

Электродинамика связанного фотонного состояния в четырёхмерном пространстве

В. В. Казаков*
Independent Researcher
Moscow, Russia

Предложена четырёхмерная электродинамическая модель свободного фотонного состояния, в которой корпускулярные и волновые свойства рассматриваются как различные проявления единой локализованной полевой конфигурации в пространстве с дополнительной физической координатой w . Наблюдаемое трёхмерное пространство соответствует гиперплоскости $w = 0$, а динамика состояния описывается расширенной четырёхмерной системой Максвелла.

Модель связывает кинематические, энергетические, полевые и геометрические характеристики фотонного состояния в рамках одной структуры. В частности, наблюдаемая скорость распространения, энергия, импульс, внутренняя динамика вдоль дополнительного направления и пространственные масштабы электромагнитного проявления рассматриваются как взаимосвязанные свойства одной связанной четырёхмерной моды. Характерный поперечный масштаб состояния определяется как $R_A = \lambda_{\text{obs}}/(2\pi)$, что задаёт геометрическую структуру локализованной полевой конфигурации.

В рамках модели свободное фотонное состояние обладает субсветовой наблюдаемой скоростью $v_x < c$, а соответствующий фактор Лоренца связывает наблюдаемую кинематику с энергией кинематической составляющей, ориентацией импульса в плоскости (x, w) и внутренней динамикой состояния. В регулярном релятивистском режиме возникает асимптотическая связь $\gamma \propto \omega$.

Четырёхмерная полевая система вводит скрытые и смешанные компоненты, связывающие наблюдаемый электромагнитный сектор с динамикой вдоль дополнительной координаты. Полная энергия связанного состояния разделяется на кинематическую и полевую составляющие, а переходы между устойчивыми состояниями описываются совместной перестройкой кинематической и полевой структуры.

Полученные результаты приводят к нескольким экспериментальным направлениям, включая поиск вакуумной частотно-зависимой задержки распространения, проверку характерного пространственного масштаба связанного состояния и исследование конечной области повторной стабилизации после локального возмущения сформированной волны.

I. ВВЕДЕНИЕ

A. Мотивация и постановка проблемы

Современная электродинамика, специальная теория относительности и квантовая теория поля обеспечивают высокоточное описание распространения электромагнитного излучения и его взаимодействия с веществом. В стандартном представлении фотон является квантом электромагнитного поля, характеризуемым, в частности, энергией, импульсом и поляризацией, тогда как его локальное взаимодействие с материальными системами описывается вероятностно.

Экспериментальная успешность этого формализма не исключает исследования альтернативных геометрических интерпретаций, в которых корпускулярные и волновые свойства фотона могут рассматриваться как различные проявления одной физической системы.

Традиционная электродинамика разделяет описание материальных источников поля и описание распространяющихся решений самого поля. Заряды и то-

ки рассматриваются как физические системы, формирующие связанную с ними полевую структуру, тогда как электромагнитная волна описывается как самостоятельное решение полевых уравнений.

В настоящей работе фотон рассматривается как единое связанное состояние, в котором локализованный перенос энергии и импульса и пространственно распределённая электромагнитная структура являются частями одной четырёхмерной динамики. Наблюдателю доступна только трёхмерная редукция полной системы, поэтому корпускулярное состояние фотона и распространяющаяся электромагнитная волна рассматриваются как различные проявления одной связанной конфигурации. Дополнительная физическая координата w выступает как степень свободы, связывающая корпускулярное и волновое проявления фотонного состояния. В рамках такой интерпретации наблюдаемые свойства фотона предполагается рассматривать как взаимосвязанные следствия единой четырёхмерной динамики.

B. Стандартные кинематические ограничения

Для свободного электромагнитного поля в однородном вакууме стандартные уравнения Максвелла [1]

* vkazakov@borlas.ru

приводят к дисперсионному соотношению

$$\omega = ck,$$

при котором скорость распространения электромагнитного излучения не зависит от частоты.

В специальной теории относительности постоянство скорости света является одним из исходных постулатов. В работе 1905 года А. Эйнштейн предположил, что свет в пустом пространстве распространяется со скоростью c , не зависящей от состояния движения источника [2]. Последующие наземные и астрофизические наблюдения установили строгие ограничения на возможные отклонения от лоренц-инвариантного распространения электромагнитного излучения, включая возможную зависимость скорости распространения фотонов в вакууме от их энергии [3].

В современной системе СИ величина

$$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$$

имеет точное метрологическое значение [4]. Однако это определение не заменяет физическую проверку закона распространения электромагнитного излучения. Постулат об инвариантности скорости света и связанные с ним следствия лоренцевой симметрии продолжают подвергаться высокоточным экспериментальным проверкам.

В стандартном описании скорость распространения свободного электромагнитного излучения в вакууме соответствует c в пределах существующей экспериментальной точности. Поэтому предлагаемая модель должна обеспечивать отклонение v_x от c , совместимое с действующими экспериментальными ограничениями, включая ограничения на возможную зависимость скорости распространения от энергии и частоты.

С. Геометрия и цель работы

Предполагается, что движение фотона наряду с наблюдаемыми пространственными направлениями включает дополнительную пространственную координату w . Наблюдаемая скорость v_x характеризует движение вдоль направления распространения x , тогда как величина c сохраняет смысл предельной скорости вдоль наблюдаемых пространственных направлений.

Целью работы является построение единой четырёхмерной модели фотонного состояния, позволяющей связать его наблюдаемую кинематику, энергию и импульс, релятивистские соотношения, волновые характеристики и электромагнитную структуру как взаимосвязанные проявления одной динамической системы. В качестве объединяющего механизма рассматриваются геометрическое представление движения и полевая динамика вдоль дополнительной физической координаты w .

II. ИСХОДНЫЕ ПОСТУЛАТЫ, ОГРАНИЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Если не оговорено иное, далее рассматривается свободное распространение фотона в вакууме в отсутствие материальной среды и внешних полей. Ось x выбирается вдоль направления распространения фотона в наблюдаемом пространстве, так что при свободном распространении его наблюдаемая скорость имеет единственную ненулевую пространственную компоненту v_x .

В основу предлагаемой модели положены следующие постулаты:

1. Пространство содержит дополнительную физическую пространственную координату w , а наблюдаемое пространство (x, y, z) соответствует трёхмерной гиперплоскости при $w = 0$.
2. Величина $c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$ является инвариантной предельной скоростью наблюдаемого пространства (x, y, z) и имеет одинаковое значение во всех его инерциальных системах отсчёта.
3. Движение фотона содержит компоненту скорости v_w вдоль дополнительной координаты w . Для этой компоненты отдельное ограничение величиной c не постулируется.
4. Фотон обладает постоянной положительной инвариантной массой m_0 , одинаковой для всех фотонных состояний:

$$m_0 = \text{const}, \quad m_0 > 0. \quad (1)$$

5. Фотон обладает постоянным ненулевым электрическим зарядом q_{ph} , одинаковым для всех фотонных состояний:

$$q_{\text{ph}} = \text{const}, \quad q_{\text{ph}} < 0. \quad (2)$$

Модуль заряда рассматривается как самостоятельный параметр модели и не отождествляется с элементарным зарядом электрона.

Следует подчеркнуть, что строгое неравенство $v_x < c$ не принимается в качестве независимого постулата модели. Оно будет получено далее из соотношений между инвариантной массой, полной энергией и скоростью фотона.

Для однозначности дальнейшего изложения введём следующие термины.

Связанное фотонное состояние: полная четырёхмерная физическая система, включающая кинематическую и полевую составляющие, динамически связанные между собой.

Кинематическая составляющая:

локализованная составляющая фотонного состояния, характеризуемая положением, скоростью, импульсом, инвариантной массой m_0 и соответствующей релятивистской энергией. Энергия связанной полевой конфигурации в это понятие не включается.

Полевая составляющая: полная четырёхмерная электромагнитная конфигурация фотонного состояния, включающая наблюдаемые, скрытые и смешанные полевые компоненты.

Наблюдаемое проявление: совокупность характеристик связанного фотонного состояния, доступных в наблюдаемом трёхмерном пространстве после редукции по координате w .

Кинематическая и полевая составляющие принадлежат единому связанному фотонному состоянию и не рассматриваются как независимые физические системы. Термин *фотон* без дополнительного уточнения относится к полному связанному фотонному состоянию.

III. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Согласно принятой гипотезе, геометрическое представление движения фотона содержит составляющую скорости вдоль дополнительной координаты w . Эта составляющая используется для геометрического представления релятивистских характеристик кинематической составляющей фотонного состояния, включая её импульс и кинетическую энергию.

Под наблюдаемым продольным направлением далее понимается направление распространения x в пространстве (x, y, z) . В соответствии с принятыми постулатами движение в плоскости (x, w) рассматривается в евклидовой пространственной геометрии.

В предлагаемой модели релятивистские характеристики кинематической составляющей получают геометрическое представление в пространстве (x, y, z, w) , воспроизводя стандартные релятивистские соотношения.

А. c -треугольник

Рассмотрим прямоугольный треугольник с гипотенузой c и катетом v_x , прилежащим к углу β . Далее будем называть его c -треугольником см. рис. 1 из его геометрии

$$\cos \beta = \frac{v_x}{c},$$

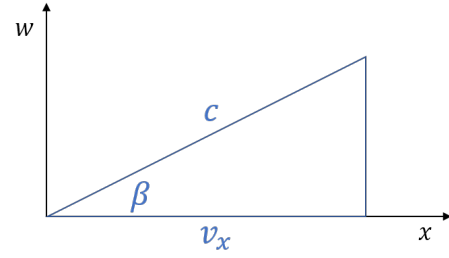


Рис. 1. c -треугольник с гипотенузой c и катетом v_x .

а второй катет равен

$$c \sin \beta = c \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}.$$

Введём геометрический множитель $\gamma = 1/\sin \beta$. Тогда

$$\gamma = \frac{1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}. \quad (3)$$

Таким образом, введённый геометрический множитель совпадает со стандартным фактором Лоренца, а c -треугольник связывает наблюдаемую скорость v_x , величину c , фактор Лоренца γ и угол β .

В. γ -треугольник и пространственная скорость фотона

Стандартное релятивистское выражение для импульса частицы с инвариантной массой m_0 имеет вид [5]

$$p = \gamma m_0 v_x. \quad (4)$$

В настоящем разделе величина p обозначает релятивистский импульс кинематической составляющей. Полный импульс связанного фотонного состояния здесь отдельно не вводится.

Представим его в виде

$$p = m_0 (\gamma v_x).$$

В качестве определяющего геометрического отождествления модели величине γv_x , входящей в стандартное выражение для наблюдаемого релятивистского импульса, при пересечении гиперплоскости $w = 0$ сопоставляется модуль полной пространственной скорости фотона:

$$v_{4D}^{(0)} = \gamma v_x, \quad (5)$$

где верхний индекс (0) обозначает значение при $w = 0$.

Тогда импульс принимает вид

$$p = m_0 v_{4D}^{(0)}.$$

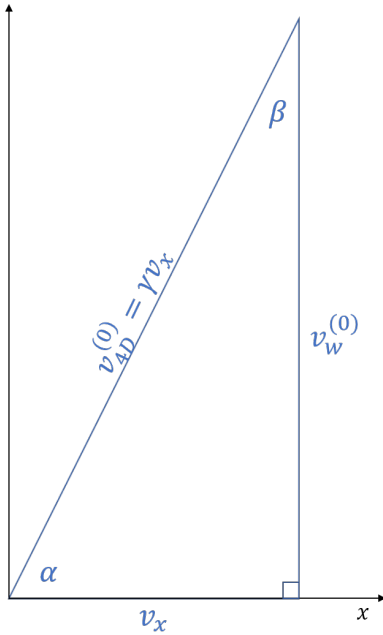


Рис. 2. γ -треугольник с гипотенузой $v_{4D}^{(0)} = \gamma v_x$ и катетами v_x и $v_w^{(0)}$.

Для геометрического представления этого соотношения введём прямоугольный γ -треугольник с гипотенузой $v_{4D}^{(0)}$ и катетами v_x и $v_w^{(0)}$ см. рис. 2. В плоскости движения (x, w) модуль полной пространственной скорости в произвольной точке траектории определяется соотношением

$$v_{4D}^2 = v_x^2 + v_w^2.$$

При $w = 0$ оно принимает вид

$$\left(v_{4D}^{(0)}\right)^2 = v_x^2 + \left(v_w^{(0)}\right)^2.$$

С учётом соотношения (5) получаем

$$\left|v_w^{(0)}\right| = v_x \sqrt{\gamma^2 - 1}. \quad (6)$$

Используя определение фактора Лоренца (3), это выражение можно записать также как

$$\left|v_w^{(0)}\right| = \gamma \frac{v_x^2}{c}.$$

Этому разложению полной скорости соответствует геометрическое разложение корпускулярного импульса в пространстве (x, w) . Введём его геометрические компоненты. Здесь p_x и p_w обозначают катеты геометрического разложения импульса $p = m_0 v_{4D}^{(0)}$ в расширенном пространстве и не должны отождествляться с самостоятельным стандартным релятивистским

выражением для наблюдаемого импульса, заданным уравнением (4).

$$p_x = m_0 v_x, \quad p_w^{(0)} = m_0 v_w^{(0)}.$$

Для модулей компонент получаем

$$\left|p_w^{(0)}\right| = p_x \sqrt{\gamma^2 - 1}. \quad (7)$$

При этом полный импульс удовлетворяет соотношению

$$p^2 = p_x^2 + \left(p_w^{(0)}\right)^2 = \gamma^2 m_0^2 v_x^2.$$

Таким образом, γ -треугольник задаёт геометрическое разложение полной пространственной скорости и соответствующего импульса кинематической составляющей на наблюдаемое направление x и дополнительное направление w при пересечении гиперплоскости $w = 0$.

С. Энергия кинематической составляющей в геометрическом представлении

В настоящем разделе энергетические соотношения для кинематической составляющей рассматриваются в момент пересечения гиперплоскости $w = 0$. В этой фазе для составляющей с инвариантной массой m_0 стандартная релятивистская энергия определяется выражением

$$E_{\text{сорг}} = \gamma m_0 c^2. \quad (8)$$

Соответствующая кинетическая энергия равна

$$K_{\text{сорг}} = E_{\text{сорг}} - m_0 c^2 = (\gamma - 1) m_0 c^2.$$

Для геометрического представления этой энергии используем кинематические соотношения, полученные выше для той же фазы пересечения.

Из определения фактора Лоренца (3) следует

$$v_x^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right).$$

С учётом соотношения (5) получаем

$$\left(v_{4D}^{(0)}\right)^2 = c^2 (\gamma^2 - 1).$$

Поскольку

$$\gamma^2 - 1 = (\gamma - 1)(\gamma + 1),$$

кинетическая энергия кинематической составляющей может быть представлена в момент пересечения $w = 0$ в геометрической форме

$$K_{\text{сорг}} = \frac{m_0 \left(v_{4D}^{(0)}\right)^2}{\gamma + 1}. \quad (9)$$

В нерелятивистском пределе $\gamma \rightarrow 1$ выполняется $v_{4D}^{(0)} \rightarrow v_x$, поэтому

$$K_{\text{corp}} \rightarrow \frac{m_0 v_x^2}{2}.$$

Таким образом, геометрическое выражение для кинетической энергии кинематической составляющей содержит квадрат полной пространственной скорости, а в нерелятивистском пределе точно переходит в классический вид.

Д. Энергетический инвариант и геометрическая согласованность

Дополнительным проявлением внутренней согласованности предложенного геометрического представления служит стандартный релятивистский энергетико-импульсный инвариант кинематической составляющей. Его структура непосредственно воспроизводится тем же c -треугольником, из геометрии которого ранее был получен фактор Лоренца.

Умножим все стороны c -треугольника на общий множитель $\gamma m_0 c$. С учётом выражений (8) и (4) его гипотенуза принимает значение

$$\gamma m_0 c^2 = E_{\text{corp}},$$

катет v_x переходит в

$$\gamma m_0 v_x c = pc,$$

а второй катет c/γ принимает значение

$$\frac{c}{\gamma} \gamma m_0 c = m_0 c^2.$$

Таким образом, масштабированная геометрическая конструкция представляет собой подобный треугольник с гипотенузой E_{corp} и катетами pc и $m_0 c^2$.

По теореме Пифагора

$$E_{\text{corp}}^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4.$$

Следовательно,

$$E_{\text{corp}}^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Таким образом, одна и та же геометрическая структура согласованно воспроизводит фактор Лоренца и стандартный энергетико-импульсный инвариант кинематической составляющей.

Е. Кинематическая связь скорости и энергии

Из выражения для энергии кинематической составляющей (8) следует

$$\gamma = \frac{E_{\text{corp}}}{m_0 c^2}.$$

Сопоставляя его с определением фактора Лоренца (3), получаем

$$\frac{E_{\text{corp}}}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}.$$

Отсюда

$$v_x = c \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{E_{\text{corp}}^2}}. \quad (10)$$

При $m_0 > 0$ и конечной энергии кинематической составляющей выполняется

$$v_x < c.$$

Пределу $v_x \rightarrow c$ соответствует

$$\frac{m_0 c^2}{E_{\text{corp}}} \rightarrow 0.$$

Тем самым строгое неравенство $v_x < c$ следует для кинематической составляющей из сочетания ненулевой инвариантной массы и конечной релятивистской энергии.

Для связанного фотонного состояния используемая в настоящем разделе величина E_{corp} характеризует энергию кинематической составляющей в фазе пересечения $w = 0$ и в общем случае не совпадает с полной энергией системы. Связь полной энергии фотона с кинематической и полевой составляющими рассматривается далее отдельно.

Ф. Выводы раздела

Полученная конструкция показывает, что релятивистские соотношения для кинематической составляющей фотона допускают непосредственную геометрическую интерпретацию в расширенном пространстве (x, y, z, w) . Фактор Лоренца γ , наблюдаемая скорость v_x , движение вдоль дополнительной координаты w и соответствующие компоненты импульса оказываются связанными одной геометрией движения в плоскости (x, w) . В рамках принятой кинематической модели соотношения между этими величинами следуют из разложения полного пространственного движения и импульса на наблюдаемую и дополнительную компоненты.

Тем самым стандартные релятивистские зависимости получают наглядное геометрическое представление: увеличение фактора Лоренца соответствует изменению соотношения между компонентами движения в направлениях x и w . При ненулевой инвариантной массе m_0 и конечной релятивистской энергии кинематической составляющей наблюдаемая скорость удовлетворяет строгому условию $v_x < c$ и приближается к c только при неограниченном росте отношения $E_{\text{corp}}/m_0 c^2$.

IV. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА В ПРОСТРАНСТВЕ (x, y, z, w) И НАБЛЮДАЕМЫЙ ТРЁХМЕРНЫЙ СЕКТОР

Введённая ранее дополнительная координата w , используемая для описания внутренней кинематики фотона, требует соответствующего расширения электромагнитного описания. Если в трёхмерном пространстве электромагнитная структура задаётся полями $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, то движение вдоль w требует учитывать полевую конфигурацию в полном пространстве (x, y, z, w) .

В соответствии с введённой ранее терминологией электромагнитная структура далее рассматривается как полевая составляющая единого связанного фотонного состояния.

Уравнения Максвелла используются для описания полевой составляющей связанного фотонного состояния и сами по себе не задают его кинематику. Наблюдаемое движение состояния вдоль x определяется скоростью v_x , тогда как полевая система описывает наблюдаемый электромагнитный сектор и внутреннюю структуру полной четырёхмерной конфигурации.

Задача данного раздела состоит в построении электродинамического описания связанного фотонного состояния в пространстве (x, y, z, w) и установлении правила перехода от полной четырёхмерной полевой конфигурации к наблюдаемому трёхмерному сектору.

В качестве формальной основы используем стандартное тензорное описание электродинамики в терминах антисимметричных тензоров поля F и возбуждения H [6]. Набор индексов расширяется дополнительным пространственным направлением w , так что индексы A, B пробегают временную координату и четыре пространственные координаты (x, y, z, w) . Полевую систему примем в форме

$$\partial_A H^{AB} = 0, \quad \partial_{[A} F_{BC]} = 0. \quad (11)$$

Система (11) принимается в качестве минимальной полевой гипотезы для описания связанной конфигурации в пространстве с дополнительной пространственной координатой w .

A. Разложение поля на наблюдаемые, скрытые и смешанные компоненты

Введение координаты w расширяет структуру полевых связей: наряду с компонентами, относящимися к наблюдаемому трёхмерному пространству (x, y, z) , появляются компоненты, связывающие его с дополнительным направлением w .

Компоненты, полностью лежащие в наблюдаемом трёхмерном пространстве, формируют электромагнитную структуру $(\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{H})$, из которой после редукции по координате w получаются наблюдаемые трёхмерные поля связанного фотонного состояния.

Введение дополнительного направления w приводит к появлению компонент тензоров поля и возбуждения, содержащих индекс w . Компоненты, связывающие временное направление с координатой w , обозначим через E_w и D_w . Компоненты с одним индексом в наблюдаемом пространстве и одним индексом вдоль w определим как

$$K_i = -F_{iw}, \quad G_i = -H^{iw}.$$

Величины E_w и D_w описывают полевую структуру вдоль дополнительного направления, тогда как $\mathbf{K}$ и $\mathbf{G}$ образуют смешанный сектор, связывающий направление w с наблюдаемым трёхмерным пространством.

Для дальнейшего анализа существенна компонентная форма системы (11). Введённые скрытые и смешанные компоненты приводят к следующим связям:

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{D} + \partial_w D_w = 0, \quad (12)$$

$$\nabla_3 \times \mathbf{H} = \partial_t \mathbf{D} + \partial_w \mathbf{G}, \quad (13)$$

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G} = \partial_t D_w, \quad (14)$$

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (15)$$

$$\nabla_3 \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}, \quad (16)$$

$$\partial_t \mathbf{K} - \nabla_3 E_w + \partial_w \mathbf{E} = 0, \quad (17)$$

$$\nabla_3 \times \mathbf{K} = \partial_w \mathbf{B}. \quad (18)$$

Полная полевая структура включает три группы компонент:

$$(\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{H}), \quad (E_w, D_w), \quad (\mathbf{K}, \mathbf{G}).$$

Компонентная система (11) показывает, что производные по дополнительной координате w связывают эти группы и обеспечивают перестройку полной полевой конфигурации вдоль дополнительного направления.

B. Редукция к наблюдаемому трёхмерному описанию и потоковая интерпретация заряда

В связи с введением полной четырёхмерной полевой конфигурации необходимо определить правило перехода от её компонент к наблюдаемому трёхмерному описанию. Такая редукция сохраняет влияние структуры поля вдоль w , переводя его в наблюдаемые характеристики связанного фотонного состояния.

Пусть d задаёт фиксированный масштаб связанного поля вдоль дополнительной координаты, используемый в правиле трёхмерной редукции. Он не является

толщиной наблюдаемого пространства и не рассматривается как произвольно выбираемая граница интегрирования, а характеризует масштаб связанного состояния вдоль w . Интервал $-d/2 \leq w \leq d/2$ задаёт область внутреннего профиля, подвергаемого редукции, и не предполагает наличия материальных границ.

Наблюдаемые электрическое и магнитное поля определим усреднением по w :

$$\mathbf{E}_{\text{obs}} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{E} dw, \quad \mathbf{B}_{\text{obs}} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{B} dw. \quad (19)$$

Для полей возбуждения удобно использовать интегральные величины

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} = \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{D} dw, \quad \mathbf{H}_{\text{obs}} = \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{H} dw. \quad (20)$$

Интегрируя уравнения (12) и (13) по координате w на интервале редукции, получаем

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} = -[D_w]_-^+,$$

$$\nabla_3 \times \mathbf{H}_{\text{obs}} = \partial_t \mathbf{D}_{\text{obs}} + [\mathbf{G}]_-^+,$$

где

$$[X]_-^+ \equiv X \left(+\frac{d}{2} \right) - X \left(-\frac{d}{2} \right).$$

Сопоставление полученных выражений с наблюдаемой трёхмерной формой уравнений Максвелла позволяет определить плотность заряда и плотность тока как

$$\boxed{\rho_{\text{obs}} = -[D_w]_-^+}, \quad \boxed{\mathbf{J}_{\text{obs}} = [\mathbf{G}]_-^+}. \quad (21)$$

Интегрируя ρ_{obs} по наблюдаемому пространству, получаем полный заряд:

$$\boxed{q = - \int d^3r [D_w]_-^+}. \quad (22)$$

Для свободного локализованного фотонного состояния полученный полный редуцированный заряд отождествляется с введённым в постулатах фундаментальным зарядом фотона:

$$q = q_{\text{ph}} < 0.$$

Условие на поток D_w задаёт нормировку полной полевой конфигурации, соответствующую фиксированному заряду фотонного состояния.

В предложенной четырёхмерной электродинамической конструкции постулированный заряд q_{ph} получает геометрическое полевое представление. Он не вводится как локальный источник четырёхмерной полевой системы, а после трёхмерной редукции проявляется как граничная характеристика потока поля вдоль дополнительного направления w .

Согласованность полученных определений заряда и тока следует непосредственно из уравнения (14). Для разности его значений на концах интервала редукции имеем

$$\nabla_3 \cdot [\mathbf{G}]_-^+ = \partial_t [D_w]_-^+.$$

С учётом определений (21) отсюда следует

$$\partial_t \rho_{\text{obs}} + \nabla_3 \cdot \mathbf{J}_{\text{obs}} = 0,$$

то есть потоковые определения заряда и тока автоматически удовлетворяют уравнению непрерывности.

Для связанного фотонного состояния, поток $\mathbf{J}_{\text{obs}}$ которого исчезает на пространственной бесконечности, интегрирование уравнения непрерывности по наблюдаемому пространству даёт $dq_{\text{ph}}/dt = 0$, что согласуется с постулированным постоянством заряда фотона.

Полная компонентная проверка трёхмерной редукции системы (11), включая восстановление остальных наблюдаемых уравнений и соответствие полевых величин, приведена в приложении А.

С. Статический предел

Перед рассмотрением динамики связанного фотонного состояния определим пространственную структуру поля в отсутствие временных изменений. Статический предел используется здесь для проверки согласованности четырёхмерной полевой конструкции с наблюдаемым трёхмерным электростатическим описанием и задаёт исходную конфигурацию для последующего анализа её деформации и динамики вдоль координаты w .

В однородном статическом пределе положим

$$\mathbf{D} = \varepsilon_4 \mathbf{E}, \quad D_w = \varepsilon_4 E_w.$$

При

$$\mathbf{E} = -\nabla_3 \Phi, \quad E_w = -\partial_w \Phi$$

уравнение (12) принимает вид

$$\nabla_3^2 \Phi + \partial_w^2 \Phi = 0. \quad (23)$$

После редукции наблюдаемое электрическое смещение связано с наблюдаемым электрическим полем как

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} = \varepsilon_4 d \mathbf{E}_{\text{obs}}.$$

Поэтому соответствие обычной трёхмерной диэлектрической постоянной вакуума обеспечивается условием

$$\boxed{\varepsilon_0 = \varepsilon_4 d}. \quad (24)$$

Совместно с потоковым определением заряда (22), соответствующей нормировкой и заданием граничных условий для D_w полученная конструкция воспроизводит наблюдаемый электростатический предел

с обычным кулоновским поведением. Таким образом, трёхмерная электростатика возникает как редуцированное описание статической четырёхмерной полевой конфигурации. Подробный вывод приведён в приложении А.

Статический предел задаёт исходную пространственную структуру связанного фотонного состояния. Динамическая перестройка этой конфигурации при движении вдоль координаты w рассматривается далее.

Д. Влияние фактора Лоренца на связанную полевую конфигурацию

В рассматриваемой модели фактор Лоренца

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}$$

определяется наблюдаемой скоростью v_x кинематической составляющей вдоль направления x . Его роль необходимо отличать от собственной динамики внутренней конфигурации, связанной с дополнительным сектором w : лоренцево преобразование определяет релятивистское представление полной полевой конфигурации, тогда как движение и перестройка состояния вдоль w задаются собственной динамикой связанной системы.

Для явной записи лоренцева преобразования удобно использовать временную координату $X^0 = ct$. В такой записи электрические компоненты антисимметричного тензора нормируются на c :

$$F_{AB} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c & -E_w/c \\ E_x/c & 0 & B_z & -B_y & -K_x \\ E_y/c & -B_z & 0 & B_x & -K_y \\ E_z/c & B_y & -B_x & 0 & -K_z \\ E_w/c & K_x & K_y & K_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта нормировка относится только к тензорной записи преобразования; компонентные уравнения поля в предыдущих подразделах остаются записанными через физическое время t .

В модели Лоренц преобразование вдоль оси x задаётся стандартным бустом в секторе (ct, x) , продолженным единичным преобразованием на координаты y, z и w :

$$F'_{AB} = \Lambda_A^C \Lambda_B^D F_{CD},$$

где

$$\Lambda_x = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta_x \gamma & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_x \gamma & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta_x = \frac{v_x}{c}.$$

Таким образом, преобразование Лоренца изменяет только сочетания временной координаты ct и наблюдаемой пространственной координаты x , не затрагивая направления y, z и w . В частности,

$$w' = w.$$

Это, однако, не означает, что компоненты поля, связанные с координатой w , полностью независимы от наблюдаемого лоренцева преобразования. Если один из индексов тензорной компоненты относится к преобразуемому сектору (ct, x) , соответствующие компоненты смешиваются. В частности, пара (E_w, K_x) преобразуется как

$$\begin{pmatrix} E'_w \\ cK'_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta_x \gamma \\ -\beta_x \gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_w \\ cK_x \end{pmatrix}.$$

Напротив, компоненты K_y и K_z , оба индекса которых не принадлежат преобразуемому сектору (ct, x) , непосредственно данным бустом не изменяются. Аналогичная структура преобразования возникает для соответствующих компонент тензора возбуждения H^{AB} .

Таким образом, фактор Лоренца γ влияет только на координаты и полевые компоненты, входящие в преобразование между ct и x . Компоненты, не связанные с этим лоренцевым блоком, не получают самостоятельной зависимости от γ .

В более общем виде, если независимые компоненты тензоров объединить в векторы Ψ_F и Ψ_H и записать линейное конститутивное замыкание как

$$\Psi_H = C \Psi_F,$$

то после лоренцева преобразования

$$\Psi'_F = L_F(\gamma) \Psi_F, \quad \Psi'_H = L_H(\gamma) \Psi_H,$$

эффективная матрица отклика принимает вид

$$C'(\gamma) = L_H(\gamma) C L_F^{-1}(\gamma).$$

Тем самым зависимость представления полевого отклика от γ должна возникать через преобразование всей связанной системы, а не через независимое умножение отдельных конститутивных коэффициентов на фактор Лоренца. При этом смешанные связи, обусловленные собственной динамикой вдоль w , не порождаются одним только бустом вдоль x и должны определяться динамическим замыканием полного связанного состояния.

Таким образом, фактор Лоренца входит в релятивистское представление связанной полевой конфигурации через согласованное преобразование компонент тензоров F и H . При этом собственная динамика вдоль дополнительной координаты и связанные с ней смешанные компоненты не определяются одним только лоренцевым бустом и требуют динамического замыкания полной четырёхмерной полевой системы.

V. ДЕФОРМАЦИЯ ПОЛЯ И СВЯЗАННОЕ ДВИЖЕНИЕ ФОТОННОГО СОСТОЯНИЯ ВДОЛЬ w

В предыдущем разделе была построена четырёхмерная электродинамическая структура связанного фотонного состояния и установлена её редукция к наблюдаемому трёхмерному описанию. Дополнительная координата w входит в эту структуру как полноправное пространственное направление, с которым связаны скрытые и смешанные компоненты поля.

В качестве динамического предположения принимается, что гиперплоскость $w = 0$ соответствует симметричной локально устойчивой равновесной конфигурации. Смещение связанного состояния относительно этого положения изменяет распределение полевых компонент вдоль w и тем самым деформирует полную полевую конфигурацию. Поэтому движение вдоль w рассматривается далее как связанная динамика всего фотонного состояния, а не как независимое перемещение отдельного объекта в дополнительном направлении.

Движение вдоль дополнительной координаты при пересечении $w = 0$ характеризуется геометрической компонентой импульса $p_w^{(0)}$ кинематической составляющей, определённой соотношением (7). В полевом описании соответствующее изменение состояния реализуется через перестройку компонент, связанных с направлением w , включая D_w , $\mathbf{K}$ и $\mathbf{G}$. Такая перестройка изменяет энергию конфигурации относительно равновесного состояния и формирует возвращающий полевой отклик.

При дальнейшем описании необходимо различать зарядовую характеристику состояния и величину его деформации. Заряд q_{ph} , введённый в постулатах, является постоянной интегральной характеристикой фотона и имеет потоковое представление (22). Параметр Q , вводимый ниже, напротив, будет характеризовать изменение полевой конфигурации относительно равновесного состояния $w = 0$ при сохранении q_{ph} .

Задача настоящего раздела состоит в установлении связи между геометрическим смещением вдоль w , возникающей деформацией поля, её энергетической стоимостью и динамикой связанного фотонного состояния.

A. Геометрическое смещение и параметр деформации

Для описания коллективного смещения связанной четырёхмерной конфигурации вдоль дополнительного направления введём координату $W(t)$, отсчитываемую от гиперплоскости $w = 0$. При $W = 0$ реализуется симметричная равновесная конфигурация.

При изменении W перестраивается распределение скрытых и смешанных компонент поля. Величину этой перестройки будем характеризовать как дефор-

мацию полевой структуры и описывать безразмерным параметром Q .

С учётом зеркальной симметрии относительно $w = 0$ примем

$$Q = g(W), \quad g(-W) = -g(W), \quad g(0) = 0. \quad (25)$$

В общем случае зависимость между W и Q может быть нелинейной, поскольку смещение конфигурации различной величины не обязано приводить к пропорциональной перестройке распределения полевых компонент.

В рассматриваемом диапазоне смещений будем предполагать однозначность и обратимость отображения $Q = g(W)$, так что

$$W = g^{-1}(Q).$$

Для малых смещений относительно равновесной конфигурации функцию $g(W)$ можно разложить в окрестности $W = 0$. В линейном приближении

$$Q \simeq g_1 W, \quad g_1 = g'(0) \neq 0. \quad (26)$$

Поскольку Q является безразмерной величиной, коэффициент g_1 имеет размерность обратной длины. Линейное соотношение (26) характеризует локальную связь между геометрическим смещением и деформацией поля, тогда как при конечных смещениях сохраняется общее отображение (25).

B. Деформация потоковой структуры и симметрия поля

Рассмотрим два свойства деформации связанного фотонного состояния: сохранение интегральной зарядовой характеристики при перестройке поля и симметрию этой перестройки относительно равновесной гиперплоскости $w = 0$. Эти свойства определяют допустимую форму энергии деформации в последующем анализе.

В разделе IV наблюдаемый электрический заряд был связан с разностью значений компоненты D_w на концах интервала редукции по координате w . При деформации связанного состояния распределение скрытых и смешанных компонент поля изменяется, тогда как интегральная зарядовая характеристика сохраняется:

$$q_{\text{ph}} = - \int d^3r [D_w]_{-}^{+} = \text{const.}$$

Таким образом, изменение параметра Q соответствует перераспределению скрытых и смешанных компонент поля без изменения интегральной зарядовой характеристики q_{ph} .

Для анализа симметрии малой деформации рассмотрим статическое приближение, в котором потенциал удовлетворяет уравнению (23). Для отдельной

пространственной Фурье-компоненты зависимость от w имеет вид

$$\Phi_{\mathbf{k}}(w) = A_{\mathbf{k}} \cosh(kw) + B_{\mathbf{k}} \sinh(kw),$$

где $k = |\mathbf{k}|$.

В равновесном состоянии $Q = 0$ конфигурация симметрична относительно $w = 0$, поэтому потенциал является чётной функцией w . В линейном приближении изменение знака смещения возбуждает нечётную деформационную часть потенциала:

$$\delta\Phi(-w, Q) = -\delta\Phi(w, Q).$$

Соответственно,

$$\begin{aligned} \delta E_w(-w, Q) &= \delta E_w(w, Q), \\ \delta \mathbf{E}_3(-w, Q) &= -\delta \mathbf{E}_3(w, Q). \end{aligned}$$

Зеркальная симметрия относительно положения равновесия означает, что изменение направления смещения меняет знак деформации, но не её энергетическую стоимость. Поэтому вводимая далее энергия деформации является чётной функцией параметра Q :

$$U_{\text{def}}(Q) = U_{\text{def}}(-Q).$$

Следовательно, в окрестности равновесия энергия деформации не содержит линейного вклада.

С. Энергия деформации и возвращающий отклик поля

Смещение связанной конфигурации относительно равновесной гиперплоскости $w = 0$ сопровождается перестройкой скрытых и смешанных компонент поля. При сохранении наблюдаемого заряда эта перестройка изменяет энергию полной полевой конфигурации.

Введём потенциальную энергию деформации как разность энергий полевой конфигурации при фиксированном смещении W и равновесной конфигурации:

$$U_{\text{def}}(W) = U(W) - U(0),$$

где $U(W)$ обозначает энергию полевой конфигурации при фиксированном коллективном смещении W .

Установленная в предыдущем подразделе зеркальная симметрия означает

$$U_{\text{def}}(W) = U_{\text{def}}(-W).$$

Поскольку конфигурация $W = 0$ рассматривается как локально устойчивое невырожденное равновесие, в разложении энергии по малому смещению отсутствуют нечётные члены, а ведущий ненулевой вклад имеет квадратичный вид

$$U_{\text{def}}(W) \simeq \frac{1}{2} \kappa_W W^2, \quad (27)$$

где $\kappa_W > 0$ характеризует локальную энергетическую жёсткость связанной полевой конфигурации относительно смещения вдоль w .

С учётом локальной связи (26) то же квадратичное приближение можно записать через параметр деформации:

$$U_{\text{def}}(Q) \simeq \frac{1}{2} \kappa_Q Q^2, \quad \kappa_Q = \frac{\kappa_W}{g_1^2}. \quad (28)$$

Конкретная линейная полевая реализация, в которой исходная четырёхмерная электродинамическая система даёт положительный вклад в деформационную жёсткость κ_Q , приведена в приложении В.

Возвращающий отклик относительно коллективной координаты W определяется соответствующей обобщённой силой

$$F_W = -\frac{dU_{\text{def}}}{dW}.$$

В линейном приближении из (27) следует

$$F_W = -\kappa_W W.$$

Таким образом, возвращающий отклик возникает непосредственно из зависимости энергии полной полевой конфигурации от её смещения относительно симметричного состояния $w = 0$. Коэффициенты κ_W и κ_Q характеризуют локальную жёсткость этой деформации и в общем случае зависят от состояния фотона, включая его релятивистскую полевую конфигурацию.

Д. Характеристический гиперконус связи с наблюдаемым пространством

Смещение связанного фотонного состояния относительно гиперплоскости $w = 0$ означает, что различные участки его четырёхмерной полевой конфигурации располагаются при $w \neq 0$. Поэтому для дальнейшего описания динамической перестройки необходимо определить геометрическую область, в пределах которой такие участки могут оставаться непосредственно связанными с наблюдаемым трёхмерным пространством.

Согласно исходному постулату модели, величина c является инвариантной предельной скоростью в наблюдаемых пространственных направлениях (x, y, z) . Для построения характеристической геометрии примем, что проекция характеристического распространения взаимодействия на наблюдаемое пространство имеет величину c . Направление полного характеристического вектора в пространстве (x, w) согласуем с кинематической геометрией свободного фотонного состояния, полученной в разделе III.

Обозначим через α угол между этим направлением и наблюдаемой гиперплоскостью. Из ранее полученной геометрии свободного состояния

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v_{4D}^{(0)}} = \frac{1}{\gamma}. \quad (29)$$

Пусть c_{4D} — модуль полного характеристического вектора. Поскольку его проекция на наблюдаемое пространство равна c ,

$$c_{4D} \cos \alpha = c,$$

откуда

$$\boxed{c_{4D} = \gamma c}. \quad (30)$$

Компонента характеристической скорости вдоль дополнительной координаты определяется из

$$c_{4D}^2 = c^2 + c_w^2,$$

поэтому

$$\boxed{c_w = c\sqrt{\gamma^2 - 1}}. \quad (31)$$

Величина c_w имеет здесь характеристический геометрический смысл. Она не отождествляется с динамической скоростью v_w кинематической составляющей и не вводится как самостоятельная предельная скорость вдоль дополнительной координаты. В частности, конкретная скорость распространения полевой перестройки должна определяться четырёхмерной системой Максвелла совместно с конститутивным замыканием. Здесь c_w задаёт только геометрию характеристической связи между направлением w и наблюдаемым пространством.

Таким образом, характеристическая геометрия в расширенном пространстве задаётся наблюдаемой компонентой c и компонентой c_w вдоль дополнительной координаты. Совокупность эквивалентных характеристических направлений, получаемых при изменении направления наблюдаемой пространственной компоненты в (x, y, z) , образует в пространстве (x, y, z, w) гиперконус с осью вдоль w .

Поскольку угол α отсчитывается от наблюдаемой гиперплоскости, а угол β — от оси w , выполняется

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}.$$

Поэтому из (29) следует

$$\boxed{\tan \beta = \frac{c}{c_w} = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}}. \quad (32)$$

При $\gamma \gg 1$

$$\beta \simeq \frac{1}{\gamma},$$

то есть характеристический гиперконус становится узким и ориентированным преимущественно вдоль w .

Рассмотрим элемент связанной конфигурации, находящийся на координатном удалении $|w_*|$ от наблюдаемой гиперплоскости. Характеристическое время распространения взаимодействия от этого элемента до $w = 0$ равно

$$\tau_{\text{int}} = \frac{|w_*|}{c_w}.$$

За тот же промежуток времени взаимодействие может распространиться внутри наблюдаемого пространства на расстояние

$$R_{\text{int}} = c\tau_{\text{int}}.$$

Следовательно,

$$\boxed{R_{\text{int}}(w_*) = |w_*| \tan \beta = \frac{|w_*|}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}}. \quad (33)$$

Величина R_{int} определяет размер области на гиперплоскости $w = 0$, с которой может непосредственно взаимодействовать элемент связанной конфигурации при его текущем смещении w_* вдоль дополнительной координаты. Здесь w_* характеризует мгновенное положение элемента в процессе движения вдоль w , тогда как всё связанное состояние одновременно распространяется в наблюдаемом пространстве со скоростью v_x .

При фиксированном мгновенном смещении $|w_*|$ увеличение v_x приводит к росту фактора Лоренца γ и соответствующему сужению характеристического гиперконуса. При больших γ

$$R_{\text{int}}(w_*) \simeq \frac{|w_*|}{\gamma}.$$

Поэтому характерный поперечный масштаб непосредственной связи с наблюдаемой гиперплоскостью уменьшается как $1/\gamma$. Таким образом, сужение области взаимодействия определяется релятивистской кинематикой распространения состояния вдоль наблюдаемого направления, а величина $|w_*|$ задаёт лишь его текущее смещение вдоль дополнительной координаты.

Е. Динамическая реакция поля

Энергия деформации, рассмотренная выше, показывает, насколько энергетически отличается смещённая конфигурация от равновесного состояния. Однако при реальном движении вдоль w поле должно непрерывно переходить от одной конфигурации к другой. Поэтому динамика связанного состояния определяется не только формой потенциальной энергии U_{def} , но и самим процессом перестройки полной полевой структуры.

При движении связанной конфигурации параметр деформации становится функцией времени,

$$Q = Q(t).$$

Изменение Q означает, что распределения скрытых и смешанных компонент поля также должны изменяться во времени. В отличие от обычного трёхмерного описания, здесь к локальным динамическим связям добавляются производные по дополнительной

координате w . Поэтому эволюция поля определяется одновременно его временной динамикой и пространственным распределением вдоль w , а геометрические границы связи между различными участками конфигурации задаются характеристическим гиперконусом, введённым в подразделе VD.

В частности, из уравнения (14) следует, что временное изменение D_w связано с компонентой $\mathbf{G}$, тогда как уравнения (17)–(18) связывают перестройку смешанного сектора $\mathbf{K}$ с изменением электрической и магнитной структуры вдоль w .

Тем самым изменение положения конфигурации вдоль w представляет собой не простое перемещение заранее заданного профиля, а непрерывную перестройку связанного электромагнитного состояния. При изменении положения конфигурации поле перераспределяется между различными компонентами, сохраняя связанность состояния и его интегральный заряд.

Для описания динамической стоимости непрерывной перестройки полевой конфигурации введём соответствующий эффективный энергетический вклад. В минимальном локальном по времени квадратичном приближении представим его в виде

$$\mathcal{T}_Q = \frac{1}{2} M_Q \dot{Q}^2, \quad M_Q > 0. \quad (34)$$

Коэффициент M_Q характеризует динамическую инерцию деформации: он определяет, насколько большой энергетический вклад требуется для заданной скорости перестройки полевой конфигурации. Поскольку параметр Q безразмерен, M_Q имеет размерность энергии, умноженной на квадрат времени.

Величина M_Q является характеристикой всей связанной полевой структуры и в общем случае может зависеть от состояния фотона, включая фактор Лоренца γ . Её конкретная зависимость должна следовать из динамики скрытых и смешанных компонент и не фиксируется на данном этапе отдельно. Явный положительный полевой вклад смешанного сектора в эффективную величину M_Q для одной линейной реализации деформационной динамики вычислен в приложении В.

Таким образом, перестройка связанной конфигурации вдоль дополнительного сектора w содержит два взаимосвязанных энергетических вклада: потенциальную энергию деформации полевой конфигурации и динамическую энергию её непрерывной перестройки. Их совместный учёт позволяет перейти к уравнению движения деформационного состояния.

Ф. Связанная динамика деформационного состояния

После определения потенциального и динамического энергетических вкладов можно записать эффективное уравнение движения деформационного состоя-

ния. В квадратичном приближении относительно равновесной конфигурации энергия деформационного режима определяется динамической энергией (34) и потенциальной энергией (28).

Соответствующий эффективный лагранжиан имеет вид

$$L_Q = \frac{1}{2} M_Q \dot{Q}^2 - \frac{1}{2} \kappa_Q Q^2.$$

Здесь M_Q характеризует динамическую инерцию перестройки полной полевой конфигурации, а κ_Q — её локальную деформационную жёсткость. Обе величины в общем случае могут зависеть от состояния фотона и, следовательно, от фактора Лоренца γ .

Для фиксированного свободного состояния M_Q и κ_Q являются постоянными параметрами. Уравнение Эйлера–Лагранжа принимает вид

$$M_Q \ddot{Q} + \kappa_Q Q = 0.$$

Следовательно, в линейном приближении деформация полевой конфигурации описывается гармоническим решением с угловой частотой

$$\omega^2 = \frac{\kappa_Q}{M_Q}. \quad (35)$$

Для фиксированного стабилизированного фотонного состояния частота деформационной динамики принимается общей частотой связанного состояния. В установившейся конфигурации эта частота связана с полной энергией фотонного состояния соотношением Планка, тогда как её связь с корпускулярным фактором Лоренца требует отдельного учёта энергии связанной полевой конфигурации. Во время эмиссии или иного нестационарного взаимодействия переходная конфигурация ещё не обязана характеризоваться той же установившейся частотой. Связь частоты с наблюдаемым электромагнитным проявлением полной конфигурации рассматривается в разделе VI.

Для параметра деформации получаем

$$Q(t) = Q_A \sin(\omega t + \phi).$$

Геометрическое положение связанной конфигурации определяется общим отображением

$$W(t) = g^{-1}(Q(t)). \quad (36)$$

Для малых смещений, когда справедливо линейное соотношение (26), имеем

$$W(t) \simeq \frac{Q_A}{g_1} \sin(\omega t + \phi).$$

Таким образом, в линейной области параметр полевой деформации Q и геометрическое смещение W описывают одну связанную динамику и характеризуются одной угловой частотой ω . Для конечных смещений сохраняется общее отображение (36), тогда как конкретная форма зависимости $W(t)$ определяется нелинейной функцией $g^{-1}(Q)$.

Г. Амплитуда движения вдоль w и масштаб взаимодействия

Для определения геометрического масштаба этого движения запишем

$$W(t) = W_A \sin(\omega t + \phi).$$

В связанном режиме движение кинематической составляющей вдоль w согласовано с коллективным смещением полной конфигурации, поэтому

$$v_w(t) = \dot{W}(t).$$

При пересечении равновесной гиперплоскости $W = 0$ модуль скорости вдоль дополнительного направления достигает значения

$$|v_w^{(0)}| = \omega W_A.$$

С другой стороны, кинематическая геометрия раздела III даёт соотношение (6). Поэтому

$$W_A = \frac{v_x \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\omega}. \quad (37)$$

Таким образом, амплитуда W_A определяется непосредственно кинематикой движения вдоль w и частотой связанного состояния. Этот масштаб характеризует геометрическую протяжённость движения полной конфигурации вдоль дополнительного направления.

Наблюдаемый пространственный масштаб взаимодействия определяется иначе. Для крайнего положения коллективного движения положим характерное координатное удаление равным амплитуде,

$$|w_*| = W_A.$$

Характеристическое время связи этого положения с наблюдаемой гиперплоскостью согласно геометрии гиперконуса равно

$$\tau_w = \frac{W_A}{c_w} = \frac{\beta_x}{\omega}, \quad \beta_x = \frac{v_x}{c}. \quad (38)$$

За это характеристическое время наблюдаемая компонента связи охватывает пространственный масштаб

$$R_A = c\tau_w.$$

Следовательно,

$$R_A = \frac{W_A}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} = \frac{v_x}{\omega} \quad (39)$$

характеризует масштаб взаимодействия на наблюдаемой гиперплоскости, тогда как W_A задаёт амплитуду движения вдоль дополнительной координаты.

Полную энергию стабилизированного связанного фотонного состояния обозначим через E_γ . Для его общей частоты используем соотношение Планка [7]

$$E_\gamma = \hbar\omega. \quad (40)$$

В общем случае полная энергия включает энергетические вклады кинематической и полевой составляющих и поэтому не отождествляется здесь с величиной $\gamma m_0 c^2$.

Следовательно,

$$\omega = \frac{E_\gamma}{\hbar}.$$

Подстановка этого выражения в (37) даёт

$$W_A = \frac{\hbar v_x \sqrt{\gamma^2 - 1}}{E_\gamma}. \quad (41)$$

А для наблюдаемого масштаба взаимодействия из (39) получаем

$$R_A = \frac{\hbar v_x}{E_\gamma}.$$

Таким образом, геометрические масштабы W_A и R_A определяются одновременно кинематикой фотонного состояния, задаваемой величинами v_x и γ , и полной энергией связанного фотонного состояния E_γ . Их дальнейшая зависимость от m_0 и γ требует учёта энергетического распределения между кинематической и полевой составляющими связанного состояния.

VI. НАБЛЮДАЕМАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА В ЧЕТЫРЁХМЕРНОЙ ПОЛЕВОЙ СТРУКТУРЕ

В предыдущих разделах были определены четырёхмерная полевая структура фотонного состояния, её редукция к наблюдаемому трёхмерному сектору и связанная динамика вдоль дополнительной координаты w . В настоящем разделе рассматривается электромагнитное проявление этой динамики в наблюдаемом пространстве, включая пространственную периодичность, поперечность и поляризацию волны.

А. Связь наблюдаемых, скрытых и смешанных компонент поля

Рассмотрим неоднородную часть полной системы Максвелла (11),

$$\partial_A H^{AB} = 0.$$

Разделим индекс A на временную и три наблюдаемые пространственные координаты, обозначаемые совокупным индексом μ , и дополнительную координату w :

$$A = (\mu, w).$$

Для компонент с индексом ν , принадлежащим наблюдаемому пространственно-временному сектору (ct, x, y, z) , получаем

$$\partial_\mu H^{\mu\nu} + \partial_w H^{w\nu} = 0.$$

Первое слагаемое описывает обычную динамику электромагнитных компонент в наблюдаемом секторе, тогда как второе непосредственно связывает её с зависимостью полной полевой конфигурации от дополнительной координаты w . В зависимости от значения индекса ν в этот вклад входят скрытая компонента D_w и смешанные компоненты $\mathbf{G}$.

Если рассматривать уравнение локально только со стороны наблюдаемого сектора, вклад дополнительной координаты можно записать в форме эффективного источника

$$J_{\text{eff}}^\nu = -\partial_w H^{w\nu}.$$

Величина J_{eff}^ν не является независимым внешним источником поля, а представляет локальное проявление изменения полной конфигурации вдоль w . После интегрирования по дополнительной координате этот член переходит в граничные потоковые величины, определяющие наблюдаемые заряд и ток в соответствии с редукцией раздела IV.

Таким образом, зависимость поля от координаты w непосредственно входит в динамику наблюдаемого электромагнитного сектора. Наблюдаемое поле представляет собой редуцированное проявление единой связанной конфигурации, в которой наблюдаемые, скрытые и смешанные компоненты участвуют в общей динамике.

В. Гармоническая динамика полной полевой конфигурации

В разделе V для линейного режима была получена гармоническая динамика коллективной координаты W с общей угловой частотой ω , тогда как наблюдаемый перенос состояния происходит вдоль x со скоростью v_x . Здесь рассмотрим, как эта уже установленная периодическая динамика проявляется в наблюдаемых компонентах электромагнитного поля.

В линейном гармоническом режиме временная зависимость связанных полевых компонент характеризуется той же угловой частотой ω . Рассмотрим компоненту электрического поля в плоскости (y, z) , перпендикулярной выбранному направлению распространения x :

$$E_\perp(x, w, t) = \mathcal{E}(w)e^{i(kx - \omega t)}.$$

Функция $\mathcal{E}(w)$ задаёт пространственный профиль поля вдоль дополнительной координаты и определяется структурой связанного состояния. Множитель

$$e^{i(kx - \omega t)}$$

описывает согласованную фазовую зависимость вдоль наблюдаемого направления x и во времени.

После редукции по координате w профиль $\mathcal{E}(w)$ входит в наблюдаемую амплитуду, тогда как фазовый множитель сохраняется. Поэтому соответствующая наблюдаемая компонента имеет вид

$$E_{\perp, \text{obs}}(x, t) = \mathcal{E}_{\text{obs}} e^{i(kx - \omega t)}.$$

Таким образом, после редукции общая частота ω , установленная для деформационной динамики в разделе V, сохраняется как частота наблюдаемой гармонической компоненты электромагнитного поля. Совпадение частот не требует совпадения мгновенных фаз отдельных компонент связанной системы: их фиксированные относительные фазовые сдвиги определяются структурой установившейся собственной моды.

С. Связь частоты, энергии и релятивистской кинематики

В разделе V для общей частоты стабилизированного связанного состояния было использовано соотношение (40). Совместно с выражением (35) оно накладывает условие на эффективную динамику деформационного состояния:

$$\frac{\kappa_Q}{M_Q} = \omega^2 = \frac{E_\gamma^2}{\hbar^2}.$$

Таким образом, данное соотношение фиксирует связь деформационной жёсткости и динамической инерции с полной энергией состояния E_γ , введённой в разделе V, но само по себе не отождествляет её с энергией кинематической составляющей $\gamma m_0 c^2$. Связь между E_γ и фактором Лоренца определяется энергетическим распределением внутри связанной системы и рассматривается далее.

Перейдём теперь от временной периодичности к пространственной периодичности наблюдаемого электромагнитного поля. Период общей динамики состояния равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

В установившемся связанном режиме примем, что пространственная фаза наблюдаемого электромагнитного проявления переносится вместе с фотонным состоянием со скоростью v_x . Тогда за один период общей динамики состояние перемещается на один пространственный период наблюдаемой волны:

$$\lambda_{\text{obs}} = v_x T = \frac{2\pi v_x}{\omega}. \quad (42)$$

Соответственно,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{obs}}} = \frac{\omega}{v_x},$$

что согласует пространственную периодичность с гармонической зависимостью $e^{i(kx - \omega t)}$, введённой выше.

Сопоставляя (42) с (39), получаем

$$R_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2\pi}. \quad (43)$$

Полученная зависимость для поперечного масштаба допускает непосредственное сопоставление с ранее предложенными моделями конечной пространственной структуры одиночного фотона и соответствующими микроволновыми измерениями [8, 9]; такое сопоставление проводится в разделе наблюдаемых следствий.

Существование конечного поперечного масштаба определяется совместно характеристической геометрией и конечной пространственной периодичностью связанного состояния. При конечном факторе Лоренца характеристический гиперконус имеет ненулевой угол раскрытия $\beta > 0$, а его геометрия задаёт соотношение

$$\frac{R_A}{W_A} = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}.$$

При $v_x \rightarrow c$ выполняются $\gamma \rightarrow \infty$ и $\beta \rightarrow 0$, поэтому поперечный масштаб становится малым относительно амплитуды движения вдоль w ,

$$\frac{R_A}{W_A} \rightarrow 0.$$

При этом к нулю стремится только относительный масштаб R_A/W_A . Абсолютный поперечный радиус $R_A = v_x/\omega$ при фиксированной конечной частоте ω и $v_x \rightarrow c$ стремится к c/ω .

Геометрически R_A задаёт характерный радиус области взаимодействия связанного фотонного состояния с наблюдаемым пространством. В силу изотропии характеристического распространения в направлениях (x, y, z) пересечение соответствующего гиперконуса с гиперплоскостью $w = 0$ определяет трёхмерную область радиуса R_A . В плоскости (y, z) , перпендикулярной направлению распространения, её поперечный радиус остаётся равным R_A .

Таким образом, характеристическая геометрия непосредственно связывает поперечный масштаб электромагнитного проявления одного фотонного состояния с его наблюдаемой длиной волны.

В связанном режиме принимается, что полная энергетическая конфигурация переносится совместно с фотонным состоянием. Положение её центра вдоль наблюдаемого направления тогда определяется как

$$x(t) = v_x t.$$

Соответственно, скорость переноса связанной энергетической конфигурации в наблюдаемом пространстве равна

$$v_{\text{energy}} = v_x.$$

Движение вдоль w определяет периодическую перестройку полной конфигурации и её электромагнитное проявление, тогда как наблюдаемый перенос энергии происходит вдоль направления x .

Для кинематической составляющей сохраняется стандартная связь

$$p = \gamma m_0 v_x = \frac{E_{\text{corp}} v_x}{c^2} \quad (44)$$

где

$$E_{\text{corp}} = \gamma m_0 c^2.$$

Полный импульс связанного фотонного состояния включает вклад не только кинематической, но и полевой составляющей. Поэтому его нельзя получить простой заменой E_{corp} на полную энергию E_γ в соотношении для импульса кинематической составляющей. Полный энергетико-импульсный баланс должен определяться для всей связанной системы с учётом распределения энергии и импульса между её кинематической и полевой составляющими.

В установленном состоянии частота ω характеризует полную энергию связанной конфигурации, тогда как фактор Лоренца γ определяет кинематику кинематической составляющей и связанный с ней импульс.

D. Поперечность и поляризация наблюдаемого поля

Рассмотрим пространственную структуру электромагнитного проявления связанного фотонного состояния. Наблюдаемое движение состояния происходит вдоль направления x , тогда как его внутренняя динамика связана с дополнительной координатой w . Тем самым движение полной конфигурации происходит в плоскости (x, w) , а направления (y, z) образуют поперечную к ней плоскость.

Для линейно поляризованной конфигурации можно выбрать ориентацию электрической и магнитной компонент вдоль взаимно перпендикулярных направлений y и z . Тогда соответствующие компоненты полного четырёхмерного поля имеют вид

$$E_y(x, w, t) = \mathcal{E}_y(w) e^{i(kx - \omega t)},$$

$$B_z(x, w, t) = \mathcal{B}_z(w) e^{i(kx - \omega t)}.$$

Таким образом, до редукции электрическая и магнитная компоненты обладают пространственной

структурой одновременно вдоль наблюдаемого направления x и дополнительной координаты w , оставаясь ориентированными вдоль взаимно перпендикулярных поперечных осей.

После редукции по координате w получаем

$$E_{y,\text{obs}}(x, t) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} E_y(x, w, t) dw,$$

$$B_{z,\text{obs}}(x, t) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} B_z(x, w, t) dw.$$

Поэтому наблюдаемые компоненты сохраняют общую фазовую зависимость

$$E_{y,\text{obs}}(x, t) = \mathcal{E}_{y,\text{obs}} e^{i(kx - \omega t)},$$

$$B_{z,\text{obs}}(x, t) = \mathcal{B}_{z,\text{obs}} e^{i(kx - \omega t)}.$$

Здесь для краткости явно не выписан поперечный пространственный профиль конфигурации в плоскости (y, z) ; выражения выделяют её зависимость от координат (x, w) и времени. Характерный масштаб поперечного профиля будет связан ниже с величиной R_A .

Редукция устраняет явную зависимость наблюдаемого описания от координаты w , но сохраняет поперечную ориентацию электрической и магнитной компонент относительно направления распространения x .

При движении связанной конфигурации вдоль x её продольный пространственный масштаб испытывает стандартное лоренцево сокращение [5]. Обозначая через f_γ нормированный скалярный огибающий профиль конфигурации, его продольную зависимость можно представить в виде

$$f_\gamma(x, y, z, w, t) = \gamma f_0(\gamma(x - v_x t), y, z, w).$$

Следовательно, характерный продольный размер конфигурации изменяется как

$$L_x(\gamma) = \frac{L_x^{(0)}}{\gamma},$$

тогда как поперечные направления (y, z) такого сжатия не испытывают. При $\gamma \gg 1$ выполняется

$$L_x \ll L_y, \quad L_x \ll L_z,$$

При $\gamma \gg 1$ продольный размер связанной полевой конфигурации становится малым по сравнению с её поперечными размерами.

Строгая ориентационная поперечность распространяющейся компоненты следует из редуцированной системы Максвелла. Для гармонического решения

$$\mathbf{k} = k \mathbf{e}_x$$

и в области вне локального источникового вклада имеем

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{B}_{\text{obs}} = 0, \quad \nabla_3 \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} = 0,$$

а также

$$\nabla_3 \times \mathbf{E}_{\text{obs}} = -\partial_t \mathbf{B}_{\text{obs}}.$$

Для зависимости $e^{i(kx - \omega t)}$ отсюда следует

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_{\text{obs}} = 0, \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} = 0,$$

и

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\text{obs}} = \omega \mathbf{B}_{\text{obs}}.$$

В однородном наблюдаемом секторе, где

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} \parallel \mathbf{E}_{\text{obs}},$$

получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{obs}} &\perp \mathbf{e}_x, \\ \mathbf{B}_{\text{obs}} &\perp \mathbf{e}_x, \\ \mathbf{E}_{\text{obs}} &\perp \mathbf{B}_{\text{obs}}. \end{aligned} \tag{45}$$

Тем самым уменьшение продольного размера связанной конфигурации и строгая поперечность поля имеют различное происхождение. Первое связано с релятивистским преобразованием пространственного масштаба, тогда как второе следует из редуцированных уравнений Максвелла.

Заряд q_{rh} является интегральной характеристикой полной связанной четырёхмерной конфигурации и после редукции проявляется как наблюдаемая плотность заряда, связанная с потоком поля вдоль дополнительной координаты:

$$\rho_{\text{obs}} = -[D_w]^+.$$

Поэтому полная конфигурация не является безисточниковой во всём наблюдаемом пространстве. В области локализации зарядонесущей структуры в общем случае

$$\rho_{\text{obs}} \neq 0,$$

и, соответственно,

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} \neq 0.$$

Условие

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} = 0$$

выполняется в областях, где локальная наблюдаемая плотность заряда обращается в нуль. Именно к распространяющейся электромагнитной части поля в таких безисточниковых областях относятся условия (45).

Характерный поперечный масштаб этой наблюдаемой структуры определяется геометрией взаимодействия и согласно (43) равен $R_A = \lambda_{\text{obs}}/(2\pi)$.

В плоскости (y, z) величина R_A задаёт характерный радиус электромагнитного проявления одного связанного фотонного состояния.

Поперечность сама по себе не выбирает конкретное направление электрического поля внутри плоскости (y, z) . Эта ориентация является частью состояния полной полевой конфигурации. Для её описания введём фиксированный поперечный единичный вектор

$$\epsilon_{\perp} \cdot \mathbf{e}_x = 0.$$

Тогда наблюдаемое электрическое поле можно записать как

$$\mathbf{E}_{\text{obs}}(x, t) = \mathcal{E}_{\text{obs}} \epsilon_{\perp} e^{i(kx - \omega t)},$$

а магнитная компонента определяется тем же гармоническим решением:

$$\mathbf{B}_{\text{obs}} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\text{obs}}.$$

Например, при выборе

$$\epsilon_{\perp} = \mathbf{e}_y$$

получаем

$$\mathbf{E}_{\text{obs}} = E_y \mathbf{e}_y, \quad \mathbf{B}_{\text{obs}} = B_z \mathbf{e}_z.$$

Движение фотонного состояния происходит в фиксированной плоскости (x, w) , тогда как выбранная поперечная ориентация поля является частью полной конфигурации состояния. В минимальной рассматриваемой модели внутренняя динамика, вращающая эту ориентацию в плоскости (y, z) , отсутствует. Поэтому при отсутствии внешнего воздействия вектор $\epsilon_{\perp}$ остаётся постоянным, что соответствует устойчивой линейной поляризации наблюдаемого электромагнитного проявления.

Круговая или эллиптическая поляризация требует наличия двух поперечных компонент с ненулевым относительным фазовым сдвигом. Такая дополнительная структура не следует из рассматриваемой минимальной динамики в плоскости (x, w) и отдельно здесь не вводится.

Е. Выводы раздела

Периодическая динамика связанного четырёхмерного фотонного состояния после редукции проявляется в наблюдаемом пространстве как гармоническая электромагнитная структура с той же угловой частотой ω . Её пространственная периодичность определяется движением состояния вдоль x , а поперечный масштаб связан с наблюдаемой длиной волны соотношением

$$R_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2\pi}.$$

Связанная конфигурация имеет конечные пространственные размеры: её продольный масштаб уменьшается вследствие лоренцева сокращения, тогда как поперечный масштаб остаётся конечным. Редуцированная система Максвелла обеспечивает поперечность наблюдаемых электрической и магнитной компонент, а в минимальной модели выбранная поперечная структура соответствует линейной поляризации.

Таким образом, наблюдаемая электромагнитная волна является трёхмерным проявлением единого связанного четырёхмерного фотонного состояния.

ВII. ЛОКАЛИЗАЦИЯ, ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА И ЭНЕРГИЯ СВЯЗАННОГО ФОТОННОГО СОСТОЯНИЯ

Определим энергию полной четырёхмерной полевой конфигурации связанного фотонного состояния и рассмотрим обмен энергией между его полевой и кинематической составляющими, пространственную локализацию связанного состояния и связь между фазой движения вдоль дополнительной координаты w и наблюдаемыми проявлениями фотона.

А. Локализация и корпускулярное проявление связанного фотонного состояния

В принятой модели пространственная локализация относится к кинематической составляющей связанного фотонного состояния, характеризуемой инвариантной массой m_0 . Полевая составляющая перестраивается согласованно с её движением, однако положение кинематической составляющей в расширенном пространстве задаётся траекторией в выбранном геометрическом представлении.

В рассматриваемом связанном режиме положение кинематической составляющей вдоль дополнительного направления принимается согласованным с коллективной координатой $W(t)$ полной конфигурации. Выберем направление наблюдаемого движения вдоль оси x и расположим начало поперечных координат на траектории фотона. Тогда его положение в расширенном пространстве можно представить как

$$\mathbf{R}_{\text{ph}}(t) = (X(t), 0, 0, W(t)), \quad X(t) = v_x t.$$

Коллективная координата $W(t)$ совершает установленное в разделе V периодическое движение между точками $-W_A$ и $+W_A$, причём её амплитуда определяется соотношением (41).

Особую роль играют моменты пересечения гиперплоскости $w = 0$. Именно в эти моменты кинематическая составляющая проходит через наблюдаемое трёхмерное пространство, поэтому связанное фотонное состояние может проявляться в нём как локализованный объект и участвовать в локальном взаимодействии. Пересечение $w = 0$ само по себе не означает

обязательного поглощения или регистрации фотона, а задаёт момент возможного корпускулярного проявления.

Согласно кинематике раздела III, при пересечении $w = 0$ модуль скорости и импульса кинематической составляющей вдоль дополнительного направления максимален, тогда как в точках разворота $W = \pm W_A$ скорость вдоль w обращается в нуль.

При таком корпускулярном проявлении взаимодействует, однако, не изолированная кинематическая составляющая, а всё связанное фотонное состояние. Поэтому при полном поглощении или передаче фотона наблюдаемой системе передаются полная энергия и полный импульс связанной конфигурации,

$$E_\gamma = E_{\text{corp}} + E_{\text{field}},$$

а не только кинематический вклад E_{corp} и соответствующий ему импульс. Полный импульс также включает вклад полевой составляющей и должен определяться энергетико-импульсным балансом всей связанной системы.

При последовательных пересечениях гиперплоскости $w = 0$ компонента импульса кинематической составляющей вдоль дополнительной координаты меняет направление. Поэтому $p_w^{(0)}$ может принимать два противоположных знака, соответствующих движению в положительном или отрицательном направлении по w . Знак определяется фазой внутреннего цикла в данном пересечении; поскольку рассматриваемые ниже кинематические и энергетические соотношения зависят только от модуля этой компоненты, далее используется величина $|p_w^{(0)}|$.

В. Фазовая структура связанного фотонного состояния

В установившемся связанном состоянии кинематическая и полевая динамика принадлежат одной собственной моде с общей угловой частотой ω . Физическое состояние полной связанной конфигурации определяется единым внутренним циклом; отдельные полевые компоненты могут отличаться только фиксированными относительными фазовыми сдвигами внутри этого цикла.

Введём общую фазу

$$\theta(t) = \omega t + \phi.$$

Тогда в линейном режиме

$$W(\theta) = W_A \sin \theta, \quad v_w(\theta) = \omega W_A \cos \theta. \quad (46)$$

Связанная полевая конфигурация проходит согласованный цикл с той же частотой. В сопутствующих координатах

$$\xi = x - X(t), \quad X(t) = v_x t,$$

её удобно представить как

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}(\xi, y, z, w; \theta),$$

где $\mathcal{F}$ обозначает совокупность наблюдаемых, скрытых и смешанных компонент поля.

При фиксированной сопутствующей координате

$$\mathcal{F}(\xi, y, z, w; \theta + 2\pi) = \mathcal{F}(\xi, y, z, w; \theta).$$

В общем случае отдельную компоненту поля внутри одной собственной моды можно представить как

$$F_i(\theta) = F_{iA} \sin(\theta + \delta_i),$$

где δ_i является фиксированным относительным фазовым сдвигом данной компоненты относительно общего цикла θ , а не независимой физической фазой.

Для рассматриваемой минимальной устойчивой моды фазовая структура дополнительно ограничивается четырёхмерными уравнениями Максвелла и смешанным конститутивным замыканием. Деформационная часть скрытой электрической структуры наследует координатную W -квадратуру,

$$W, Q, \delta D_w \equiv D_w - D_w^{(0)}, \delta E_w \propto \sin \theta.$$

Тогда как динамический сектор связан со скоростью W -квадратурой,

$$\dot{W} \equiv v_w, \mathbf{G}_{\text{dyn}}, \mathbf{K}_{\text{dyn}}, \mathbf{B}_{\text{obs}}, \mathbf{E}_{\text{obs}} \propto \cos \theta.$$

Здесь $D_w^{(0)}$ и соответствующая ему опорная часть $E_w^{(0)}$ относятся к фазонезависимой симметричной структуре связанного поля и не входят в приведённые колебательные соотношения. Механизм формирования указанной устойчивой фазовой структуры из первоначально несогласованной конфигурации рассматривается в разделе VIII.

Пространственный период установившейся собственной моды вдоль наблюдаемого направления определяется её переносом со скоростью v_x . Поэтому

$$k = \frac{\omega}{v_x} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{obs}}}.$$

Это соотношение связывает пространственную повторяемость связанного состояния с его внутренним периодом, но не означает, что кинематическая составляющая движется вдоль линии постоянной физической фазы поля.

Для описания внутреннего цикла удобно выделить моменты пересечения гиперплоскости $w = 0$. Из (46)

$$W = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \theta = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Два последовательных пересечения соответствуют противоположным направлениям движения вдоль дополнительной координаты,

$$v_w(\theta + \pi) = -v_w(\theta), \quad p_w(\theta + \pi) = -p_w(\theta).$$

При переходе от одного пересечения $W = 0$ к следующему фаза изменяется на π , поэтому одновременно меняются знаки динамических полевых компонент:

$$\mathbf{E}_{\text{obs}}(\theta + \pi) = -\mathbf{E}_{\text{obs}}(\theta), \quad \mathbf{B}_{\text{obs}}(\theta + \pi) = -\mathbf{B}_{\text{obs}}(\theta),$$

и аналогично для $\mathbf{K}_{\text{dyn}}$ и $\mathbf{G}_{\text{dyn}}$. Следовательно, два последовательных пересечения $W = 0$ соответствуют различным фазовым состояниям, а исходная конфигурация воспроизводится только после полного изменения фазы на 2π .

За один полный внутренний период $T = 2\pi/\omega$ состояние смещается вдоль x на расстояние

$$v_x T = \frac{2\pi v_x}{\omega} = \lambda_{\text{obs}},$$

то есть одному полному циклу внутреннего движения соответствует один пространственный период наблюдаемой структуры.

Поскольку пересечения $W = 0$ происходят при $\theta = n\pi$, два последовательных пересечения разделены половиной внутреннего периода. Поэтому расстояние между ними равно

$$\Delta x_\pi = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2} = \frac{\pi v_x}{\omega}.$$

Таким образом, временная периодичность внутреннего цикла и пространственная повторяемость наблюдаемой структуры являются двумя проявлениями одной устойчивой собственной моды.

С. Полевая энергия связанной четырёхмерной конфигурации

Для энергетического описания связанного фотонного состояния необходимо сначала определить энергетический функционал его полевой составляющей, а затем выделить переменную часть энергии, участвующую во внутреннем обмене с кинематической составляющей. Поле распределено в пространстве (x, y, z, w) и содержит наблюдаемые, скрытые и смешанные компоненты, динамически связанные между собой.

Для антисимметричных тензоров F_{AB} и H^{AB} тензор энергии-импульса полевой составляющей в принятых обозначениях запишем в стандартной F - H -форме [6]

$$T^A{}_{B, \text{field}} = -H^{AC} F_{BC} + \frac{1}{4} \delta_B^A H^{CD} F_{CD}. \quad (47)$$

В используемом локальном линейном недисперсионном конститутивном приближении соответствующая плотность энергии четырёхмерной полевой конфигурации имеет вид

$$u_4 = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + E_w D_w + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{G}).$$

Здесь $\mathbf{r} = (x, y, z)$ обозначает координаты наблюдаемого трёхмерного пространства, а $u_4(\mathbf{r}, w, t)$ является локальной плотностью полевой энергии в четырёхмерном пространственном объёме. Полная энергия полевой составляющей связанного состояния получается интегрированием этой плотности по всей локализованной конфигурации:

$$E_{\text{field}}(t) = \int_{\mathcal{V}_4} u_4(\mathbf{r}, w, t) d^3 r dw. \quad (48)$$

Таким образом, u_4 характеризует локальное распределение энергии поля, тогда как E_{field} характеризует полный энергетический вклад полевой составляющей связанного фотонного состояния.

Локальную плотность энергии u_4 удобно представить как сумму вклада наблюдаемого электромагнитного сектора

$$u_{\text{obs}} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H})$$

и вклада компонент, непосредственно связанных с дополнительным направлением,

$$u_w = \frac{1}{2} (E_w D_w + \mathbf{K} \cdot \mathbf{G}).$$

Так что

$$u_4 = u_{\text{obs}} + u_w.$$

Такое разложение является только способом организации энергетических вкладов и не означает существования независимых полевых подсистем. Все перечисленные компоненты принадлежат одной четырёхмерной полевой конфигурации и связаны системой (11).

Д. Энергетика наблюдаемой поперечной моды

Для анализа энергетики связанной поперечной моды необходимо учитывать смешанную связь наблюдаемого магнитного и w -секторов, возникающую в динамическом замыкании полной полевой системы. Для выбранной линейной поляризации с компонентами E_y , B_z и K_y минимальное линейное замыкание можно записать как

$$D_y = \varepsilon_3 E_y, \quad D_w = \varepsilon_w E_w,$$

$$\begin{pmatrix} H_z \\ G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_3 & \chi \\ \chi & \nu_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_z \\ K_y \end{pmatrix}.$$

Здесь коэффициент χ характеризует взаимную связь наблюдаемого магнитного и смешанного w -секторов. Для описания пространственной структуры моды вдоль дополнительной координаты введём характерный обратный масштаб

$$\kappa_w = \frac{1}{W_A}.$$

Он характеризует локализацию связанной конфигурации вдоль w и не предполагает распространения свободной бегущей волны в дополнительном направлении.

Для гармонической связанной поперечной моды соответствующее дисперсионное соотношение имеет вид

$$\varepsilon_3 \omega^2 = \nu_3 k^2 + 2\chi k \kappa_w + \nu_w \kappa_w^2.$$

С учётом ранее полученных геометрических соотношений

$$k = \frac{\omega}{v_x} = \frac{1}{R_A}, \quad \frac{\kappa_w}{k} = \frac{R_A}{W_A} = \tan \beta, \\ v_x = c \cos \beta, \quad \frac{\nu_3}{\varepsilon_3} = c^2,$$

условие существования связанной субсветовой моды даёт

$$\chi = -\frac{\tan \beta}{2} (\nu_w + \nu_3 \cos^2 \beta).$$

Для выбранной субсветовой ветви $0 < v_x < c$ имеем

$$0 < \beta < \frac{\pi}{2}, \quad \tan \beta > 0.$$

Поскольку положительность диагональных энергетических вкладов требует

$$\nu_3 > 0, \quad \nu_w > 0,$$

то

$$\nu_w + \nu_3 \cos^2 \beta > 0,$$

и, следовательно,

$$\chi < 0.$$

Физически отрицательный знак смешанной связи необходим для существования такой субсветовой связанной моды. При $v_x < c$ левая часть дисперсионного соотношения меньше вклада $\nu_3 k^2$, тогда как положительный диагональный вклад $\nu_w \kappa_w^2$ дополнительно увеличивает правую часть. Поэтому смешанный член $2\chi k \kappa_w$ должен быть отрицательным и компенсировать часть положительных диагональных вкладов. Таким образом, знак $\chi < 0$ не вводится независимо, а следует из дисперсионного соотношения, субсветовой кинематики выбранной ветви и положительности диагональных конститутивных коэффициентов.

Соответствующая плотность энергии выбранного полевого сектора имеет вид

$$u_{\text{mode}} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_3 E_y^2 + \varepsilon_w E_w^2 + \nu_3 B_z^2 + \nu_w K_y^2 + 2\chi B_z K_y \right). \quad (49)$$

Положительность энергии обеспечивается условиями

$$\varepsilon_3, \varepsilon_w, \nu_3, \nu_w > 0, \quad \chi^2 < \nu_3 \nu_w.$$

С учётом полученного выше выражения для χ условие положительной определённости энергетической формы смешанного сектора накладывает дополнительное ограничение на параметры связанной моды,

$$\tan^2 \beta (\nu_w + \nu_3 \cos^2 \beta)^2 < 4\nu_3 \nu_w.$$

Это условие играет роль критерия допустимости найденной дисперсионной ветви. Дисперсионное соотношение определяет параметры, при которых связанная поперечная мода может удовлетворять полевым уравнениям, однако не всякое такое решение обязательно соответствует устойчивой конфигурации с положительной энергией.

Если указанное неравенство нарушается, квадратичная энергетическая форма смешанного BK -сектора перестаёт быть положительно определённой: существуют комбинации полевых амплитуд, для которых соответствующий вклад в энергию становится отрицательным. Такие параметры не относятся к физически допустимой устойчивой ветви в рамках принятого линейного конститутивного приближения. Граничный случай равенства соответствует вырождению энергетической формы и также не рассматривается здесь как нормальная локализованная устойчивая мода.

Таким образом, дисперсионное соотношение задаёт возможную связанную моду, а условие положительности энергии дополнительно выделяет область параметров, соответствующую физически допустимой устойчивой ветви.

Для этой ветви теперь можно отдельно рассмотреть структуру её динамического полевого сектора. Отделим деформационный вклад E_w , связанный с координатой Q , и рассмотрим компоненты, принадлежащие динамической квадратуре. Поскольку в устойчивой собственной моде E_y , B_z и K_y имеют общую временную фазу, однородные уравнения четырёхмерной системы дают для их амплитуд

$$B_z = \frac{k}{\omega} E_y, \quad K_y = \frac{\kappa_w}{\omega} E_y.$$

С учётом

$$k = \frac{\omega}{v_x}, \quad \frac{\kappa_w}{k} = \tan \beta,$$

получаем

$$B_z = \frac{E_y}{v_x}, \quad K_y = \frac{\tan \beta}{v_x} E_y.$$

Выделим электрический вклад

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_3 E_y^2$$

и связанную с ним магнитно-смешанную группу

$$u_{BKG} \equiv \frac{1}{2} (\nu_3 B_z^2 + \nu_w K_y^2 + 2\chi B_z K_y).$$

Компонента G_y здесь не вводит отдельного независимого энергетического слагаемого, поскольку уже входит в смешанный вклад через конститутивную связь между G_y , B_z и K_y .

Подстановка амплитудных соотношений даёт

$$u_{BKG} = \frac{E_y^2}{2v_x^2} (\nu_3 + \nu_w \tan^2 \beta + 2\chi \tan \beta).$$

Используя

$$\chi = -\frac{\tan \beta}{2} (\nu_w + \nu_3 \cos^2 \beta),$$

получаем

$$\nu_3 + \nu_w \tan^2 \beta + 2\chi \tan \beta = \nu_3 \cos^2 \beta.$$

Поскольку

$$v_x = c \cos \beta, \quad \frac{\nu_3}{\varepsilon_3} = c^2,$$

следует

$$u_{BKG} = u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_3 E_y^2.$$

Следовательно, для устойчивой динамической поперечной квадратуры полная плотность энергии соответствующего сектора принимает вид

$$u_{\text{dyn}}^\perp = u_E + u_{BKG} = \varepsilon_3 E_y^2.$$

Это равенство означает, что в устойчивой поперечной моде электрическая плотность энергии u_E равна плотности энергии всей магнитно-смешанной группы u_{BKG} , а не отдельно магнитной плотности энергии u_B . Компоненты B_z и K_y , а также смешанный член $\chi B_z K_y$, по отдельности зависят от угла β , однако при их объединении в u_{BKG} эта явная зависимость взаимно сокращается.

Полученное локальное равенство энергетических плотностей характеризует распределение энергии внутри динамического полевого сектора, но само по себе не определяет полный энергетический вклад всей локализованной конфигурации. Полная полевая энергия задаётся интегралом (48) и зависит также от амплитуд и пространственного распределения полевых компонент во всей связанной четырёхмерной структуре.

Е. Геометрическая проекция и энергетика наблюдаемого электромагнитного сектора

Релятивистская зависимость геометрии взаимодействия задаётся характеристическим гиперконусом,

введённым в подразделе V D. Его характеристический вектор имеет наблюдаемую компоненту c и компоненту $c_w = c\sqrt{\gamma^2 - 1}$ вдоль дополнительной координаты, а его полный модуль равен $c_{4D} = \gamma c$. Поэтому соответствующий единичный вектор имеет вид

$$\mathbf{n}_{4D} = \frac{c \mathbf{n}_3 + c_w \mathbf{e}_w}{c_{4D}} = \frac{1}{\gamma} \mathbf{n}_3 + \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \mathbf{e}_w.$$

При росте γ наблюдаемая компонента этого направления уменьшается, а компонента вдоль w возрастает.

Поэтому модуль его проекции на наблюдаемое трёхмерное пространство равен

$$\eta_\gamma = |\mathbf{P}_3 \mathbf{n}_{4D}| = \frac{1}{\gamma}.$$

Полученный множитель $1/\gamma$ характеризует геометрическую проекцию характеристического направления на наблюдаемое пространство. Сам по себе он не задаёт независимого масштабирования отдельных конститутивных коэффициентов.

Как показано в разделе IV, релятивистская зависимость полевого отклика должна определяться преобразованием полной конститутивной структуры,

$$C'(\gamma) = \mathbf{L}_H(\gamma) \mathbf{C} \mathbf{L}_F^{-1}(\gamma).$$

Поэтому зависимость энергии связанной полевой конфигурации от γ возникает совместно через преобразование полевых компонент, пространственного профиля и конститутивного замыкания. Отдельная универсальная зависимость вида $\varepsilon_3, \nu_3 \propto 1/\gamma$ здесь не предполагается.

Если для диагонального наблюдаемого сектора выполняется

$$\frac{\nu_3}{\varepsilon_3} = c^2,$$

то для устойчивой поперечной моды из редуцированной системы Максвелла следует

$$B_{\text{obs}} = \frac{E_{\text{obs}}}{v_x}.$$

Поэтому диагональные электрический и магнитный энергетические вклады наблюдаемого сектора,

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_3 E_{\text{obs}}^2, \quad u_B = \frac{1}{2} \nu_3 B_{\text{obs}}^2,$$

связаны соотношением

$$\frac{u_E}{u_B} = \frac{v_x^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}.$$

Соответственно,

$$\frac{u_B - u_E}{u_B} = \frac{1}{\gamma^2}.$$

Таким образом, при конечном факторе Лоренца диагональный магнитный вклад наблюдаемого сектора превышает электрический,

$$u_B > u_E,$$

тогда как в пределе $\gamma \rightarrow \infty$ эти вклады становятся равными.

Это не означает энергетического преобладания полной магнитной части устойчивой собственной моды. После учёта связанного K -сектора и смешанного члена χBK , как показано выше, выполняется

$$u_{BKG} = u_E.$$

Следовательно, неравенство $u_B > u_E$ характеризует внутреннюю асимметрию диагональной пары E – B , тогда как полная динамическая полевая структура устойчивой моды сохраняет равенство электрической и магнитно-смешанной плотностей энергии.

Г. Четырёхмерная теорема Пойнтинга и перенос энергии

Для проверки энергетической согласованности полевой составляющей рассмотрим её автономный предел, в котором обмен энергией с кинематической составляющей отсутствует, а конститутивные коэффициенты не зависят от времени. Из четырёхмерной системы Максвелла тогда следует закон переноса полевой энергии. Поток вдоль наблюдаемых пространственных направлений имеет вид

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{E} \times \mathbf{H} - E_w \mathbf{G},$$

а поток вдоль дополнительной координаты определяется выражением

$$S_w = \mathbf{E} \cdot \mathbf{G}.$$

Вводя полный пространственный поток

$$\mathbf{S}_4 = (\mathbf{S}_3, S_w),$$

получаем локальный закон сохранения энергии полевой составляющей

$$\partial_t u_4 + \nabla_3 \cdot \mathbf{S}_3 + \partial_w S_w = 0. \quad (50)$$

Это соотношение представляет четырёхмерное обобщение теоремы Пойнтинга. Оно описывает перенос энергии внутри полевой конфигурации как вдоль наблюдаемых направлений (x, y, z) , так и вдоль дополнительной координаты w .

В формальном трёхмерном пределе дополнительный полевой сектор полностью отключается,

$$E_w = D_w = 0, \quad \mathbf{K} = \mathbf{G} = 0.$$

Тогда плотность энергии и поток вдоль наблюдаемых направлений принимают стандартный трёхмерный вид, а пространственная компонента потока энергии становится

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Четырёхмерный закон сохранения энергии (50) при этом сводится к

$$\partial_t u_{\text{obs}} + \nabla_3 \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = 0,$$

то есть к стандартной трёхмерной теореме Пойнтинга для свободного электромагнитного поля.

Этот формальный предел следует отличать от редукции четырёхмерной системы к наблюдаемому трёхмерному описанию. При редукции дополнительный w -сектор сохраняется как часть исходной физической конфигурации и может проявляться через эффективные трёхмерные источники и наблюдаемые полевые величины.

В редуцированном описании введённая выше плотность u_{obs} характеризует только наблюдаемый электромагнитный сектор полной четырёхмерной конфигурации. Соответствующую интегральную энергию этого сектора определим как

$$E_{\text{field}}^{\text{obs}} = \int_{\mathcal{V}_4} u_{\text{obs}} d^3 r dw.$$

Поскольку полная плотность энергии удовлетворяет введённому выше разложению $u_4 = u_{\text{obs}} + u_w$, в общем случае

$$E_{\text{field}}^{\text{obs}} \neq E_{\text{field}}.$$

Таким образом, стандартные наблюдаемые компоненты поля не исчерпывают полную полевую энергетику связанной четырёхмерной конфигурации. Аналогично, поток $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ характеризует только наблюдаемую часть переноса энергии, тогда как полный четырёхмерный поток включает также компоненты, связанные с дополнительным направлением.

В формальном трёхмерном пределе дополнительный сектор полностью отключается, $u_w = 0$, и наблюдаемая электромагнитная энергия совпадает с полной полевой энергией. В этом случае стандартная трёхмерная теорема Пойнтинга описывает весь полевой энергетический баланс. При её интегрировании по пространственной области изменение содержащейся в ней полевой энергии определяется потоком через границу; поэтому для локализованного чисто полевого состояния при отсутствии внешнего потока интегральная полевая энергия сохраняется.

В полном связанном фотонном состоянии полевой баланс, однако, является только частью общего энергетического баланса, поскольку полевая составляющая динамически связана с кинематической.

Г. Структура полевой энергии симметричного состояния при $W = 0$

Равновесное положение коллективной координаты $W = 0$ соответствует симметричной конфигурации связанного поля и минимуму ранее введённой энергии деформации,

$$U_{\text{def}}(0) = 0.$$

Это условие не означает исчезновения полной четырёхмерной полевой конфигурации. Величина U_{def} характеризует только избыточную энергетическую стоимость отклонения от симметричного состояния, тогда как сама симметричная конфигурация в общем случае сохраняет ненулевую полевую энергию.

Для явного описания этой энергии при пересечении $W = 0$ используем интегральное представление ранее введённой величины

$$E_{\text{field}}^{(0)} = \int_{\mathcal{V}_4} u_4|_{W=0} d^3r dw.$$

Из установленной выше фазовой структуры следует, что при пересечении $W = 0$ деформационная координата обращается в нуль, $Q = 0$, тогда как скоростная квадратура и связанный с ней динамический полевой сектор достигают экстремальных амплитуд. Поэтому пересечение $W = 0$ не является узлом наблюдаемого электромагнитного поля. При следующем пересечении через половину периода знаки динамических компонент меняются, тогда как их квадратичные энергетические вклады вновь достигают максимума.

Одновременно при $W = 0$ сохраняется фазонезависимая симметричная структура поля вдоль дополнительного направления. В окрестности равновесного состояния

$$D_w(\mathbf{r}, w, Q) = D_w^{(0)}(\mathbf{r}, w) + Q\sigma(\mathbf{r}, w) + O(Q^2),$$

поэтому при $Q = 0$ остаётся опорная компонента

$$D_w^{(0)}(\mathbf{r}, w).$$

В предлагаемой модели полный заряд связанного фотонного состояния определяется скачком этой потоковой структуры,

$$q_{\text{ph}} = - \int [D_w]_-^+ d^3r.$$

Поскольку q_{ph} не зависит от внутренней фазы и не меняет знак при $Q \rightarrow -Q$, в линейном приближении заряд должен содержаться в фазонезависимой части профиля:

$$q_{\text{ph}} = - \int [D_w^{(0)}]_-^+ d^3r.$$

Соответственно, линейная деформация $Q\sigma$ должна сохранять полный заряд,

$$\int [\sigma]_-^+ d^3r = 0.$$

Таким образом, переменная часть $Q\sigma$ перераспределяет потоковую структуру D_w , но не создаёт и не уничтожает заряд связанного состояния.

Для симметричной конфигурации компонент $E_w^{(0)}$ нечётён относительно $w = 0$ и поэтому непосредственно на гиперплоскости наблюдения

$$E_w^{(0)}(\mathbf{r}, 0) = 0.$$

Однако это не обращает в нуль его интегральную энергию, поскольку

$$\int E_w^{(0)} D_w^{(0)} dw$$

в общем случае положителен при положительном электрическом конститутивном отклике.

Следовательно, ненулевая фазонезависимая полевая энергия возникает естественно уже из существования постоянной зарядонесущей структуры $D_w^{(0)}$. Ниже эту часть полной полевой энергии будем включать в величину

$$E_{\text{base}}^{\text{field}}.$$

В минимальной интерпретации она соответствует прежде всего энергии опорного зарядового сектора $D_w^{(0)}, E_w^{(0)}$; в более общем решении в неё могут входить и другие фазонезависимые вклады той же связанной полевой конфигурации.

Помимо опорной структуры при $W = 0$ максимальная динамическая энергия перестройки поля. Из

$$D_w = D_w^{(0)} + Q\sigma + O(Q^2)$$

и уравнения

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G} = \partial_t D_w$$

следует в линейном приближении

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G}_{\text{dyn}} = \dot{Q}\sigma.$$

При отсутствии дополнительной независимой соленоидальной гармоники минимальное локализованное решение наследует скоростную квадратуру,

$$\mathbf{G}_{\text{dyn}} \propto \dot{Q}.$$

Смешанное конститутивное замыкание и уравнения четырёхмерной системы передают ту же квадратуру компонентам $\mathbf{K}$ и $\mathbf{B}$, а в устойчивой распространяющейся моде редуцированное уравнение Фарадея фиксирует ту же фазу для наблюдаемой электрической компоненты.

Поэтому связь между динамическими компонентами устойчивой собственной моды в момент пересечения $W = 0$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} W = 0 &\implies |v_w|_{\max} \implies |\partial_t D_w|_{\max} \\ &\implies |\mathbf{G}_{\text{dyn}}|_{\max} \implies |\mathbf{K}_{\text{dyn}}|_{\max} \\ &\implies |\mathbf{B}_{\text{obs}}|_{\max} \implies |\mathbf{E}_{\text{obs}}|_{\max}. \end{aligned}$$

Для выбранной поперечной устойчивой моды в подразделе VII D получено

$$u_E = u_{BKG},$$

поэтому её динамическая плотность энергии равна

$$u_{\text{dyn}}^\perp = \varepsilon_3 E_y^2.$$

Интегральный динамический полевой вклад при пересечении $W = 0$ определим как

$$A_{\text{dyn}}^{\text{field}} \equiv E_{\text{dyn}}^{\text{field},(0)} \equiv \int_{\mathcal{V}_4} u_{\text{dyn}}^\perp|_{W=0} d^3r dw > 0.$$

Полевая энергия при пересечении тем самым естественно разделяется на фазонезависимую опорную часть и максимальный динамический вклад:

$$E_{\text{field}}^{(0)} = E_{\text{base}}^{\text{field}} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}}.$$

Это разложение не означает существования двух независимых полей: обе части принадлежат одной четырёхмерной связанной конфигурации и различаются только своей ролью во внутреннем фазовом цикле.

В точках разворота

$$W = \pm W_A,$$

имеем

$$v_w = 0, \quad \dot{Q} = 0.$$

Поскольку деформационные компоненты поля принадлежат той же квадратуре, что и W и Q , в точках разворота их модули достигают максимальных значений:

$$\begin{aligned} W = \pm W_A &\implies |Q| = Q_A, \\ |\delta D_w| &= |\delta D_w|_{\max}, \quad |\delta E_w| = |\delta E_w|_{\max}. \end{aligned}$$

Одновременно для идеальной минимальной устойчивой моды динамическая квадратура проходит через нуль,

$$\mathbf{G}_{\text{dyn}} = \mathbf{K}_{\text{dyn}} = \mathbf{B}_{\text{obs}} = \mathbf{E}_{\text{obs}} = 0.$$

При этом фазонезависимая зарядонесущая структура $D_w^{(0)}$ сохраняется и не участвует в указанном чередовании квадратур.

Таким образом, при пересечении $W = 0$ полевая энергия содержит фазонезависимую опорную часть и максимальный динамический вклад, тогда как в точках разворота динамическая квадратура обращается в нуль, а деформационные компоненты достигают максимальных амплитуд. Это разделение задаёт основные энергетические группы устойчивой моды, фазовый обмен между которыми рассматривается далее.

Н. Энергетические группы устойчивой моды и их фазовый обмен

Для установившегося свободного фотонного состояния введённая ранее полная энергия E_γ сохраняется. С учётом соотношения Планка (40)

$$E_\gamma = \hbar\omega = \text{const.}$$

В принятом эффективном описании полная энергия распределяется между кинематической и полевой составляющими:

$$E_\gamma = E_{\text{corp}}(t) + E_{\text{field}}(t).$$

Здесь $E_{\text{corp}}(t)$ обозначает эффективный энергетический вклад кинематической составляющей в текущей фазе связанного движения, тогда как $E_{\text{field}}(t)$ определяется интегралом (48) и относится ко всей связанной четырёхмерной полевой конфигурации. При пересечении $W = 0$ величина E_{corp} принимает стандартное релятивистское значение $\gamma m_0 c^2$.

Для сопоставления полевой энергетики с кинематикой связанного состояния рассмотрим момент пересечения равновесной гиперплоскости $W = 0$. В этой точке внутреннего цикла применимы кинематические соотношения, полученные в разделе III. Поэтому

$$E_{\text{corp}}^{(0)} = \gamma m_0 c^2,$$

а соответствующая кинетическая энергия кинематической составляющей равна

$$K_{\text{corp}}^{(0)} = (\gamma - 1)m_0 c^2.$$

Обозначая интегральную энергию связанного поля в той же фазе через

$$E_{\text{field}}^{(0)} \equiv E_{\text{field}}|_{W=0},$$

получаем центральное энергетическое соотношение установившегося фотонного состояния

$$E_\gamma = \hbar\omega = \gamma m_0 c^2 + E_{\text{field}}^{(0)}.$$

Таким образом, фактор Лоренца γ характеризует кинематическое состояние кинематической составляющей и определяет её энергию в момент пересечения $W = 0$,

$$E_{\text{corp}}^{(0)} = \gamma m_0 c^2.$$

В рассматриваемой модели полная энергия связанного фотонного состояния включает также полевой вклад,

$$E_\gamma = E_{\text{corp}} + E_{\text{field}},$$

поэтому фактор Лоренца не определяется отношением полной энергии фотона к $m_0 c^2$:

$$\gamma \neq \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}.$$

Относительно энергии покоя кинематической составляющей тот же баланс можно записать как

$$E_\gamma - m_0 c^2 = (\gamma - 1)m_0 c^2 + E_{\text{field}}^{(0)}.$$

Следовательно, при фиксированной полной энергии наличие положительного полевого вклада уменьшает энергетический вклад кинематической составляющей и тем самым уменьшает соответствующие значения γ и v_x по сравнению с бесpoleвой кинематической системой той же полной энергии.

Как показано в подразделе VII G, ненулевая величина $E_{\text{field}}^{(0)}$ не противоречит условию $U_{\text{def}}(0) = 0$: энергия деформации характеризует отклонение от симметричного состояния, тогда как полная полевая энергия при $W = 0$ включает фазонезависимую опорную структуру и динамический вклад перестройки поля.

Для описания внутреннего энергетического обмена удобно ввести изменения энергий относительно фазы пересечения:

$$\Delta E_{\text{corp}}(t) = E_{\text{corp}}(t) - \gamma m_0 c^2,$$

$$\Delta E_{\text{field}}(t) = E_{\text{field}}(t) - E_{\text{field}}^{(0)}.$$

Из сохранения полной энергии следует

$$\Delta E_{\text{corp}}(t) + \Delta E_{\text{field}}(t) = 0.$$

Для эффективного описания внутреннего энергетического обмена определим мощность передачи энергии в полевой сектор как

$$\frac{dE_{\text{field}}}{dt} = \mathcal{P}_{\text{exch}}, \quad \frac{dE_{\text{corp}}}{dt} = -\mathcal{P}_{\text{exch}}.$$

Следовательно,

$$\frac{d}{dt} (E_{\text{corp}} + E_{\text{field}}) = 0.$$

В установившемся периодическом режиме распределение энергии между составляющими воспроизводится после каждого полного цикла,

$$\int_t^{t+T} \mathcal{P}_{\text{exch}} dt = 0.$$

Смешанная связь в (49) позволяет также определить энергетический смысл фазового рассогласования. Пусть

$$B_z(t) = B_0 \cos(\omega t + \phi_B), \quad K_y(t) = K_0 \cos(\omega t + \phi_K),$$

и

$$\delta = \phi_B - \phi_K.$$

После усреднения по периоду вклад этого сектора равен

$$\langle u_{BK} \rangle = \frac{1}{4} (\nu_z B_0^2 + \nu_w K_0^2 + 2\chi B_0 K_0 \cos \delta).$$

Поскольку для связанной субсветовой моды $\chi < 0$, минимум этого энергетического вклада достигается при

$$\delta = 0.$$

Избыточная энергия фазового рассогласования относительно синфазного состояния поэтому имеет вид

$$u_{\text{mis}}(\delta) = \frac{|\chi| B_0 K_0}{2} (1 - \cos \delta) \geq 0.$$

Следовательно, минимум энергии смешанного сектора соответствует синфазной конфигурации, в которой компоненты B и K принадлежат одной динамической квадратуре общего цикла θ .

В ходе устойчивого внутреннего цикла происходит периодический обмен между кинематическим вкладом движения вдоль дополнительной координаты и возвращающим деформационным вкладом. При пересечении $W = 0$ скорость $|v_w|$ и соответствующая кинетическая энергия максимальны, тогда как деформационный вклад минимален. В точках разворота $W = \pm W_A$, напротив, $v_w = 0$, а возвращающий деформационный вклад достигает максимума. Это перераспределение относится к фазозависимой части энергии и не означает исчезновения всей полевой энергии связанного состояния в какой-либо фазе цикла.

I. Энергетический баланс устойчивой моды

Установленное выше разделение фазозависимой энергии на динамическую и возвращающую группы позволяет записать полный энергетический баланс устойчивой собственной моды. Динамическая часть максимальна при пересечении $W = 0$, тогда как возвращающая часть достигает максимума в точках разворота $W = \pm W_A$.

Для количественного описания этого обмена рассмотрим отдельно кинетические вклады движения вдоль наблюдаемого направления x и дополнительной координаты w .

Используя ранее полученное геометрическое представление кинетической энергии кинематической составляющей при $W = 0$,

$$K_{\text{corp}}^{(0)} = \frac{m_0}{\gamma + 1} \left[v_x^2 + \left(v_w^{(0)} \right)^2 \right],$$

выделим постоянный вклад наблюдаемого движения и максимальный вклад внутреннего движения вдоль w :

$$K_x = \frac{m_0 v_x^2}{\gamma + 1}, \quad K_w^{(0)} = \frac{m_0 \left(v_w^{(0)} \right)^2}{\gamma + 1}.$$

Тогда

$$K_{\text{corp}}^{(0)} = K_x + K_w^{(0)} = (\gamma - 1)m_0 c^2.$$

Поскольку в установившемся свободном состоянии скорость v_x и соответствующий фактор Лоренца γ постоянны, величина K_x не участвует во внутреннем фазовом обмене. В гармоническом режиме

$$v_w(\theta) = v_w^{(0)} \cos \theta,$$

поэтому фазозависимая часть кинетической энергии движения вдоль w имеет вид

$$K_w(\theta) = K_w^{(0)} \cos^2 \theta.$$

В устойчивом внутреннем цикле введенный выше динамический полевой вклад изменяется в скоростной квадратуре,

$$E_{\text{dyn}}^{\text{field}}(\theta) = A_{\text{dyn}}^{\text{field}} \cos^2 \theta.$$

Здесь $A_{\text{dyn}}^{\text{field}}$ является максимальным значением динамического полевого вклада при $W = 0$ и соответствует интегральной энергии полного согласованного динамического сектора устойчивой поперечной моды.

Возвращающая полевая энергия связана с деформацией относительно симметричной конфигурации и в квадратичном приближении имеет противоположную фазовую зависимость,

$$E_{\text{ret}}(\theta) = A_{\text{ret}} \sin^2 \theta.$$

К этой группе относятся прежде всего фазозависимые деформационные вклады скрытой структуры,

$$\delta D_w = D_w - D_w^{(0)}, \quad \delta E_w,$$

и другие компоненты полной связанной конфигурации, непосредственно связанные с отклонением Q от равновесного значения. Наблюдаемые компоненты $\mathbf{E}_{\text{obs}}$ и $\mathbf{B}_{\text{obs}}$ устойчивой минимальной моды к возвращающей группе не относятся, поскольку принадлежат динамической квадратуре $\cos \theta$.

Помимо этих фазозависимых вкладов связанное состояние содержит фазонезависимую энергию опорной конфигурации

$$E_{\text{base}}^{\text{field}}.$$

Как показано выше, естественным источником этой энергии является постоянная зарядонесущая структура $D_w^{(0)}, E_w^{(0)}$. Это не отдельная полевая составляющая, а фазонезависимая часть энергии той же четырёхмерной связанной конфигурации.

Таким образом, полную энергию устойчивого состояния можно представить как

$$E_\gamma = m_0 c^2 + K_x + E_{\text{base}}^{\text{field}} + \left(K_w^{(0)} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}} \right) \cos^2 \theta + A_{\text{ret}} \sin^2 \theta.$$

Для устойчивой незатухающей собственной моды полная энергия не должна зависеть от фазы внутреннего цикла. Поскольку фазозависимая часть энергии содержит взаимодополняющие вклады, пропорциональные $\cos^2 \theta$ и $\sin^2 \theta$, их коэффициенты должны быть равны. Поэтому

$$A_{\text{ret}} = K_w^{(0)} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}}. \quad (51)$$

Это равенство относится к суммарным энергетическим группам и не требует попарного равенства отдельных кинематических и полевых вкладов. Оно означает, что максимальная возвращающая энергия равна энергии, уходящей из динамической квадратуры при переходе от пересечения $W = 0$ к точке разворота.

С учётом (51) полная энергия принимает фазонезависимый вид

$$E_\gamma = m_0 c^2 + K_x + E_{\text{base}}^{\text{field}} + K_w^{(0)} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}}. \quad (52)$$

При пересечении $W = 0$ возвращающая энергия минимальна, тогда как K_w и динамический полевой вклад максимальны. Поскольку

$$m_0 c^2 + K_x + K_w^{(0)} = m_0 c^2 + K_{\text{corp}}^{(0)} = \gamma m_0 c^2,$$

а

$$E_{\text{field}}^{(0)} = E_{\text{base}}^{\text{field}} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}},$$

выражение (52) воспроизводит центральный баланс

$$E_\gamma = \hbar \omega = \gamma m_0 c^2 + E_{\text{field}}^{(0)}.$$

Таким образом, ненулевая полевая энергия при $W = 0$ не нарушает периодического энергетического баланса. Фазонезависимая энергия опорной зарядовой структуры сохраняется в течение всего цикла, динамическая полевая энергия входит в ту же квадратуру, что и внутренняя кинетическая энергия движения вдоль w , а их фазовое уменьшение компенсируется ростом возвращающей деформационной энергии.

Ж. Спектральное масштабирование семейства устойчивых состояний

Полученный энергетический баланс позволяет установить асимптотическую связь между фактором Лоренца кинематической составляющей и частотой устойчивой собственной моды. Эта связь не вводится как дополнительный постулат модели, а рассматривается как следствие общего масштабирования кинематической и полевой энергий в развитом релятивистском режиме при $\gamma \gg 1$.

В момент пересечения $W = 0$ полная энергия имеет вид

$$E_\gamma = E_{\text{corp}}^{(0)} + E_{\text{base}}^{\text{field}} + A_{\text{dyn}}^{\text{field}}. \quad (53)$$

Кинематическая часть определяется релятивистским инвариантом

$$\left(E_{\text{corp}}^{(0)}\right)^2 - p_{\text{corp}}^2 c^2 = m_0^2 c^4,$$

откуда

$$E_{\text{corp}}^{(0)} = \gamma m_0 c^2, \quad p_{\text{corp}} = m_0 c \sqrt{\gamma^2 - 1}.$$

Следовательно, при $\gamma \gg 1$

$$E_{\text{corp}}^{(0)} \sim p_{\text{corp}} c \propto \gamma.$$

Аналогичное масштабирование возникает у опорной полевой энергии. Фазонезависимая зарядонесущая структура $D_w^{(0)}, E_w^{(0)}$ принадлежит полной связанной конфигурации и преобразуется вместе с ней при лоренцевом бусте вдоль x . При этом характерный продольный размер локализованного профиля изменяется как

$$L_x(\gamma) = \frac{L_x^{(0)}}{\gamma},$$

тогда как координаты y, z, w данным бустом не сжимаются. Компоненты тензоров F и H , входящие в опорный сектор, приобретают соответствующие лоренцевы множители, а их полная энергетическая комбинация определяется тензором энергии-импульса (47).

Поэтому для рассматриваемого регулярного семейства устойчивых состояний интегральную опорную энергию удобно представить в виде

$$E_{\text{base}}^{\text{field}}(\gamma) = \gamma C_{\text{base}}(\beta_x), \quad \beta_x = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}},$$

где C_{base} содержит нормированный пространственный профиль, постоянный заряд q_{ph} и конститутивные параметры опорной конфигурации. Если при $\beta_x \rightarrow 1$ этот профиль не приобретает нового сингулярного масштаба, то

$$C_{\text{base}}(\beta_x) \longrightarrow C_{\text{base}}^{(\infty)},$$

и

$$E_{\text{base}}^{\text{field}} \sim C_{\text{base}}^{(\infty)} \gamma.$$

Тот же аргумент применим к динамической полевой квадратуре. Её локальная энергия является частью того же тензора энергии-импульса и для выбранной устойчивой поперечной моды ранее была сведена к

$$u_{\text{dyn}}^\perp = \varepsilon_3 E_y^2.$$

При бусте вдоль x плотность энергии динамического сектора получает квадратичное лоренцево масштабирование компонент поля, тогда как продольная мера локализованной конфигурации содержит обратный множитель $1/\gamma$. Поэтому для регулярной нормированной собственной моды

$$A_{\text{dyn}}^{\text{field}}(\gamma) = \gamma C_{\text{dyn}}(\beta_x),$$

где C_{dyn} определяется внутренней структурой динамической полевой квадратуры.

Для сопоставления этого полевого вклада с движением вдоль w перейдём от параметра деформации Q к коллективной координате W . В линейном приближении $Q \simeq g_1 W$, поэтому

$$M_W^{(G)} \equiv g_1^2 M_Q^{(G)},$$

и динамический вклад

$$\frac{1}{2} M_Q^{(G)} \dot{Q}^2$$

принимает эквивалентный вид

$$\frac{1}{2} M_W^{(G)} \dot{W}^2.$$

Такое масштабирование согласуется с явным выражением для положительного динамического вклада смешанного сектора,

$$E_{KG}^{(0)} = \frac{1}{2} M_W^{(G)}(\gamma) c^2 \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{\gamma^2}.$$

При $E_{KG}^{(0)} \propto \gamma$ соответствующая эффективная полевая инерция имеет асимптотику

$$M_W^{(G)}(\gamma) \propto \frac{1}{\gamma}.$$

Та же структура возникает в кинематическом w -движении, поскольку его эффективный квадратичный коэффициент

$$\frac{2m_0}{\gamma + 1} \sim \frac{2m_0}{\gamma}$$

компенсирует квадратичный рост

$$\left(v_w^{(0)}\right)^2 = c^2 \left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)^2.$$

Таким образом, кинематическая и полевая части внутренней динамики имеют одинаковый ведущий энергетический масштаб. Для регулярного высокочастотного семейства устойчивых состояний положим

$$C_{\text{base}}(\beta_x) \rightarrow C_{\text{base}}^{(\infty)}, \quad C_{\text{dyn}}(\beta_x) \rightarrow C_{\text{dyn}}^{(\infty)}$$

при $\gamma \rightarrow \infty$. Тогда из (53)

$$E_\gamma \sim \gamma \left(m_0 c^2 + C_{\text{base}}^{(\infty)} + C_{\text{dyn}}^{(\infty)} \right).$$

Обозначив постоянный энергетический масштаб данного семейства состояний через

$$E_* \equiv m_0 c^2 + C_{\text{base}}^{(\infty)} + C_{\text{dyn}}^{(\infty)},$$

получаем

$$E_\gamma \sim E_* \gamma.$$

Поскольку для стабилизированного фотонного состояния

$$E_\gamma = \hbar \omega,$$

следует

$$\boxed{\gamma \sim \frac{\hbar}{E_*} \omega, \quad \gamma \propto \omega \quad (\gamma \gg 1)}. \quad (54)$$

Таким образом, линейная зависимость γ от частоты является асимптотическим свойством рассматриваемого регулярного семейства устойчивых состояний, для которой нормированная внутренняя структура не приобретает нового разрешаемого масштаба при увеличении энергии. Поэтому данное соотношение представляет собой не исходное основание модели, а полезный спектральный маркер для её дальнейших аналитических, численных и экспериментальных проверок. Появление дополнительной внутренней структуры или переход к другой собственной ветви в общем случае может приводить к отклонению от указанного масштабного закона.

К. Выводы раздела

Основным результатом раздела является энергетическое описание связанного фотонного состояния как единой четырёхмерной собственной моды. Полная энергия фотона включает кинематическую и полевую составляющие,

$$E_\gamma = E_{\text{corp}} + E_{\text{field}},$$

поэтому кинематическая энергия

$$E_{\text{corp}}^{(0)} = \gamma m_0 c^2$$

представляет только часть полной энергии $E_\gamma = \hbar \omega$. Фазовая независимость полной энергии устойчивой

моды обеспечивается внутренним обменом между её динамическими и возвращающими энергетическими вкладками.

В регулярном релятивистском режиме согласованное масштабирование кинематической и полевой энергий приводит при $\gamma \gg 1$ к асимптотической зависимости

$$\gamma \propto \omega.$$

Эта связь не вводится как дополнительное спектральное условие, а является следствием энергетической структуры устойчивой собственной моды. Тем самым в области применимости данной асимптотики частота связана не только с полной энергией фотона, но и с его кинематическим состоянием через фактор Лоренца γ .

VIII. ЭМИССИЯ, СТАБИЛИЗАЦИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЯЗАННОГО ФОТОННОГО СОСТОЯНИЯ

Основная часть работы описывает уже сформированное свободное связанное фотонное состояние. Эмиссия и последующее установление этой конфигурации представляют отдельную переходную задачу. В рамках настоящего рассмотрения не строится микроскопическая теория излучающей системы, однако полученные ранее кинематические, полевые и энергетические соотношения позволяют описать возможный механизм формирования и отбора устойчивой собственной моды.

Эволюцию состояния будем представлять схемой



А. Первичный цикл формирования полевой конфигурации

После отделения от излучающей системы полная энергия свободного фотонного состояния фиксируется соотношением

$$\boxed{E_\gamma = \hbar \omega}.$$

При этом непосредственно после эмиссии распределение энергии между кинематической и полевой составляющими ещё не обязано соответствовать распределению устойчивой свободной моды. Возникающее состояние проходит переходный этап, в котором

кинематическое движение вдоль w и нестационарная четырёхмерная полевая конфигурация формируются как единая взаимосвязанная кинематико-полевая перестройка.

Для описания первого цикла удобно выделить геометрическое движение кинематической составляющей как исходную переменную перестройки. Одновременно с движением вдоль наблюдаемого направления

$$\dot{X}(t) = v_x(t)$$

возникает движение вдоль дополнительной координаты w . Геометрическое представление положения кинематической составляющей имеет вид

$$\mathbf{R}_{\text{ph}}(t) = (X(t), 0, 0, W(t)),$$

а её скорость вдоль дополнительного направления равна

$$v_w(t) = \dot{W}(t).$$

Изменение W непосредственно деформирует связанную w -структуру поля, тогда как возникающие смешанные компоненты поля уже в течение переходного процесса способны обратно изменять движение кинематической составляющей. Поэтому приведённая ниже последовательность характеризует не одностороннее возбуждение поля заданной траекторией, а первый шаг замыкающейся кинематико-полевой обратной связи.

В линейной области геометрическое смещение связано с параметром деформации соотношением

$$Q \simeq g_1 W.$$

Поэтому уже на первом этапе возникают две естественные внутренние квадратуры,

$$Q \propto W, \quad \dot{Q} \propto v_w.$$

Переходное состояние в общем случае ещё не объяснено быть точной гармонической собственной модой. Для анализа его фазовой структуры выделим доминирующую гармоническую компоненту на частоте ω , соответствующей формирующейся связанной моде. В рамках этой компоненты координатную и скоростную квадратуры можно представить как

$$Q \simeq Q_A \sin \theta, \quad \frac{\dot{Q}}{\omega} \simeq Q_A \cos \theta, \quad \theta = \omega t + \phi.$$

Здесь равенства понимаются как описание выделенной гармонической части переходного отклика; её амплитуда и дополнительные нестационарные компоненты в процессе стабилизации ещё могут изменяться. В этой гармонической части координатная и скоростная квадратуры сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Рассмотрим последовательное формирование соответствующих полевых компонент. Деформация скрытого электрического сектора имеет вид

$$D_w = D_w^{(0)} + Q\sigma + O(Q^2),$$

поэтому её переменная часть непосредственно наследует координатную квадратуру,

$$D_w - D_w^{(0)} \propto Q.$$

При линейном электрическом отклике аналогичная фазовая зависимость возникает у соответствующей деформационной части E_w .

Одновременно из уравнения

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G} = \partial_t D_w$$

и представления

$$D_w = D_w^{(0)} + Q\sigma + O(Q^2)$$

следует

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G}_{\text{dyn}} = \dot{Q} \sigma.$$

Тем самым дивергентная часть динамического смешанного сектора непосредственно наследует скоростную квадратуру $\dot{Q}$. В минимальной локализованной моде, в которой не вводится дополнительная независимая соленоидальная гармоника $\mathbf{G}$, это приводит к

$$\boxed{\mathbf{G}_{\text{dyn}} \propto \dot{Q}}.$$

$$\mathbf{G} = \chi \mathbf{B} + \nu_w \mathbf{K}$$

первичный динамический вклад $\mathbf{K}$ также наследует эту квадратуру. Уравнение

$$\nabla_3 \times \mathbf{K} = \partial_w \mathbf{B}$$

затем передаёт её магнитной компоненте. При фиксированной форме профиля по w это даёт для первичного переходного отклика схематическое соотношение

$$B^{(1)} \propto K^{(1)} \propto G^{(1)} \propto \dot{Q}.$$

Электрическая поперечная компонента формируется через уравнение

$$\partial_t \mathbf{K} - \nabla_3 E_w + \partial_w \mathbf{E} = 0.$$

Поскольку в первом цикле

$$E_w^{(1)} \propto Q, \quad K^{(1)} \propto \dot{Q},$$

то

$$\partial_t K^{(1)} \propto \ddot{Q} \simeq -\omega^2 Q.$$

Следовательно, в выделенной гармонической компоненте оба вклада, определяющие фазовую структуру этого уравнения, принадлежат координатной квадратуре, и соответствующий первичный поперечный электрический отклик имеет вид

$$E^{(1)} \propto Q.$$

Таким образом, минимальная линейная реализация первого цикла даёт

$$E^{(1)} \propto Q \propto \sin \theta, \quad B^{(1)}, K^{(1)}, G^{(1)} \propto \dot{Q} \propto \cos \theta.$$

Следовательно, первоначально формируемые электрическая и магнитная компоненты естественно оказываются близки к квадратуре,

$$\left| \Delta \phi_{EB}^{(1)} \right| \simeq \frac{\pi}{2}. \quad (55)$$

Знак фазового сдвига зависит от выбранных направлений осей и ориентации полевых компонент.

Такой начальный фазовый сдвиг не вводится как независимый постулат: он возникает из различия между координатной реакцией на W и скоростной реакцией на $\dot{W}$. Качественно подобная фазовая структура электрического и магнитного полей наблюдалась уже в классических опытах Герца при исследовании формирования электромагнитного поля вблизи излучателя [14]. Современные исследования переходного поля герцева диполя также показывают, что выход на свободный распространяющийся режим является конечным пространственно-временным процессом [15–17].

В настоящей модели, однако, причина первичной квадратуры связывается не с разделением поля на заранее заданные ближние и дальние компоненты, а с динамикой самой кинематической составляющей фотона вдоль дополнительной координаты.

В. Замыкание обратной связи и фазовая стабилизация

Как показано в предыдущем подразделе, первичный линейный отклик разделяется на координатную и скоростную квадратуры. Тем самым первоначальная электрическая компонента оказывается приблизительно в квадратуре относительно возникающей магнитно-смешанной группы BKG .

После появления смешанных компонент поле перестаёт быть односторонним откликом на заданную кинематику. Конститутивные связи

$$H = \nu_3 B + \chi K, \quad G = \chi B + \nu_w K,$$

совместно с уравнениями

$$\nabla_3 \times H = \partial_t D + \partial_w G,$$

$$\partial_t K - \nabla_3 E_w + \partial_w E = 0,$$

$$\nabla_3 \times K = \partial_w B$$

замыкают обратную связь между электрическим, магнитным, смешанным и скрытым секторами.

В переходном состоянии отдельные компоненты в общем случае могут содержать обе внутренние квадратуры. Для электрической компоненты удобно записать

$$E = a_E Q + b_E \frac{\dot{Q}}{\omega}. \quad (56)$$

Коэффициенты a_E и b_E тем самым задают соответственно вклад координатной и скоростной квадратур в переходную электрическую компоненту.

На первом цикле

$$|a_E| \gg |b_E|,$$

что соответствует исходной координатной квадратуре

$$E^{(1)} \propto Q.$$

Для магнитно-смешанного сектора ситуация отличается. Его дивергентная динамическая часть уже на первом цикле возбуждается производной зарядонесущей w -структуры,

$$\partial_t D_w \propto \dot{Q},$$

откуда для минимальной локализованной моды

$$G_{\text{dyn}} \propto \dot{Q}.$$

Смешанное конститутивное замыкание передаёт эту квадратуру компоненте K , а уравнение

$$\nabla_3 \times K = \partial_w B$$

связывает с ней магнитную компоненту. Поэтому компоненты группы

$$B, K, G \propto \dot{Q}$$

естественно принадлежат общей скоростной квадратуре.

Переходный процесс может временно возбуждать дополнительные компоненты другой квадратуры в B , K и G , однако они не являются частью минимальной устойчивой собственной моды и должны исчезнуть при отборе собственной моды. Поэтому фазовая стабилизация не представляет симметричное встречное вращение E и B к некоторой промежуточной фазе. В рассматриваемой минимальной реализации магнитно-смешанная группа BKG задаёт динамическую скоростную квадратуру, а основная фазовая перестройка происходит в электрическом секторе.

Энергетическая структура поддерживает такое направление отбора. Как показано в разделе VII, отрицательный смешанный коэффициент $\chi < 0$ делает синфазную комбинацию B и K минимумом фазозависимой части энергии смешанного сектора и тем самым энергетически закрепляет общую динамическую фазу группы BK .

Для полной устойчивой магнитно-смешанной группы, как показано в разделе VII, выполняется соотношение

$$u_{BKG} = u_E.$$

Это равенство характеризует энергетически согласованную структуру уже установленной собственной моды, но само по себе не определяет направление фазовой перестройки переходного состояния.

Окончательное условие задаётся уравнениями распространяющейся собственной моды. Для устойчивого наблюдаемого сектора редуцированное уравнение Фарадея имеет вид

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\text{obs}} = \omega \mathbf{B}_{\text{obs}}.$$

Для выбранной линейной поляризации

$$B_{\text{obs}} = \frac{k}{\omega} E_{\text{obs}}.$$

Следовательно, электрическая и магнитная компоненты устойчивой распространяющейся моды должны принадлежать одной временной квадратуре:

$$\Delta\phi_{EB}^{(\text{st})} = 0.$$

Поскольку устойчивая магнитная компонента принадлежит скоростной квадратуре $\dot{Q}$, это условие фиксирует и конечную фазу электрической компоненты:

$$E_{\text{obs}}^{(\text{st})} \propto B_{\text{obs}}^{(\text{st})} \propto K_{\text{dyn}}^{(\text{st})} \propto G_{\text{dyn}}^{(\text{st})} \propto \dot{Q} \propto \cos \theta.$$

Таким образом, для электрической компоненты переход можно схематически представить как

$$E^{(1)} \propto Q \longrightarrow E^{(\text{st})} \propto \dot{Q}.$$

В терминах коэффициентов (56) это означает переход от режима

$$|a_E| \gg |b_E|$$

к устойчивому пределу

$$a_E^{(\text{st})} = 0, \quad b_E^{(\text{st})} \neq 0$$

для идеальной минимальной моды.

При этом фундаментальная квадратура внутренней кинематики не исчезает:

$$W \propto \sin \theta, \quad v_w = \dot{W} \propto \cos \theta.$$

Меняется не фазовое соотношение W и $\dot{W}$, а способ, которым наблюдаемый электрический сектор включается в общую связанную собственную моду.

Итоговую причинную последовательность стабилизации можно представить как

$$\begin{array}{c} D_w - D_w^{(0)} \propto Q \\ \downarrow \partial_t \\ G_{\text{dyn}} \propto \dot{Q} \longrightarrow K_{\text{dyn}} \propto \dot{Q} \longrightarrow B_{\text{obs}} \propto \dot{Q} \\ \downarrow \\ \text{замкнутая полевая обратная связь} \\ \downarrow \\ E^{(1)} \propto Q \longrightarrow E^{(\text{st})} \propto \dot{Q} \end{array}.$$

Полученная структура определяет, какая фазовая комбинация является устойчивой, но сама по себе ещё не объясняет необратимое исчезновение переходных компонент, не принадлежащих этой собственной моде.

С. Гиперконусный отбор переходных компонент

Фазовая структура устойчивой собственной моды уже определена в предыдущем подразделе. Остаётся установить, почему переходные компоненты, не принадлежащие этой структуре, постепенно теряют когерентное участие в локальном связанном состоянии.

В предлагаемой модели этот отбор связывается с конечной областью связанного взаимодействия, задаваемой характеристическим гиперконусом, введённым в подразделе VD. Гиперконусный механизм уменьшает пространственное перекрытие фазово несогласованных переходных компонент с уже выделенной собственной модой.

В переходном процессе мгновенные параметры кинематики и полевой конфигурации в общем случае ещё могут изменяться от цикла к циклу. Поэтому используемые ниже величины ω , γ , W_A и R_A следует понимать как опорные параметры целевой устойчивой собственной моды, к которой сходится рассматриваемое состояние. Переходные отклонения от этих значений описывают перестройку системы относительно данной моды.

Для целевой устойчивой моды амплитуда W_A , характеристический параметр c_w , временной масштаб τ_w и радиус области взаимодействия R_A определены в разделе V. В частности,

$$\tau_w = \frac{\beta_x}{\omega}, \quad \beta_x = \frac{v_x}{c},$$

согласно (38).

Рассмотрим переходную компоненту, формирование которой требует конечного времени Δt_j . Предположим, что такой вклад сохраняет пространственную привязку к конфигурации связанного состояния, существовавшей в момент начала соответствующего этапа перестройки, тогда как центр самого состояния за это время продолжает переноситься вдоль наблюдаемого направления со скоростью v_x .

Если в момент $t - \Delta t_j$ центр состояния находился в положении $X(t - \Delta t_j)$, то к моменту завершения формирования переходной компоненты его текущее положение равно $X(t)$. Поэтому относительное пространственное смещение составляет

$$\Delta x_j \equiv X(t) - X(t - \Delta t_j) \simeq v_x \Delta t_j.$$

Соответствующее фазовое запаздывание относительно общего внутреннего цикла составляет

$$\Delta \phi_j = \omega \Delta t_j.$$

С учётом

$$R_A = \frac{v_x}{\omega}$$

получаем

$$\boxed{\frac{\Delta x_j}{R_A} \simeq \omega \Delta t_j = \Delta \phi_j}.$$

Таким образом, в принятой модели запаздывающего формирования переходной компоненты её фазовое рассогласование и относительное геометрическое смещение по отношению к текущей локализованной конфигурации являются двумя представлениями одной безразмерной величины.

Особенно наглядно этот механизм проявляется для первоначальной электрической компоненты. Согласно (55), её фазовый сдвиг относительно будущей устойчивой динамической группы составляет по модулю приблизительно $\pi/2$. Если в рамках принятой модели этот фазовый сдвиг интерпретируется как результат конечного времени формирования переходного вклада с основной частотой ω , то ему соответствует характерная задержка

$$\Delta t_{EB}^{(1)} \simeq \frac{\pi}{2\omega} = \frac{T}{4}.$$

За это время связанное состояние проходит вдоль наблюдаемого направления расстояние

$$\Delta x_{EB}^{(1)} = v_x \Delta t_{EB}^{(1)} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{4}.$$

Поскольку

$$R_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2\pi},$$

получаем

$$\boxed{\frac{\Delta x_{EB}^{(1)}}{R_A} = \frac{\pi}{2}}.$$

Следовательно, первоначальная квадратурная компонента $E^{(1)} \propto Q$ оказывается не только фазово, но и пространственно несогласованной с конфигурацией,

которая должна воспроизводиться в устойчивом связанном режиме.

Для количественного описания такого эффекта введём коэффициент когерентного перекрытия переходной компоненты с текущей связанной конфигурацией,

$$\eta_j = \eta(z_j), \quad z_j \equiv \frac{\Delta x_j}{R_A} \simeq \Delta \phi_j,$$

где

$$\eta(0) = 1, \quad \frac{d|\eta|}{dz} < 0$$

в рассматриваемой области фазово-пространственного рассогласования.

Если переходная компонента требует нескольких последовательных этапов перестройки с характерным временем

$$\Delta t_j \sim j\tau_w,$$

то из (38) следует

$$\boxed{z_j \sim \Delta \phi_j \sim j\beta_x}. \quad (57)$$

Поэтому переходная компонента, которая от цикла к циклу воспроизводится с фазой, не соответствующей устойчивой собственной моде, накапливает пространственное смещение относительно текущей локализованной конфигурации и всё хуже перекрывается с ней. Только когерентно перекрывающаяся часть сохраняет способность участвовать в следующем цикле замкнутой полевой обратной связи.

Для первоначального электрического отклика это означает, что несогласованный координатный вклад постепенно теряет когерентное перекрытие с локальной собственной модой, тогда как сформированный обратной связью устойчивый вклад сохраняет такое перекрытие и продолжает участвовать в связанном состоянии.

Схематическая фазовая стабилизация переходных полевых компонент показана на рис. 3. Для наглядности процесс условно изображён на пространственном интервале одной наблюдаемой длины волны λ_{obs} . Кривые имеют исключительно иллюстративный характер и не задают конкретный закон релаксации; выбор масштаба λ_{obs} на рисунке также не является результатом количественного расчёта.

Начальная фазовая комбинация переходных компонент в общем случае может зависеть от структуры источника излучения. В частности, электрические и магнитные дипольные источники могут задавать различные начальные соотношения между электрической и магнитной компонентами поля. Предлагаемый механизм стабилизации этому не противоречит: такое различие может проявляться в начальных условиях переходного состояния, тогда как последующая полевая обратная связь приводит к установлению устойчивой собственной моды. Детальное соответствие между

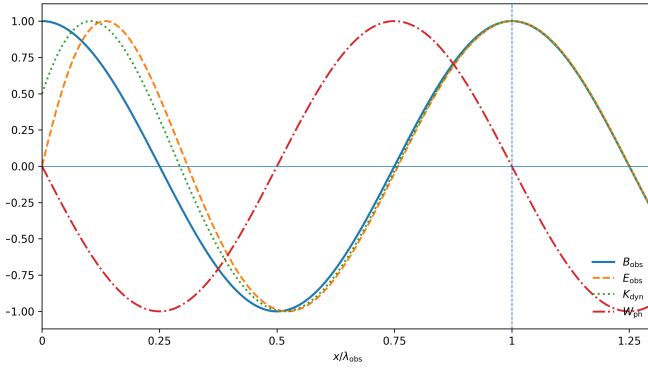


Рис. 3. Схематическая фазовая стабилизация переходных полевых компонент.

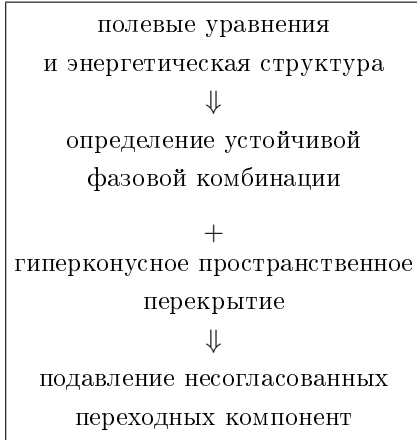
типом источника и начальной фазовой структурой в настоящей работе не рассматривается и требует отдельного переходного решения.

Устойчивая собственная мода отличается тем, что полный набор

$$\{W, \dot{W}, E, B, E_w, D_w, K, G\}$$

через полный период воспроизводит ту же внутреннюю конфигурацию, сдвинутую вдоль x на одну наблюдаемую длину волны. При этом координатная и скоростная квадратуры не исчезают как таковые: они занимают определённые места внутри общей фазовой структуры устойчивого состояния.

Фазово-пространственно несогласованные переходные комбинации этим свойством не обладают и постепенно теряют когерентное участие в локальном связанном секторе. Таким образом, фазовая стабилизация складывается из двух различных механизмов:



Такое подавление не означает потери полной энергии связанного фотонного состояния. Оно означает исчезновение несогласованного модального вклада из локальной когерентной собственной конфигурации с одновременным перераспределением энергии между остающимися кинематическими и полевыми степенями свободы.

D. Совместная стабилизация поля и кинематики

Фазовая стабилизация полевой конфигурации происходит одновременно с её обратным действием на кинематическую составляющую. Поэтому движение вдоль w не следует рассматривать как заранее заданную неизменяемую траекторию, на фоне которой независимо перестраивается поле. Кинематические и полевые переменные с самого начала образуют замкнутую динамическую систему.

На первом этапе геометрические переменные

$$W, \quad \dot{W}$$

задают соответственно координатную и скоростную квадратуры возникающего полевого отклика. Как будет показано в разделе IX, сформированный смешанный сектор через четырёхмерную силу способен обратно изменять компоненту кинематического импульса вдоль дополнительной координаты. Поэтому последовательность

$$W, \dot{W} \longrightarrow D_w, G, K, B, E$$

не является односторонней: возникающее поле в следующем цикле изменяет саму кинематическую конфигурацию.

Возвращающий полевой отклик, связанный с деформацией относительно симметричного состояния, определяется обобщённой силой

$$F_W = -\frac{dU_{\text{def}}}{dW}.$$

Одновременно динамический смешанный сектор способен непосредственно изменять компоненту p_w кинематической составляющей. Подробный механизм такого полевого формирования и перенастройки движения вдоль w рассматривается в разделе IX.

Таким образом, в переходном процессе одновременно изменяются параметры внутреннего движения, распределение энергии и состав переходного полевого сектора. Фазовое направление этой перестройки уже определено в предыдущих подразделах; здесь существенно, что полевой отклик одновременно оказывает обратное действие на кинематику и тем самым изменяет саму траекторию перехода к устойчивой собственной моде.

При последовательных прохождениях $W = 0$ обозначим кинетическую энергию кинематической составляющей через $K_{\text{corp}}^{(n)}$. В переходном режиме поле может изменять не только движение вдоль дополнительной координаты, но и полное кинематическое состояние связанной конфигурации. Поэтому введём $\mathcal{P}_{\text{field} \rightarrow \text{corp}}$ как полную мощность передачи энергии от полевой составляющей кинематической. Тогда

$$K_{\text{corp}}^{(n+1)} - K_{\text{corp}}^{(n)} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \mathcal{P}_{\text{field} \rightarrow \text{corp}} dt.$$

До установления собственной моды этот интеграл в общем случае не равен нулю. Следовательно, от цикла к циклу могут изменяться

$$K_{\text{согр}}^{(n)}, \quad W_A^{(n)}, \quad |v_w^{(0,n)}|,$$

а вместе с ними амплитуды переходных полевых компонент и распределение энергии внутри связанного состояния.

В устойчивой моде соответствующие кинематические и полевые параметры перестают систематически изменяться от цикла к циклу, а их относительные фазы принимают структуру устойчивой собственной моды, установленную в разделе VII и подразделе VIII B.

Стабилизация представляет поэтому совместную сходимость всей кинематико-полевой системы

$$\mathcal{S} = \{W, \dot{W}; E, B; E_w, D_w; K, G\}$$

к воспроизводимой собственной моде. При этом речь идёт не о независимой фазовой коррекции поля на фоне фиксированной траектории, а о взаимной перенастройке полевой конфигурации и кинематики до достижения единого энергетически, фазово и геометрически согласованного состояния.

Полная энергия связанного состояния при переходной перестройке сохраняется. Стабилизация заканчивается тогда, когда одновременно выполняются фазовые условия устойчивой полевой моды, энергетический баланс внутреннего цикла и соответствующая им кинематическая геометрия. После этого средний перенос энергии между кинематической и полевой составляющими за полный период обращается в нуль, хотя мгновенный внутренний энергетический обмен продолжается.

Описанный механизм не ограничивается первоначальной эмиссией. Любое последующее взаимодействие, изменяющее энергию, импульс или структуру связанного фотонного состояния, выводит его из прежней собственной моды и запускает новый совместный переходный процесс. При этом меняются требуемые значения кинематических параметров, энергетическое распределение и полевой профиль, а возникающие переходные компоненты, не принадлежащие новой устойчивой моде, постепенно теряют когерентное участие и подавляются.

Е. Число циклов и длина стабилизации

Для количественного описания переходного процесса рассмотрим состояние системы через последовательные полные периоды. За один период связанное состояние проходит вдоль x одну наблюдаемую длину волны, а переходные компоненты проходят очередной цикл полевой обратной связи.

В линейной окрестности целевой устойчивой моды выделим вектор $\mathbf{a}_n$, содержащий амплитуды переход-

ных отклонений, не принадлежащих устойчивому собственному состоянию. Их эволюцию от одного полного цикла к следующему будем описывать линейным отображением

$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{R}_{\text{tr}}(\gamma) \mathbf{a}_n.$$

Здесь $\mathbf{R}_{\text{tr}}(\gamma)$ является матрицей эволюции переходного подпространства, линеаризованной относительно целевой устойчивой собственной моды, а γ обозначает фактор Лоренца этой моды. Матрица $\mathbf{R}_{\text{tr}}$ не описывает полную динамику связанного состояния, а действует только на переходные отклонения от устойчивой конфигурации.

Для собственных направлений переходного подпространства условие затухания соответствующих отклонений имеет вид

$$|\rho_j(\gamma)| < 1,$$

где ρ_j являются собственными множителями матрицы $\mathbf{R}_{\text{tr}}$. Условие $|\rho_j| < 1$ означает уменьшение амплитуды соответствующего переходного отклонения от цикла к циклу, но не потерю полной энергии связанного состояния: энергия, покидающая переходный сектор, перераспределяется между устойчивой полевой конфигурацией и кинематической составляющей в рамках полного сохраняющегося энергетического баланса.

Для наиболее медленно затухающей компоненты

$$|\rho_{\text{max}}| = \max_j |\rho_j|,$$

и после N циклов

$$A_{\text{tr}}^{(N)} \simeq A_{\text{tr}}^{(0)} |\rho_{\text{max}}|^N.$$

Для количественной оценки переходного сектора введём его интегральную энергию

$$E_{\text{tr}}^{(N)} \equiv \int_{\mathcal{V}_4} u_{\text{tr}}^{(N)} d^3r dw,$$

где $u_{\text{tr}}^{(N)}$ обозначает локальную плотность энергии переходных отклонений, не принадлежащих целевой устойчивой собственной моде, после N полных циклов.

В линейной окрестности устойчивой моды эта энергия квадратична по амплитуде переходного отклонения. Поэтому

$$\frac{E_{\text{tr}}^{(N)}}{E_{\text{tr}}^{(0)}} \simeq |\rho_{\text{max}}|^{2N}.$$

В минимальной геометрической оценке сохранение переходной компоненты определяется её когерентным перекрытием после характерного запаздывания τ_w . Поскольку из (57) для одного характерного этапа

$$z \sim \beta_x,$$

можно записать

$$\rho_{\max}(\gamma) \simeq \eta_{\text{eff}} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \right).$$

Конкретная функция η_{eff} должна следовать из полного переходного решения. Приведённое выражение фиксирует только предполагаемую геометрическую зависимость затухания переходного сектора от относительного фазово-пространственного смещения.

Определим N_{rel} как число полных циклов, за которое остаточная энергия переходного сектора уменьшается в e раз:

$$\frac{E_{\text{tr}}^{(N_{\text{rel}})}{E_{\text{tr}}^{(0)}} = e^{-1}.$$

Тогда

$$N_{\text{rel}}(\gamma) = -\frac{1}{2 \ln |\rho_{\max}(\gamma)|}.$$

Поскольку один полный цикл соответствует одной наблюдаемой длине волны,

$$\frac{L_{\text{rel}}}{\lambda_{\text{obs}}} = N_{\text{rel}}.$$

Для перехода к частотной зависимости используем полученное в разделе VII асимптотическое спектральное масштабирование (54),

$$\gamma(\omega) \sim \frac{\hbar\omega}{E_*}, \quad \gamma \gg 1.$$

Следовательно, в регулярном релятивистском режиме

$$\beta_x(\omega) = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2(\omega)}} \sim \sqrt{1 - \left(\frac{E_*}{\hbar\omega} \right)^2}.$$

Геометрическая оценка переходного множителя принимает вид

$$\rho_{\max}(\omega) \simeq \eta_{\text{eff}}(\beta_x(\omega)),$$

а соответствующее число циклов стабилизации равно

$$N_{\text{rel}}(\omega) = -\frac{1}{2 \ln |\eta_{\text{eff}}(\beta_x(\omega))|}.$$

Если эффективное перекрытие уменьшается с ростом относительного смещения,

$$\frac{d|\eta_{\text{eff}}|}{dz} < 0,$$

то в этом режиме рост частоты сопровождается ростом γ и β_x . Поэтому переходные компоненты быстрее теряют когерентное перекрытие и число циклов стабилизации N_{rel} уменьшается.

Наблюдаемая длина волны устойчивого состояния и соответствующая абсолютная длина стабилизации определяются соотношениями

$$\lambda_{\text{obs}} = \frac{2\pi c \beta_x}{\omega}, \quad L_{\text{rel}} = \frac{2\pi c}{\omega} \beta_x N_{\text{rel}}.$$

Характерное время стабилизации равно

$$\tau_{\text{rel}} = \frac{2\pi N_{\text{rel}}}{\omega}.$$

При $\gamma \gg 1$ имеем $\beta_x \rightarrow 1$. Поэтому при указанном условии на функцию перекрытия рост частоты приводит одновременно к уменьшению числа циклов стабилизации и пространственного масштаба одного цикла; в рамках данной минимальной геометрической модели абсолютная длина стабилизации L_{rel} также уменьшается.

Эти частотные выводы имеют асимптотический характер и относятся только к регулярному релятивистскому режиму, для которой установлено масштабирование $\gamma \propto \omega$. Они не экстраполируются в область $\gamma \sim 1$, где использованное спектральное приближение неприменимо.

Г. Устойчивое свободное распространение

После подавления переходных компонент кинематические и полевые степени свободы образуют единую воспроизводимую собственную моду с фазовой структурой, установленной в разделе VII и подразделе VIII В. Координатная и деформационная части состояния сохраняют квадратуру Q , тогда как наблюдаемый динамический и магнитно-смешанный сектора принадлежат скоростной квадратуре $\dot{Q}$. Фазонезависимая опорная структура при этом сохраняется в течение всего внутреннего цикла.

Внутри каждого периода сохраняется установленный ранее обмен между динамической и деформационной квадратурами: динамический сектор максимален при пересечении $W = 0$ и проходит через ноль в точках разворота $W = \pm W_A$ для идеальной минимальной устойчивой моды.

При этом внутренний обмен энергией между кинематической и полевой составляющими не прекращается. Однако после установления собственной моды он становится строго периодическим и больше не вызывает систематического изменения состояния от цикла к циклу:

$$\int_t^{t+T} \mathcal{P}_{\text{field} \rightarrow \text{corp}} dt = 0.$$

Через один полный период вся внутренняя конфигурация воспроизводится с теми же относительными фазами и амплитудами, будучи перенесённой вдоль наблюдаемого направления на расстояние

$$\lambda_{\text{obs}} = v_x T = \frac{2\pi v_x}{\omega}.$$

Следовательно, устойчивое свободное распространение представляет периодическое самовоспроизведение единой связанной четырёхмерной собственной моды. Внутренняя кинематико-полевая динамика при этом продолжается, однако после завершения стабилизации состояние больше не испытывает систематического фазового, энергетического или кинематического дрейфа от цикла к циклу.

IX. ПОЛЕВОЙ МЕХАНИЗМ ВЫХОДА ФОТОНА ИЗ НАБЛЮДАЕМОГО ТРЁХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА

Для сформированного свободного состояния кинематическая геометрия раздела III связывает наблюдаемую и дополнительную компоненты импульса с фактором Лоренца. Однако остаётся открытым вопрос, какой физический механизм создаёт или перестраивает компоненту p_w и почему после изменения состояния устанавливается именно лоренцево-согласованная ориентация импульса.

А. Четырёхмерная сила как механизм формирования компоненты импульса вдоль дополнительного направления

В геометрическом пространственном секторе модели компоненты кинематического импульса определяются как

$$p_a = m_0 v_a, \quad a = x, y, z, w.$$

В качестве минимальной геометрической модели взаимодействия кинематической составляющей фотона с четырёхмерным электромагнитным полем примем лагранжиан

$$L = \frac{1}{2} m_0 \sum_a v_a^2 + q_{\text{ph}} \sum_a A_a v_a - q_{\text{ph}} \Phi.$$

Кинетический член здесь используется только для получения локальных геометрических уравнений движения и не является выражением для полной энергии связанного фотонного состояния.

При калибровочном преобразовании

$$A_a \rightarrow A_a + \partial_a \chi, \quad \Phi \rightarrow \Phi - \partial_t \chi$$

лагранжиан изменяется на полную производную, поэтому уравнения движения калибровочно инвариантны. Уравнения Эйлера–Лагранжа дают

$$\dot{p}_a = q_{\text{ph}} (E_a + F_{ab} v_b).$$

Используя определения смешанных компонент $K_i = -F_{iw}$, получаем

$$\begin{aligned} \dot{p}_3 &= q_{\text{ph}} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_3 \times \mathbf{B} - v_w \mathbf{K}), \\ \dot{p}_w &= q_{\text{ph}} (E_w + \mathbf{v}_3 \cdot \mathbf{K}). \end{aligned}$$

Для движения в плоскости (x, w)

$$\left[\dot{p}_x = q_{\text{ph}} (E_x - v_w K_x), \quad \dot{p}_w = q_{\text{ph}} (E_w + v_x K_x) \right]. \quad (58)$$

Эти уравнения непосредственно показывают, что ненулевая смешанная компонента K_x создаёт силу вдоль дополнительной координаты даже при $v_w = 0$:

$$\dot{p}_w|_{v_w=0} = q_{\text{ph}} (E_w + v_x K_x).$$

Если электрический вклад E_w отсутствует или мал, то при $v_x \neq 0$ и $K_x \neq 0$

$$\dot{p}_w \simeq q_{\text{ph}} v_x K_x \neq 0.$$

Следовательно, смешанный четырёхмерный сектор способен непосредственно формировать новую компоненту кинематического импульса вдоль w .

В. Смешанное поле и поворот импульса в плоскости (x, w)

Рассмотрим сначала действие только смешанной компоненты K_x , временно исключив электрические вклады. Из (58) следует

$$\begin{aligned} \dot{p}_x &= -\frac{q_{\text{ph}} K_x}{m_0} p_w, \\ \dot{p}_w &= \frac{q_{\text{ph}} K_x}{m_0} p_x. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{d}{dt} (p_x^2 + p_w^2) = 0.$$

Таким образом, смешанная компонента K_x не изменяет модуль кинематического геометрического импульса, а перераспределяет его между направлениями x и w . Тот же результат следует из соответствующей мощности,

$$v_x (-q_{\text{ph}} v_w K_x) + v_w (q_{\text{ph}} v_x K_x) = 0.$$

Следовательно, антисимметричный смешанный сектор в этом приближении действует как генератор поворота импульса в плоскости (x, w) .

Введём мгновенный угол $\alpha(t)$ ориентации кинематического импульса:

$$p_x = p_{\text{corp}} \cos \alpha, \quad p_w = p_{\text{corp}} \sin \alpha.$$

Для действия одного K_x

$$\dot{\alpha}_K = \frac{q_{\text{ph}} K_x}{m_0}. \quad (59)$$

Физически это аналогично роли магнитного поля в обычной электродинамике, однако относится к другой пространственной плоскости:

В :	поворот импульса внутри наблюдаемого пространства,
К :	поворот импульса между наблюдаемым пространством и w .

При совместном действии электрического и смешанного секторов изменение импульса можно разделить на изменение его модуля и направления:

$$\dot{p}_{\text{corp}} = q_{\text{ph}} (E_x \cos \alpha + E_w \sin \alpha),$$

$$\dot{\alpha} = \frac{q_{\text{ph}}}{m_0} K_x + \frac{q_{\text{ph}}}{p_{\text{corp}}} (E_w \cos \alpha - E_x \sin \alpha). \quad (60)$$

Первая электрическая комбинация изменяет модуль импульса, тогда как K_x непосредственно создаёт его антисимметричный поворот между x и w .

Это различие особенно важно при рассмотрении обычного центрального электрического взаимодействия. Обозначим относительные координаты в плоскости (x, w) через (X, U) и введём

$$R = \sqrt{X^2 + U^2}.$$

Тогда для центральной силы

$$F_x = F(R) \frac{X}{R}, \quad F_w = F(R) \frac{U}{R},$$

её момент равен

$$XF_w - UF_x = 0.$$

Поэтому чисто центральное электрическое взаимодействие само по себе не создаёт независимого углового поворота относительно направления разлёта. В частности, при $U = 0$ имеем $F_w = 0$. В отличие от этого смешанное поле даёт

$$F_w^{(K)} = q_{\text{ph}} v_x K_x,$$

которое может быть ненулевым уже при $v_w = 0$.

Тем самым смешанный сектор предоставляет независимый от центральной электрической силы канал поворота кинематического импульса из наблюдаемого направления в сторону дополнительной координаты.

С. Полевой механизм перенастройки импульса при перестройке состояния

В предлагаемой модели наблюдаемый заряд связан с потоковой структурой поля вдоль дополнительной координаты:

$$\rho_{\text{obs}} = -[D_w]_{-}^{+}.$$

Поэтому при переходе между различными собственными модами необходимо отделять обычную периодическую динамику D_w внутри уже сформированного состояния от дополнительной нестационарности, связанной с самой перестройкой моды. Представим поле в виде

$$D_w = D_w^{(\text{st})}(\xi, w; \theta; \Lambda) + \delta D_w^{(\text{tr})},$$

где Λ обозначает совокупность параметров устойчивой собственной моды, а $\delta D_w^{(\text{tr})}$ — переходное отклонение от неё.

Для сформированного свободного состояния

$$\dot{\Lambda} = 0, \quad \delta D_w^{(\text{tr})} = 0,$$

хотя периодическая величина $\partial_t D_w^{(\text{st})}$ в общем случае остаётся ненулевой.

Удобно поэтому определить переходный источник

$$S_w^{(\text{tr})} \equiv \partial_t D_w - \partial_t D_w^{(\text{st})} \Big|_{\Lambda=\text{const}}. \quad (61)$$

В устойчивой свободной моде $S_w^{(\text{tr})} = 0$, тогда как в процессе эмиссии, внешнего взаимодействия или стабилизации в общем случае

$$S_w^{(\text{tr})} \neq 0.$$

После вычитания уравнения устойчивой собственной моды из

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G} = \partial_t D_w$$

получаем для переходного сектора

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G}^{(\text{tr})} = S_w^{(\text{tr})}.$$

Таким образом, источником переходного смешанного сектора является не сама периодическая динамика D_w устойчивой моды, а дополнительное отклонение от неё, возникающее при перестройке состояния.

Для явной иллюстрации рассмотрим специальное локальное переходное приближение, в котором именно переходное отклонение от устойчивой D_w -структуры на данном этапе эволюции описывается как профиль, переносимый вдоль x со скоростью u_x без дополнительной явной фазовой деформации:

$$\delta D_w^{(\text{tr})}(x, w, t) = \mathcal{D}_w^{(\text{tr})}(x - X_s(t), w), \quad u_x = \dot{X}_s.$$

Тогда

$$S_w^{(\text{tr})} = \partial_t \delta D_w^{(\text{tr})} = -u_x \partial_x \delta D_w^{(\text{tr})}.$$

В продольном локальном приближении

$$\partial_x G_x^{(\text{tr})} = -u_x \partial_x \delta D_w^{(\text{tr})},$$

и для локализованной переходной конфигурации

$$G_x^{(\text{tr})} = -u_x \delta D_w^{(\text{tr})}.$$

Таким образом, в этом специальном переходном пределе перенос переходного отклонения потоковой структуры непосредственно создаёт продольную смешанную компоненту $G_x^{(\text{tr})}$.

Следует подчеркнуть, что представление

$$D_w = D_w(x - X_s(t), w)$$

не является общим видом полного устойчивого связанного поля. После установления собственной моды поле одновременно зависит от сопутствующей координаты и общей внутренней фазы,

$$D_w = D_w(\xi, w; \theta), \quad \xi = x - X(t),$$

а приведённый выше чисто переносный профиль используется только как локальная модель происхождения продольного переходного сектора.

В минимальном локальном линейном замыкании

$$D_w = \varepsilon_w E_w, \quad G_x = \nu_w K_x,$$

откуда

$$K_x^{\text{dyn}} = -\frac{u_x}{c_{xw}^2} E_w, \quad c_{xw}^2 = \frac{\nu_w}{\varepsilon_w}.$$

Величина c_{xw} относится к характеристике рассматриваемого переходного смешанного сектора и не должна отождествляться с геометрическим параметром гиперконуса c_w .

Таким образом, процесс формирования и перестройки w -компоненты кинематического импульса может быть описан следующей причинной последовательностью:

$$\begin{array}{c} \text{изменение состояния} \longrightarrow S_w^{(\text{tr})} \neq 0 \\ \downarrow \\ G_x^{(\text{tr})} \longrightarrow K_x^{(\text{tr})} \longrightarrow \dot{p}_w^{(\text{tr})} = q_{\text{ph}} \left(E_w^{(\text{tr})} + v_x K_x^{(\text{tr})} \right) \\ \downarrow \\ \text{перестройка } p_w \end{array} \quad (62)$$

Продольная переходная компонента K_x , участвующая в перестройке кинематического импульса согласно (62), не должна отождествляться с поперечной компонентой K_y , входящей в устойчивую поляризованную собственную моду. Обе принадлежат одному смешанному четырёхмерному сектору, но соответствуют различным направлениям и выполняют различные динамические функции.

Вместе с тем обе компоненты имеют общее происхождение в структуре четырёхмерных полевых уравнений. В устойчивой поперечной собственной моде периодическая часть

$$\partial_t D_w^{(\text{st})}$$

возбуждает соответствующий динамический смешанный сектор,

$$\partial_t D_w^{(\text{st})} \longrightarrow G_{\text{dyn}}^{(\text{st})} \longrightarrow K_{\text{dyn}}^{(\text{st})},$$

который входит в согласованную группу BKG , рассмотренную в разделе VIII.

При перестройке состояния дополнительный переходный источник $S_w^{(\text{tr})}$ возбуждает продольную переходную компоненту смешанного сектора,

$$S_w^{(\text{tr})} \longrightarrow G_x^{(\text{tr})} \longrightarrow K_x^{(\text{tr})},$$

которая участвует в перенастройке p_w .

Таким образом, продольный механизм перестройки импульса и поперечный смешанный сектор устойчивой собственной моды имеют общее четырёхмерное полевое происхождение, но относятся к различным компонентам и различным режимам динамики.

а. Условия действия продольной смешанной силы. Следует отдельно различать поперечную смешанную компоненту устойчивой собственной моды и продольную переходную компоненту $K_x^{(\text{tr})}$. В минимальной свободной собственной моде предполагается

$$K_x^{(\text{tr})} = 0.$$

для сформированной устойчивой моды. Это условие не означает исчезновения всего сектора $\mathbf{K}$: поперечная компонента $K_y^{(\text{st})}$ может оставаться ненулевой и входить в устойчивую группу BKG .

Продольная компонента $K_x^{(\text{tr})}$ возникает только при наличии переходного источника (61) и соответствующего продольного канала смешанного поля. В рассматриваемом локальном приближении причинная последовательность имеет вид

$$S_w^{(\text{tr})} \neq 0 \longrightarrow G_x^{(\text{tr})} \longrightarrow K_x^{(\text{tr})}.$$

При движении преимущественно вдоль x вклад этой компоненты в силу равен

$$F_x^{(K)} = -q_{\text{ph}} v_w K_x^{(\text{tr})}, \quad F_w^{(K)} = q_{\text{ph}} v_x K_x^{(\text{tr})}. \quad (63)$$

Поэтому непосредственное действие смешанного сектора на p_w требует одновременно

$$v_x \neq 0, \quad K_x^{(\text{tr})} \neq 0.$$

Сам по себе устойчивый поперечный компонент $K_y^{(\text{st})}$ не входит в w -уравнение движения при $\mathbf{v}_3 = v_x \hat{\mathbf{x}}$, поскольку

$$\mathbf{v}_3 \cdot \mathbf{K} = v_x K_x.$$

В линейной окрестности устойчивого цикла действие возвращающего и переходного механизмов удобно разделить явно. Движение вдоль дополнительной координаты можно представить в виде

$$M_W^{\text{eff}} \ddot{W} + \kappa_W W = F_w^{(\text{tr})}(t),$$

где M_W^{eff} обозначает полную эффективную инерцию коллективной координаты W , включающую кинематический и полевой вклады, а $-\kappa_W W$ является возвращающей силой, обеспечивающей гармоническую динамику устойчивой моды, тогда как

$$F_w^{(\text{tr})} = q_{\text{ph}} \left(E_w^{(\text{tr})} + v_x K_x^{(\text{tr})} \right)$$

представляет переходный вклад, перенастраивающий кинематическое состояние.

Для лоренцево-согласованной перенастройки амплитуды циклической ориентации требуемая продольная смешанная компонента определяется скоростью изменения наблюдаемой кинематики,

$$K_x^{\text{req}} = \frac{m_0}{q_{\text{ph}}} \frac{\dot{v}_x}{\sqrt{c^2 - v_x^2}}.$$

Соответствующий смешанный вклад в силу вдоль дополнительной координаты равен

$$F_w^{(\text{tr})} = q_{\text{ph}} v_x K_x^{\text{req}} = m_0 \frac{v_x \dot{v}_x}{\sqrt{c^2 - v_x^2}}.$$

С учётом

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}$$

это выражение можно записать в виде

$$F_w^{(\text{tr})} = m_0 c \frac{\dot{\gamma}}{\gamma^2}. \quad (64)$$

Тем самым переходная смешанная сила непосредственно связана не с самим ненулевым значением γ , а с его перестройкой. Пока система переходит к новой лоренцево-согласованной собственной моде, $\dot{\gamma} \neq 0$ и переходный смешанный сектор может изменять требуемую амплитуду циклической ориентации импульса. После установления новой моды

$$\dot{\gamma} = 0, \quad F_w^{(\text{tr})} = 0,$$

тогда как гармоническое движение вдоль w сохраняется и определяется возвращающей частью динамики.

Таким образом, смешанная переходная сила не изменяет возвращающий механизм и не является второй постоянно действующей силой, поддерживающей гармонический цикл. Её роль состоит в перенастройке кинематической структуры при переходе между собственными модами, тогда как после завершения перехода гармоническая динамика определяется возвращающим механизмом сформированной собственной моды.

После завершения перехода

$$S_w^{(\text{tr})} \longrightarrow 0, \quad K_x^{(\text{tr})} \longrightarrow 0,$$

и дальнейшее периодическое движение вдоль w определяется возвращающей динамикой сформированной

собственной моды. Таким образом, продольная смешанная сила изменяет параметры гармонического цикла в переходном процессе, но не является силой, поддерживающей этот цикл в устойчивом свободном состоянии.

D. Энергетическое происхождение лоренцевой пропорции между p_x и p_w

Предыдущий анализ показывает, что смешанный четырёхмерный сектор способен изменять соотношение между геометрической компонентой кинематического импульса p_x вдоль наблюдаемого направления и компонентой p_w вдоль дополнительной координаты. Однако уравнения силы сами по себе определяют только динамический механизм такого поворота и ещё не устанавливают, какой должна быть конечная ориентация импульса после завершения переходного процесса.

Это условие следует из релятивистской энергетико-импульсной структуры кинематической составляющей в фазе пересечения $W = 0$, для которой используется геометрическое представление импульса раздела III. Для семейства свободных устойчивых состояний выполняется

$$\left(E_{\text{сorp}}^{(0)} \right)^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2. \quad (65)$$

где p обозначает модуль релятивистского импульса кинематической составляющей, которому в принятой геометрической интерпретации при пересечении $w = 0$ соответствует модуль полного геометрического импульса в плоскости (x, w) .

Для свободной дисперсионной ветви наблюдаемая скорость определяется производной энергии по импульсу,

$$v_x = \frac{dE_{\text{сorp}}^{(0)}}{dp}.$$

Дифференцируя (65), получаем

$$v_x = \frac{pc^2}{E_{\text{сorp}}^{(0)}},$$

откуда

$$p = \frac{E_{\text{сorp}}^{(0)} v_x}{c^2}. \quad (66)$$

При пересечении $w = 0$ в принятой геометрической интерпретации

$$p = m_0 v_{4D}^{(0)}, \quad p_x = m_0 v_x.$$

Поэтому из (66)

$$\frac{p}{p_x} = \frac{v_{4D}^{(0)}}{v_x} = \frac{E_{\text{сorp}}^{(0)}}{m_0 c^2}.$$

С другой стороны, из (65) и выражения для наблюдаемой скорости следует

$$\frac{v_x^2}{c^2} = 1 - \frac{m_0^2 c^4}{(E_{\text{corp}}^{(0)})^2}.$$

Следовательно,

$$\frac{E_{\text{corp}}^{(0)}}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}} = \gamma.$$

Таким образом, фактор Лоренца возникает здесь как энергетико-кинематический коэффициент, одновременно связывающий энергию кинематической составляющей, модуль её геометрического импульса и наблюдаемую компоненту:

$$\gamma = \frac{E_{\text{corp}}^{(0)}}{m_0 c^2} = \frac{p}{p_x} = \frac{v_{4D}^{(0)}}{v_x}.$$

Теперь используем евклидово разложение геометрического импульса в плоскости (x, w) ,

$$p^2 = p_x^2 + p_w^2.$$

Поскольку $p = \gamma p_x$, оставшаяся компонента однозначно определяется как

$$\left| \frac{p_w}{p_x} \right| = \sqrt{\gamma^2 - 1}. \quad (67)$$

Тем самым конечное распределение кинематического импульса между наблюдаемым направлением x и дополнительным направлением w не является произвольным. Релятивистский энергетический инвариант фиксирует модуль импульса кинематической составляющей, наблюдаемая скорость — его проекцию на направление x , а евклидова геометрия расширенного пространственного сектора однозначно определяет оставшуюся компоненту вдоль w . Поэтому лоренцева пропорция (67) возникает из совместного действия энергетико-кинематической структуры и геометрического разложения импульса в плоскости (x, w) , тогда как временная динамика перехода к этому соотношению задаётся смешанным четырёхмерным полевым сектором.

Важно, что величина $E_{\text{corp}}^{(0)}$ в этих соотношениях не является полной энергией связанного фотонного состояния. Для стабилизированного фотона

$$E_\gamma = \hbar \omega = E_{\text{corp}}^{(0)} + E_{\text{field}}^{(0)}.$$

Поэтому изменение полной энергии фотона само по себе не определяет новую величину γ без учёта перераспределения энергии между кинематической и полевой составляющими. Дополнительное ограничение

задаётся энергетической структурой устойчивой собственной моды, а в регулярном релятивистском режиме также полученным в разделе VII асимптотическим спектральным масштабированием. Следовательно, при переходе к новому устойчивому состоянию величины γ , $E_{\text{corp}}^{(0)}$ и полевая энергия должны устанавливаться совместно с новой пространственно-фазовой собственной конфигурацией.

При любом взаимодействии, переводящем связанное фотонное состояние из одной устойчивой собственной моды в другую, изменение $E_{\text{corp}}^{(0)}$ и v_x изменяет требуемое значение γ и тем самым новое допустимое соотношение между p_x и p_w .

Е. Динамическая перенастройка угла отклонения импульса в плоскости (x, w)

Предыдущий подраздел определяет отношение компонент импульса в момент пересечения наблюдаемой гиперплоскости $W = 0$. Это отношение не следует интерпретировать как постоянную ориентацию импульса в течение всего внутреннего цикла. В устойчивой гармонической моде

$$p_w(\theta) = p_w^{(0)} \cos \theta,$$

тогда как p_x для свободного состояния остаётся постоянным. Поэтому мгновенный угол $\alpha(\theta)$ между кинематическим импульсом и наблюдаемым направлением x удовлетворяет

$$\tan \alpha(\theta) = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cos \theta.$$

При пересечениях $W = 0$ модуль угла достигает максимального значения

$$\alpha_0 = \arctan \sqrt{\gamma^2 - 1} = \arcsin \frac{v_x}{c},$$

тогда как в точках разворота $W = \pm W_A$, где $p_w = 0$, имеем $\alpha = 0$. При последовательных пересечениях знак α меняется вместе со знаком p_w .

Таким образом, устойчивому состоянию соответствует не фиксированная ориентация импульса, а фиксированная амплитуда α_0 его периодического поворота в плоскости (x, w) .

Если взаимодействие переводит фотон из одной устойчивой собственной моды в другую, изменяются γ , v_x и соответствующая амплитуда циклической ориентации. Для двух состояний

$$\Delta \alpha_0 = \arcsin \frac{v_{x2}}{c} - \arcsin \frac{v_{x1}}{c}.$$

Здесь сравниваются эквивалентные точки двух циклов, например пересечения $W = 0$ с одинаковым знаком p_w .

Следовательно, задача переходного смешанного сектора состоит не в создании постоянного угла импульса, а в перенастройке амплитуды его циклического поворота от α_{01} к α_{02} .

Таким образом, кинематика двух устойчивых состояний заранее определяет полный угол, на который должен быть повернут импульс в ходе перехода.

Во время переходного процесса возбуждённый смешанный сектор поворачивает импульс к новой ориентации. Если электрический угловой вклад в (60) мал, интегрирование (59) даёт

$$\frac{q_{\text{ph}}}{m_0} \int_{t_1}^{t_2} K_x(t) dt = \Delta\alpha.$$

Это соотношение задаёт интегральное поле, необходимое для перехода между двумя заданными устойчивыми ориентациями: смешанный сектор должен накопить ровно тот угол поворота, который требуется изменением кинематического состояния.

Если переход рассматривать локально во времени, то из требуемого закона $\alpha_{\text{st}}(v_x)$ можно определить не фактически возникающее поле, а то значение смешанной компоненты, которое необходимо для непрерывного следования лоренцево-согласованной ориентации:

$$K_x^{\text{req}} = \frac{m_0}{q_{\text{ph}}} \frac{\dot{v}_x}{\sqrt{c^2 - v_x^2}}.$$

Величина K_x^{req} тем самым является динамическим требованием, задаваемым кинематикой новой собственной моды. С другой стороны, фактически возникающую при перестройке смешанную компоненту K_x^{dyn} должно определять переходное решение четырёхмерных полевых уравнений совместно с конститутивным замыканием. Поэтому условие динамического самосогласования имеет вид

$$K_x^{\text{dyn}}[F, H, C] = K_x^{\text{req}}[v_x, \dot{v}_x]. \quad (68)$$

Условие (68) является критерием динамического установления энергетически требуемой лоренцевой пропорции между p_x и p_w : правая часть задаётся кинематикой перехода к новой собственной моде, тогда как левая должна независимо возникать из четырёхмерной полевой динамики. Тем самым энергетико-кинематическое требование преобразуется в проверяемое условие для переходного смешанного поля. Полное доказательство выполнения этого условия для произвольного перехода требует решения полной нелинейной четырёхмерной краевой задачи и в настоящей работе не проводится.

Г. Формирование и перенастройка p_w при изменении состояния

Полученный механизм относится не только к первоначальному формированию фотонного состояния, но и к любому переходу между устойчивыми собственными модами. Если взаимодействие изменяет кинематику связанного состояния, прежняя ориентация импульса в плоскости (x, w) перестаёт удовлетворять энергетико-кинематическому условию новой моды.

В таком переходе требуемое конечное соотношение между p_x и p_w задаётся условием (67), тогда как его динамическое установление осуществляется переходным смешанным сектором и должно удовлетворять критерию самосогласования (68). После завершения перестройки состояние переходит к новой воспроизводимой собственной моде с соответствующими значениями v_x , γ и p_w .

Х. НАБЛЮДАЕМЫЕ СЛЕДСТВИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ КРИТЕРИИ

Предлагаемая модель приводит к нескольким независимым следствиям, допускающим экспериментальную проверку в наблюдаемом трёхмерном пространстве. Наиболее существенными являются частотно-зависимое отклонение скорости распространения от c , конечный поперечный масштаб связанного состояния, конечная область повторной стабилизации после локального возмущения и эффективное взаимодействие фотона с внешним электромагнитным полем.

В дальнейшем рассматриваются только те соотношения, которые непосредственно могут быть связаны с измеряемыми величинами.

А. Вакуумная дисперсия и межчастотное запаздывание

Для регулярного высокочастотного семейства устойчивых состояний в разделе VII получено асимптотическое масштабирование

$$E_\gamma \sim E_* \gamma, \quad \gamma \gg 1.$$

Поскольку $E_\gamma = hf$, введём частотный масштаб

$$f_* \equiv \frac{E_*}{h}. \quad (69)$$

Тогда

$$\gamma \sim \frac{f}{f_*}, \quad f \gg f_*.$$

Наблюдаемая скорость определяется кинематическим соотношением

$$\frac{v_x}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}},$$

поэтому в высокочастотном режиме

$$\frac{c - v_x}{c} \sim \frac{1}{2} \left(\frac{f_*}{f} \right)^2. \quad (70)$$

Таким образом, основным кинематическим наблюдаемым следствием является вакуумная дисперсия с ведущей зависимостью f^{-2} . Для двух частот $f_1 < f_2$, распространяющихся на расстояние D ,

$$\Delta t_{12}^{\text{vac}} \sim \frac{D f_*^2}{2c} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right).$$

Экспериментальная проверка состоит в поиске дополнительной межчастотной задержки, сохраняющей указанное масштабирование после учёта дисперсии среды и временной структуры источника. Особенно чувствительны наблюдения с большим расстоянием распространения, однако в радиодиапазоне ведущая дисперсия холодной плазмы также пропорциональна f^{-2} , что требует независимого разделения этих вкладов.

Для сопоставления с ограничениями на дисперсионное распространение удобно определить величину

$$m_* \equiv \frac{E_*}{c^2}, \quad f_* = \frac{m_* c^2}{h}.$$

Величина m_* имеет размерность массы, но не является универсальным параметром m_0 кинематической составляющей: она характеризует полный асимптотический энергетический масштаб устойчивой собственной моды.

Ограничение порядка

$$m_* \lesssim 1.8 \times 10^{-14} \text{ эВ}/c^2,$$

получаемое при сопоставлении с анализом частотно-зависимых задержек быстрых радиовсплесков [13], соответствует

$$f_* \lesssim 4.35 \text{ Гц}.$$

Например, при $f = 100 \text{ МГц}$

$$\frac{c - v_x}{c} \lesssim 9.5 \times 10^{-16}.$$

Таким образом, локальное отклонение скорости может быть чрезвычайно малым, тогда как накопленное межчастотное запаздывание на большом расстоянии представляет значительно более чувствительную наблюдаемую величину. Статические ограничения на массу фотона, полученные в рамках электродинамики Прока [11, 12], непосредственно на m_0 или m_* не переносятся, поскольку полевая система настоящей модели не содержит стандартного трёхмерного массового члена Прока.

В. Поперечный масштаб связанного фотонного состояния

Второе независимое следствие относится к пространственной локализации связанного состояния. Для стабилизированного фотона характерный радиус его электромагнитного проявления на наблюдаемой гиперплоскости равен

$$R_A = \frac{v_x}{\omega} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2\pi}.$$

Следовательно, характерный поперечный диаметр имеет вид

$$D_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\pi}.$$

Экспериментальным критерием является измерение эффективного поперечного масштаба при нескольких длинах волн. Модель предсказывает линейное масштабирование

$$D_A \propto \lambda_{\text{obs}}$$

с фиксированным коэффициентом $1/\pi$.

Зависимость характерного поперечного размера порядка λ/π ранее рассматривалась в локализованной электромагнитной модели фотона Хантера и Вадлингера [8, 9]. Совпадение масштабирования не является подтверждением настоящей четырёхмерной интерпретации, однако показывает возможность независимого экспериментального сопоставления данного геометрического предсказания.

Дополнительным внутренним пространственным масштабом модели является расстояние между соседними пересечениями кинематической составляющей с наблюдаемой гиперплоскостью,

$$\Delta x_0 = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2}.$$

В отличие от поперечного размера D_A , непосредственный экспериментальный доступ к этому масштабу требует модели локального взаимодействия с детектором, поскольку само измерение может изменять внутреннюю фазу связанного состояния. Поэтому Δx_0 пока следует рассматривать как вторичное геометрическое следствие, а не как самостоятельный количественный тест.

С. Повторная стабилизация после локального возмущения

Отдельным динамическим следствием модели является конечная область повторной стабилизации после воздействия, выводящего уже сформированное фотонное состояние из его устойчивой собственной моды.

Такое воздействие может изменять энергию, импульс или фазово-полевую структуру состояния. Согласно разделам VIII и IX, после этого возникает переходный сектор, который постепенно подавляется при установлении новой согласованной собственной моды.

Характерный масштаб процесса удобно непосредственно определять экспериментально как

$$N_{\text{rel}} = \frac{L_{\text{rel}}}{\lambda_{\text{obs}}},$$

где L_{rel} — измеряемая длина повторной стабилизации.

В линейной области остаточную энергию переходного сектора можно представить в виде

$$\frac{E_{\text{tr}}(x)}{E_{\text{tr}}(0)} \simeq |\rho_{\text{max}}|^{2x/\lambda_{\text{obs}}},$$

так что L_{rel} соответствует характерному пространственному масштабу затухания переходного вклада.

Минимальная геометрическая модель предсказывает зависимость переходного множителя от

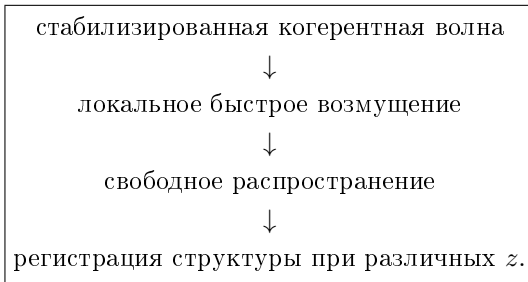
$$\beta_x = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}},$$

а в той же высокочастотной области

$$\gamma(f) \sim \frac{f}{f_*}.$$

Если эффективное когерентное перекрытие переходного сектора уменьшается с ростом фазово-пространственного смещения, то модель предсказывает уменьшение числа циклов стабилизации N_{rel} с ростом частоты. В той же высокочастотной области уменьшается и абсолютная длина стабилизации.

Наиболее чистая проверка этого следствия должна проводиться не непосредственно после излучателя, где присутствует обычное переходное поле источника, а после локального возмущения уже сформированной волны. Возможная схема имеет вид



В оптическом диапазоне локальное неадиабатическое возмущение может быть создано, например, быстрым электрооптическим элементом, кратковременно изменяющим фазу или поляризацию проходящей волны, либо локальным нелинейно-оптическим воздействием. Существенно, чтобы область возмущения была пространственно отделена от источника.

Простейший вариант регистрации состоит в сравнении распределения интенсивности на различных расстояниях после области возмущения в последовательных воспроизводимых опытах. Для этого может использоваться фотографическая пластинка или матричный оптический детектор.

Более чувствительный вариант использует когерентный опорный луч. Интерференция исследуемой волны с невозмущённым опорным лучом преобразует изменение фазовой структуры в изменение интерференционной картины, которая может регистрироваться на фотопластинке или камерой. В таком опыте можно непосредственно искать пространственно распределённое восстановление фазовой структуры после локального воздействия.

Критическим контрольным расчётом является стандартное электромагнитное распространение через тот же возмущающий элемент. Специфическим следствием настоящей модели может считаться только дополнительная конечная область релаксации, не объясняемая обычной дифракцией, дисперсией, модовым биением или переходным откликом самого оптического элемента.

Сравнение нескольких частот позволяет дополнительно проверить предсказываемую зависимость $N_{\text{rel}}(f)$. Отсутствие дополнительного релаксационного масштаба при чувствительности, достаточной для его ожидаемой регистрации, непосредственно ограничивает или исключает предложенный механизм стабилизации.

В качестве вариации данного эксперимента можно рассмотреть аналогичную постановку для ускоренного электрона. Если механизм связи заряженного состояния с дополнительной координатой w имеет более общий характер и применим не только к фотону, то локальное изменение фактора Лоренца электрона должно сопровождаться перестройкой его собственной связанной полевой конфигурации. В этом случае после прохождения короткой ускоряющей области можно искать дополнительный конечный участок установления стационарного состояния электронного поля, не объясняемый стандартной электродинамикой ускоренного заряда. Такой эксперимент не является прямым предсказанием построенной фотонной модели, однако мог бы проверить универсальность предложенного механизма стабилизации для заряженных локализованных состояний.

Д. Дополнительные ограничения и критерии опровержения

Наличие универсального заряда $q_{\text{ph}} \neq 0$ создаёт дополнительный класс экспериментальных ограничений. В трёхмерном эксперименте наблюдаемое действие внешнего поля в общем случае определяется пространственно-временным перекрытием четырёхмерных конфигураций, поэтому в квазистацио-

нарном приближении его можно феноменологически представить как

$$q_{\text{eff}} = q_{\text{ph}} \langle \eta_{\text{int}} \rangle.$$

Существующие экспериментальные ограничения на заряд фотона [19, 20] непосредственно ограничивают величину эффективного наблюдаемого взаимодействия. Получение количественного предела на фундаментальный q_{ph} требует отдельного расчёта функции четырёхмерного перекрытия η_{int} .

Независимым следствием является зарядовый баланс при эмиссии. Если из замкнутой системы испускается один фотон и отсутствуют другие переносчики заряда, должно выполняться

$$Q_{\text{initial}} = Q_{\text{final}} + q_{\text{ph}}.$$

Поэтому перенос ненулевого заряда фотоном принципиально допускает отдельную проверку через высокоточный зарядовый баланс источника.

Таким образом, модель приводит к трём основным независимым экспериментальным направлениям:

$$\begin{array}{l} \text{вакуумная дисперсия} \\ \Delta t \propto f^{-2}, \\ \text{поперечная локализация} \\ D_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\pi}, \\ \text{повторная стабилизация} \\ L_{\text{rel}} > 0 \\ \text{после локального возмущения} \end{array}.$$

Эти следствия проверяют различные части построения и не должны подгоняться независимо друг от друга. Спектральные наблюдения должны согласовываться с единым масштабом f_* , геометрические измерения — с одной и той же наблюдаемой длиной волны, а динамический эксперимент должен выявлять дополнительный релаксационный процесс сверх стандартного электромагнитного распространения.

Отсутствие вакуумной дисперсии устанавливает верхнюю границу на f_* и E_* ; несоблюдение зависимости $D_A = \lambda_{\text{obs}}/\pi$ исключает соответствующее геометрическое предсказание; отсутствие дополнительной повторной стабилизации при контролируемом локальном возмущении исключает предложенный переходный механизм. Несовместимость нескольких независимых наблюдаемых с одной и той же областью параметров является наиболее строгим критерием опровержения модели.

XI. ОБСУЖДЕНИЕ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ

Построенная модель предназначена прежде всего для описания стабилизированного одиночного фотон-

ного состояния в вакууме и переходов между такими состояниями. Она связывает кинематическую составляющую с локализованной четырёхмерной полевой конфигурацией и приводит к рассмотренным выше кинематическим, геометрическим, полевым и энергетическим соотношениям.

При интерпретации результатов необходимо различать три уровня построения: соотношения, непосредственно следующие из принятой кинематики и четырёхмерной системы Максвелла; свойства устойчивой собственной моды, зависящие от выбранного конститутивного замыкания; и переходную динамику, для которой в настоящей работе установлены основные механизмы и условия самосогласования, но не получено полное пространственно-временное решение.

A. Статус и границы модели

Инвариантная масса m_0 является универсальным кинематическим параметром фотонного состояния, а q_{ph} — его универсальным фундаментальным зарядом, полевое проявление которого связано с потоковой структурой вдоль дополнительной координаты. Эти величины принимаются как параметры модели и в настоящей работе из более глубокой динамики не выводятся.

Полевой сектор описывается четырёхмерной системой Максвелла, однако существование конкретной локализованной субсветовой собственной моды требует задания конститутивной структуры. Используемые линейные связи дают минимальную реализацию такой моды и позволяют установить роль смешанного сектора, но происхождение соответствующих коэффициентов из единого действия или более фундаментальной динамики пока не определено. Поэтому результаты, зависящие от конкретного конститутивного замыкания, следует отличать от чисто кинематических и геометрических следствий модели.

Полученное спектральное масштабирование

$$\gamma \propto \omega$$

имеет асимптотический характер и относится к регулярному высокочастотному семейству устойчивых состояний, для которой нормированные сопутствующие полевые профили не приобретают дополнительной сингулярной зависимости от γ . Оно не является точным глобальным законом $\gamma(\omega)$ и не должно экстраполироваться в область $\gamma \sim 1$ или на возможные другие ветви собственных состояний.

Модель также не является полной ковариантной теорией пространства с четырьмя пространственными координатами. В работе используется стандартное преобразование Лоренца наблюдаемого сектора, при котором дополнительная координата w не участвует в бусте. Полная геометрия пространства (x, y, z, w, t) , общий закон преобразования конститутивной структуры и динамика дополнительной координаты между

произвольными системами отсчёта здесь не выводятся.

Переходная динамика рассматривается как совместная перестройка кинематической и полевой составляющих после эмиссии или последующего взаимодействия. Показаны механизмы возбуждения переходного смешанного сектора, перенастройки импульса вдоль w , фазового отбора и выхода на новую собственную моду. В частности, сформулировано условие динамического самосогласования

$$K_x^{\text{dyn}} = K_x^{\text{req}},$$

однако его выполнение для произвольного перехода пока не выведено из полного нелинейного решения полевой задачи.

Взаимодействие с веществом, плазмой, детектором и внешними полями требует решения задачи перекрытия четырёхмерных конфигураций и учёта последующей перестройки связанного состояния. Поэтому введенные эффективные характеристики внешнего взаимодействия не заменяют микроскопического описания соответствующего процесса.

Рассмотренная минимальная поперечная собственная мода соответствует линейной поляризации. Круговая и эллиптическая поляризации требуют обобщения на две независимые поперечные компоненты и определения их относительной фазовой структуры.

В. Открытые вопросы и дальнейшее развитие

Основной незамкнутой задачей является получение полного локализованного решения четырёхмерной полевой системы. Оно должно определить абсолютные амплитуды и пространственные профили компонент, структуру локализации вдоль w , функции пространственно-фазового перекрытия и энергетическое распределение внутри собственной моды.

В частности, необходимо вычислить асимптотические коэффициенты

$$C_{\text{base}}^{(\infty)}, \quad C_{\text{dyn}}^{(\infty)},$$

определяющие энергетический масштаб

$$E_* = m_0 c^2 + C_{\text{base}}^{(\infty)} + C_{\text{dyn}}^{(\infty)}.$$

Это позволит установить связь наблюдаемого спектрального масштаба с универсальным параметром m_0 и определить асимптотическую долю кинематической энергии в полной энергии связанного состояния.

Необходимо также вывести конститутивную структуру из единой динамической или вариационной постановки. Это должно установить происхождение смешанной связи наблюдаемого и w -секторов, определить число независимых параметров системы, обосновать физическое происхождение масштаба редукции d и

проверить существование и устойчивость локализованной субсветовой моды без введения эффективных коэффициентов на уровне замыкания.

Отдельной задачей остаётся полное переходное решение для произвольного возмущения связанного состояния. Оно должно охватывать первоначальную эмиссию и повторную перестройку после внешнего взаимодействия, количественно определить возбуждение переходных компонент, функцию когерентного перекрытия, частотно-зависимый масштаб стабилизации и динамическое выполнение условия

$$K_x^{\text{dyn}} = K_x^{\text{req}}.$$

Не завершено также построение полного баланса импульса связанного состояния. Кинематическая составляющая и полевой сектор по отдельности имеют определённые в настоящей модели импульсные характеристики, однако количественное описание полного наблюдаемого импульса фотона и его передачи веществу требует единой энергетико-импульсной постановки для связанной кинематико-полевой системы.

Дальнейшее развитие модели должно включать микроскопическую динамику взаимодействия с веществом и внешними полями, полный баланс энергии и импульса переходных компонент, обобщение полевой системы на произвольную поляризацию и построение полной релятивистской геометрии пространства (x, y, z, w, t) . Качественная интерпретация возможных механизмов дифракции, преломления и отражения в рамках пространственно-протяжённой структуры связанного фотонного состояния приведена в приложении С.

Принципиально незамкнутым остаётся электрический баланс системы при эмиссии и поглощении заряженного фотонного состояния. Если фотон обладает универсальным ненулевым зарядом q_{ph} , то переходы типа электрон–фотон должны сопровождаться согласованным перераспределением полного заряда между исходным и конечным состояниями. В настоящей работе этот микроскопический механизм намеренно не рассматривается: не устанавливается, каким образом заряд q_{ph} выделяется из состояния заряженной частицы при эмиссии, как изменяется её собственное поле в состоянии и каким образом осуществляется обратный процесс при поглощении. Построение такого механизма необходимо для полного согласования модели с законом сохранения заряда.

Более широким возможным направлением развития является применение аналогичной геометрии к другим локализованным состояниям. В настоящей работе рассматривается зарядонесущая реализация фотонного состояния, для которой ненулевой фундаментальный заряд обеспечивает прямую связь с четырёхмерным полевым сектором. Возможность существования аналогичной внутренней структуры при отсутствии наблюдаемого заряда требует отдельного анализа и выходит за рамки настоящей статьи.

Более фундаментальным открытым вопросом остаётся происхождение выделенной гиперплоскости $w = 0$, механизм локализации заряженных состояний относительно неё и возможная связь этого механизма с самим существованием фундаментального заряда. В настоящей работе гиперплоскость $w = 0$ и локализация связанного фотонного состояния относительно неё принимаются как исходные элементы модели.

XII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным кинематическим результатом построенной модели является субсветовая наблюдаемая скорость свободного фотонного состояния,

$$v_x < c, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}.$$

Фактор Лоренца γ связывает наблюдаемую кинематику с энергией кинематической составляющей, ориентацией импульса в плоскости (x, w) и характерными пространственными и временными масштабами связанного состояния. Таким образом, наблюдаемая скорость выступает не отдельной характеристикой, а параметром, согласующим кинематическую и геометрическую структуру собственной моды.

Принципиальным энергетическим результатом является разделение полной энергии фотона на кинематическую и полевою составляющие,

$$E_\gamma = E_{\text{corp}} + E_{\text{field}} = \hbar\omega.$$

Поэтому величина $\gamma m_0 c^2$ характеризует только кинематическую часть энергии связанного состояния и в общем случае не совпадает с полной энергией фотона. Постоянство E_γ обеспечивается внутренним обменом между кинематическими, динамическими полевыми и возвращающими энергетическими вкладами устойчивой собственной моды. В регулярном релятивистском режиме согласованное масштабирование этих вкладов приводит при $\gamma \gg 1$ к асимптотической связи

$$\gamma \propto \omega.$$

Эта зависимость не вводится как дополнительное спектральное условие, а возникает из энергетической структуры устойчивого состояния.

Отдельным результатом является разделение геометрического и динамического аспектов движения вдоль дополнительной координаты. Лоренцева кинематика определяет требуемую ориентацию кинематического импульса между наблюдаемым направлением и w , тогда как смешанный четырёхмерный полевой сектор обеспечивает физический механизм перехода между различными устойчивыми ориентациями. Для лоренцево-согласованной перестройки переходный вклад в силу вдоль дополнительной координаты

принимает вид

$$F_w^{(\text{tr})} = m_0 c \frac{\dot{\gamma}}{\gamma^2}.$$

Тем самым эта сила связана именно с изменением кинематического состояния. После установления новой устойчивой собственной моды $\dot{\gamma} = 0$, переходная сила исчезает, тогда как гармоническая динамика вдоль w сохраняется и определяется возвращающим механизмом связанного состояния.

Четырёхмерная полевая конструкция приводит также к потоковой интерпретации электрического заряда. В наблюдаемом трёхмерном секторе заряд и ток возникают как редуцированное проявление структуры поля и потоков, связанных с дополнительной координатой, тогда как фундаментальный заряд q_{ph} относится к рассматриваемой зарядонесущей реализации связанного фотонного состояния. Нестационарная перестройка зарядовой структуры возбуждает последовательность

$$D_w \longrightarrow \mathbf{G} \longrightarrow \mathbf{K},$$

которая одновременно связывает изменение полевого состояния с перенастройкой кинематического импульса. При этом микроскопический электрический баланс при эмиссии и поглощении, в частности в системе электрон–фотон, остаётся самостоятельной незамкнутой задачей.

Полученные результаты приводят к нескольким независимым экспериментальным направлениям. Наиболее прямыми являются поиск вакуумной частотно-зависимой задержки распространения, проверка предсказанного поперечного масштаба связанного состояния и поиск конечной области повторной стабилизации после контролируемого локального возмущения предварительно сформированной волны. Эти наблюдения проверяют различные элементы конструкции и потому должны рассматриваться совместно, а не как независимо настраиваемые свойства модели.

В результате построена минимальная кинематико-полевая схема, в которой субсветовая наблюдаемая скорость, движение вдоль дополнительной координаты, полевой перенос, энергетический обмен и переход между устойчивыми состояниями образуют единую динамическую структуру. Полное локализованное решение, вариационный вывод конститутивной системы, микроскопический механизм зарядового баланса и более общая релятивистская геометрия пространства с дополнительной координатой остаются предметом дальнейшего развития модели.

Приложение А: Трёхмерная редукция электродинамики в пространстве (x, y, z, w)

В настоящем приложении приведена компонентная форма системы (11) и проверено, что определения на-

блюдаемых величин, введённые в разделе IV, воспроизводят стандартную структуру трёхмерной электродинамики.

1. Компонентное представление

Пусть индексы i, j, k относятся к наблюдаемым пространственным координатам (x, y, z) . Компоненты тензора возбуждения определяются как

$$\begin{aligned} H^{0i} &= D_i, & H^{0w} &= D_w, \\ H^{ij} &= \varepsilon_{ijk} H_k, & H^{iw} &= -G_i. \end{aligned}$$

Для тензора поля используем

$$\begin{aligned} F_{0i} &= -E_i, & F_{0w} &= -E_w, \\ F_{ij} &= \varepsilon_{ijk} B_k, & F_{iw} &= -K_i. \end{aligned}$$

Подстановка этих определений в первое уравнение системы (11) при выборе свободного тензорного индекса $B = 0$, $B = i$ и $B = w$ соответственно приводит к уравнениям (12), (13) и (14).

Аналогично тождество

$$\partial_{[A} F_{BC]} = 0$$

даёт уравнения (15)–(18).

Таким образом, дополнительные поля E_w , D_w , $\mathbf{K}$ и $\mathbf{G}$ не вводятся как отдельные внешние поля, а являются компонентами тех же антисимметричных тензоров F_{AB} и H^{AB} .

2. Редукция закона Гаусса

Интегрируем уравнение (12) по дополнительной ординате:

$$\int_{-d/2}^{d/2} (\nabla_3 \cdot \mathbf{D} + \partial_w D_w) dw = 0.$$

Поскольку масштаб d фиксирован, границы редукции не зависят от наблюдаемых координат и времени, а рассматриваемые поля предполагаются достаточно регулярными, производные по (x, y, z) и t можно переставлять с интегрированием по w . Поэтому

$$\nabla_3 \cdot \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{D} dw + D_w \left(+\frac{d}{2} \right) - D_w \left(-\frac{d}{2} \right) = 0.$$

Используя определения (20) и (21), получаем

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{D}_{\text{obs}} = \rho_{\text{obs}}.$$

Интегрирование по наблюдаемому объёму даёт

$$q = \int \rho_{\text{obs}} d^3r = - \int d^3r [D_w]_+^+,$$

что совпадает с определением (22).

3. Редукция уравнения Ампера

Интегрируем уравнение (13):

$$\begin{aligned} \nabla_3 \times \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{H} dw &= \partial_t \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{D} dw \\ &+ \mathbf{G} \left(+\frac{d}{2} \right) - \mathbf{G} \left(-\frac{d}{2} \right). \end{aligned}$$

С использованием (20) и (21) это принимает стандартный вид

$$\nabla_3 \times \mathbf{H}_{\text{obs}} = \mathbf{J}_{\text{obs}} + \partial_t \mathbf{D}_{\text{obs}}.$$

Таким образом, граничная разность смешанной компоненты $\mathbf{G}$ проявляется после редукции как наблюдаемая плотность электрического тока.

4. Сохранение наблюдаемого заряда

Из уравнения (14) следует

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{G} = \partial_t D_w.$$

Поэтому

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{J}_{\text{obs}} = [\nabla_3 \cdot \mathbf{G}]_-^+ = \partial_t [D_w]_-^+.$$

С учётом определения

$$\rho_{\text{obs}} = -[D_w]_-^+$$

получаем

$$\boxed{\partial_t \rho_{\text{obs}} + \nabla_3 \cdot \mathbf{J}_{\text{obs}} = 0}.$$

Следовательно, сохранение редуцированного наблюдаемого заряда является непосредственным следствием исходной расширенной полевой системы.

5. Редукция однородных уравнений

Интегрирование уравнения (15) по w даёт

$$\nabla_3 \cdot \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{B} dw = 0.$$

С учётом определения (19),

$$d \nabla_3 \cdot \mathbf{B}_{\text{obs}} = 0,$$

и, поскольку $d \neq 0$,

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{B}_{\text{obs}} = 0.$$

Аналогично из уравнения (16)

$$\nabla_3 \times \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{E} dw = -\partial_t \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{B} dw.$$

Используя

$$\int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{E} dw = d \mathbf{E}_{\text{obs}}, \quad \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{B} dw = d \mathbf{B}_{\text{obs}},$$

получаем

$$d \nabla_3 \times \mathbf{E}_{\text{obs}} = -d \partial_t \mathbf{B}_{\text{obs}},$$

откуда

$$\nabla_3 \times \mathbf{E}_{\text{obs}} = -\partial_t \mathbf{B}_{\text{obs}}.$$

Таким образом, однородная часть стандартной трёхмерной системы Максвелла сохраняется при редукации непосредственно.

Уравнения (17) и (18) при этом определяют внутреннюю динамику смешанного сектора $(E_w, \mathbf{K})$ и его связь с наблюдаемыми электрическим и магнитным полями.

6. Статический предел

В однородном статическом случае

$$\mathbf{D} = \varepsilon_4 \mathbf{E}, \quad D_w = \varepsilon_4 E_w.$$

При

$$\mathbf{E} = -\nabla_3 \Phi, \quad E_w = -\partial_w \Phi$$

уравнение (12) принимает форму (23):

$$\nabla_3^2 \Phi + \partial_w^2 \Phi = 0.$$

Для наблюдаемого электрического смещения получаем

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} = \varepsilon_4 \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{E} dw.$$

Используя определение (19),

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} = \varepsilon_4 d \mathbf{E}_{\text{obs}}.$$

При условии (24) это становится

$$\mathbf{D}_{\text{obs}} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_{\text{obs}}.$$

Совместно с редуцированным законом Гаусса:

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{E}_{\text{obs}} = \frac{\rho_{\text{obs}}}{\varepsilon_0}.$$

Для локализованного сферически симметричного распределения наблюдаемого заряда с полным зарядом q во внешней области, не содержащей источника, отсюда следует обычное кулоновское поле

$$\mathbf{E}_{\text{obs}}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r.$$

Таким образом, определения наблюдаемых величин (19)–(21) воспроизводят стандартную структуру трёхмерных уравнений Максвелла и закон сохранения редуцированного наблюдаемого заряда. В статическом пределе условие (24) обеспечивает также стандартную связь между наблюдаемыми электрическим полем и электрическим смещением, тогда как дополнительный сектор $(E_w, D_w, \mathbf{K}, \mathbf{G})$ сохраняет информацию о структуре и динамике поля вдоль w .

Приложение В: Полевые вклады в энергию и динамическую инерцию деформации

В разделе V динамика связанного фотонного состояния описывается эффективным параметром деформации Q , для которого вблизи равновесной конфигурации вводятся квадратичная энергия деформации

$$U_{\text{def}}(Q) \simeq \frac{1}{2} \kappa_Q Q^2$$

и динамический вклад

$$\mathcal{T}_Q = \frac{1}{2} M_Q \dot{Q}^2.$$

В настоящем приложении рассматривается одна конкретная линейная полевая реализация малой деформации и показывается, что исходная четырёхмерная полевая система содержит положительный вклад как в деформационную жёсткость κ_Q , так и в динамическую инерцию M_Q . Полученные ниже величины не отождествляются с полными эффективными параметрами раздела V, а представляют отдельные вклады, возникающие непосредственно из полевой структуры.

1. Линейная реализация малой деформации

Рассмотрим статическое приближение, в котором потенциал удовлетворяет уравнению (23). Выполним фурье-разложение по наблюдаемым пространственным координатам:

$$\Phi(\mathbf{r}, w) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \Phi_{\mathbf{k}}(w) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}.$$

Для каждой пространственной фурье-компоненты получаем

$$\frac{d^2 \Phi_{\mathbf{k}}}{dw^2} - k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 0,$$

откуда

$$\Phi_{\mathbf{k}}(w) = A_{\mathbf{k}} \cosh(kw) + B_{\mathbf{k}} \sinh(kw).$$

Чётная часть

$$A_{\mathbf{k}} \cosh(kw)$$

соответствует симметричной конфигурации при $Q = 0$. В соответствии с паритетом малой деформации, введённым в разделе V, рассмотрим нечётную деформационную часть

$$\delta\Phi_{\mathbf{k}}(w) = B_{\mathbf{k}} \sinh(kw).$$

Чтобы задать одну конкретную реализацию общего параметра Q , потребуем, чтобы деформационная часть компоненты D_w имела одинаковые значения на обоих концах интервала редукции:

$$\delta D_w \left(\mathbf{r}, +\frac{d}{2} \right) = \delta D_w \left(\mathbf{r}, -\frac{d}{2} \right) = -q_{\text{ph}} Q f_{\gamma}(\mathbf{r}).$$

Здесь $f_{\gamma}(\mathbf{r})$ обозначает заданный локализованный пространственный профиль свободного состояния. Индекс γ указывает на возможную зависимость его формы от состояния фотона, однако конкретный закон такой зависимости в настоящем приложении не предполагается.

Принятое граничное условие непосредственно обеспечивает

$$[\delta D_w]_{-}^{+} = 0,$$

поэтому рассматриваемая деформация не изменяет наблюдаемую плотность заряда и полный заряд, определённые в разделе IV.

Поскольку в статическом приближении

$$D_w = -\varepsilon_4 \partial_w \Phi,$$

для фурье-компоненты получаем

$$-\varepsilon_4 k B_{\mathbf{k}} \cosh\left(\frac{kd}{2}\right) = -q_{\text{ph}} Q \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k}).$$

Следовательно,

$$B_{\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{ph}} Q \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k})}{\varepsilon_4 k \cosh(kd/2)},$$

и деформационная часть потенциала принимает вид

$$\delta\Phi_{\mathbf{k}}(w) = Q \frac{q_{\text{ph}} \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k})}{\varepsilon_4 k \cosh(kd/2)} \sinh(kw).$$

Таким образом, данная конкретная реализация воспроизводит паритет, использованный в разделе V: $\delta\Phi$ нечётна по w , соответствующая деформация E_w чётна, а деформация наблюдаемых пространственных компонент электрического поля нечётна.

2. Положительный вклад в энергию деформации

Энергия электрического сектора в рассматриваемом статическом приближении имеет вид

$$U_E = \frac{\varepsilon_4}{2} \int d^3r \int_{-d/2}^{d/2} dw \left[|\nabla_3 \Phi|^2 + |\partial_w \Phi|^2 \right].$$

Равновесная часть потенциала чётна по w , тогда как деформационная часть нечётна. Поэтому перекрёстный вклад между ними является нечётным по w и исчезает после интегрирования по симметричному интервалу редукции. Изменение энергии начинается с квадратичного порядка по Q .

Подстановка найденной деформационной части потенциала даёт

$$U_{\text{def}}^{(E)} = q_{\text{ph}}^2 Q^2 \mathcal{C}_{\gamma},$$

где

$$\mathcal{C}_{\gamma} = \frac{1}{\varepsilon_4} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{|\tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k})|^2}{k} \tanh\left(\frac{kd}{2}\right) > 0.$$

Здесь предполагается, что выбранный локализованный профиль f_{γ} обеспечивает сходимость интеграла.

Сопоставляя полученное выражение с эффективной формой

$$U_{\text{def}}(Q) \simeq \frac{1}{2} \kappa_Q Q^2,$$

получаем положительный электрический вклад в деформационную жёсткость:

$$\kappa_Q^{(E)} = 2q_{\text{ph}}^2 \mathcal{C}_{\gamma} > 0.$$

Тем самым для рассматриваемого класса малых деформаций исходная четырёхмерная полевая система действительно содержит положительный квадратичный энергетический вклад, стабилизирующий симметричную конфигурацию $Q = 0$.

Полная эффективная жёсткость κ_Q может содержать и другие вклады:

$$\kappa_Q = \kappa_Q^{(E)} + \kappa_Q^{(\text{other})}.$$

Поэтому полученное выражение для $\kappa_Q^{(E)}$ не фиксирует полную величину κ_Q , а демонстрирует наличие её положительного полевого вклада.

3. Динамическая перестройка и смешанное поле $\mathbf{G}$

Пусть теперь параметр деформации медленно изменяется во времени:

$$Q = Q(t).$$

Для электрического смещения получаем

$$\delta\mathbf{D}_{\mathbf{k}} = -iq_{\text{ph}} Q \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{\sinh(kw)}{\cosh(kd/2)},$$

а для скрытой компоненты

$$\delta D_{w,\mathbf{k}} = -q_{\text{ph}} Q \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k}) \frac{\cosh(kw)}{\cosh(kd/2)}.$$

В первом порядке по $\dot{Q}$ рассмотрим решение компонентных уравнений (13) и (14), в котором магнитные поправки более высокого динамического порядка не учитываются. Для смешанной компоненты можно выбрать

$$\mathbf{G}_{\mathbf{k}} = iq_{\text{ph}} \dot{Q} \tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{k^2} \frac{\cosh(kw)}{\cosh(kd/2)}.$$

Действительно,

$$\partial_w \mathbf{G}_{\mathbf{k}} = -\partial_t \delta \mathbf{D}_{\mathbf{k}},$$

что удовлетворяет уравнению (13) в принятом приближении, а

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{G}_{\mathbf{k}} = \partial_t \delta D_{w,\mathbf{k}},$$

что соответствует уравнению (14).

Поскольку найденное решение для $\mathbf{G}$ является чётным по w ,

$$\mathbf{G}\left(+\frac{d}{2}\right) = \mathbf{G}\left(-\frac{d}{2}\right),$$

и поэтому

$$[\mathbf{G}]_{-}^{+} = 0.$$

С учётом определения (21) рассматриваемая внутренняя динамика деформации не создаёт дополнительного вклада в наблюдаемую плотность тока. Совместно с

$$[\delta D_w]_{-}^{+} = 0$$

это показывает, что параметр $Q(t)$ может описывать внутреннюю перестройку связанной полевой конфигурации при неизменных наблюдаемых зарядовой и токовой характеристиках данной деформационной моды.

4. Положительный полевой вклад в динамическую инерцию

Для демонстрации энергетического вклада смешанного сектора рассмотрим простейшее локальное линейное конститутивное замыкание

$$\mathbf{G} = \nu_w \mathbf{K}, \quad \nu_w > 0.$$

Это условие используется здесь как минимальная положительная реализация смешанного сектора и не фиксирует общую конститутивную структуру полной четырёхмерной теории.

Энергия этого сектора имеет вид

$$T_G = \frac{1}{2} \int d^3r \int_{-d/2}^{d/2} dw \mathbf{K} \cdot \mathbf{G}.$$

С учётом $\mathbf{G} = \nu_w \mathbf{K}$ это выражение можно записать как

$$T_G = \frac{1}{2\nu_w} \int d^3r \int_{-d/2}^{d/2} dw |\mathbf{G}|^2.$$

Подстановка найденного решения приводит к квадратичному динамическому вкладу

$$T_G = \frac{1}{2} M_Q^{(G)} \dot{Q}^2,$$

где

$$M_Q^{(G)} = \frac{q_{\text{ph}}^2}{\nu_w} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \times |\tilde{f}_{\gamma}(\mathbf{k})|^2 \left[\frac{d}{2k^2 \cosh^2(kd/2)} + \frac{\tanh(kd/2)}{k^3} \right] > 0.$$

Как и для статического интеграла, предполагается достаточная регулярность профиля f_{γ} для сходимости выражения.

Таким образом, временная перестройка потоковой конфигурации обладает положительным полевым вкладом в эффективную динамическую инерцию координаты Q .

Полная величина M_Q , используемая в разделе V, в общем случае может содержать дополнительные вклады:

$$M_Q = M_Q^{(G)} + M_Q^{(\text{other})}.$$

Поэтому полученное выражение для $M_Q^{(G)}$ не является вычислением полной инерции деформационного состояния, а демонстрирует существование её положительного вклада непосредственно в исходной четырёхмерной полевой системе.

5. Связь с эффективной динамикой деформационного состояния

Полученные результаты показывают, что эффективные параметры, введённые в разделе V, могут иметь непосредственное полевое происхождение. Для рассмотренной линейной реализации

$$\kappa_Q^{(E)} \propto q_{\text{ph}}^2, \quad M_Q^{(G)} \propto q_{\text{ph}}^2.$$

Если эти вклады являются доминирующими и профиль f_{γ} , а также конститутивный коэффициент ν_w не вносят дополнительной зависимости от q_{ph} , общий множитель q_{ph}^2 сокращается в отношении

$$\frac{\kappa_Q}{M_Q},$$

определяющем частоту деформационной динамики согласно (35). Поэтому малая величина наблюдаемого заряда сама по себе не обязана приводить к малой собственной частоте связанного состояния.

Вместе с тем настоящее приложение не фиксирует полные значения κ_Q и M_Q и не определяет их релятивистскую зависимость. Эти величины остаются эффективными характеристиками полной связанной конфигурации, тогда как приведённые вычисления демонстрируют совместимость используемой в разделе V квадратичной динамики с конкретными положительными вкладами исходной четырёхмерной полевой системы.

Приложение С: Качественные механизмы оптического взаимодействия

Конечная пространственная структура связанного фотонного состояния позволяет качественно рассмотреть возможные механизмы его взаимодействия с веществом. Существенную роль при этом играет полученный ранее характерный поперечный масштаб

$$R_A = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{2\pi},$$

согласно (39). В рамках предлагаемой интерпретации этот масштаб характеризует область, в пределах которой связанная полевая конфигурация может взаимодействовать с веществом даже при отсутствии непосредственного пересечения центральной траекторией границы среды.

Количественная теория такого взаимодействия требует явного описания материальной среды и не входит в задачу настоящей работы. Ниже рассматриваются только качественные механизмы, совместимые с пространственно-протяжённой структурой связанного фотонного состояния.

1. Дифракция

При перекрытии области взаимодействия связанной полевой конфигурации фотона с краем препятствия часть этой конфигурации взаимодействует с веществом на характерном поперечном масштабе порядка R_A , даже если траектория самого фотона препятствие не пересекает. Поляризационный отклик вещества нарушает поперечную симметрию поля и в рамках рассматриваемого механизма может вызывать перестройку всей связанной конфигурации.

Поскольку поле и фотон образуют единое состояние, такая асимметрия может приводить к возникновению поперечного изменения импульса и отклонению траектории фотона. Характер отклонения может зависеть от положения фотона относительно края и от текущей фазы внутренней динамики вдоль w . Ан-

самбль таких траекторий тем самым может формировать дифракционное распределение.

Получение количественной дифракционной картины требует решения связанной задачи взаимодействия фотонного поля с веществом и в настоящей работе не проводится.

2. Преломление

Механизм преломления в данной картине близок к механизму дифракции. При приближении фотонного состояния к границе двух сред его конечная полевая конфигурация начинает взаимодействовать с веществом, электромагнитные свойства которого отличаются от свойств исходной среды.

Поляризация вещества и создаваемое ею вторичное поле изменяют пространственную симметрию связанной конфигурации. Возникающий полевой градиент может последовательно изменять направление движения фотона при его прохождении через область границы. В такой картине преломление может интерпретироваться как изменение траектории полного связанного состояния вследствие диэлектрического отклика среды.

Количественный вывод закона Снеллиуса и дисперсионных характеристик требует явного задания поляризационного отклика вещества и остаётся отдельной задачей.

3. Отражение

Отражение может иметь иной механизм. Поскольку рассматриваемая зарядонесущая реализация фотонного состояния обладает отрицательным зарядом q_{ph} , при приближении к отражающей поверхности его связанное поле взаимодействует с поверхностной электронной структурой вещества.

На сравнительно больших расстояниях взаимодействие начинается через взаимную перестройку полей фотонного состояния и поверхности. При дальнейшем сближении в рамках предлагаемой модели может возрастать роль зарядового взаимодействия фотонного состояния с электронной плотностью поверхностного слоя. Если результирующий полевой отклик содержит отталкивающую нормальную составляющую, он способен изменить нормальную компоненту импульса связанного состояния и вернуть фотон в исходную среду без необходимости вводить механическое столкновение с геометрической поверхностью.

В предельном случае упругого зеркального отражения это соответствует сохранению касательной и изменению знака нормальной компоненты импульса,

$$p'_{\parallel} = p_{\parallel}, \quad p'_{\perp} = -p_{\perp},$$

что приводит к равенству углов падения и отражения.

Конкретный механизм формирования поверхностной силы и количественные коэффициенты отражения требуют отдельной модели электронной структуры вещества.

4. Граница применимости

Предложенные механизмы не являются завершённой теорией оптического взаимодействия. Они по-

казывают, что конечный поперечный размер, зарядовая характеристика рассматриваемого связанного фотонного состояния позволяют интерпретировать дифракцию, преломление и отражение как различные режимы динамического взаимодействия одного пространственно-протяжённого фотонного состояния с веществом.

Количественное получение стандартных оптических законов требует дополнить модель динамикой материальной среды и не входит в предмет настоящей работы.

-
- [1] J. C. Maxwell, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, Philos. Trans. R. Soc. Lond. **155**, 459 (1865), <https://doi.org/10.1098/rstl.1865.0008>.
 - [2] A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Ann. Phys. **322**, 891 (1905), <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>.
 - [3] V. Vasileiou, A. Jacholkowska, F. Piron et al., *Constraints on Lorentz invariance violation from Fermi-Large Area Telescope observations of gamma-ray bursts*, Phys. Rev. D **87**, 122001 (2013), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.122001>.
 - [4] Bureau International des Poids et Mesures, *The International System of Units (SI)*, 9th ed. (BIPM, Sèvres, 2019), <https://doi.org/10.59161/AUEZ1291>.
 - [5] L. B. Okun, *The concept of mass (mass, energy, relativity)*, Sov. Phys. Usp. **32**, 629 (1989), <https://doi.org/10.1070/PU1989v032n07ABEH002739> [Л. Б. Окунь, *Понятие массы (Масса, энергия, относительность)*, УФН **158**, 511 (1989), <https://doi.org/10.3367/UfNr.0158.198907f.0511>].
 - [6] F. W. Hehl, Yu. N. Obukhov, *Foundations of Classical Electrodynamics: Charge, Flux, and Metric* (Birkhäuser, Boston, 2003), <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0051-2>.
 - [7] M. Planck, *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum*, Verh. Dtsch. Phys. Ges. **2**, 237 (1900).
 - [8] G. Hunter, R. L. P. Wadlinger, *Photons and neutrinos as electromagnetic solitons*, Phys. Essays **2**, 158 (1989), <https://doi.org/10.4006/1.3035861>.
 - [9] G. Hunter, M. Kowalski, R. Mani et al., *Photon diameter measurements*, in *Gravitation and Cosmology: From the Hubble Radius to the Planck Scale*, eds. R. L. Amoroso, G. Hunter, M. Kafatos, J.-P. Vigiér (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002), pp. 157–166, https://doi.org/10.1007/0-306-48052-2_15.
 - [10] L. B. Okun, *Photon: history, mass, charge*, Acta Phys. Pol. B **37**, 565 (2006).
 - [11] L.-C. Tu, J. Luo, G. T. Gillies, *The mass of the photon*, Rep. Prog. Phys. **68**, 77 (2005), <https://doi.org/10.1088/0034-4885/68/1/R02>.
 - [12] A. S. Goldhaber, M. M. Nieto, *Photon and graviton mass limits*, Rev. Mod. Phys. **82**, 939 (2010), <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.939>.
 - [13] L. Bonetti, J. Ellis, N. E. Mavromatos et al., *Photon mass limits from fast radio bursts*, Phys. Lett. B **757**, 548 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.04.035>.
 - [14] Герц Г. О лучах электрической силы // 50 лет волн Герца: сб. избр. работ Г. Герца / под ред. В. К. Аркадьева. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1938. — С. 112–135.
 - [15] I. S. Volvach, O. M. Dumin, O. O. Dumina, *The energy of the field radiated by Hertz dipole*, in *Proc. VIII Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques (ICATT 2011)* (Kyiv, 2011), pp. 86–88, <https://doi.org/10.1109/ICATT.2011.6170717>.
 - [16] O. M. Dumin, I. S. Volvach, O. O. Dumina, *Transient near field of Hertzian dipole*, in *Proc. 6th Int. Conf. on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS 2012)* (Sevastopol, 2012), pp. 69–71, <https://doi.org/10.1109/UWBUSIS.2012.6379735>.
 - [17] V. A. Plakhtii, O. M. Dumin, V. A. Katrich et al., *Energy transformation of transient field of Hertzian dipole*, in *Proc. IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET 2016)* (Lviv, 2016), pp. 314–317, <https://doi.org/10.1109/MMET.2016.7544054>.
 - [18] A. Capozzoli, C. Curcio, F. D'Agostino et al., *A review of the antenna field regions*, Electronics **13**, 2194 (2024), <https://doi.org/10.3390/electronics13112194>.
 - [19] B. Altschul, *Astrophysical bounds on the photon charge and magnetic moment*, Astropart. Phys. **29**, 290 (2008), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2008.02.006>.
 - [20] S. Navas, C. Amsler, T. Gutsche et al. (Particle Data Group), *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.030001>.