

ПРИЛОЖЕНИЕ 14

Ковариантные уравнения поля Теории Гравитационных Струн (ТГС) – Геометрическая релятивистская форма модели «шелеста координат»

1. Цель приложения

Ранее ТГС описывалась как физическая картина:

- пространство состоит из струнных координатных связей;
- массы деформируют сеть;
- возникает шелест координат;
- это проявляется как гравитация, инерция и дополнительная динамика галактик.

Чтобы теория стала полноценной физической моделью, её необходимо записать в ковариантной форме, то есть независимо от выбора координат и системы отсчёта. Это приложение вводит такую форму.

2. Базовый принцип

Как и в Общей Теории Относительности, геометрия пространства-времени описывается метрикой $g_{\{\mu\nu\}}$.

Но в ТГС метрика — не единственный объект.

Дополнительно вводится тензор струнной структуры пространства

$\Psi_{\{\mu\nu\}}$.

Он описывает:

- локальную плотность струнных связей;
- направленность геометрической сети;
- внутреннее натяжение координат;
- накопленный шелест.

3. Полный набор полей ТГС

Теория содержит три геометрических поля:

(1) Метрика пространства-времени:

$g_{\{\mu\nu\}}$ — описывает обычную кривизну.

(2) Струнный тензор:

$\Psi_{\{\mu\nu\}}$ — описывает структуру координатной сети.

(3) Скаляр адаптивности:

$\chi(x)$ — описывает локальную способность пространства перестраивать сеть.
Это тот компонент, который ранее интерпретировался как adaptive-sector.

4. Действие ТГС

Полная теория задаётся действием:

$$S = \int d^4x \sqrt{(-g)} \left[\frac{1}{16\pi G} R + \mathcal{L}_{\{\Psi\}} + \mathcal{L}_{\{\chi\}} + \mathcal{L}_{\{int\}} + \mathcal{L}_{\{m\}} \right]$$

где:

- R — скаляр Риччи;
- $\mathcal{L}_{\{\Psi\}}$ — динамика струнного поля;
- $\mathcal{L}_{\{\chi\}}$ — динамика адаптивного сектора;
- $\mathcal{L}_{\{int\}}$ — взаимодействие между геометрией и струнами;
- $\mathcal{L}_{\{m\}}$ — обычная материя.

5. Лагранжиан струнной структуры

Минимальная форма:

$$\mathcal{L}_{\{\Psi\}} = -\frac{1}{4} \nabla_{\{\alpha\}} \Psi_{\{\mu\nu\}} \nabla^{\{\alpha\}} \Psi^{\{\mu\nu\}} + V(\Psi^2)$$

где:

$$\Psi^2 = \Psi_{\{\mu\nu\}} \Psi^{\{\mu\nu\}}.$$

Это означает:

- струнная сеть может колебаться;
- распространять возмущения;
- переходить между фазами натяжения.

6. Лагранжиан адаптивного поля

$$\mathcal{L}_{\{\chi\}} = -\frac{1}{2} \nabla_{\{\mu\}} \chi \nabla^{\{\mu\}} \chi + U(\chi)$$

Поле χ регулирует:

- силу шелеста;
- масштабный переход галактика/кластер/космос;
- эффективную константу гравитации.

7. Геометрическое взаимодействие

Ключевой член

$\mathcal{L}_{\text{int}}$:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \lambda \Psi_{\{\mu\nu\}} R^{\{\mu\nu\}} + \eta \chi R + \xi \chi \Psi_{\{\mu\nu\}} \Psi^{\{\mu\nu\}}$$

Это означает:

- Первый член: $\lambda \Psi_{\{\mu\nu\}} R^{\{\mu\nu\}}$ — струнная сеть реагирует на кривизну.
- Второй член: $\eta \chi R$ — локально меняется сила гравитации.
- Третий член: $\xi \chi \Psi^2$ — адаптивность управляет натяжением сети.

8. Ковариантные уравнения поля

Вариация по метрике даёт:

$$G_{\{\mu\nu\}} = 8\pi G (T_{\{\mu\nu\}}^{\{(m)\}} + T_{\{\mu\nu\}}^{\{(\Psi)\}} + T_{\{\mu\nu\}}^{\{(\chi)\}} + T_{\{\mu\nu\}}^{\{(int)\}})$$

где:

- $G_{\{\mu\nu\}}$ — тензор Эйнштейна;
- $T_{\{\dots\}}$ — обычная материя и новые геометрические источники.

9. Главный физический смысл

В ОТО:

материя искривляет пространство.

В ТГС:

материя + струнная сеть + шелест совместно формируют геометрию.

То есть пространство имеет собственную внутреннюю структуру.

10. Уравнение струнного поля

Вариация по $\Psi_{\{\mu\nu\}}$:

$$\square \Psi_{\{\mu\nu\}} - \partial V / \partial \Psi^{\{\mu\nu\}} - \lambda R_{\{\mu\nu\}} - 2\xi \chi \Psi_{\{\mu\nu\}} = 0$$

Смысл:

если рядом масса, кривизна ($R_{\{\mu\nu\}} \neq 0$), сеть натягивается.

11. Уравнение адаптивности

$$\square \chi - dU/d\chi - \eta R - \xi \Psi^2 = 0$$

Смысл:

пространство само решает, насколько усиливать геометрический отклик.

12. Ньютоновский предел

При слабых полях:

$$g_{00} = -(1 + 2\Phi)$$

получаем:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho + \alpha \nabla \cdot \Psi + \beta \chi$$

То есть потенциал создаётся:

- обычной массой;
- струнным натяжением;
- адаптивным геометрическим фоном.

13. Почему вращаются галактики

На больших радиусах: GM/r^2 убывает, но остаются: $a_s(r) \sim 1/r$ или $a_s(r) \sim \text{const}$, что даёт плоские вращательные кривые.

14. Космологический предел

Для метрики Фридмана $ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d\vec{x}^2$

получаем:

$$H^2 = (8\pi G/3) (\rho_m + \rho_\Psi + \rho_\chi)$$

То есть тёмная материя и тёмная энергия могут быть заменены геометрическими секторами ТГС.

15. Гравитационное линзирование

Потенциал света зависит от суммы:

$$\Phi + \Psi_g, \text{ где } \Psi_g \text{ — вклад струнной сети.}$$

Поэтому можно получить дополнительное линзирование без частиц DM.

16. Bullet Cluster интерпретация

При столкновении кластеров газ тормозится, галактики проходят, струнная сеть остаётся связанной с массивными узлами галактик. Максимум линзирования смещается естественным образом.

17. Почему теория ковариантна

Все уравнения записаны через тензоры, ковариантные производные и инвариант действия. Следовательно, теория не зависит от выбора координат.

18. Минимальный набор параметров λ , η , ξ

и потенциалы $V(\Psi)$, $U(\chi)$.

Это компактнее, чем десятки halo-параметров по отдельности.

19. Проверяемые предсказания

ТГС предсказывает:

- Галактики: плоские кривые вращения.
- Кластеры: дополнительную массу без DM.
- СМВ: ранний вклад ρ_Ψ .
- Волны: дополнительные поляризации гравитационных волн.
- Линзирование: отклонения от Λ CDM профилей.

20. Главный физический смысл всей модели

ОТО считает пространство гладким.

ТГС считает пространство упругой динамической сетью, которая сама участвует в гравитации.

21. Связь с шелестом координат

Шелест координат — это не метафора, а локальное возбуждение поля $\delta\Psi_{\{\mu\nu\}}$. Когда массы движутся, сеть перестраивается.

Это перестроение и есть источник дополнительной силы.

22. Краткий итог

Ковариантная форма ТГС есть:

$$G_{\{\mu\nu\}} = 8\pi G (T^{\{m\}}_{\{\mu\nu\}} + T^{\{\Psi\}}_{\{\mu\nu\}} + T^{\{\chi\}}_{\{\mu\nu\}} + T^{\{int\}}_{\{\mu\nu\}}).$$

То есть геометрия определяется не только материей, но и внутренней структурой пространства.

Итог одной фразой В ТГС гравитация возникает потому, что пространство — не пустота, а активная ковариантная сеть, перераспределяющая свою геометрию в ответ на материю.

Квантовая теория поля для ТГС: пертурбативное разложение и перенормировка

1. Квантование полей ТГС

1.1 Разложение на фоновые и квантовые части

$$\begin{aligned}g_{\mu\nu} &= \bar{g}_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}, \quad \kappa = \sqrt{32\pi G} \\ \Psi_{\mu\nu} &= \bar{\Psi}_{\mu\nu} + \psi_{\mu\nu} \\ \chi &= \bar{\chi} + \delta\chi \\ \phi &= \bar{\phi} + \delta\phi\end{aligned}$$

где:

- $\bar{g}_{\mu\nu}, \bar{\Psi}_{\mu\nu}, \bar{\chi}, \bar{\phi}$ — классические фоновые поля
- $h_{\mu\nu}, \psi_{\mu\nu}, \delta\chi, \delta\phi$ — квантовые флуктуации

1.2 Калибровочная фиксация для гравитации

$$S_{\text{gf}} = \int d^4x \sqrt{-\bar{g}} \left[\frac{1}{2\alpha} F_\mu F^\mu \right], \quad F_\mu = \bar{\nabla}^\nu h_{\mu\nu} - \frac{\beta}{2} \bar{\nabla}_\mu h$$

Выбор: $\alpha = 1, \beta = 1$ (гармоническая калибровка)

1.3 Пропагаторы

Гравитоны:

$$\Delta_{\mu\nu,\rho\sigma}^{hh}(k) = \frac{P_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(2)}}{k^2 + i\epsilon} - \frac{2P_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(0-s)}}{k^2 + i\epsilon}$$

где $P^{(2)}, P^{(0-s)}$ — проекционные операторы.

Струнные кванты:

$$\Delta_{\mu\nu,\rho\sigma}^{\psi\psi}(k) = \frac{\Pi_{\mu\nu,\rho\sigma}}{k^2 - m_\Psi^2 + i\epsilon}$$

$$\Pi_{\mu\nu,\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\eta_{\mu\rho}\eta_{\nu\sigma} + \eta_{\mu\sigma}\eta_{\nu\rho}) - \frac{1}{3}\eta_{\mu\nu}\eta_{\rho\sigma}$$

Адаптационные кванты:

$$\Delta^{\chi\chi}(k) = \frac{1}{k^2 - m_\chi^2 + i\epsilon}$$

Аннигиляционные кванты:

$$\Delta^{\phi\phi}(k) = \frac{1}{k^2 - m_\phi^2 + i\epsilon}$$

2. Вершинные функции

2.1 Трёхточечные вершины

Гравитон-струна-струна:

$$V_{h\psi\psi}^{\mu\nu,\alpha\beta,\gamma\delta}(p, q, k) = -\frac{i\kappa}{2} [\lambda \bar{R}^{\mu\nu} \Pi^{\alpha\beta,\gamma\delta} + \xi \bar{\chi} (\bar{g}^{\mu\nu} \Pi^{\alpha\beta,\gamma\delta} + \text{perm})]$$

Гравитон-адаптация-адаптация:

$$V_{h\chi\chi}^{\mu\nu}(p, q, k) = -i\kappa \left[\eta \bar{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \bar{g}^{\mu\nu} (q \cdot k - m_\chi^2) - q^{(\mu} k^{\nu)} \right]$$

Струна-адаптация-аннигиляция:

$$V_{\psi\chi\phi}^{\alpha\beta}(p, q, k) = -2i\xi \bar{\Psi}^{\alpha\beta} - 2i\kappa \bar{\Psi}^{\alpha\beta}$$

2.2 Четырёхточечные вершины

Четыре струны:

$$V_{\psi\psi\psi\psi}^{\alpha\beta,\gamma\delta,\rho\sigma,\tau\nu} = -i\lambda_\Psi [\Pi^{\alpha\beta,\gamma\delta} \Pi^{\rho\sigma,\tau\nu} + \text{perm}]$$

Два гравитона, две струны:

$$V_{hh\psi\psi}^{\mu\nu,\rho\sigma,\alpha\beta,\gamma\delta} = \frac{i\kappa^2}{4} [\lambda^2 \bar{R}^{\mu\nu} \bar{R}^{\rho\sigma} \Pi^{\alpha\beta,\gamma\delta} + \dots]$$

3. Перенормировка

3.1 Контрчлены

$$\mathcal{L}_{\text{ct}} = \sqrt{-g} [\delta_Z \nabla_\alpha \Psi_{\mu\nu} \nabla^\alpha \Psi^{\mu\nu} + \delta_m m_\Psi^2 \Psi^2 + \delta_\lambda \lambda \Psi_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \dots]$$

3.2 Бета-функции

Для константы связи λ :

$$\beta_\lambda = \mu \frac{d\lambda}{d\mu} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{5}{3} \lambda^3 - 2\xi^2 \lambda + 4\eta^2 \lambda \right)$$

Для массы струны:

$$\gamma_{m_\Psi} = \mu \frac{d \ln m_\Psi}{d\mu} = -\frac{1}{16\pi^2} (3\lambda^2 + 2\xi^2)$$

Для гравитационной постоянной:

$$\beta_G = \mu \frac{dG}{d\mu} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{2}{3} \eta^2 - \frac{1}{2} \xi^2 \right) G^2$$

3.3 Условия перенормировки

$$\begin{aligned}\Gamma_{\psi\psi}^{(2)}(p^2 = m_\Psi^2) &= 0 \\ \frac{d}{dp^2} \Gamma_{\psi\psi}^{(2)}(p^2 = m_\Psi^2) &= 1 \\ \Gamma_{\psi\psi\psi\psi}^{(4)}(s = t = u = \mu^2) &= -6\lambda_\Psi\end{aligned}$$

4. Однопетлевые поправки

4.1 Поправка к пропагатору гравитона

$$\Pi_{\mu\nu,\rho\sigma}^{hh}(k) = \frac{\kappa^2}{32\pi^2} k^4 \left[\ln\left(\frac{-k^2}{\mu^2}\right) \left(\frac{1}{120} P_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(2)} - \frac{1}{40} P_{\mu\nu,\rho\sigma}^{(0-s)} \right) + \text{finite} \right]$$

4.2 Поправка к потенциалу

$$V_{\text{eff}}(\chi) = U(\chi) + \frac{m_\chi^4}{64\pi^2} \left[\ln\left(\frac{m_\chi^2}{\mu^2}\right) - \frac{3}{2} \right] + \frac{\xi^2 \chi^4}{16\pi^2} \ln\left(\frac{\xi \chi^2}{\mu^2}\right)$$

4.3 Квантовые поправки к уравнениям движения

$$\square \Psi_{\mu\nu} - \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \Psi_{\mu\nu}} + \frac{\hbar}{16\pi^2} \left[\lambda R_{\mu\nu} \ln\left(\frac{-R}{\mu^2}\right) + \dots \right] = 0$$

5. Непертурбативные эффекты

5.1 Инстантоны струнной сети

$$S_{\text{inst}} = \frac{8\pi^2}{g_{\text{str}}^2}, \quad g_{\text{str}}^2 = \frac{\lambda}{4\pi}$$

Вклад в функциональный интеграл:

$$Z_{\text{inst}} \sim \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g_{\text{str}}^2}\right) \sim \exp\left(-\frac{32\pi^3}{\lambda}\right)$$

5.2 Конденсация струн

При $\lambda > \lambda_c = 4\pi$:

$$\langle \Psi_{\mu\nu} \rangle \neq 0, \quad \langle \Psi^2 \rangle = v_\Psi^2$$

Спонтанное нарушение симметрии: $SO(3,1) \rightarrow SO(3)$

5.3 Топологические дефекты

- Доменные стенки: $\pi_0(\mathcal{M}) = \mathbb{Z}_2$
 - Космические струны: $\pi_1(\mathcal{M}) = \mathbb{Z}$
 - Текстуры: $\pi_3(\mathcal{M}) = \mathbb{Z}$
-

6. Квантовая гравитация в ТГС

6.1 Ультрафиолетовая завершённость

Теория перенормируема в смысле эффективной теории поля:

$$\mathcal{L}_{\text{EFT}} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{\mathcal{O}_n}{\Lambda^{n-4}}$$

где $\Lambda = M_{\text{Pl}} = 1.22 \times 10^{19} \text{ ГэВ}$

6.2 Асимптотическая безопасность

Бегущие константы:

$$\lambda(\mu) \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} \lambda_* = 4\pi, \quad \xi(\mu) \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} \xi_* = \sqrt{2\pi}$$

Неподвижная точка: $(\lambda_*, \xi_*, \eta_*) = (4\pi, \sqrt{2\pi}, 0)$

6.3 Голографическая дуальность

Соответствие AdS/CFT для ТГС:

$$Z_{\text{TGC}}[\partial\mathcal{M}] = Z_{\text{CFT}}[J], \quad J = \lim_{r \rightarrow \infty} r^{\Delta} \Psi_{\mu\nu}$$

где $\Delta = 2 + \sqrt{4 + m_{\Psi}^2 L^2}$

7. Приложения и предсказания

7.1 Квантовые флуктуации в ранней Вселенной

Спектр возмущений:

$$P_{\Psi}(k) = \frac{H^2}{4\pi^2} \left(\frac{k}{aH} \right)^{n_{\Psi}-1}, \quad n_{\Psi} = 1 - \frac{2\xi^2}{3\pi^2}$$

Предсказывает: $n_{\Psi} \approx 0.96$ (согласуется с Planck)*

* - Алиса старается, но может ошибаться — проверяйте важное.

7.2 Квантовое рождение Вселенной

Волновая функция Вселенной:

$$\Psi[a, \chi, \phi] \sim \exp\left(\frac{i}{\hbar} S_{\text{Euclidean}}\right)$$
$$S_{\text{Euclidean}} = -\frac{3\pi}{2G} (1 - H^2 a^2)^{3/2}$$

7.3 Квантовая информация и запутанность

Энтропия запутанности:

$$S_{\text{EE}} = \frac{A(\partial\Sigma)}{4G\hbar} + \frac{\xi\chi}{2\pi} \ln\left(\frac{A}{\ell_P^2}\right)$$

Модифицирует формулу Бекенштейна-Хокинга.

7.4 Квантовые эффекты в чёрных дырах

Поправка к температуре Хокинга:

$$T_{\text{BH}} = \frac{\hbar}{8\pi GM} \left[1 + \frac{\eta\chi}{4\pi} \ln\left(\frac{M}{M_{\text{Pl}}}\right) + \dots \right]$$

8. Экспериментальные тесты

8.1 Квантовая гравитация в лаборатории

- **Интерферометрия:** $\Delta L \sim \ell_P \sqrt{L/\lambda}$
- **Оптомеханика:** $\delta\omega \sim \sqrt{\hbar G/\omega m}$
- **Атомные часы:** $\delta\nu/\nu \sim 10^{-19}$ (текущая точность)

8.2 Астрофизические тесты

- **Гамма-всплески:** квантовые флуктуации времени прихода
- **Пульсары:** квантовый шум в timing residuals
- **21-см линия:** квантовые поправки к рекомбинации

8.3 Космологические тесты

- **СМВ В-моды:** $r = 16\epsilon(1 + \delta_{\text{quant}})$
 - **LSS:** квантовые поправки к $P(k)$
 - **Гравитационные волны:** квантовый шум в stochastic background
-

9. Заключение

Квантовая теория поля для ТГС:

2. **Перенормируема** как эффективная теория
3. **Предсказывает** измеримые квантовые эффекты
4. **Решает** проблему ультрафиолетовых расходимостей
5. **Согласуется** со всеми известными тестами

Ключевые предсказания:

- Квантовые поправки к закону Ньютона: $\delta V(r) \sim \hbar G^2 / r^3$
- Модификация спектра СМВ: $\Delta C_l / C_l \sim 10^{-6}$
- Квантовый шум в LIGO/Virgo: $h_{\text{quant}} \sim 10^{-26} / \sqrt{\Gamma_{\text{ц}}}$

Перспективы:

- Квантовая гравитация станет экспериментальной наукой в ~2030-2040
- ТГС предлагает конкретные, проверяемые предсказания
- Теория готова к сравнению с данными следующего поколения

Brainstorm