

Аксиоматический дедуктивный формализм механики в псевдоевклидовом пространстве-времени

Ю.А. Спиричев
г. Заречный, Пензенская обл., Россия
E-mail: yurii.spirichev@mail.ru

Аннотация: Описан аксиоматический дедуктивный формализм механики, основанный на модели четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени, предложенной А. Пуанкаре и Г. Минковским. С помощью формализма получены уравнения сохранения энергии-импульса с описанием всех сил инерции для идеальной сплошной упругой среды и материальной точки. Получены новые дифференциальные уравнения небесной механики для среды и материальной точки, уравнения третьего закона Кеплера и инерциального углового ускорения, уравнения гравитационных волн для среды и свободного пространства. Показано, что дивергенция центробежной силы эквивалентна источнику потенциального гравитационного поля.

Ключевые слова: аксиоматический дедуктивный формализм, псевдоевклидово пространство, тензор энергии-импульса, силы инерции, центробежная сила, силы гравитации, гравитационные волны, небесная механика, третий закон Кеплера.

1 Введение

Аксиоматический дедуктивный метод относится к основным научным методам теоретического исследования, позволяющим построить последовательную и непротиворечивую теорию. Большинство высказываний в такой теории являются аналитическими истинами, не требующими эмпирического обоснования, так как их истинность гарантирована их логической и математической выводимостью из аксиом теории. Теория, построенная этим методом, обладает свойством предсказания и синтеза новых научных знаний.

Первой научной теорией, построенной этим методом, была геометрия Евклида, которая длительное время служила эталоном аксиоматического дедуктивного метода и стала примером для построения геометрий Лобачевского и Римана.

Первой аксиоматической дедуктивной теорией в физике была теория Ньютона, построенная на основе пространства Евклида и абсолютного времени. Во второй закон своей теории Ньютон ввел силу инерции, которая стала играть фундаментальную роль в механике, но до настоящего времени вызывает споры.

На основе анализа электромагнитной теории Дж. Максвелла и работ Х. Лоренца французский математик А. Пуанкаре в 1904 году сделал фундаментальное открытие новой геометрии нашего мира - четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени [1]. В этом пространстве протекают все физические процессы нашего мира, а закон сохранения энергии-импульса и волновые уравнения электромагнитного поля (ЭМП) являются прямым следствием геометрии этого пространства. Это позволяет построить новый аксиоматический

дедуктивный формализм механики и электродинамики. Теорию псевдоевклидова пространства-времени в дальнейшем развил Г. Минковский и его часто называют пространством Минковского. А. Пуанкаре первым перешел к четырехмерным физическим показателям. Для описания электромагнитного поля и его источников он ввел четырехмерный электромагнитный потенциал и четырехмерную плотность тока, положив начало дедуктивному формализму электродинамики, а для описания механики он ввел четырехмерный импульс $P_\mu(ct, i\mathbf{P})$, и четырехмерную скорость $V_\mu(c, i\mathbf{V})$, положив начало дедуктивному формализму механики.

В работе [2] автором построен аксиоматический дедуктивный формализм электродинамики, показавший свою эффективность в решении ее проблем и теоретического обоснования электродинамических явлений. Этот формализм не является новой теорией, а является только дополнением и исправлением построенной индуктивным методом теории Дж. Максвелла, предсказывая поперечно/продольные волны, интерпретируемые как оптическое излучение.

Предлагаемый аксиоматический формализм сил инерции и небесной механики также не является новой теорией, а является переводом механики из пространства Ньютона в псевдоевклидово пространство-время Минковского.

В аксиоматическом дедуктивном формализме электродинамики первой аксиомой является существование четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени. Второй аксиомой является существование четырехмерного электромагнитного потенциала и четырехмерной плотности тока.

В аксиоматическом дедуктивном формализме механики, аналогично формализму электродинамики, первой аксиомой является существование четырехмерного псевдоевклидова пространства-времени. Второй аксиомой можно было бы принять четырехмерный импульс $P_\mu(ct, i\mathbf{P})$, предложенный А. Пуанкаре, но этот вектор является скалярным произведением вектора четырехмерной скорости $V_\mu(c, i\mathbf{V})$ на массу m . Поэтому второй аксиомой является существование массы (плотности массы) m , имеющей четырехмерную скорость $V_\mu(c, i\mathbf{V})$. Структура аксиоматического дедуктивного формализма механики приведена на рисунке 1. С помощью разработанного формализма получены уравнения сохранения энергии-импульса с описанием всех сил инерции для идеальной сплошной упругой среды и материальной точки. Получены уравнения инерциального движения среды и материальной точки, уравнения небесной механики и волновые уравнения гравитационных волн, получено дифференциальное уравнение третьего закона Кеплера и уравнение инерциального углового ускорения. Показано, что дивергенция центробежной силы эквивалентна источнику потенциального поля гравитации.

Четырехмерное пространство-время Пуанкаре-Минковского является линейным и движения в нем рассмотрены в четырехмерной декартовой системе координат с действительной временной и мнимыми пространственными координатами. В этом пространстве силы инерции эквивалентны силам гравитации, а инерциальное движение среды или материальной точки понимается как движение под действием только сил инерции и гравитации, при отсутствии влияния иных видов сил. В ОТО такое движение понимается как движение по геодезической линии в искривленном пространстве.

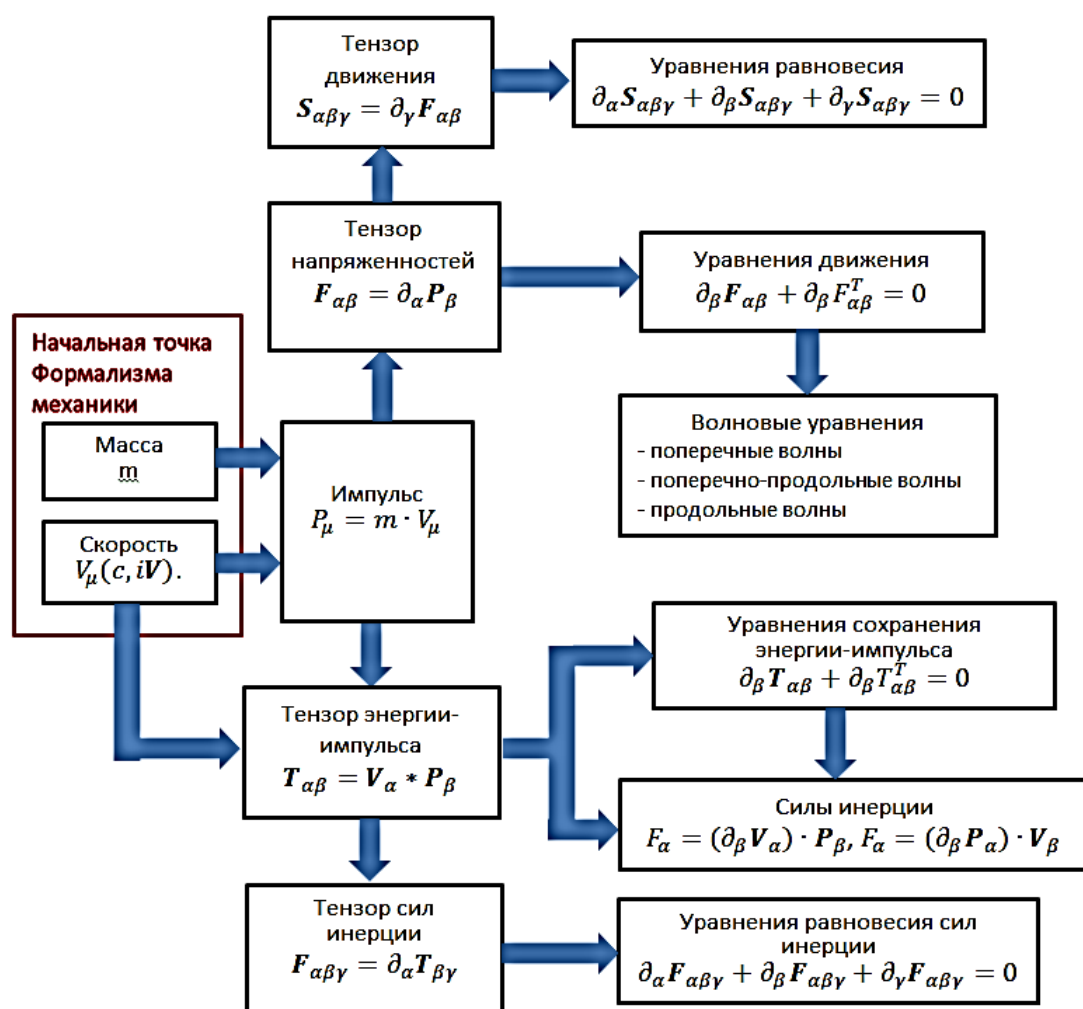


Рис.1. Аксиоматический дедуктивный формализм механики

Выбор механики для демонстрации эффективности формализма обусловлен тем, что до настоящего времени в ней используется теория Ньютона, в которой центробежная сила считается фиктивной. Силы инерции, с момента введения их Ньютоном, являются предметом споров. Критика второго закона Ньютона современниками была основана на том, что был не понят источник силы инерции, т.е. невозможно было указать, со стороны каких тел она возникает. Это привело к тому, что часть физиков стала называть силы инерции фиктивными силами. Особенность инерции понимал и сам Ньютон, называя ее «врожденной силой материи»: «Врождённая сила материи есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. От инерции материи происходит, что всякое тело лишь с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому врождённая сила могла бы быть весьма вразумительно названа силою инерции...Проявление этой силы может быть рассматриваемо двояко – и как сопротивление, и как напор». По этой проблеме Л. Эйлер написал «Проявление инерции отлично от того, какое свойственно обычным силам. Поэтому для избегания какой-либо путаницы на этой почве мы опустим слово «сила» и будем рассматриваемое свойство тел

называть просто инерцией». А. Ю. Ишлинский отмечал, что «ни одно новое понятие в механике не принесло в дальнейшем столько хлопот и недоразумений, как именно ньютонова сила инерции» [3]. Несмотря на то, что в дальнейшем силы инерции связали (отождествили) с силами гравитации с точностью до 10^{-14} [4], ошибки в понимании сил инерции существуют в теоретической механике до настоящего времени. Примером является неспособность механики Ньютона объяснить безопорное перемещение инерционных механизмов, получивших название «инерциоидов». Эти механизмы перемещаются с использованием центробежной силы, которая, «официально» считается фиктивной. В механике Ньютона отсутствуют критерии, позволяющие отделить реальные силы от фиктивных, воображаемых, вводимых для упрощения расчетов. Критерием реальности сил является энергия взаимодействия, связанная с этими силами. Поэтому все силы инерции, входящие в закон сохранения энергии-импульса, являются реальными силами, а те, которые не входят, являются фиктивными. К сожалению, с пониманием законов сохранения энергии, импульса и момента импульса в механике также возникли проблемы, существующие до настоящего времени. Это утверждение требует пояснения.

В механике Ньютона для энергии, импульса и момента импульса действуют самостоятельные законы сохранения этих фундаментальных физических величин. Такое положение закрепила известная теорема Нетер [5], по которой эти законы сохранения являются следствиями симметрий пространства и времени нашего мира. Закон сохранения энергии вытекает из однородности абсолютного времени. Закон сохранения импульса вытекает из однородности пространства, а закон сохранения момента импульса вытекает из изотропности пространства. В учебной литературе эти законы сохранения обычно рассматриваются в отдельных главах с раздельным математическим описанием. Однако, в псевдоевклидовом пространстве-времени эти три закона сохранения объединяются в единый закон сохранения энергии-импульса, который описывается одним четырехмерным дифференциальным уравнением, вытекающим из тензора энергии-импульса (ТЭИ), в виде его четырехмерной дивергенции. Таким образом, энергия-импульс (-момент импульса) это одна физическая величина и ее компоненты нельзя рассматривать раздельно и независимо друг от друга, потому, что они связаны между собой одним четырехмерным дифференциальным уравнением.

Применение аксиоматического дедуктивного формализма в механике решает описанные проблемы с силами инерции и пониманием законов сохранения энергии-импульса. Для получения уравнений механики свободного инерциального движения среды и материальной точки, куда входят силы инерции, необходимо получить ТЭИ и тензор напряженностей в виде четырехмерной производной импульса $\partial_\gamma P_\mu(ct, i\mathbf{P})$. Дивергенция ТЭИ дает нам уравнения сохранения энергии-импульса и уравнения баланса сил инерции. Дивергенция тензора напряженностей дает нам уравнения движения сплошной среды и материальной точки, а также волновые уравнения для сил инерции.

Здесь следует отметить, что в ОТО принят за основу ТЭИ материи, являющийся источником искривления пространства-времени. Этот ТЭИ описывает сохранение энергии-импульса и баланс сил инерции, но не содержит описания

законов движения поля сил инерции или поля сил гравитации. Поэтому в ОТО существует проблема получения волновых уравнений гравитационных волн, как движения геометрии пространства-времени. Такие уравнения движения гравитационного поля автоматически вытекают из тензора напряженности $\partial_\nu P_\mu(ct, i\mathbf{P})$, который в ОТО не рассматриваются.

Следует подчеркнуть, что все теоретические результаты, полученные в настоящей работе, определяются только четырехмерной псевдоевклидовой геометрией пространства-времени и начальной точкой формализма в виде аксиомы существования плотности массы и четырехмерного вектора скорости, предложенного А. Пуанкаре. В формализм не вносятся какие-либо новые внешние дополнительные элементы, допущения, предположения или гипотезы. Предположения касаются только физической интерпретации полученных теоретических результатов, требующих экспериментальной верификации.

2 Тензор и уравнения сохранения энергии-импульса сплошной идеальной упругой среды и материальной точки

Четырехмерный импульс имеет представление $P_\mu(ct, i\mathbf{P}) = P_\mu(ct, im\mathbf{V})$, а четырехмерная скорость имеет представление $V_\mu(c, iV)$, где m – плотность массы среды, $\mathbf{P}$ – вектор трехмерного импульса, $\mathbf{V}$ – вектор трехмерной скорости среды, c – скорость света, i – мнимая единица, $\mu=0,1,2,3$. В механике скорости движения много меньше скорости света, поэтому для упрощения выражений и улучшения их восприятия примем релятивистский коэффициент $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ равным единице. Для введения релятивистской поправки при высоких скоростях движения, достаточно четырехмерный импульс и четырехмерную скорость умножить на релятивистский коэффициент. Для принятого представления псевдоевклидовой геометрии, оператор четырехмерной частной производной имеет вид $\partial_\mu(\partial_t/c, -i\cdot\nabla)$. При этом можно не различать ковариантные и контравариантные индексы четырехмерных векторов и тензоров.

Канонический тензор энергии-импульса (ТЭИ) имеет общий вид [6]:

$$T_{\nu\mu} = \begin{bmatrix} W & i\frac{1}{c}\mathbf{S} \\ ic\cdot\mathbf{g} & t_{ik} \end{bmatrix} \quad (\nu, \mu=0,1,2,3; \quad i, k=1, 2, 3) \quad (1)$$

где W – плотность энергии;

$\mathbf{S}$ – плотность потока энергии (вектор Умова-Пойнтинга);

$\mathbf{g}$ – плотность импульса;

t_{ik} – тензор плотности потока импульса (тензор напряжений).

В соответствии с аксиоматическим дедуктивным формализмом получим ТЭИ для идеальной сплошной упругой среды в виде тензорного произведения четырехмерной скорости на четырехмерный импульс:

$$T_{\alpha\beta} = \mathbf{V}_\alpha \otimes \mathbf{P}_\beta = \begin{pmatrix} m \cdot c^2 & i \cdot c \cdot P_x & i \cdot c \cdot P_y & i \cdot c \cdot P_z \\ i \cdot c \cdot P_x & -V_x \cdot P_x & -V_x \cdot P_y & -V_x \cdot P_z \\ i \cdot c \cdot P_y & -V_y \cdot P_x & -V_y \cdot P_y & -V_y \cdot P_z \\ i \cdot c \cdot P_z & -V_z \cdot P_x & -V_z \cdot P_y & -V_z \cdot P_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

Инвариантом этого тензора является его след, равный $I = m \cdot c^2 - \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}$. Уравнение закона сохранения энергии-импульса для замкнутой физической системы, при отсутствии воздействия на нее внешних сил и потерь энергии, имеет вид суммы четырехмерных дивергенций ТЭИ по каждому из его индексов или дивергенции его симметричной части по любому из индексов.

$$\partial_\beta (T_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta}^T) = \partial_\beta T_{(\alpha\beta)} = 0 \quad (3)$$

Запишем это четырехмерное уравнение в развернутом виде, как систему трехмерных уравнений:

$$2\partial_t(mc^2)/c + c\nabla \cdot \mathbf{P} + c\nabla(m \cdot \mathbf{V}) = 0 \quad \text{или} \quad \partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P} = 0 \quad (4)$$

$$2\partial_t \mathbf{P} + \mathbf{P}(\nabla \cdot \mathbf{V}) + (\mathbf{P} \cdot \nabla)\mathbf{V} + \mathbf{V}(\nabla \cdot \mathbf{P}) + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{P} = 0 \quad (5)$$

Используя известное векторное тождество и с учетом уравнения (4), уравнение (5) можно записать в эквивалентном виде:

$$\partial_t \mathbf{P} + m \cdot \partial_t \mathbf{V} + \mathbf{P}(\nabla \cdot \mathbf{V}) + \nabla(\mathbf{V} \cdot \mathbf{P}) - \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{P} - \mathbf{P} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (6)$$

Уравнение (4) описывает закон сохранения плотности массы (энергии), а уравнения (5) и (6) закон сохранения плотности импульса. В уравнении (6) последние два члена описывают вихревое движение среды. Поскольку все члены уравнения (6) представляют собой плотности сил инерции, то последние два члена представляют собой описание плотности центробежных сил инерции. Если эти центробежные силы перенести в правую часть уравнения, то силы, стоящие в левой части можно рассматривать как центростремительные силы инерции.

$$\partial_t \mathbf{P} + m \cdot \partial_t \mathbf{V} + \mathbf{P}(\nabla \cdot \mathbf{V}) + \nabla(\mathbf{V} \cdot \mathbf{P}) = \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{P} + \mathbf{P} \times \nabla \times \mathbf{V} \quad (7)$$

Центробежные силы инерции входят в уравнение (6) закона сохранения энергии-импульса и поэтому они являются реальными силами, действующими на среду в псевдоевклидовом пространстве-времени. Из уравнения (6) следует, что силы инерции зависят от скорости изменения плотности среды и скорости ее движения. Используя известные векторные тождества уравнения (5)-(7) можно записать и в других эквивалентных вариантах.

Рассмотрим более простой случай, когда плотность среды является постоянной величиной m_0 . В этом случае силы инерции будут зависеть только от ускорений во времени и пространстве, а уравнения (4)-(6) примут простой вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{P} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (8)$$

$$m_0 \cdot \partial_t \mathbf{V} + \nabla(m_0 \cdot \mathbf{V}^2 / 2) - m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (9)$$

Поскольку эти уравнения описывают силы инерции, действующие на среду в любой ее выбранной точке, то они будут справедливы для любой материальной точки, имеющей массу m_0 . В уравнение (9) сохранения импульса и момента импульса или инерциального движения материальной точки в псевдоевклидовом пространстве-времени входят три силы инерции: первый член – сила инерции Ньютона, второй член – центростремительная сила инерции равная градиенту кинетической энергии материальной точки и третий член – центробежная сила инерции. Никаких других

сил инерции для материальной точки в природе не существует, поскольку они будут противоречить закону сохранения энергии-импульса в виде системы уравнений (8) и (9). Все другие силы, вводимые для упрощения вычислений, являются фиктивными или воображаемыми. Из уравнения (9) следует, что в псевдоевклидовом пространстве-времени инерциальное движение материальной точки может быть ускоренным во времени и криволинейным в трехмерном пространстве. Таким образом, закон инерциального движения материальной точки в псевдоевклидовом пространстве-времени принципиально отличается от второго закона Ньютона. Силы инерции и гравитации эквивалентны с точностью до 10^{-14} .

Если материальная точка движется с постоянной скоростью, то сила инерции Ньютона равна нулю $m_0 \partial_t \mathbf{V} = 0$, а уравнение (9) примет вид:

$$\nabla(m_0 \cdot \mathbf{V}^2 / 2) - m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla(m_0 \cdot \mathbf{V}^2 / 2) = m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (10)$$

В этом случае центростремительная сила равна центробежной силе инерции, а уравнение (10) описывает инерциальное криволинейное движение с постоянной скоростью.

При движении космических тел, например спутников Земли, в роли центростремительной силы выступает сила тяготения, равная градиенту гравитационной энергии тела $\nabla(m_0 \cdot \varphi)$, где φ – гравитационный потенциал. Из этого следует, что при инерциальном движении материальной точки в гравитационном поле градиент кинетической энергии равен градиенту гравитационной энергии $\nabla(m_0 \cdot \mathbf{V}^2 / 2) = \nabla(m_0 \cdot \varphi)$. В общем случае уравнение инерциального движения тела в гравитационном поле с переменной скоростью можно записать в виде:

$$m_0 \cdot \partial_t \mathbf{V} + m_0 \cdot \nabla \varphi - m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (11)$$

Это уравнение является уравнением небесной механики в псевдоевклидовом пространстве-времени. При инерциальном криволинейном движении в гравитационном поле с переменной скоростью, например, космической станции на эллиптической орбите, сила Ньютона и центростремительная сила тяготения равны центробежной силе инерции, что обеспечивает на станции состояние невесомости и устойчивое положение самой станции на орбите:

$$m_0 \cdot \partial_t \mathbf{V} + m_0 \cdot \nabla \varphi = m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} \quad (12)$$

Центростремительную силу гравитационного притяжения можно записать в виде закона всемирного тяготения Ньютона:

$$\mathbf{F} = GM \cdot m_0 \cdot \mathbf{n}_R / R^2 \quad (13)$$

M - масса центрального тела, $\mathbf{n}_R$ - орт в направлении радиус-вектора $\mathbf{R}$. Тогда уравнение небесной механики (12) можно записать в виде:

$$m_0 \cdot \partial_t \mathbf{V} + GM \cdot m_0 \cdot \mathbf{n}_R / R^2 - m_0 \cdot \mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V} = 0 \quad (14)$$

или, сократив m_0 и выполнив преобразования, получим уравнение небесной механики в виде:

$$R^2 \cdot \partial_t (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}) + GM \cdot \mathbf{n}_R - R^2 \cdot \mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\Omega}^2 = 0 \quad (15)$$

Для стационарного случая скорость движения планеты постоянная и сила инерции Ньютона (первый член уравнения (15)) равна нулю. При этом уравнение (15) приводит к выражению третьего закона Кеплера:

$$GM \cdot \mathbf{n}_R = R^2 \cdot \mathbf{R} \cdot \Omega^2 \text{ или в скалярном виде}$$

$$R^3 \cdot \Omega^2 = R^3 / T^2 = GM = const \quad (16)$$

Здесь Ω - угловая скорость, T – период обращения планеты. Третий закон Кеплера гласит «Отношение куба среднего расстояния планеты от Солнца к квадрату периода ее обращения вокруг Солнца есть константа для всех планет». Таким образом, уравнения (14) и (15) можно считать точными дифференциальными уравнениями третьего закона Кеплера, полученными на основе аксиоматического дедуктивного формализма механики. Это является подтверждением правильности уравнения (9) для сил инерции.

Взяв ротор от обеих частей уравнения (9) получим уравнение для углового ускорения, которое равно ротору центробежной силы:

$$\nabla \times (\partial_t \mathbf{V}) = \nabla \times (\mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V}) \text{ или } \partial_t \Omega = \nabla \times (\mathbf{V} \times \Omega) \quad (17)$$

Применив известное векторное тождество и уравнение (8), уравнение (17) можно записать в виде:

$$\partial_t \Omega = (\Omega \nabla) \mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \Omega \quad (18)$$

Из нелинейных уравнений (17) и (18) следует, что в псевдоевклидовом пространстве-времени инерциальное вращательное движение может иметь угловое ускорение, что подтверждает инерциальный эффект Джанибекова в невесомости.

Возьмем дивергенцию от обеих частей уравнения (12) сократив массу и, с учетом уравнения (8), получим уравнение:

$$\Delta \varphi = \nabla \cdot (\mathbf{V} \times \nabla \times \mathbf{V}) = 3\Omega^2 \quad (19)$$

В левой части уравнения стоит источник потенциального поля гравитации. Тогда из уравнения (19) следует, что дивергенция центробежной силы эквивалентна источнику потенциального поля гравитации, пропорциональному квадрату угловой скорости.

3 Тензор напряженностей и уравнения движения поля сил инерции

В соответствии аксиоматическим дедуктивным формализмом, приведенном на рис.1, получим тензор напряженностей сил инерции в среде, в виде четырехмерной производной импульса $P_\beta(ct, i\mathbf{P})$:

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha P_\beta = \begin{pmatrix} \partial_t m & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t P_x & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t P_y & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t P_z \\ -i \cdot c \cdot \partial_x m & \partial_x P_x & \partial_x P_y & \partial_x P_z \\ -i \cdot c \cdot \partial_y m & \partial_y P_x & \partial_y P_y & \partial_y P_z \\ -i \cdot c \cdot \partial_z m & \partial_z P_x & \partial_z P_y & \partial_z P_z \end{pmatrix} \quad (20)$$

Для получения уравнений движения среды найдем дивергенцию тензора напряженностей (20). Поскольку он является несимметричным, то его дивергенцию находим для каждого индекса и суммируем результат. Сумма тензора и транспонированного тензора второго ранга сохраняет его симметричную часть, тогда уравнение движения среды получим в виде дивергенции симметричной части тензора напряженностей:

$$\partial_\beta (F_{\alpha\beta} + F_{\alpha\beta}^T) = \partial_\beta F_{(\alpha\beta)} = 0 \quad (21)$$

Запишем это уравнение трехмерном виде:

$$2\frac{1}{c}\partial_{tt}m + \frac{1}{c}\partial_t \nabla \cdot \mathbf{P} - c\Delta m = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}m - \Delta m\right) + \partial_t \frac{1}{c^2}(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{P} - \partial_t \nabla m - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) - \Delta \mathbf{P} = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{P} - \Delta \mathbf{P}\right) - \nabla(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (23)$$

Система уравнений (22), (23) описывает свободное движение идеальной упругой сплошной среды в псевдоевклидовом пространстве-времени. Из уравнения (23) следует стационарное уравнение движения:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) + \Delta \mathbf{P} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{P} = 2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) \quad (24)$$

Из этого уравнения следует, что вихревое (турбулентное) движение среды является фундаментальным движением, обусловленным геометрией псевдоевклидова пространства. Это движение аналогично известному в электродинамике явлению астрофизического магнитного динамо.

Возьмем градиент от обеих частей уравнения (22) и производную по времени от обеих частей уравнения (23):

$$c \cdot \nabla \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}m - \Delta m\right) + \nabla \partial_t \frac{1}{c}(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (25)$$

$$\partial_t \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{P} - \Delta \mathbf{P}\right) / c - \partial_t \nabla(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) / c = 0 \quad (26)$$

Найдем сумму и разность этих уравнений:

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \Delta\right)[\nabla(m \cdot c^2) + \partial_t \mathbf{P}] = 0 \quad (27)$$

$$\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \Delta\right)[\nabla(m \cdot c^2) - \partial_t \mathbf{P}] + 2\partial_t \nabla(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (28)$$

Уравнения (27) и (28) описывают волны плотности сил инерции, которые могут возбуждаться и существовать в сплошной упругой среде. Поскольку силы инерции эквивалентны силам гравитации, то эти уравнения можно считать уравнениями гравитационных волн. С помощью аксиоматического дедуктивного формализма электродинамики для электромагнитного поля [2] были получены структурно аналогичные волновые уравнения векторных поперечных, векторных поперечно-продольных и скалярных продольных волн электромагнитного поля. По этой аналогии гравитационные волны, описываемые уравнением (27) соответствуют векторным поперечным волнам. Гравитационные волны, описываемые уравнением (28) соответствуют векторным поперечно-продольным волнам. Возьмем производную по времени уравнения (22) и дивергенцию уравнения (23):

$$\partial_t \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}m - \Delta m\right) + \partial_t \partial_t \frac{1}{c^2}(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (29)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{P} - \Delta \mathbf{P}\right) - \nabla \cdot (\nabla(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P})) = 0 \quad (30)$$

и найдя их сумму, получим скалярное волновое уравнение для следа тензора (20):

$$2\left(\frac{1}{c^2}\partial_{tt} - \Delta\right)(\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P}) = 0 \quad (31)$$

Тривиальным решением этого скалярного волнового уравнения является уравнение неразрывности Эйлера $\partial_t m + \nabla \cdot \mathbf{P} = 0$. Еще один вид волнового уравнения получим, взяв ротор уравнения (27) или (28):

$$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} \nabla \times \partial_t \mathbf{P} - \Delta \nabla \times \partial_t \mathbf{P} = 0 \quad (32)$$

Это уравнение аналогично волновому уравнению для магнитного поля в электродинамике. Из волновых уравнений (27), (28), (31), (32) следует возможность существования в сплошной среде четырех видов гравитационных волн.

Для материальной точки уравнения (22) - (31) имеют более простой вид. Поскольку массу из этих уравнений можно исключить, то их можно считать геометрическими и существующими в свободном пространстве:

$$\nabla \cdot \partial_t \mathbf{V} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} \partial_t \mathbf{V} - \nabla (\nabla \cdot \partial_t \mathbf{V}) - \Delta \partial_t \mathbf{V} = 0 \quad (34)$$

С учетом уравнения (33), уравнение (34) можно записать в виде:

$$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} \partial_t \mathbf{V} - \Delta \partial_t \mathbf{V} = 0 \quad (35)$$

Взяв его ротор, получим уравнение:

$$\frac{1}{c^2} \partial_{tt} \nabla \times \partial_t \mathbf{V} - \Delta \nabla \times \partial_t \mathbf{V} = 0 \quad (36)$$

Из уравнений (35) и (36) следует, что в свободном пространстве существуют два вида векторных гравитационных волн: векторные поперечные и векторные вихревые волны (волны кручения).

4. Заключение

В аксиоматическом дедуктивном формализме истинность выводов гарантирована их логической и математической выводимостью из аксиом теории, следовательно, уравнения (4) – (6), (8) – (12), (14), (15), (17) – (19), (22), (24), (27), (28), (31), (32), (35), (36) можно считать истинами, если истинами являются исходные аксиомы. Однако уравнения (14), (15) дополнительно подтверждаются третьим законом Кеплера, а уравнения (17), (18) эффектом Джанибекова в невесомости. Эти экспериментальные подтверждения теоретических выводов формализма, автоматически подтверждают и правильность его исходных аксиом. Новое уравнение небесной механики (9) возможно поможет получить аналитическое объяснение динамической устойчивости планетарных орбит. Теоретический вывод, следующий из уравнения (24) о вихревом движении среды, как фундаментальном движении, возможно объясняет причину возникновения турбулентности в среде. Из уравнения (19) следует вывод о том, дивергенция центробежной силы эквивалентна источнику потенциального гравитационного поля. Учет этого дополнительно гравитационного поля в небесной механике, возможно, поможет в объяснении закономерности расположения орбит планет, т.е. правила Тициуса-Бодде.

В соответствии с уравнениями (27), (28), (31), (32) в сплошной среде могут существовать четыре типа гравитационных волн, в том числе скалярные продольные волны следа тензора напряженностей. Тривиальным решением этого уравнения является уравнение Эйлера неразрывности среды. В свободном пространстве могут существовать только два типа поперечных гравитационных волн (35), (36), в том числе волны кручения.

Литература

- 1 Логунов А.А. Анри Пуанкаре и теория относительности М.: Наука, 2004
- 2 Спиричев Ю.А. Дедуктивный формализм электродинамики. Часть 1. «Научный журнал» №3 (78). 2026. PROBLEMS OF SCIENCE. <https://scientificmagazine.ru>. DOI 10.24411/2413-7081-2026-10301
- Спиричев Ю. А. Deductive Formalism of Electrodynamics Part 1. PREPRINTS.RU. 2026. <https://doi.org/10.24108/preprints-3116078>
- 3 Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции М.: Наука, 1987
- 4 Phys. Rev. Lett. 119 231101 (2017) The MICROSCOPE mission: first results of a space test of the Equivalence Principle; arXiv:1712.01176 (2017).
- 5 Нётер Э Инвариантные вариационные задачи (Вариационные принципы механики Л С Полак), М.: Наука, 1959
- 6 Ландау Л Д, Лифшиц Е.М. Теория поля М.: Наука, 1973

Axiomatic Deductive Formalism of Mechanics in Pseudo-Euclidean Spacetime

Yurii A. Spirichev
Zarechny, Penza region, Russia
E-mail: yurii.spirichev@mail.ru

Abstract: An axiomatic deductive formalism of mechanics is described, based on the model of four-dimensional pseudo-Euclidean spacetime proposed by A. Poincaré and H. Minkowski. Using this formalism, conservation equations for energy and momentum are derived, describing all inertial forces for an ideal continuous elastic medium and a material point. New differential equations of celestial mechanics for the medium and the material point are obtained, as well as equations of Kepler's third law and inertial angular acceleration, and equations of gravitational waves for the medium and free space. It has been shown that the divergence of the centrifugal force is equivalent to the source of the potential gravitational field.

Keywords: axiomatic deductive formalism, pseudo-Euclidean space, energy-momentum tensor, inertial forces, centrifugal force, gravitational forces, gravitational waves, celestial mechanics, Kepler's third law.