

УДК 330.15, 330.46, 330.85, 338.22

Исследовательский препринт /

Сибирская экономико-математическая школа

**ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА
УПРАВЛЕНИЕ КАПИТАЛИСТИЧЕСКИМ НАКОПЛЕНИЕМ
(ДЕРЗНОВЕНИЕ НА ГРАНИЦАХ НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИКИ)**

Программа годового спецкурса по выбору для старшекурсников и слушателей магистратуры математических факультетов университетов

Александр Владимирович Рыженков

Новосибирский государственный университет

Новосибирск, Россия

a.ryzhenkov@g.nsu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1917-0686>

В высшей математике
[Карл Маркс] находил
диалектическое движение...
Он считал..., что наука только
тогда достигает совершенства,
когда ей удаётся пользоваться
математикой¹.

Аннотация

Дисциплина «Управление капиталистическим накоплением» реализуется в качестве годового курса по выбору для студентов старших курсов бакалавриата и магистратуры механико-математического факультета (ММФ НГУ). Курс включает в себя качественный и численный анализ нелинейных макроэкономических динамических систем в фазовых пространствах нарастающей размерности. Содержание дисциплины связано с фундаментальными курсами «Дифференциальные уравнения», «Математическое моделирование» и «Качественная теория динамических систем». Изучаются условия возникновения эндогенных циклов, бифуркаций Андронова – Хопфа, седло-узловых бифуркаций, а также стабилизация капиталистического воспроизводства методами пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулирования. Дисциплина направлена на формирование профессиональных компетенций в области освоения новых знаний (ПК-1). Общая трудоемкость составляет 4 зачетные единицы (144 часа).

Ключевые слова: политическая экономия, ноосферный социализм, стратегия «Россия — 2075», DSGE-модели, суженное воспроизводство, нелинейные дифференциальные уравнения, матрица Якоби, ресурсная рента, геологоразведочные работы, системная динамика, ПИД-регулирование, обобщенный фильтр Калмана, максимум правдоподобия

¹ Лафарг П. Воспоминания о Марксе. — М. : Издательство политической литературы, 1967. — С. 11.

**SYLLABUS OF THE SPECIAL COURSE
MANAGING CAPITAL ACCUMULATION
(DARING AT THE FRONTIERS OF NONLINEAR MATHEMATICS)**

Syllabus of a year-long elective special course for senior undergraduate and
graduate students of university mathematical faculties

Aleksandr V. Ryzhenkov

Novosibirsk State University

Novosibirsk, Russian Federation

ryzhenko@ieie.nsc.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1917-0686>

Abstract

The year-long special course “Managing Capital Accumulation” is implemented within the main professional educational curriculum of the Mechanics and Mathematics Faculty of Novosibirsk State University (MMF NSGU). The discipline comprises qualitative and numerical analysis of non-linear macroeconomic dynamic systems in phase spaces of increasing dimension R^n ($n \geq 1$). The course is intrinsically linked with fundamental disciplines such as “Differential Equations”, “Mathematical Modeling”, and “Qualitative Theory of Dynamic Systems”. Students investigate the conditions for the emergence of endogenous cycles, saddle-node and Andronov – Hopf bifurcations, as well as the stabilization of reproduction processes applying proportional-integral-derivative (PID) control algorithms. The core methodological task involves refining and generalizing ”neoclassical” mainstream models (Solow, Ramsey–Koopmans–Cass) through the synthesis of system dynamics, automatic control theory, and classical political economy.

Keywords: political economy, noospheric socialism, “Russia — 2075” strategy, DSGE models, reproduction on a decreasing scale, non-linear differential equations, Jacobi matrix, resource rent, mineral exploration, system dynamics, PID control, Generalized Kalman Filter, maximum likelihood

JEL: B51, C62, E11, P16, P41, Q38

1. ВВЕДЕНИЕ: НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Концепция и уникальность курса

Предлагаемый годовой спецкурс разработан для студентов ММФ НГУ и направлен на формирование способности осваивать и применять новые фундаментальные знания в области профессиональной деятельности (компетенция ПК-1).

Уникальность курса заключается в сквозной интеграции аппарата качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), методов системной динамики, теории автоматического управления и алгоритмов стохастической фильтрации. В отличие от традиционных макроэкономических дисциплин «неоклассического» мейнстрима, базирующихся на статических или локально линеаризованных моделях общего равновесия (DSGE) [3, 8, 11, 13, 19], настоящий курс ориентирован на исследование глобального поведения существенно нелинейных динамических систем в фазовых пространствах нарастающей размерности [1, 4] по мере развертывания учебного материала.

Методическая логика и вычислительная строгость курса защищены следующими ключевыми блоками.

1. **Качественный анализ ОДУ высокого порядка.** Учащиеся исследуют нелинейные системы ОДУ высокого порядка (вплоть до семимерной модели капиталистического накопления ТМ–1) [12: 158-188]. В состав изучаемого инструментария входят четырехмерная модель промышленных циклов $L-2$ [10, 11, 27] и модель конкурентно-кооперативного макрорегулирования первичных доходов $L-3$, представленные в академических разработках на базе сибирской экономико-математической школы [10, 11].

В процессе анализа вычисляются сепаратрисы, инвариантные многообразия и гомоклинические орбиты, исследуются типы стационарных состояний (узел, фокус, седло, нейтральный центр). Осваиваются бифуркации коразмерности 1 (седло-узловые и сверхкритические бифуркации Андронова – Хопфа) как эндогенные триггеры макроэкономических циклов.

В ходе компьютерного практикума исследуются методы регуляризации вырожденности Якобиана через малый параметр пропорционального управления. Осуществляется математический анализ переходов от прото-хаотического режима к регулярному предельному циклу и глобально устойчивому узлу, проводятся визуализации 3D / 4D фазовых траекторий в Python/Matplotlib, а также расчет показателей Ляпунова и эволюции касательных векторов по алгоритму Бенеттина [21, 22, 35].

2. **Математическая формализация режимов с обострением.**

Курс вводит строгие математические критерии перехода динамических систем в нестационарные гиперболические режимы, приводящие к структурной деградации, сжатию основного капитала и истощению доказанных

минеральных запасов за конечное время T_c . Динамика описывается сингулярностью вида $Y(t) \sim (T_c - t)^{-\alpha}$, где $\alpha > 0$.

Это позволяет учащимся освоить методы качественного анализа и прогнозирования катастроф в сложных социально-экономических и биоэкологических системах.

3. Теория управления и ПИД-регулирование.

Для стабилизации неустойчивых траекторий воспроизводства и сохранения биоресурсов применяется аппарат математической теории управления. Учащиеся осуществляют аналитический и численный синтез пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) контроля, исследуют жесткость и устойчивость систем при введении информационных лагов и запаздываний, а также изучают разрывные управления на основе принципа максимума Понтрягина.

4. Стохастическая идентификация и вероятностный закон накопления.

Вычислительный блок курса опирается на оригинальные результаты разработчика дисциплины. Учащиеся осваивают алгоритм обобщенного фильтра Калмана (ОФК) для нелинейных систем, включающий дискретизацию непрерывных ОДУ по схеме Эйлера, рекурсивное построение функции логарифма правдоподобия данных $\xi(N : \alpha) = \ln p(\mathbf{z}_N : \alpha)$ через вектор инноваций (обновлений) $\delta_z(n|n-1)$ и матрицу их ковариации $\Sigma_z(n|n-1)$, с последующей численной оптимизацией алгоритмом Пауэлла [12: 149-152; 33: 434].

5. **Гипотеза невозможности белизны обновлений и защита от ложной регрессии.** Важным методологическим элементом курса является изучение ограничений стандартных эконометрических критериев (t -тест, F -тест) в условиях реальных временных рядов. Опираясь на авторскую гипотезу о невозможности белизны обновлений в макроэкономических приложениях [12, с. 142–157], учащиеся знакомятся с содержательной научной дискуссией между разработчиком алгоритмов ОФК (Р. Эберлейн, ученик Ф. Швеппе) и автором курса по вопросу о недостижимости белизны обновлений в макроэкономических системах². Это развивает навыки критического анализа и математического обоснования применимости статистических критериев в условиях нелинейности, вырабатывая «иммунитет» к ложной регрессии (*spurious regression*).

² В исследовательских работах автора это утверждение формулируется как теорема [11, 12]; в настоящем курсе оно представлено как гипотеза сознательно — в силу повышенной ответственности учебного жанра и наличия иных позиций в профессиональном сообществе (в частности, у Р. Эберлейна в личной беседе пару десятилетий назад).

1.2. Перспективные трансдисциплинарные задачи повышенной сложности («Задачи на вырост»)

В целях стимулирования самостоятельного научного творчества и формирования задела для будущих кандидатских и докторских диссертаций на стыке прикладной математики, политэкономии и психоанализа, спецкурс вводит в образовательный контур нестандартные задачи с повышенной сложностью, ожидающие своего фундаментального решения. Для выпускников бакалавриата и магистратуры ММФ они выступают «задачами на вырост».

Ярким примером такого вызова является задача математической формализации сюжетных линий [5] на языке качественной теории ОДУ и системной динамики. В рамках этой перспективной темы подсистему деструктивных агентов (Вальмон — Мертей, $V — M$) можно попробовать смоделировать как систему двух нелинейно связанных осцилляторов, траектория которых направлена к седловой точке с последующим выходом в нестационарный гиперболический режим (*blow-up regime*) и падением в необратимый фазовый аттрактор катастрофы.

Расширение размерности до 5-мерного вектора состояния $X = (V, M, T, D, C)$, возможно, требует введения диссипативных структур (Турвель T) и быстрых переменных (Дансени D , Сесиль C), где точка дуэли описывается дельта-функцией времени. На макроуровне данная микросистема, предположительно, предстанет локальной хаотической областью внутри глобального фазового режима предреволюционной Франции 1789 года.

Высшей ступенью исследования («задачей на вырост» уровня докторантуры) выступает математическое доказательство живучести структуры Лакло в условиях современного цифрового капитализма, предоставившего элитарному паразитизму сетевые, финансовые и информационные инструменты доминирования (даркнет, скрытые чаты, асимметрия информации).

Предельным режимом катастрофы с ускоряющимся обострением в XXI веке является феномен транснациональной ловушки компромата («эпштейниада») [18, 23]. В паре «Д. Эпштейн — Г. Максвелл» психоаналитически верифицируется зеркало пары «Вальмон — Мертей», где крах глобальной макросистемы и принудительный сброс параметров референтной группой, предположительно, подчиняются тем же паттернам системной динамики [34], раскрываемых системами нелинейных ОДУ. Эти темы ждут своих исследователей, готовых проявить интеллектуальную дерзость и проницательность Григория Перельмана.

1.3. Диалектика интеллектуальной дерзости и укрощения макроэкономического хаоса

Следуя историческому ориентиру основателей марксистской политэкономии, характеризовавших свой научный метод как бескомпромиссную и дерзкую деконструкцию устоявшихся догм³, настоящий спецкурс сознательно разрывает рамки «неоклассического» мейнстрима [8, 19]. Курс предлагает слушателям отказаться от пассивного созерцания «вечных рыночных истин» и перейти к активному математическому конструированию новой ноосферно-социалистической реальности [10, 11].

Интеллектуальная дерзость программы выражается в её методологических парадоксах, сознательно идущих наперекор «неоклассическому» мейнстриму.

1. Математическая легитимизация классового анализа

Спецкурс доказывает, что базовые политэкономические категории (прибавочная стоимость, необходимый и прибавочный труд) [2, 7] — это не исторические реликты XIX века, а понятия, раскрываемые через фазовые переменные четырехмерных и семимерных пространств [4, 7].

2. Эстетика детерминированного хаоса

Вместо убаюкивающих графиков затухающих колебаний DSGE-моделей⁴, студенты ММФ изучают внутреннюю красоту и вычислительный драматизм аттракторов и переходных процессов. Спецкурс учит молодежь не пасовать перед кризисами и катастрофами, не прятать голову в песок, а математически точно вычислять момент полного краха (сингулярности) T_c , и за счет введения дифференциальной компоненты (опережающего управления) осуществлять успешный синтез законов ПИД-управления по замкнутому контуру. Такой подход формирует «интеллектуальный позвоночник» (гибкий в преодолении трудностей, но не гнущийся перед дутыми авторитетами) суверенного исследователя — синтетическое качество, критически необходимое для решения нестандартных многомерных задач государственного масштаба в эпоху глобального поликризиса.

1.4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Содержание дисциплины органически связано с материалом фундаментальных курсов «Методы вычислений», «Математическое моделирование», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Обратные задачи» и «Математическая статистика», изучаемых на ММФ НГУ. Учащиеся используют разработанные на кафедре программные

³ «Мы были тогда дерзкими парнями, поэзия Гейне — детски невинная штука в сравнении с нашей прозой» (Ф. Энгельс, письмо Лауре Лафарг от 2 июня 1883 г. // К. Маркс, Ф. Энгельс. Сочинения. — 2-е изд. — М.: Издательство политической литературы, 1964. — Т. 36. — С. 28–30).

⁴ DSGE-модель (Dynamic Stochastic General Equilibrium, или динамическая стохастическая модель общего равновесия). Подробнее см. [3, 11].

скрипты на *Python / Matplotlib* для расчета аттракторов, проведения вычислительных экспериментов и интерпретации хаотических артефактов (включая переходные процессы для тора-аттрактора и детерминированного прото-хаоса). Специализированные экономические знания для освоения курса не требуются, базовые политико-экономические понятия вводятся непосредственно в рамках лекций.

Первичная структура накопления раскрывается посредством **секвенирования** (определения последовательности) элементарных прямых связей в рамках контуров обратной связи, что аналогично секвенированию биополимеров в молекулярной биологии [10, 27]. Курс исходит из диалектического правила структурной и функциональной эволюции: сохранения (наследования) ранее возникших контуров обратной связи на более поздних этапах, создания новых контуров и преобразования предшествующих контуров в контуры с другой полярностью (трансформация *vicious feedback loops* в *virtuous feedback loops*) [11].

1.5. Отличительные особенности дисциплины в мировом высшем образовании

1. **Выявление свойств и ограничений функций CES**

Стандартные «неоклассические» модели роста (в частности, модель Р. Солоу с ПФ Кобба – Дугласа) предполагают абстрактную неограниченную эластичность замещения природных ресурсов основным капиталом и технологиями [6]. В рамках данного спецкурса проводится строгий математический анализ траекторий воспроизводства в условиях жестких физических ограничений (износ, амортизация, истощение недр). Дисциплина демонстрирует содержательные и вычислительные границы применимости гладких производственных функций при приближении системы к критическим режимам.

2. **Моделирование нелинейных траекторий и режимов с обострением**
Традиционные подходы «неоклассического» мейнстрима (включая DSGE) преимущественно ориентированы на поиск локально устойчивых стационарных состояний. Настоящий курс расширяет этот базис, исследуя системы с доминирующими положительными обратными связями. Учащиеся изучают математические условия перехода нелинейных динамических систем в нестационарные гиперболические режимы («режимы с обострением»), приводящие к структурному сжатию основного капитала и доказанных минеральных запасов за конечный интервал времени.

3. **Анализ эффектов композиции и ограниченной рациональности:** В курсе критически рассматривается постулат «неоклассического» мейнстрима о совершенных рациональных ожиданиях макроэкономических агентов. С опорой на методы качественной теории ОДУ и системной динамики доказывается существование системных эффектов композиции (парадоксов агрегирования). Демонстрируется, как локально оптимальные и

индивидуально рациональные стратегии агентов (например, максимизация краткосрочной ренты или вывод активов в «надежные гавани») на макроуровне математически предопределяют неустойчивость и топологический коллапс всей системы.

1.6. Планируемые результаты изучения дисциплины (Перечень компетенций)

В результате глубокого освоения материала годового курса учащийся:

1. **Знает** базовый понятийный аппарат марксистской макроэкономики, системной динамики и теории ПИД-регулирования.
2. **Умеет** переходить от содержательных экономических и экологических концепций к строгим математическим моделям в форме систем нелинейных ОДУ.
3. **Умеет** находить стационарные состояния, определять их типы (узел, фокус, седло) и вычислять сепаратрисы фазовых портретов.
4. **Знает** условия перехода динамической системы в режимы суженного воспроизводства и структурного коллапса за конечный время.
5. **Знает** математические признаки седло-узловых бифуркаций и бифуркаций Андронова – Хопфа в нелинейных системах ОДУ.
6. **Умеет** проводить имитационное моделирование и параметрическую оптимизацию систем управления в средах *Vensim / XMLE*, осуществлять структурные и сценарные тесты моделей.
7. **Владеет** методами доказательства структурной устойчивости или неустойчивости макроэкономических моделей (включая доказательство от противного).
8. **Умеет** идентифицировать вычислительные артефакты при переходе многомерных квазихаотических систем к тору-аттрактору или устойчивому узлу.
9. **Знает** алгоритм Грассбергера – Прокаччиа для расчета корреляционной размерности и теорему Каплана – Йорка для размерности Ляпунова странных аттракторов.
10. **Владеет** методами укрощения детерминированного хаоса в 4D фазовых пространствах (в частности, через введение опережающего управления по темпу прироста нормы занятости).
11. **Знает** структуру и ограничения моделей Солоу, Рамсея – Купманса – Касса, Гудвина, Лордона, Колаккио, Шефера – Арнольда – Моксна, а также владеет их обобщенными и суверенными версиями.
12. **Знает** алгоритмы линеаризации нелинейных систем ОДУ, структуру обобщенного фильтра Калмана (ОФК) и рекурсивный метод максимума правдоподобия для оценки параметров макроэкономических законов-тенденций.
13. **Умеет** формулировать уравнения динамики вектора состояний в условиях случайных возмущений и уравнения наблюдений для скрытых (латентных) макропеременных.

14. **Владеет** структурными и поведенческими тестами для нелинейных динамических моделей высокого порядка и методами прогнозирования *ex ante*, т. е. предвосхищения.

1.7. Направление, содержание и метод модернизации экономико-математического образования

Настоящая Рабочая программа годового спецкурса предлагает концептуально единую рамку для системной модернизации преподавания макродинамических и эконометрических дисциплин в отечественных высших учебных заведениях, фиксируя три базовых императива [7; 8]:

1. **Направление (Суверенная ориентированность целей развития)**

Переход от схоластического описания гипотетических «околоравновесных состояний» «неоклассического» мейнстрима к исследованию реальных, неравновесных процессов воспроизводства. Образовательный вектор смещается с обслуживания интересов глобального финансового капитала на задачи долгосрочного государственного планирования, обеспечения технологического суверенитета и национальной безопасности России (стратегия «Россия — 2075») [11].

2. **Содержание (Политэкономический базис и нелинейность)**

Бескомпромиссный отказ от догматических моделей (Солоу, Рамсея — Касса — Купманса), изолирующих макроанализ от структуры материальных балансов [14, 32]. Учебный материал наполняется строгими категориями классической политической экономии (прибавочный труд, кругооборот капитала, нормативно-плановое обобществление ренты) [3, 7, 11], сопряженными с математической формализацией многомерных фазовых пространств, бифуркационных триггеров и нестационарных режимов с обострением [15].

3. **Метод (Кибернетический синтез и верификация)**

Замена примитивного МНК-моделирования, слепого к ложной регрессии и автокоррелированному цветному шуму, сквозным методом системной динамики и стохастической фильтрации (алгоритмы ОФК в сочетании с методом максимума правдоподобия) [12, 13, 33]. Метод базируется на обучении студентов синтезу законов автоматического регулирования по замкнутому контуру (ПИД-контроль) для укрощения детерминированного хаоса и перевода неустойчивых макросистем в асимптотически стабильные режимы [10].

2. СИНОПСИС РАЗДЕЛОВ И ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЛЕКЦИЙ

Раздел 1. Элементы системной динамики и кибернетического регулирования

Модельные границы нелинейных систем. Динамические переменные «запас», «поток» и контуры обратных связей. Информационные лаги [34]. Применение аппарата теории автоматического управления в макросистемах: принципы пропорционального, интегрального и дифференциального (ПИД) регулирования.

Раздел 2. Качественный анализ одномерных макромоделей в пространстве R^1

Логистический рост изолированной популяции биоресурса. Исследование нелинейных моделей Верхульста, Шефера и Арнольда [31]. Условия возникновения седло-узловых бифуркаций. Имитационный кейс: трехмерная модель Мирового банка глобального рыболовства W-3 [26]. Синтез разрывных управлений и оптимальных стратегий на основе принципа максимума Понтрягина.

Раздел 3. Сравнительный анализ классической и «неоклассической» парадигм воспроизводства в R^1

Материально-вещественный и стоимостный аспект базовой «неоклассической» модели Солоу НМ-1 [8]. Критический разбор свойств производственной функции Кобба – Дугласа. Преодоление некорректной «неоклассической» интерпретации теоремы Эйлера о вознаграждении факторов производства. Вывод обобщенного дифференциального уравнения неравновесного роста [12, 17].

Раздел 4. Математическое моделирование суженного воспроизводства

Модифицированные нелинейные модели НМ-2 и НМ-3 с явным учетом истощения доказанных минерально-сырьевых запасов. Математическая формализация и критерии перехода системы в нестационарные гиперболические режимы. Доказательство неизбежности коллапса и деградации основного капитала за конечный интервал времени T_c [25].

Раздел 5. Парные взаимодействия и качественная макродинамика в пространстве R^2

Математическая теория осцилляторов. Динамика двухстороннего конфликта в модели Осипова — Ланчестера — Арнольда [6]; вычисление седловых точек и сепаратрис фазовых портретов. Микродинамическая модель фирмы MIT (wfkal.mdl): детерминированность микрооснований оборота производительного капитала объективными законами капитализма [2, 7].

Оригинальное расширение модели сценариями максимизации прибыли с нелинейными последствиями для нормы занятости [13].

Модель Рамсея–Купманса–Касса и ее критическое обобщение с учетом невозможности оптимального «седлового пути» при ресурсных ограничениях и положительных обратных связях в реальных процессах капиталистического накопления [8, 19, 14, 32].

Раздел 6. Эколого-экономические макросистемы в пространствах размерности R^n ($n \geq 3$)

Развитие качественных методов в многомерных средах. Модель Верхульста — Шефера — Мокснеса; синтез ПД-контроля для стабилизации биосферных изъятий [29]. Неравновесная модель Солоу — Стиглица — Хартвика НМ-2 в условиях жестких ограничений по истощимым природным ресурсам. Политэкономический анализ правила Хотеллинга и его обобщение для расширенного воспроизводства [8, 25].

Раздел 7. Модели Кеннеди–Гудвина расширенного воспроизводства с индуцированным техническим прогрессом

Взаимодействие нормы занятости и распределения доходов. Индуцированный технологический прогресс в макродинамических системах КГ-1 и КГ-2 [9]. Исследование условий возникновения эндогенных циклов через бифуркацию Андронова – Хопфа. Синтез стабилизирующего закона регулирования нормы накопления основного капитала в модели КГ-3 методами ПД-управления [27].

Раздел 8. Критика концепций постоянной эластичности замещения (CES) и устойчивого роста

Исследование функций CES в макромоделях Р-1 и Р-2 Ф. ван дер Плога [24]. Деконструкция иллюзорного «неоклассического» отрицания макроэкономических циклов. Математическое обобщение систем ван дер Плога в рамках структурно устойчивых нелинейных моделей Z-1 и S-1.

Раздел 9. Многомерные макродинамические системы и управление аттракторами

Модели со сбалансированным государственным бюджетом (G-4, G-5). Стабилизация накопления в R-1 и R-2 [30]. Трехмерная модель Гудвина — Колаккио [20], доказательство её незавершенности. Переопределение параметров в координатах (u, v, s, y) , где y — координата информационного запаздывания, а s — фондоемкость (отношение основного капитала K к ВВП). Методы регуляризации вырожденности Якобиана через малый параметр пропорционального управления ($h = 0.001$) под целевой институциональный супремум нормы занятости.

Четырехмерная антагонистическая модель ГМК L-2 [10, 11, 28]: оценка макроструктурных рисков от стихийного внедрения алгоритмов искусственного интеллекта. Парадигма социального партнерства как

реализация ПД-управления по замкнутому контуру в модели L-3 [10, 11]. Математический анализ переходов от прото-хаотического режима к регулярному предельному циклу и глобально устойчивому узлу. Визуализация 3D / 4D фазовых траекторий; расчет показателей Ляпунова и эволюции касательных векторов по алгоритму Бенеттина в среде Python / Matplotlib.

Раздел 10. Стохастическая идентификация и верификация нелинейных моделей

Принципы эмпирической верификации многомерных систем уравнений в пространствах R^n . Переход от непрерывных детерминистских систем ОДУ к стохастическим разностным уравнениям по методологии Ф. Швеппе [33]. Особенности упрощенной программной реализации алгоритма обобщенного фильтра Калмана (ОФК) Р. Эберлейном в пакете *Vensim / XMILE*.

Рекурсивное построение и вычисление логарифма функции правдоподобия данных $\xi(N : \alpha) = \ln p(\mathbf{z}_N : \alpha)$ через вектор инноваций (обновлений) $\delta_z(n|n-1)$ и матрицу их ковариации $\Sigma_z(n|n-1)$. Максимизация логарифма функции правдоподобия алгоритмом Пауэлла.

Изучение ограничений стандартных t - и F -тестов «неоклассического» мейнстрима в условиях реальных временных рядов; основательность гипотезы невозможности белизны обновлений [12, с. 142–157].

3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА И ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

3.1. Рубрикатор оценки результатов обучения (по БРС)

Для обеспечения прозрачности контроля успеваемости применяется непрерывная балльно-рейтинговая система (максимум — 25 баллов в семестре). Оценка индикаторов достижения результатов осуществляется по следующему рубрикатору.

Владение аппаратом качественной теории ОДУ и системной динамики

Пороговый уровень (3 балла): Учащийся находит координаты стационарных состояний, но испытывает затруднения при определении их топологического типа.

Базовый уровень (4 балла): Свободное владение материалом курса, расчеты содержат лишь незначительные математические недочеты.

Продвинутый уровень (5 баллов): Полное системное владение аппаратом. Безупречное качественное исследование многомерных нелинейных уравнений.

Умение строить макроструктурные модели в пространстве R^n

Пороговый уровень (3 балла): Учащийся строит систему уравнений, но затрудняется при проведении параметрической оптимизации и качественного анализа.

Базовый уровень (4 балла): Модель построена верно. Учащийся самостоятельно находит бифуркационные точки Андронова – Хопфа.

Продвинутый уровень (5 баллов): Безупречный аналитический синтез законов ПИД-регулирования для систем любой размерности.

3.2. Методические указания к вводной лабораторной работе

«Моделирование чрезмерной эксплуатации и коллапса биоресурса в 1D» (на базе модели Шефера–Арнольда)

Цель работы: построить потоковую диаграмму (Stock and Flow) в среде PLE Vensim, исследовать влияние политики рыболовного промысла на динамику биоресурса и определить условия системного коллапса [31].

Этап 1. Проектирование структуры модели (Stock & Flow)

В системной динамике ключевыми элементами являются Накопители (прямоугольники) и Потоки (стрелки с вентилями). Учащиеся создают следующую структуру:

1. Накопитель (Box Variable): Запас биоресурса x
2. Входящий поток (Inflow): Естественный прирост y_1 (стрелка входит в накопитель).
3. Исходящий 1-й поток (Outflow): Естественная убыль y_2 (стрелка выходит из накопителя наружу).
4. Исходящий 2-й поток (Outflow): Улов s (стрелка выходит из накопителя наружу).
5. Константы и вспомогательные переменные (Auxiliary)
 - o Коэффициент рождаемости b .
 - o Коэффициент смертности d .
 - o Базовый уровень улова s_0 .

Этап 2. Ввод математических уравнений в Vensim

Учащиеся должны открыть редактор уравнений (инструмент Equations в Vensim) и ввести следующие формулы для каждого элемента:

1. Запас биоресурса x
 - o Уравнение: $\text{INTEG}(\text{Естественный прирост } y_1 - \text{Естественная убыль } y_2 - \text{Улов } s, x_0)$
 - o Описание: Интеграл разности потоков. Начальное значение (Initial Value) x_0 задать равным 0.52.
2. Естественный прирост y_1
 - o Уравнение: $\text{Запас биоресурса } x \times \text{Параметр рождаемости } b$
3. Параметр рождаемости b
 - o Уравнение: 1.

4. Естественная убыль биоресурса y_2
 - о Уравнение: $(\text{Запас биоресурса } x)^2 \times \text{Параметр смертности } d$
5. Параметр смертности d
Уравнение: 1.
6. Параметры промысловой политики
 - о Базовый уровень улова $c_0 = 0.25$.
 - о Политика увеличения популяции $c = 0.2499$.
 - о Политика сокращения популяции $c = 0.2501$.

Этап 3. Настройка параметров симуляции (Model Settings)

До запуска модели учащиеся должны выставить временные границы в меню Model > Settings:

- INITIAL TIME = 0 (начало истории промысла)
- FINAL TIME = 400 (горизонт наблюдения, лет)
- Провести расчеты по модели с использованием метода Рунге-Кутты 4-го порядка (Runge-Kutta4 auto) при фиксированном шаге TIME STEP = 0.0078125 (для точности вычислений).
- Проанализировать устойчивость системы, используя данные табл. 1.

Таблица 1. Экспериментальные значения для определения режимов рыболовства

Сценарий	Параметр c	Исходный уровень x_0	Оценка конечного состояния x
1	0.2501	0.5	Заполняется учащимся для каждого сценария
2	0.25	0.5	
3	0.25	0.4999	
4	0.25	0.5001	
5	0.2499	0.46	
6	0.2499	0.4925	

Этап 4. Сценарии для имитации (задания для самостоятельной работы учащихся)

Учащийся запускает базовый сценарий, активирует Graph и выполняет два основных аналитических эксперимента.

Эксперимент №1: эффект сочетания оптимального запаса и улова, слегка превышающего устойчивый максимальный уровень. Если обнаружится чрезмерное сокращение запаса, учащийся должен предложить изменения в промысловой политике. Еще лучше, если изменения в промысловой политике будут осуществлены заранее на основе предвиденья.

- Инструкция: использовать данные Таблицы 1 для выбора подходящего варианта из расширенной группы сценариев 1-6.
- Задание учащемуся: сравнить графики для исходной модели и модифицированной модели. Описать, с каким темпом биоресурс будет истощаться по мере развертывания режима обострения.

Эксперимент №2: Поиск упреждающего социального контроля

- Инструкция: учащийся узнает, что в точке $T = 15$ правительство, обеспокоенное истощением биоресурса, ввело мобилизационные меры и стало экспоненциально снижать добычу. Учащийся должен использовать функцию $c = c_0 \times \text{Exp}(-p \times (\text{Time} - T))$ для отражения снижения улова на отрезке новой политики.

- Формула в Vensim:

Улов $c = \text{IF THEN ELSE}(\text{Time} < T, c_0, c_0 \times \text{Exp}(-p \times (\text{Time} - T)))$

- Задание учащемуся: поможет ли эта политика увеличить биоресурс до отметок не ниже 0.5, если $c_0 = 0.26$, $x_0 = 0.52$, $p = 0.05$? (Математический ответ: нет, биоресурс будет исчерпан, так как ресурсная база уже ослаблена). Как велико опоздание перехода к потенциально правильной политике, которая из-за него утрачивает свою эффективность? (Требуется серия экспериментов со сдвигом T влево, в идеальном случае подкреплённых аналитически.)

Формат отчета по лабораторной работе

Учащийся должен предоставить:

1. Скриншот построенной диаграммы потоков из Vensim.
2. Совмещенный график биоресурса x и темпа его прироста.
3. Вывод (критический анализ): математическое объяснение, почему в нелинейных системах лежащая на поверхности стабилизационная политика, при которой улов строго удерживается на уровне максимального устойчивого урожая, представляет угрозу для устойчивого воспроизводства биоресурса. Для сохранения и преумножения биоресурса нужно правильно выбирать момент перехода к политике поддержания устойчивого урожая и задавать ее системные параметры. Продвинутый уровень предполагает нахождение подходящего значения T аналитически.

3.3. Развернутое теоретическое содержание кейсов на дифференцированном зачете

- **Кейс № 1: «Ловушка Кобба – Дугласа».** Учащиеся должны строго математически доказать гносеологическую и технологическую несостоятельность традиционной «неоклассической» производственной функции Кобба – Дугласа, в которой при предельном истощении природного фактора ($R \rightarrow 0$) выпуск может бесконечно поддерживаться за счет неограниченного замещения доказанных запасов технологиями [8].

- **Кейс № 2: «Слепота равновесия» Вальраса – Эрроу – Дебрё.** Оценивается способность учащихся проводить качественный анализ матриц Якоби макросистем, оперировать знаками обратных связей и математически доказывать разницу между локально затухающими колебаниями и взрывными автоколебательными процессами реального неравновесного базиса.

- **Кейс № 3: Парадокс Лукаса: «Рациональное самоубийство».** Оценивается математическое понимание эффектов композиции. На основе

качественной теории ОДУ доказывается провал «критики Лукаса»: демонстрируется, как индивидуально рациональные и локально оптимальные стратегии микроагентов на макроуровне приводят к топологическому коллапсу системы.

- **Кейс № 4: Идентификация модели.** Слушатели должны продемонстрировать владение сквозной авторской методологией эмпирического оценивания параметров нелинейных систем на примере модели ТМ-2 [16]. Задача включает в себя дискретизацию непрерывных ОДУ по схеме Эйлера, фильтрацию латентных фазовых переменных алгоритмами ОФК и рекурсивный расчет логарифма функции правдоподобия по методологии Ф. Швеппе [33] для последующей оптимизации алгоритмом Пауэлла.

- **Кейс № 5: Дискуссионные вопросы верификации и цветной шум.** Критический анализ ограничений стандартных эконометрических тестов. На основе авторской гипотезы невозможности белизны обновлений доказывается автокоррелированная природа остатков макроэкономических уравнений (цветной шум) и обосновывается перевес структурных и поведенческих тестов *ex ante* перед упрощенным МНК-подходом «неоклассического» мейнстрима.

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И БИЛЕТЫ

4.1. Примерные вопросы проверочной работы (семестр 1)

1. Построить потоковую диаграмму для уравнения основного капитала $\dot{K} = I - \eta K$ в Vensim.
2. Математически доказать нелинейный характер перехода системы в режим с экспоненциальным снижением K при условии, что доля инвестиций в условно-чистом продукте (ВВП) $y < s\eta$, где s – фондоемкость (отношение основного капитала K к ВВП).
3. Найти координаты стационарных состояний (узлов и седел) для обобщенной модели Р. Солоу в условиях суженного воспроизводства [17].

4.2. Примерные вопросы проверочной работы (семестр 2)

1. Провести параметрическую оптимизацию ПД-регулирования биосферных изъятий для модели Шефера – Арнольда – Моксна в среде имитационного моделирования [29].
2. Выявить критическое значение параметра управления в четырехмерной модели L-2, при котором происходит переход к предельному циклу через сверхкритическую бифуркацию Андронова – Хопфа [28].

3. Доказать от противного структурную неустойчивость гибридной макромоделли (L-2-S) с традиционной «неоклассической» функцией фондоотдачи [15].

4.3. Типичные билеты к дифференцированному зачету (семестр 1)

Билет № 1

1. Элементы общенаучного метода системной динамики Джея Форрестера: накопители, потоки, петли обратной связи и информационные запаздывания.
2. Обобщение модели Р. Солоу НМ-3 для суженного воспроизводства капитала при росте занятости; математические условия коллапса системы.

Билет № 2

1. Принципы пропорционального, интегрального и дифференциального (ПИД) регулирования эволюционной макродинамики.
2. Задача Коши и опровержение гипотезы «оптимального седлового пути» в «неоклассической» модели Рамсея – Купманса – Касса.

Билет № 3

1. Сверхкритическая бифуркация Андронова – Хопфа как основа возникновения эндогенного промышленного цикла в модели Кеннеди – Гудвина КГ-2.
2. Стабилизация воспроизводства реального сектора через ПД-регулирование в модели КГ-3.

Билет № 4

1. Неравновесная «неоклассическая» модель Солоу – Стиглица – Хартвика НМ-2 и правило Хотеллинга: политэкономическая суть социальных противоречий.
2. Четырехмерная модель промышленных циклов L-2 в традициях Маркса–Гудвина–Леонтьева. Переход от нее к модели конкурентно-кооперативного макрорегулирования L-3.

Билет № 5 (кейс на численные методы)

Объяснить природу вычислительного артефакта в модели накопления капитала Гудвина – Колаккио [20], при котором алгоритм Бенеттина по переходным векторам (transient) выдает хаотическую размерность Каплана – Йорка для системы, на самом деле описываемой сложными траекториями на торе в 3D.

Билет № 6 (кейс на качественную теорию ОДУ)

1. В преобразованной модели Гудвина – Колаккио (из 3D в 4D) обосновать как элемент ПД-регулирования аналитическую функцию $C(y) = r_1 + r_2 y - g$ в составе ОДУ для единичной стоимости рабочей силы. Учесть, что аргумент y зависит от отклонения единичной стоимости рабочей силы u , согласно характерному для информационных запаздываний ОДУ

$\dot{y} = (u - u^* - y)/T$, с постоянной времени запаздывания (T) и стационарным значением u^* .

2. Раскрыть стабилизирующую роль данной функции $C(y)$ с помощью критерия Рауса – Гурвица для 4D.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов, А. А. Качественная теория динамических систем второго порядка / А. А. Андронов, Е. А. Леонтович, И. И. Гордон, А. Г. Майер. – Москва : Наука, 1966. – 568 с.
2. Вальтух, К. К. Использование модели межотраслевого баланса в курсе политэкономии капитализма : науч.-метод. пособие / К. К. Вальтух. – Москва : Высш. школа, 1991. – 191 с.
3. Вальтух, К. К. Теорема Эрроу-Дебре о конкурентном равновесии и проблемы экономической теории / К. К. Вальтух // Проблемы народнохозяйственного оптимума : [сб.] / под ред. К. К. Вальтуха ; ГНИИ АСПиУ, Главсистемпром, МинПСАиСУ СССР, ИЭОПП СО АН СССР. – Новосибирск, 1970. – Вып. 3, ч. I. – С. 44–99.
4. Кабанихин, С. И. Обратные и некорректные задачи / С. И. Кабанихин. – Новосибирск : Наука, 2009. – 458 с.
5. Лакло, Ш. де. Опасные связи / Шодерло де Лакло ; пер. с фр. Н. Я. Рыковой ; вступ. ст. и коммент. Л. Г. Андреева. – Москва : Художественная литература, 1967. – 544 с. – (Библиотека всемирной литературы. Серия вторая. Литература XIX века ; т. 51. Французский классический роман).
6. Ларюшин, И. Д. Расширенная модель Ланчестера–Осипова для учёта боевых единиц с однократным действием в стратегических компьютерных играх / И. Д. Ларюшин, Я. А. Колточенко // Автоматика и телемеханика. – 2024. – № 10. – С. 144–154.
7. Маркс, К. Капитал. Критика политической экономии. Т. 1 / К. Маркс. – Москва : Госполитиздат, 1960. – 907 с.
8. Ромер, Д. Высшая макроэкономика = Advanced Macroeconomics / Д. Ромер. – 5-е изд. – Нью-Йорк : McGraw-Hill, 2019. – 783 с.
9. Рыженков, А. В. Анализ макромоделей экономического роста Кеннеди-Гудвина / А. В. Рыженков // Проблемы моделирования российской экономики : сб. науч. тр. / отв. ред.: В. Н. Павлов, Л. К. Казанцева ; ИЭОПП СО РАН. – Новосибирск, 2007. – С. 71–98.
10. Рыженков, А. В. Концепция эффективного управления для эндогенного промышленного цикла (Глава 11) / А. В. Рыженков // Экономика России в новой макроэкономической реальности: от структурных диспропорций к новой модели роста : коллективная монография / под ред. А. В. Алексеева, Л. К. Казанцевой ; ИЭОПП СО РАН. – Новосибирск : ИЭОПП СО РАН, 2026. – С. 305–338, 420–425.
11. Рыженков, А. В. Методологический кризис «неоклассического» мейнстрима и задачи суверенного экономико-математического образования в России / А. В. Рыженков. – Текст : электронный // Препринты.ру : [портал]. – 2026. – 16 сентября. – URL: <https://doi.org/10.24108/preprints-3116405> (дата обращения: 17.09.2026). – DOI: 10.24108/preprints-3116405.
12. Рыженков, А. В. Модели циклического роста / А. В. Рыженков ; отв. ред. К. К. Вальтух ; Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН. – Новосибирск : ИЭОПП СО РАН, 2003. – 240 с.

13. Рыженков, А. В. Модели экономического роста и циклов : учебное пособие / А. В. Рыженков ; Новосибирский государственный университет. – Новосибирск : НГУ, 2013. – 125 с. – URL: nsu.ru (дата обращения: 19.01.2026).
14. Рыженков, А. В. Обостренные режимы в обобщенной модели Рамсея – Купманса – Касса и кризис поздней советской, ранней российской экономики / А. В. Рыженков // Мир экономики и управления. – 2025. – Т. 25, № 3. – С. 62–85. – DOI: 10.25205/2542-0429-2025-25-3-62-85.
15. Рыженков, А. В. Одиссея от модели промышленного цикла к экспериментальным обостренным режимам / А. В. Рыженков // Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2025) : 12-я всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности : труды конференции, 15–17 октября 2025 г. / Нац. общ-во имитационного моделирования, Центр технологии судостроения и судоремонта [и др.]. – Санкт-Петербург : Изд-во АО «ЦТСС», 2025. – С. 106–123. – Текст : электронный. – URL: (дата обращения: 27.10.2025).
16. Рыженков, А. В. Теория промышленного цикла Маркса и новаторские модели расширенного воспроизводства в США / А. В. Рыженков // Идеи и идеалы. – 2018. – Т. 2, № 4, ч. 2. – С. 71–93. – Текст : электронный. – URL: (дата обращения: 07.09.2026). – DOI: 10.17212/2075-0862-2018-4.2-71-93.
17. Рыженков, А. В. Характеристики обостренных режимов в обобщенной модели Р. Солоу / А. В. Рыженков // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем : сборник научных трудов 18-й Международной школы-симпозиума АМУР-2024, Симферополь–Судак, 14–27 сентября 2024 г. / ред. совет: А. В. Сигал (предс.) [и др.] ; Крымский фед. ун-т им. В. И. Вернадского [и др.]. – Симферополь : ИП Корниенко А. А., 2024. – С. 321–338. – Текст : электронный. – URL: (дата обращения: 28.10.2024). – Для зарегистрированных пользователей Elibrary.
18. Скотт, П. Д. Дорога к девятому января: Глубинная политика, государственные перевороты и ЦРУ / П. Д. Скотт. – Москва : Наше Завтра, 2023. – 416 с.
19. Acemoglu, D. Introduction to Modern Economic Growth / D. Acemoglu. – Princeton : Princeton University Press, 2009. – 990 p.
20. Colacchio, G. Sequences of cycles and transitions to chaos in a modified Goodwin's growth cycle model / G. Colacchio, M. Sparro, C. Tebaldi // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2007. – Vol. 17, no. 6. – P. 1911–1932. – DOI: 10.1142/S0218127407018117.
21. Grassberger, P. Measuring the strangeness of strange attractors / P. Grassberger, I. Procaccia // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1983. – Vol. 9, no. 1–2. – P. 189–208.
22. Kaplan, J. L. Chaotic behavior of multidimensional difference equations / J. L. Kaplan, J. A. Yorke // Functional Differential Equations and Approximation of Fixed Points / ed. by H.-O. Peitgen, H.-O. Walther. – Berlin : Springer, 1979. – P. 204–227.
23. Phillips, P. Giants: The Global Power Elite / P. Phillips. – New York : Seven Stories Press, 2018. – 384 p.
24. Ploeg, F. van der. Economic growth and conflict over the distribution of income / F. van der Ploeg // Journal of Economic Dynamics and Control. – 1985. – Vol. 9, no. 3. – P. 213–243.
25. Ryzhenkov, A. An Enhancement for the Textbook's Models of Natural Resources and Economic Growth / A. Ryzhenkov // The 33rd International Conference of the System Dynamics Society "Reinventing Life on a Shrinking Earth", Cambridge, Massachusetts, USA, July 19–23, 2015. – Cambridge, 2015. – Текст : электронный. – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2015/proceed/papers/P1366.pdf> (дата

- обращения: 25.05.2026). –
 URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2015/proceed/supp/S1366.pdf>
 (дата обращения: 25.05.2026).
26. Ryzhenkov, A. V. Controlling effort, catch and biomass in models of the global marine fisheries / A. V. Ryzhenkov // IOP Conference Series: Journal of Physics: Conference Series : Eleventh International Scientific Conference and Young Scientist School "Theory and Computational Methods for Inverse and Ill-posed Problems", 26 August – 4 September 2019, Novosibirsk, Russia. – 2021. – Vol. 2092. – Art. 012021. – Текст : электронный. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2092/1/012021>. – DOI: 10.1088/1742-6596/2092/1/012021 (дата обращения: 20.09.2026).
 27. Ryzhenkov, A. V. Controlling Primary Income Distribution and Employment Under Increasing Returns / A. V. Ryzhenkov // System Dynamics Society : proc. of the 24th International Conference, July 23–27, 2006, Nijmegen, Netherlands. – Nijmegen : Methodology Department, Nijmegen School of Management, Radboud University Nijmegen, 2006. – 30 p. – Текст : электронный. – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2006/proceed/papers/RYZHE285.pdf> (дата обращения: 01.09.2006). – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2006/proceed/supp/285.pdf> (дата обращения: 01.09.2026).
 28. Ryzhenkov, A. V. Increasing returns and business cycles in a family of Goodwinian models with Leontiev technology / A. V. Ryzhenkov // Journal of Economic Structures. – 2022. – Vol. 11, no. 1. – Art. 26. – DOI: 10.1186/s40008-022-00280-w.
 29. Ryzhenkov, A. PID Control in a Toy Bio-economic Model / A. Ryzhenkov // The 2022 System Dynamics Conference, Frankfurt, Germany, July 19–22, 2022 : Conference Record. – Frankfurt, 2022. – 25 p. – Текст : электронный. – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2022/papers/P1359.pdf> (дата обращения: 20.09.2026). – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2022/supp/S1359.pdf> (дата обращения: 20.09.2026).
 30. Ryzhenkov, A. V. Shedding Light on the Harvesting Control Rules in Abstract Bioeconomic Models / A. V. Ryzhenkov // The 36th International Conference of the System Dynamics Society, Reykjavik, Iceland, August 7–9, 2018. – Reykjavik, 2018. – Текст : электронный. – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2018/proceed/papers/P2297.pdf> (дата обращения: 20.09.2026). – URL: <https://proceedings.systemdynamics.org/2018/proceed/supp/S2297.pdf> (дата обращения: 20.09.2026).
 31. Ryzhenkov, A. V. Socially Efficient Stabilization Policies for Growth Cycles / A. V. Ryzhenkov // Advances in Economics and Business. – 2015. – Vol. 3, No. 11. – P. 502–526. – DOI: 10.13189/aeb.2015.031105. – URL: http://www.hrpub.org/journals/article_info.php?aid=3066 (дата обращения: 20.09.2026).
 32. Ryzhenkov, A. Why the Ramsey-Koopmans-Cass Model Underlying Noticeable Integrated Assessment Models Is Misleading in Economic and Climate Projections / A. Ryzhenkov // Global Challenges of Climate Change. Vol. 2: Risk Assessment, Political and Social Dimension of the Green Energy Transition / ed. by T. C. Devezas, J. C. C. Leitao, Y. Yegorov, D. Chistilin. – Cham : Springer, 2023. – Ch. 4. – P. 49–81. – (World-Systems Evolution and Global Futures (WSEGF)). – Текст : электронный. – URL: . – DOI: 10.1007/978-3-031-16477-4_4. (дата обращения: 20.09.2026).
 33. Schweppe, F. C. Uncertain Dynamic Systems / F. C. Schweppe. – Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1973. – 563 p.

34. Sterman, J. D. Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World / J. D. Sterman. – Boston : Irwin ; McGraw-Hill, 2000. – 982 p.
35. Takens, F. Detecting strange attractors in turbulence / F. Takens // Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980 / ed. by D. Rand, L.-S. Young. – Berlin ; Heidelberg : Springer, 1981. – P. 366–381. – (Lecture Notes in Mathematics ; vol. 898). – DOI: 10.1007/BFb0091924.

Информация об авторе

Рыженков Александр Владимирович, доктор экономических наук,
профессор Новосибирского государственного университета

Information about the Author

Aleksandr V. Ryzhenkov, Doctor of Economic Sciences,
Professor of the Department, Associate Professor (Novosibirsk State University)