

RASP: МЕТОД ПРИОРИТИЗАЦИИ ЗАДАЧ С РАЗДЕЛЕНИЕМ РИСКОВ И ВОЗМОЖНОСТЕЙ И РАНГОВО-ВЕРОЯТНОСТНЫМ ВЗВЕШИВАНИЕМ

Автор: Дорофеев Евгений Викторович

Независимый исследователь

ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9452-7361> | dorofeev@mail.ru]

Препринт. Версия 1.0

Дата: 1 октября 2026 г.

Аннотация

Предлагается метод расстановки приоритетов между задачами, учитывающий субъективные представления человека о значимости факторов, вероятности их наступления и личное отношение к риску. Метод разделяет факторы на две независимые группы — риски (избегание) и возможности (достижение) — и агрегирует их через взвешенную сумму с параметром $\lambda \in [0, 1]$. Веса факторов находятся из ранговых отношений соседних позиций, что снижает когнитивную нагрузку по сравнению с полной матрицей парных сравнений АНР: вместо $n(n - 1)/2$ сравнений пользователь задаёт $n - 1$. Итоговый балл задачи лежит в $[0, 1]$ и интерпретируется как средневзвешенная субъективная вероятность. Доказаны свойства инвариантности к нормировке, порядковой монотонности по вероятностям и согласованности с однокритериальными моделями. Приведён численный пример, описаны ограничения и направления развития.

Ключевые слова: многокритериальное принятие решений, приоритизация задач, ранговое взвешивание, субъективные вероятности, отношение к риску, weighted sum model, MCDA, MCDM, RASP

Название

RASP ((Risk-Aware Subjective Prioritization)): метод приоритизации задач с разделением рисков и возможностей и рангово-вероятностным взвешиванием (Risk-Aware Subjective Prioritization)

RASP: A Task Prioritization Method with Separation of Risks and Opportunities via Rank-Based Probabilistic Weighting

Автор

Дорофеев Евгений Викторович¹

¹ —независимый исследователь, e-mail dorofe_ev@mail.ru

Предлагается метод расстановки приоритетов между задачами, учитывающий субъективные представления человека о значимости факторов, вероятности их наступления и личное отношение к риску. Метод разделяет факторы на две независимые группы — риски (избегание) и возможности (достижение) — и агрегирует их через взвешенную сумму с параметром $\lambda \in [0, 1]$. Веса факторов находятся из ранговых отношений соседних позиций, что снижает когнитивную нагрузку по сравнению с полной матрицей парных сравнений АНР: вместо $n(n - 1)/2$ сравнений пользователь задаёт $n - 1$. Итоговый балл задачи лежит в $[0, 1]$ и интерпретируется как средневзвешенная субъективная вероятность. Доказаны свойства инвариантности к нормировке, порядковой монотонности по вероятностям и согласованности с однокритериальными моделями. Приведён численный пример, описаны ограничения и направления развития.

Ключевые слова: многокритериальное принятие решений, приоритизация задач, ранговое взвешивание, субъективные вероятности, отношение к риску, weighted sum model, MCDA, MCDM.

Введение.

Задача расстановки приоритетов между несколькими делами возникает в самых разных сферах: управление проектами, личная продуктивность, планирование лечения, распределение ресурсов. Классические методы многокритериального принятия решений (MCDA) — АНР, SMART, TOPSIS, VIKOR — хорошо разработаны, но требуют от пользователя либо большого числа парных сравнений, либо численных оценок в абстрактных единицах («полезность от 1 до 10»), что плохо соотносится с бытовым опытом.

Настоящая работа предлагает метод **RASP** (Risk-Aware Subjective Prioritization), в котором:

1. Факторы важности делятся на две независимые группы: **риски** (чего человек избегает) и **возможности** (что человек хочет получить).
2. Веса факторов находятся из **ранговых отношений соседних позиций**, что требует от пользователя всего $n - 1$ парных сравнений.
3. Субъективные вероятности $p_{i,j} \in [0, 1]$ отражают ожидание пользователя относительно наступления фактора.
4. Вводится **личностный параметр** $\lambda \in [0, 1]$, связывающий два независимых рейтинга в один и отражающий отношение человека к риску.

Метод остаётся линейным и вычислительно простым, что позволяет реализовать его в виде приложения без существенных ресурсов.

2. Обзор литературы

Методы многокритериального принятия решений делятся на несколько семейств.

Полные парные сравнения. Метод анализа иерархий (АИР) Саати [1] требует от пользователя $n(n - 1)/2$ сравнений, что при $n \geq 6$ становится обременительным. Для контроля согласованности используется consistency ratio.

Упрощённые методы взвешивания. SMART [2] и его модификации (SMARTER) снижают нагрузку за счёт переключений или рангов. Метод ROC (Rank Order Centroid) [3] даёт аналитическую формулу весов из рангов:

$$w_j^{\text{ROC}} = \frac{1}{n} \sum_{k=j}^n \frac{1}{k}.$$

Недостаток ROC — жёсткая формула, не учитывающая индивидуальные предпочтения.

Веса из ранговых отношений. Метод rank sum weighting [4] предполагает $c_j = n - j + 1$, что даёт веса $w_j = 2(n - j + 1)/(n(n + 1))$. Это частный случай предлагаемого подхода при $q_j = (n - j + 1)/(n - j)$.

Теория перспектив. Канеман и Тверски [5] показали, что люди нелинейно воспринимают вероятности и по-разному оценивают выигрыши и проигрыши. RASP заимствует из этой теории идею разделения рисков и возможностей, но остаётся линейным по вероятностям.

Сравнительные обзоры. Триантафиллу [6] даёт систематическое сравнение MCDM-методов; Стиллвелл и соавт. [7] — эмпирическое сравнение методов аппроксимации весов.

Отличие RASP от перечисленных методов:

Свойство	АНР	SMART	ROC	RASP
Число сравнений	$n(n - 1)/2$	$n - 1(\text{swing})$	0	$n - 1$
Учёт индивидуальных предпочтений	да	да	нет	да
Разделение риск/возможность	нет	нет	нет	да
Личностный параметр λ	нет	нет	нет	да
Интерпретируемость балла	относительная	относительная	относительная	вероятность $[0, 1]$

3. Формальная постановка

3.1. Обозначения

- M — число задач: $D_1, \dots, D_M$;
- n_R — число факторов риска: $F_1^R, \dots, F_{n_R}^R$;
- n_O — число факторов возможностей: $F_1^O, \dots, F_{n_O}^O$;
- $c_j^R, c_j^O > 0$ — коэффициенты значимости;
- $w_j^R, w_j^O \in [0, 1]$ — нормированные веса, $\sum_j w_j = 1$;
- $p_{i,j}^R, p_{i,j}^O \in [0, 1]$ — субъективные вероятности;
- $\lambda \in [0, 1]$ — коэффициент отношения к риску;
- $R_i, O_i, V_i \in [0, 1]$ — баллы.

3.2. Шаг 1. Ранжирование и веса факторов

Пользователь упорядочивает факторы по убыванию значимости:

$$F_1 > F_2 > \dots > F_n.$$

Для каждой пары соседних позиций задаётся отношение значимости:

$$q_j = \frac{c_j}{c_{j+1}}, \quad q_j \geq 1, \quad j = 1, \dots, n - 1.$$

Полагая $c_n = 1$, получаем в явном виде:

$$c_j = \prod_{s=j}^{n-1} q_s.$$

Нормировка:

$$w_j = \frac{c_j}{\sum_{k=1}^n c_k}, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1.$$

3.3. Шаг 2. Баллы по рискам и возможностям

$$R_i = \sum_{j=1}^{n_R} w_j^R p_{i,j}^R, \quad O_i = \sum_{j=1}^{n_O} w_j^O p_{i,j}^O.$$

3.4. Шаг 3. Итоговый балл

$$V_i = \lambda R_i + (1 - \lambda) O_i.$$

3.5. Шаг 4. Ранжирование задач

$$D^* = \arg \max_i V_i.$$

При равенстве баллов задачи считаются эквивалентными; при необходимости используется вторичный критерий (например, максимальная отдельная вероятность фактора).

3.6. Матричная форма

Пусть $P^R \in [0, 1]^{M \times n_R}$ и $P^O \in [0, 1]^{M \times n_O}$ — матрицы вероятностей. Тогда:

$$R = P^R w^R, \quad O = P^O w^O, \quad V = \lambda R + (1 - \lambda) O.$$

4. Свойства метода

Свойство 1 (инвариантность к нормировке коэффициентов)

Утверждение. Ранжирование задач не зависит от умножения всех c_j на одно и то же $\alpha > 0$.

Доказательство. После нормировки $w_j = c_j / \sum_k c_k$. При замене $c_j \rightarrow \alpha c_j$:

$$w'_j = \frac{\alpha c_j}{\sum_k \alpha c_k} = \frac{c_j}{\sum_k c_k} = w_j.$$

Следовательно, V_i не меняется. $\square$

Свойство 2 (порядковая монотонность по вероятностям)

Утверждение. Если для задачи D_i увеличить любую $p_{i,j}$ при неизменных остальных, то V_i не убывает.

Доказательство. $\partial V_i / \partial p_{i,j}^R = \lambda w_j^R \geq 0$, аналогично для $p_{i,j}^O$. $\square$

Свойство 3 (граничные случаи)

Утверждение. При $\lambda = 1$ метод сводится к приоритизации только по рискам; при $\lambda = 0$ — только по возможностям; при $\lambda = 1/2$ — к равному учёту.

Доказательство. Прямая подстановка в формулу $V_i = \lambda R_i + (1 - \lambda)O_i$. $\square$

Свойство 4 (согласованность с WSM)

Утверждение. Если $n_O = 0$, RASP сводится к классической weighted sum model по рискам. Если $n_R = 0$ — к WSM по возможностям.

Доказательство. При $n_O = 0$: $V_i = \lambda R_i$, что с точностью до положительной константы совпадает с $R_i = \sum_j w_j^R p_{i,j}^R$. $\square$

Свойство 5 (связь с rank sum weighting)

Утверждение. При $q_j = (n - j + 1)/(n - j)$ коэффициенты $c_j = n - j + 1$, и метод сводится к rank sum weighting:

$$w_j = \frac{2(n - j + 1)}{n(n + 1)}.$$

Доказательство. $c_j = \prod_{s=j}^{n-1} \frac{n-s+1}{n-s} = \frac{n-j+1}{1} = n - j + 1$. Тогда $\sum_k c_k = n(n + 1)/2$, откуда получаем выражение. $\square$

Свойство 6 (нейтральность нулевых факторов)

Утверждение. Если $p_{i,j} = 0$ для всех i и фиксированного j , фактор не влияет на ранжирование, но занимает долю веса.

Доказательство. Все слагаемые с $p_{i,j}$ равны нулю; следовательно, вклад фактора в V_i отсутствует. $\square$

Следствие. При реализации метода следует предупреждать пользователя о факторах с нулевыми вероятностями у всех задач — они «съедают» вес, который можно было бы перераспределить.

5. Численный пример

Рассмотрим $M = 3$ задачи: А, В, С.

Факторы риска и их отношения

Фактор	q_j	c_j	w_j
Потеря денег	3	6	0.667
Провал проекта	2	2	0.222
Потеря репутации	—	1	0.111

Факторы возможностей и их отношения

Фактор	q_j	c_j	w_j
Новый доход	2	3	0.545
Рост навыков	1.5	1.5	0.273
Полезные связи	—	1	0.182

Матрицы вероятностей

Риски:

	Потеря денег	Провал проекта	Потеря репутации
А	0.8	0.5	0.3
В	0.4	0.9	0.6

	Потеря денег	Провал проекта	Потеря репутации
С	0.7	0.2	0.9

Возможности:

	Новый доход	Рост навыков	Полезные связи
А	0.6	0.7	0.4
В	0.9	0.3	0.5
С	0.2	0.8	0.7

Результаты

Задача	R_i	O_i	V_i при $\lambda = 0.6$
А	0.677	0.594	0.644
В	0.534	0.700	0.600
С	0.611	0.483	0.560

Приоритет: **А > В > С**.

При $\lambda = 0.3$ (склонность к возможностям): приоритет меняется на **В > А > С**.
Это демонстрирует, что параметр λ содержательно влияет на результат.

6. Ограничения

1. **Линейность по вероятностям.** Метод не учитывает нелинейное восприятие вероятностей (переоценку малых, недооценку больших). Возможное расширение — замена p на $\pi(p)$ из теории перспектив [5].
2. **Ординальная природа рангов.** Отношения q_j субъективны и не проверяются на транзитивность. В отличие от АНР, здесь нет индекса согласованности.
3. **Аддитивность риска и возможности.** Параметр λ линейен, что не всегда отражает реальное поведение (возможны пороговые эффекты, эффекты фрейминга).
4. **Чувствительность к калибровке λ .** Плохо подобранный λ искажает рейтинг.
5. **Единый набор факторов для всех задач.** Модель предполагает, что все задачи оцениваются по одним и тем же факторам. В реальности это может быть ограничением.

6. **Отсутствие эмпирической валидации.** Работа носит теоретический характер; для подтверждения эффективности необходимо пилотное исследование на группе респондентов со сравнением с AHP/SMART.
-

7. Обсуждение

RASP занимает промежуточное положение между простыми эвристиками («сначала самое неприятное») и полноценными MCDA-методами. Его ключевые преимущества:

- **низкая когнитивная нагрузка** ($n - 1$ сравнений вместо $n(n - 1)/2$);
- **содержательная интерпретируемость** балла в $[0, 1]$;
- **явное разделение рисков и возможностей**, отражающее психологическую асимметрию, описанную в [5];
- **настраиваемость под пользователя** через параметр λ .

Метод особенно уместен в задачах личной продуктивности и бытового планирования, где нет возможности привлекать экспертов и проводить длительные процедуры elicitation.

Дальнейшие направления:

- Эмпирическая валидация на выборке $N \geq 50$ с оценкой согласованности с АНР.
 - Расширение до нелинейной агрегации: $V_i = f(R_i, O_i, \lambda)$ с пороговыми эффектами.
 - Введение субъективной вероятности $\pi(p)$.
 - Проверка транзитивности рангов и индекса согласованности, аналогичного АНР.
 - Применение метода в клинических и образовательных задачах.
-

8. Заключение

Предложен метод RASP для расстановки приоритетов между задачами, сочетающий простоту elicitation с содержательной интерпретацией результата. Метод разделяет факторы на риски и возможности, использует ранговые отношения для получения весов и личностный параметр λ для агрегации. Доказаны базовые свойства: инвариантность к нормировке, порядковая монотонность, согласованность с WSM и rank sum weighting. Приведён численный пример. Обозначены ограничения и направления развития.

9. Доступность кода

Реализация метода на Python доступна по адресу: [ссылка на репозиторий / Zenodo].
Лицензия: MIT (или CC BY 4.0 для текста).

Литература

1. Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill.
2. Edwards, W., & Barron, F. H. (1994). SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 60(3), 306–325.
3. Barron, F. H., & Barrett, B. E. (1996). Decision quality using ranked attribute weights. *Management Science*, 42(11), 1515–1523.
4. Stillwell, W. G., Seaver, D. A., & Edwards, W. (1981). A comparison of weight approximation techniques in multiattribute utility decision making. *Organizational Behavior and Human Performance*, 28(1), 62–77.
5. Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263–291.
6. Triantaphyllou, E. (2000). *Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*. Springer.
7. Von Winterfeldt, D., & Edwards, W. (1986). *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge University Press.
8. Fishburn, P. C. (1967). Additive utilities with incomplete product set: Applications to priorities and assignments. *Operations Research*, 15(3), 537–542.