot \nabla)$ электромагнитного потенциала $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$. Из которого далее получаем уравнения ЭМП, уравнения распространения ЭМП в пространстве, тензор энергии-импульса и уравнения закона сохранения энергии-импульса. Во второй ветви получаем тензор энергии-импульса взаимодействия электромагнитного потенциала $A_\alpha(\frac{1}{c}\varphi, i\mathbf{A})$ с плотностью тока $J_\alpha(cp, i\mathbf{J})$. Из которого далее получаем уравнения закона сохранения энергии-импульса и все виды электромагнитных сил взаимодействия ЭМП и его источников.

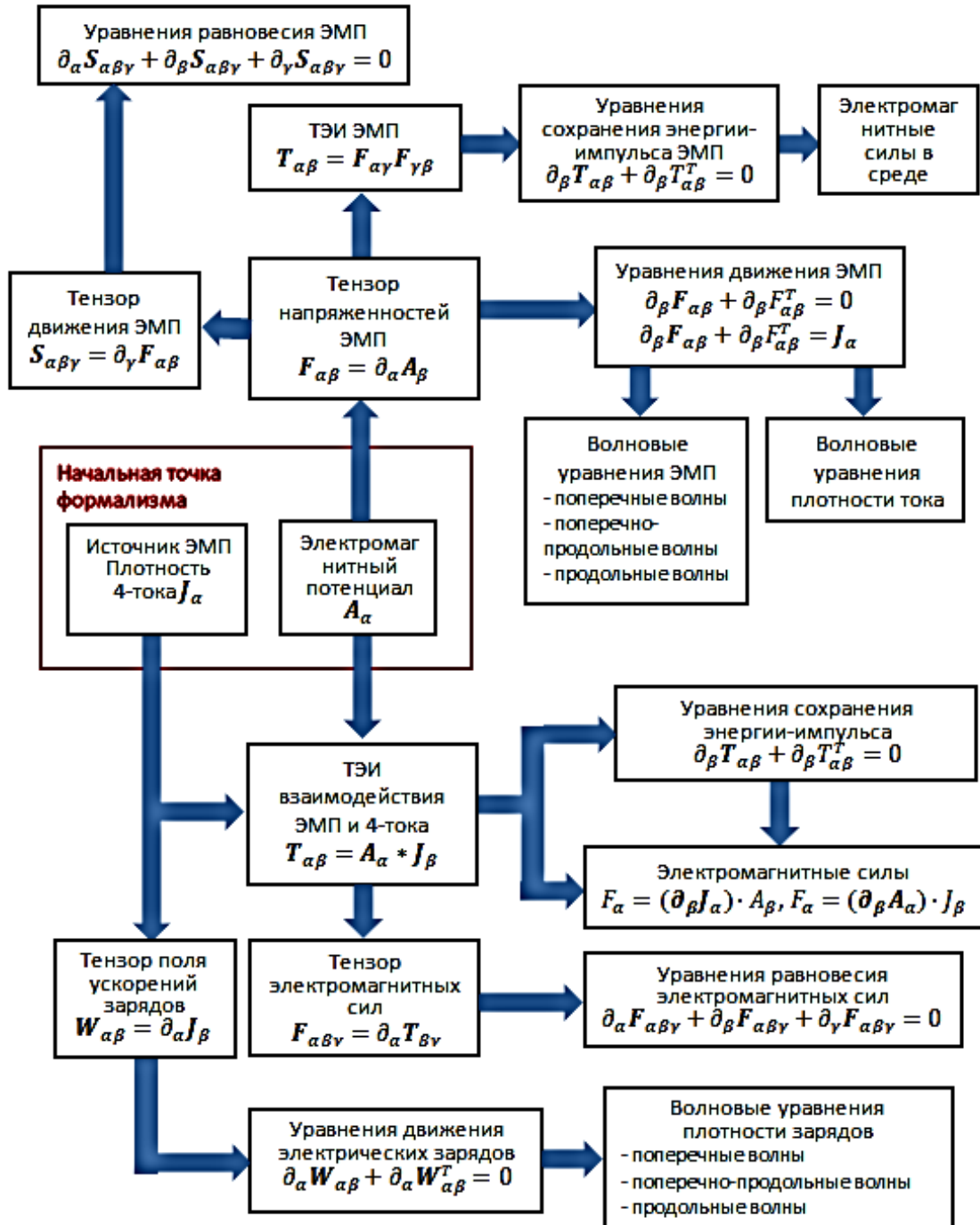


Рис.1 Дедуктивный формализм электродинамики

В первой части настоящей работы основное внимание уделено расширению описания ЭМП, получению уравнений движения ЭМП и волновых уравнений. Вторая ветвь дедуктивного формализма, описывающая электромагнитные силы и другие вопросы, будет рассмотрена во второй части настоящей работы.

3 Описание ЭМП в дедуктивной электродинамике

Тензор напряженностей $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta$ является несимметричным и его можно однозначно разложить на симметричный тензор ЭМП $F_{(\alpha\beta)}$ и антисимметричный тензор ЭМП $F_{[\alpha\beta]}$.

$$F_{\alpha\beta} = F_{(\alpha\beta)} + F_{[\alpha\beta]} = \frac{1}{2}(\partial_\alpha A_\beta + \partial_\beta A_\alpha) + \frac{1}{2}(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha) \quad (1)$$

Далее несимметричный тензор ЭМП $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta$ будем называть полным тензором ЭМП. Антисимметричный тензор ЭМП $F_{[\alpha\beta]}$ в электродинамику ввел Минковский для четырехмерного описания напряженностей ЭМП и вывода уравнений Максвелла. Из разложения (1) можно сделать заключение о том, что из производной электромагнитного потенциала $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta$ следует более общее описание ЭМП, чем было принято Минковским. К каким физическим выводам приводит антисимметричный тензор ЭМП, мы хорошо знаем из учебных курсов электродинамики. Поэтому рассмотрим физические выводы, к которым приводит симметричный тензор ЭМП и сравним их с выводами, сделанными из антисимметричного тензора ЭМП, полученными в процессе развития электродинамики. Если провести аналогию с механикой сплошной среды, то можно сделать предположение о том, что антисимметричный тензор ЭМП описывает малые четырехмерные вращения ЭМП, так как является четырехмерным ротором, а симметричный тензор ЭМП описывает четырехмерную деформацию ЭМП. Поскольку математические действия по получению уравнений из тензоров ЭМП единообразны (находим дивергенцию тензора в декартовых координатах для каждого из индексов), то мы можем получить уравнения электродинамики отдельно а) из исходного несимметричного тензора ЭМП $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta$, б) из симметричного тензора ЭМП $F_{(\alpha\beta)}$, в) из антисимметричного тензора ЭМП $F_{[\alpha\beta]}$, и сравнить полученные результаты.

Очевидно, что сумма уравнений, полученных в правой части разложения (1) должна быть равна уравнениям, полученным в его левой части. Поскольку тензор ЭМП имеет второй ранг, то можно найти две его дивергенции по каждому из индексов, при этом в общем случае, результаты будут различными. Следовательно, в общем случае полная дивергенция тензора второго ранга равна сумме его дивергенций по каждому из его индексов. У симметричного тензора второго ранга его дивергенции по каждому из его индексов равны, а полная дивергенция равна удвоенной дивергенции по любому из индексов. У антисимметричного тензора его дивергенции по каждому из индексов равны и

противоположны по знаку, а полная дивергенция равна нулю. Это естественно, так как антисимметричный тензор второго ранга является четырехмерным ротором, не имеющим источников. Проверим вышесказанное, получив полные дивергенции несимметричного тензора ЭМП $F_{\alpha\beta}$ и симметричного тензора ЭМП $F_{(\alpha\beta)}$. Они должны быть равными. Запишем симметричный тензор ЭМП $F_{(\alpha\beta)}$ в матричной форме

$$F_{(\alpha\beta)} = \begin{pmatrix} 2\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x - \partial_x\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y - \partial_y\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z - \partial_z\varphi) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x - \partial_x\varphi) & 2\partial_x A_x & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y - \partial_y\varphi) & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & 2\partial_y A_y & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z - \partial_z\varphi) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) & 2\partial_z A_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

и найдем его дивергенцию для ЭМП в вакууме без источников поля. Поскольку дивергенции симметричного тензора по каждому индексу равны, то полученный результат необходимо умножить на 2, но в разложении (1) перед симметричным тензором стоит коэффициент $\frac{1}{2}$. Следовательно, запишем дивергенцию по одному индексу и сгруппируем члены полученных уравнений следующим образом:

$$2\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi + \partial_t \nabla \cdot \mathbf{A} - \Delta\varphi = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi - \Delta\varphi\right) + \partial_t\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\partial_t \nabla\varphi - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A} = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}\right) - \nabla\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = 0 \quad (4)$$

Запишем полный несимметричный тензор ЭМП матричной форме:

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\partial_t\varphi & \frac{1}{c}i\cdot\partial_t A_x & \frac{1}{c}i\cdot\partial_t A_y & \frac{1}{c}i\cdot\partial_t A_z \\ -\frac{1}{c}i\cdot\partial_x\varphi & \partial_x A_x & \partial_x A_y & \partial_x A_z \\ -\frac{1}{c}i\cdot\partial_y\varphi & \partial_y A_x & \partial_y A_y & \partial_y A_z \\ -\frac{1}{c}i\cdot\partial_z\varphi & \partial_z A_x & \partial_z A_y & \partial_z A_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

Найдем его дивергенции по каждому из его индексов и запишем их сумму:

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi - \Delta\varphi\right) + \partial_t\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = 0 \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}\right) - \nabla\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = 0 \quad (7)$$

В результате мы получили систему уравнений полностью идентичную системе уравнений (3), (4). Таким образом, сумма дивергенций полного тензора ЭМП (5) по двум индексам равна дивергенции симметричного тензора (2) по одному из индексов. Из этого также следует, что дивергенция антисимметричного тензора тождественно равна нулю, так как выполняется разложение (1). Введем в уравнения (6) и (7) источники поля с учетом размерности:

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi - \Delta\varphi\right) + \partial_t\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = \rho / \varepsilon_0 \quad (8)$$

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}\right) - \nabla\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = \mu_0 \mathbf{J} \quad (9)$$

Сравним полученные уравнения движения ЭМП (8) и (9) с уравнениями Максвелла, учитывая, что представление напряженностей ЭМП $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ в

потенциалах имеет вид $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Запишем уравнения Максвелла в потенциалах для изотропной однородной среды без дисперсии принимая $\varepsilon = \mu = 1$:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \partial_t \mathbf{E} \quad \text{в потенциалах} \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J} - \frac{1}{c^2} \partial_t \nabla \varphi - \frac{1}{c^2} \partial_{tt} \mathbf{A} \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0 \quad \text{в потенциалах} \quad \nabla \cdot (-\nabla \varphi - \frac{1}{c^2} \partial_t \mathbf{A}) = \rho / \varepsilon_0 \quad (11)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} \quad \text{в потенциалах} \quad -\partial_t (\nabla \times \mathbf{A}) = -\partial_t (\nabla \times \mathbf{A}) \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{в потенциалах} \quad \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (13)$$

Поскольку уравнения (12) и (13) при записи в потенциалах являются тождествами, то для сравнения остаются только уравнения (10) и (11). Уравнение (10) Максвелла соответствует уравнению дедуктивного формализма (9). Для сравнения приведем уравнение (9) к виду максимально приближенному к уравнению (10), раскрыв скобки и используя известное векторное тождество получим:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} - 2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \partial_t \nabla \varphi - \frac{1}{c^2} \partial_{tt} \mathbf{A} \quad (14)$$

Уравнение (11) Максвелла соответствует скалярному уравнению дедуктивного формализма (8). Приведем уравнение (8) к виду, максимально приближенному к уравнению (11) и получим:

$$2\frac{1}{c^2} \partial_{tt} \varphi + \nabla(-\nabla \varphi + \partial_t \mathbf{A}) = \rho / \varepsilon_0 \quad (15)$$

Отметим особенности полученных уравнений движения ЭМП (8) и (9). Они очень симметричны. Каждое из них имеет волновую часть (первые скобки), показывая скорость распространения электромагнитного возмущения. В уравнении Максвелла (11) такая волновая часть отсутствует, и поэтому некоторые критики говорят, что уравнение Максвелла (11) указывает на бесконечную скорость распространения электрического поля. Каждое из уравнений кроме волновой части содержит выражение $\partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A}$ соответствующее калибровочному условию Лоренца. Это выражение является инвариантом полного тензора ЭМП (5), так как представляет его след. В случае применения калибровки Лоренца $\partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, уравнения движения ЭМП (8) и (9) преобразуются в канонические волновые уравнения теории Максвелла для электромагнитных потенциалов φ и $\mathbf{A}$. Таким образом, здесь калибровочное условие Лоренца приобретает физический смысл в виде продольной деформации ЭМП. Тогда физический смысл применения калибровки Лоренца заключается в исключении продольной четырехмерной деформации ЭМП. Уравнение (8) в статике, также как и уравнение Максвелла (11), переходит в уравнение Гаусса для скалярного потенциала φ . Рассмотрим уравнение Максвелла (10) в статике и исключив из него плотность тока. Для этого случая оно переходит в уравнение $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = 0$. Это говорит о том, что в статическом случае, при отсутствии тока проводимости и тока смещения, ротор магнитного поля равен нулю. Для этого случая уравнение (9) переходит в уравнение $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = 2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})$ или $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -2\Delta \mathbf{A}$. Это уравнение говорит о том, что здесь ротор магнитного поля может существовать в

статическом режиме и при отсутствии токов проводимости и токов смещения. Правую часть этого уравнения можно рассматривать как виртуальный ток. Такое магнитное явление наблюдается в астрофизике в виде космического магнитного динамо, когда токи смещения и токи проводимости фактически отсутствуют, а ротор магнитного поля существует. Это магнитное явление не имеет достаточного объяснения в теории Максвелла и существует несколько его гипотез. В дедуктивной электродинамике имеется прямое объяснение этому явлению. Другим отличием уравнения (9) от уравнения Максвелла (10) является знак производной по времени потенциального электрического поля $+\partial_t \nabla \phi / c^2$, он противоположен знаку производной по времени вихревого электрического поля $-\partial_t \mathbf{A} / c^2$. В уравнении Максвелла (10) знаки производных по времени этих электрических полей одинаковы.

Рассмотрим этот факт подробнее. Как считается, производная электрического поля или «ток смещения» был введен Максвеллом в уравнение Ампера для описания протекания переменного электрического тока в последовательной электрической цепи через конденсатор [5]. При этом, напряжение на конденсаторе сдвинуто по фазе на $-\pi/2$ относительно протекающего переменного тока. В последовательную цепь кроме конденсатора может быть включена индуктивность, напряжение на которой сдвинуто относительно протекающего тока на $+\pi/2$. Таким образом, для описания электрических процессов в последовательной цепи с конденсатором и индуктивностью уравнение Ампера должно содержать два члена с производными по времени потенциального электрического поля (для конденсатора) и вихревого электрического поля (для индуктивности), но с противоположными знаками. Такое уравнение будет описывать и явление последовательного резонанса, когда сумма производных потенциального и вихревого электрического поля равна нулю. Уравнение (9) описывает такие случаи, а уравнение Максвелла (10) нет. Таким образом, уравнение (9) описывает больший круг вопросов электродинамики, чем уравнение Максвелла (10).

Одной из известных проблем электродинамики является невыполнение третьего закона Ньютона. Эту давнюю проблему решает уравнение (9) с помощью члена $2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})$. При взаимодействии ЭМП с зарядами и токами этому члену соответствует электромагнитная сила, которая в литературе получила название силы Николаева [6-8]. Эта сила обнаружена в многочисленных экспериментах, но в электродинамике не получила своего признания из-за отсутствия ее убедительного теоретического обоснования. Здесь показано, что сила Николаева, также как и сила Ампера, следует из полного тензора ЭМП (5). В таблице 1 приведены для сравнения описания ЭМП теории Максвелла и ее дедуктивного расширения. Для более удобного сравнения уравнений ЭМП, в таблице 1 введены обозначения потенциального электрического поля $\mathbf{E}_p = -\nabla \phi$ и вихревого электрического поля $\mathbf{E}_v = -\partial_t \mathbf{A}$.

Таблица 1. Сравнение описаний ЭМП и его основных уравнений

	Теория Максвелла	Дедуктивная электродинамика
Тензор ЭМП	$F_{[\alpha\beta]} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$	$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta = F_{(\alpha\beta)} + F_{[\alpha\beta]} = (\partial_\alpha A_\beta + \partial_\beta A_\alpha)/2 + (\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha)/2$
Статика	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$	$\nabla \times \mathbf{B} - 2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{J}$
	$\nabla \cdot \mathbf{E}_p = -\Delta\varphi = \rho / \varepsilon_0$	$\nabla \cdot \mathbf{E}_p = -\Delta\varphi = \rho / \varepsilon_0$
Динамика	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \partial_t (\mathbf{E}_v + \mathbf{E}_p)$	$\nabla \times \mathbf{B} - 2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \partial_t (\mathbf{E}_v - \mathbf{E}_p)$
	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (\mathbf{E}_p + \mathbf{E}_v) = \rho / \varepsilon_0$	$2 \frac{1}{c^2} \partial_t \varphi + \nabla \cdot (\mathbf{E}_p - \mathbf{E}_v) = \rho / \varepsilon_0$

Зеленым цветом отмечены совпадения описаний.

4 Уравнения распространения ЭМП в дедуктивной электродинамике

С момента экспериментального открытия электромагнитных волн возникла проблема идентификации света, как электромагнитной волны. Совпадение скорости распространения света и электромагнитных волн привело к тому, что свет был идентифицирован как электромагнитные волны с очень малой длиной волны. Однако не все физические свойства света и электромагнитных волн совпадали. Главной особенностью и отличием света от электромагнитной волны Максвелла-Герца, является его лучевое распространение от источника и отсутствие затухания при распространении на огромные расстояния. Открытие квантовых свойств света обострило дискуссию о его природе. Поскольку в рамках электродинамики Максвелла этот вопрос остался не решенным, то установилось мнение о двойственной природе света, т.е. его корпускулярно-волновом дуализме. По этому вопросу А. Зоммерфельд пишет «Не видно способа, как можно преодолеть дуализм световая волна - световой квант». Если исходить из того, что начальная точка дедуктивного формализма, предложенная Пуанкаре является правильной, то дедуктивный формализм должен привести к двум описаниям возможного распространения ЭМП, одно из которых должно описывать электромагнитные волны Максвелла-Герца, а второе описывать распространение фотонов. Из уравнений Максвелла следуют только волновые уравнения для напряженностей ЭМП $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$.

Рассмотрим волновые уравнения, вытекающие из уравнений (8) и (9). Возьмем градиент обеих частей уравнения (8) и производную по времени обеих частей уравнения (9):

$$\nabla \left(\frac{1}{c^2} \partial_t \varphi - \Delta \varphi \right) + \nabla \partial_t \left(\frac{1}{c^2} \partial_t \varphi + \nabla \cdot \mathbf{A} \right) = \nabla \rho / \varepsilon_0 \quad (16)$$

$$\partial_t \left(\frac{1}{c^2} \partial_t \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A} \right) - \partial_t \nabla \left(\frac{1}{c^2} \partial_t \varphi + \nabla \cdot \mathbf{A} \right) = \mu_0 \partial_t \mathbf{J} \quad (17)$$

Эти уравнения имеют одинаковую размерность своих членов. Далее, найдя их сумму и разность, получим два векторных уравнения распространения ЭМП в виде:

$$(\frac{1}{c^2} \partial_{tt} - \Delta)(\nabla \varphi + \partial_t \mathbf{A}) = \nabla \rho / \varepsilon_0 + \mu_0 \partial_t \mathbf{J} \quad (18)$$

$$(\frac{1}{c^2} \partial_{tt} - \Delta)(\nabla \varphi - \partial_t \mathbf{A}) + 2\partial_t \nabla(\partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A}) = \nabla \rho / \varepsilon_0 - \mu_0 \partial_t \mathbf{J} \quad (19)$$

Перепишем уравнение (18) в виде:

$$(\Delta - \frac{1}{c^2} \partial_{tt})(-\partial_t \mathbf{A} - \nabla \varphi) = \Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \partial_{tt} \mathbf{E} = \nabla \rho / \varepsilon_0 + \mu_0 \partial_t \mathbf{J} \quad (20)$$

Уравнение (20) является каноническим волновым уравнением для электрического поля, описывающим электромагнитные волны Максвелла-Герца. Теория и решения этого уравнения описаны во всех учебниках по электродинамике. Для получения волнового уравнения для магнитного поля достаточно найти ротор от обеих частей уравнения (20).

Второе уравнение (19), также следующее из полного тензора ЭМП (5) является гораздо более сложным, и в классической электродинамике неизвестно. Однако, поскольку оно выводится из уравнений (8) и (9) и одним методом, что и каноническое волновое уравнение (20), то уравнение (19) для электродинамики должно иметь равноценное с ним значение. Таким образом, из уравнений (8) и (9), как и предполагалось, вытекают два уравнения распространения ЭМП. Это позволяет предположить, что уравнение (19) может описывать фотон. Тогда уравнения (18) и (19) описывают два основных вида излучения и распространения возмущений ЭМП в пространстве в виде классических волн и в виде фотонов. Левая часть уравнения (19) содержит волновой член из разности электрического потенциального и вихревого поля. Этот член может описывать волновой резонанс. Второй член также имеет динамический характер и описывает скорость изменения градиента скалярной продольной части или следа тензора ЭМП (5), являющегося его инвариантом. Уравнение (19) без источников поля можно записать в виде:

$$(\frac{1}{c^2} \partial_{tt} - \Delta)(\nabla \varphi - \partial_t \mathbf{A}) = -2\partial_t \nabla(\partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (21)$$

Его правую часть можно считать виртуальным источником для левой волновой части. Одним из отличительных свойств света является его лучевое, т.е. продольное распространение. Правая часть уравнения (21) в скобках содержит инвариантный след тензора ЭМП (5), описывающий продольную часть ЭМП. Эта часть уравнения (21) может быть ответственной за продольное лучевое распространение света. Такая продольная часть отсутствует в волновом уравнении (20), которое описывает поперечные волны. Тогда можно предположить, что уравнение (21) описывает поперечно-продольные волны ЭМП. Если принять условие резонанса $\nabla \varphi = \partial_t \mathbf{A}$ для левой части, то правую часть можно приравнять к нулю и рассматривать ее отдельно, помня о соблюдении условия резонанса для волновой левой части:

$$0 = -2\partial_t \nabla(\partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (22)$$

Учитывая условие резонанса, уравнение (22) можно привести к виду:

$$0 = \partial_t(\partial_{tt} \mathbf{A} / c^2 + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})) \quad \text{или} \quad 0 = \partial_t(\partial_{tt} \mathbf{A} / c^2 + \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) \quad \text{или}$$

$$0 = \partial_t(-\partial_t \mathbf{E}_V / c^2 + \nabla \times \mathbf{B} + \Delta \mathbf{A}) \quad (23)$$

Из уравнения (23) можно сделать вывод о том, что выражение в скобках является постоянным во времени и инвариантным в пространстве. Таким образом, уравнение (21) описывает сложную резонансную волновую структуру ЭМП, предположительно являющуюся фотоном. Решения уравнения (21) еще предстоит найти.

Возьмем производную по времени обеих частей уравнения (8) и дивергенцию от обеих частей уравнения (9):

$$\varepsilon_0(2\frac{1}{c^2}\partial_t\partial_{tt}\varphi + \partial_t\partial_t\nabla\cdot\mathbf{A} - \Delta\partial_t\varphi) = \partial_t\rho \quad (24)$$

$$(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\nabla\cdot\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\partial_t\Delta\varphi - 2\Delta\nabla\cdot\mathbf{A})/\mu_0 = \nabla\cdot\mathbf{J} \quad (25)$$

Члены этих уравнений имеют одинаковую размерность. Сложим эти уравнения и получим скалярное волновое уравнение:

$$2(\frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \Delta)(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla\cdot\mathbf{A})/\mu_0 = \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{J} \quad (26)$$

Это уравнение описывает скалярные продольные волны следа тензора ЭМП (5), т.е. волны растяжения/сжатия ЭМП. Правая часть этого уравнения представляет собой уравнение неразрывности плотности тока. В электродинамике Максвелла уравнение неразрывности не имеет волновой полевой части. Однако уравнению неразрывности подчиняются любые электродинамические процессы с участием зарядов и токов, сопровождаемые ЭМП, и потому оно должно содержать полевую часть, включающую ЭМП.

5 Заключение

Применение и развитие аксиоматического дедуктивного формализма электродинамики на основе четырехмерной псевдоевклидовой геометрии, предложенного А. Пуанкаре и Г. Минковским, позволило расширить описание ЭМП. В это описание в виде антисимметричной части вошло описание ЭМП, предложенное Минковским. В полученные на основе полного описания ЭМП уравнения движения вошли уравнения Максвелла с дополнениями, обеспечившими расширение их возможностей в части описания электромагнитных процессов (магнитного динамо, описание резонанса в последовательной цепи, выполнение третьего закона Ньютона в электродинамике), а также позволившим решить некоторые проблемы теории Максвелла (бесконечная скорость распространения электрического поля в уравнении Гаусса) и уточнены уравнения движения электромагнитного поля. Кроме канонического волнового уравнения Даламбера для электрического и магнитного поля получено новое волновое уравнение распространения ЭМП, которое предположительно интерпретируется как уравнение фотона. Также получено волновое уравнение для скалярных продольных волн растяжения/сжатия ЭМП. Таким образом, аксиоматический дедуктивный формализм электродинамики приводит к трем формам распространения ЭМП: поперечным (радиоволнам), поперечно-продольным оптическим волнам

(фотонам) и продольным волнам. Во второй части дедуктивного формализма электродинамики будут рассмотрены электромагнитные силы и другие вопросы дедуктивной электродинамики.

Литература

- 1 *Poincare* H. Sur la dynamique de l'electron // Comptes Rendus. 1905. Vol. 140. P. 1504.
2. *Poincart* H. Sur la dynamique de l'electron // Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. 1906. Vol. XXI. P. 129.
- 3 *Minkowski* H.«Die Grundgleichungen fur die electromagnetischen Vorgange in bewegten Korpern» (Nachrichten der Kgl. Ges. d Wiss. zu Gottingen, Math. — physik. Kl. 1907).
- 4 *Minkowski* H. Raum und Zeit // Phys. Zs. 1909. B. 10. S. 104.
- 5 Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: НАУКА 1989
- 6 Николаев Г.В. Электродинамика обобщенного вакуума. Томск НТЛ 2004
- 7 Николаев Г.В. Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы. Томск, 1997
- 8 Томилин А.К. Обобщенная электродинамика. М.: «Триумф» 2020