

# Исследование моделей целочисленного программирования для задачи маршрутизации буровых установок с возвратами и временными окнами

А.В. Еремеев, Л.А. Заозерская, Ю.В. Захарова

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

8 декабря 2022 г.

## Аннотация

Рассматривается задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами, возникающая на практике при маршрутизации буровых установок для бурения скважин на множестве объектов с различным географическим положением. Каждый объект содержит скважины, которые необходимо обработать в течение заданного временного окна. Одна буровая установка может посещать объект несколько раз, но общее количество посещений объекта ограничено сверху. Каждая скважина бурится одной буровой установкой без прерываний. Требуется найти маршруты буровых установок, минимизирующие суммарную длительность перемещений. Исследуются свойства двух математических моделей для этой задачи: модели, основанной на классическом подходе к построению задач частично целочисленного линейного программирования для маршрутизации транспортных средств, и модели, основанной на точках событий. Построен алгоритм адаптации настраиваемых параметров пакета программ частично целочисленного линейного программирования и проведена оптимизация этих параметров. Приводятся результаты экспериментальных исследований на тестовых примерах различной структуры.

## 1 Введение

Рассматривается задача маршрутизации буровых установок с возвратами для обслуживания объектов с заданными временными окнами в следующей постановке. Объекты из множества  $I = \{i_1, \dots, i_{|I|}\}$  должны быть обслужены транспортными средствами (буровыми установками) из множества  $U = \{u_1, \dots, u_{|U|}\}$ . Каждый объект  $i \in I$  характеризуется наличием  $n_i$  скважин для бурения и временным окном  $(a_i, b_i]$ , в котором все работы по

бурению должны быть выполнены. Транспортное средство может любой из объектов  $i \in I$  посещать несколько раз, но общее число посещений  $i$  всеми транспортными средствами не должно превосходить  $m_i \leq n_i$ . Бурение скважины осуществляется одной буровой установкой без прерываний.

Обозначим через  $d_{ui}$  длительность бурения одной скважины на объекте  $i \in I$  буровой установкой  $u \in U$ . Для каждого транспортного  $u \in U$  средства задано указано подмножество объектов  $I_u$ , которые оно может обслуживать. Изначально всякое транспортное средство  $u$  находится в некотором депо, обозначаемом через  $id_u$ . Пусть величина  $s_{uij}$  представляет длительность перемещения между объектами  $i$  и  $j$  для транспортного средства  $u$ .

Требуется найти маршруты передвижения между объектами для транспортных средств и распределить скважины между транспортными средствами, посещающими соответствующие объекты, таким образом, чтобы минимизировать суммарную длительность перемещений и гарантировать соблюдение ограничений по временным окнам для объектов.

В работе [1] рассматривалась задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами в частном случае, где возможно не более чем однократное посещение объектов для каждого транспортного средства. В [1] предложена модель частично целочисленного линейного программирования для этого частного случая и разработана метаэвристика для ее решения.

В работе [2] предложено два подхода к построению моделей целочисленного линейного программирования (ЦЛП) для представленной задачи с возможностью многократного посещения объектов. Первый подход основан на концепции непрерывного представления времени с использованием точек событий (см., например, [4]), а второй подход использует классическую схему из теории задач маршрутизации, аналогично модели из [1]. Также, в [2] рассмотрена стохастическая постановка задачи и предложен жадный алгоритм для решения задач в такой постановке, применимый в случаях, где точные методы оказываются чрезмерно трудоемкими.

В настоящей работе продолжено экспериментальное исследование и сравнение двух подходов из [2]. При этом построено семейство примеров с евклидовыми расстояниями между объектами, где оптимальное решение гарантированно предполагает многократное посещение объекта буровой установкой для обслуживания скважин. Построен и опробован алгоритм адаптации настраиваемых параметров для пакета программ частично целочисленного линейного программирования.

## 2 Задачи блочной структуры

Рассмотрим пример с 6 объектами (см. рис. 1) и следующими входными данными. Количество скважин на объектах с нечетными индексами равно 5, количество скважин на объектах с четными номерами – 8. Временные окна:

$$a_1 = 20, b_1 = 30, a_2 = 10, b_2 = 40, a_3 = 30, b_3 = 40,$$

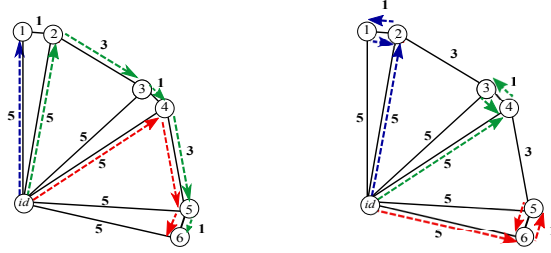


Рис. 1. Пример блока

$$a_4 = 20, b_4 = 50, a_5 = 40, b_5 = 50, a_6 = 30, b_6 = 60.$$

Эти объекты обслуживаются 3 буровыми установками. Длительности бурения скважин на всех объектах не зависят от буровых установок, назначенных на скважины, и все равны 2 (т.е.  $d_{ui} = 2$ ).

В этом примере мы предполагаем, что буровые установки идентичны, т.е. время в пути между пунктами  $i$  и  $j$  одинаково для всех транспортных средств ( $s_{uij}$  не зависит от  $u$ ). Расстояния между парами объектов указаны для каждого ребра, если возможен непосредственный переезд. Перемещения между остальными парами объектов запрещены (т.е.  $s_{uij} = \infty$ ). Вершина  $id$  соответствует начальному расположению буровых установок (т.е. это общее депо).

Объекты с нечетными номерами имеют узкие временные окна. Для каждой пары временных окон  $(a_i, b_i]$  и  $(a_{i+1}, b_{i+1}]$  для  $i = 1, \dots, 5$  выполняется следующее условие:  $(a_i, b_i] \subset (a_{i+1}, b_{i+1}]$ , т.е.  $i$ -е окно содержится в  $i+1$ -м, разбивая его на три части с длительностью, равной 10. Таким образом, если возврат буровых установок на ранее посещенные объекты запрещен, то переход с объекта  $i+1$  на объект  $i$  невозможен. Оптимальное решение с  $f = 27$  определяется однозначно с точностью до назначения буровых установок на маршруты. Оно показано на рис. 1 слева. Маршрут каждой буровой имеет уникальный цвет. Если разрешены возвраты на ранее посещенные объекты, то для каждой пары объектов  $i, i+1$  для  $i = 1, \dots, 5$  буровая установка может выполнить часть работы (пробурить 4 скважины) на объекте  $i+1$ , затем перейти на объект  $i$ , выполнить там всю работу, вернуться на объект  $i+1$  для обработки оставшихся там скважин. Оптимальное решение с  $f = 21$  показано на рис. 1 справа. Значение целевой функции меньше на 6 по сравнению со случаем, когда возвраты запрещены. На основе этого примера легко построить семейство задач с  $6k$  узлами и  $3k$  машинами, со значениями целевой функции  $21k$  (если возвраты разрешены) или  $27k$  (если возвраты запрещены) для  $k \in \mathbb{N}$ .

### 3 Математические модели

#### 3.1 ЦЛП модель на основе точек событий

Введем понятие точек событий (см., например, [?]), которые для каждого транспортного средства задают очередность посещения объектов и бурения скважин. Обозначим через  $K_u = \{1, 2, \dots, k_u^{\max}\}$  множество точек событий для транспортного средства  $u$ , причем  $k_u^{\max} \leq \sum_{i \in I_u} m_i$ . Пусть  $U_i$  есть подмножество буровых установок, которые могут выполнять работы на объекте  $i \in I$ , то есть  $U_i = \{u \in U : i \in I_u\}$ .

Введем следующие переменные:

$x_{uik} \in \{0, 1\}$  такие, что  $x_{uik} = 1$  тогда и только тогда, когда транспортное средство  $u$  выполняет работы на объекте  $i$  в точке событий  $k$ ;

$y_{uik} \in \mathbb{Z}^+$  соответствует числу скважин объекта  $i$ , бурение которых осуществляется транспортным средством  $u$  в точке событий  $k$ ;

$t_{uk}^s \geq 0$  задает время начала работ буровой установкой  $u$  в точке событий  $k$ ;

$t_{uk}^f \geq 0$  задает время окончания работ буровой установкой  $u$  в точке событий  $k$ ;

$t_{uk}^w \geq 0$  определяет длительность перемещения и ожидания между точками событий  $k-1$  и  $k$  для транспортного средства  $u$ .

$t_{uk} \geq 0$  соответствует только длительности перемещения между точками событий  $k-1$  и  $k$  для транспортного средства  $u$ .

Тогда множество допустимых решений может быть задано набором ограничений вида:

$$1 \leq \sum_{u \in U_i} \sum_{k \in K_u} x_{uik} \leq m_i, \quad i \in I, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I_u} x_{uik} \leq 1, \quad u \in U, \quad k \in K_u, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I_u} x_{u,i,k-1} \geq \sum_{i \in I_u} x_{uik}, \quad u \in U, \quad k \in K_u, \quad k > 2, \quad (3)$$

$$x_{u,id_u,1} = 1, \quad x_{u,id_u,k} = 0, \quad x_{u,i,1} = 0, \quad u \in U, \quad i \in I_u, \quad k \in K_u, \quad k > 1, \quad (4)$$

$$\sum_{u \in U_i} \sum_{k \in K_u} y_{uik} = n_i, \quad i \in I, \quad (5)$$

$$y_{uik} \geq x_{uik}, \quad i \in I, \quad u \in U_i, \quad k \in K_u, \quad (6)$$

$$y_{uik} \leq n_i x_{uik}, \quad i \in I, \quad u \in U_i, \quad k \in K_u, \quad (7)$$

$$t_{uk}^w \geq \sum_{i \in I_u \cup \{id_u\}} s_{uij} x_{u,i,k-1} - M(1 - x_{ujk}), \quad (8)$$

$$u \in U, \quad j \in I_u, \quad k \in K_u, \quad k > 1,$$

$$\sum_{1 < k' \leq k} \sum_{i \in I_u} d_{ui} y_{u,i,k'} + \sum_{1 < k' \leq k} t_{u,k'}^w \leq \sum_{i \in I_u} b_i x_{uik} + M(1 - \sum_{i \in I_u} x_{uik}), \quad (9)$$

$$u \in U, k \in K_u, k > 1,$$

$$\sum_{1 < k' < k} \sum_{i \in I_u} d_{ui} y_{u,i,k'} + \sum_{1 < k' \leq k} t_{u,k'}^w \geq \sum_{i \in I_u} a_i x_{uik}, \quad u \in U, k \in K_u, k > 1. \quad (10)$$

Здесь и далее  $M$  обозначает достаточно большую константу. Неравенство (1) задает верхнюю границу на число посещений объекта. Ограничение (2) гарантирует, что в каждой точке событий буровая установка  $u$  выполняет работы на не более чем одном объекте. Ограничения (3) задают непрерывность использования точек событий, то есть если некоторая точка событий используется для задания посещения объекта буровой установкой, то предыдущая точка событий также должна быть задействована для фиксации обслуживания объекта. Начальные позиции для транспортных средств задаются ограничениями (4). Ограничения (5) гарантируют, что работы по бурению всех скважин объекта  $i$  будут выполнены. Если объект  $i$  не обслуживается буровой установкой  $u$  в точке событий  $k$  (то есть  $x_{uik} = 0$ ), то число пробуренных скважин в этой точке событий должно быть равно нулю, что гарантируется неравенством (7). Условие (6) показывает, что работы по бурению по крайней мере одной скважины должны быть выполнены при посещении объекта  $i$ . Ограничения (9) и (10) задают допустимость маршрутов транспортных средств и обслуживания относительно временных окон объектов. Длительность транспортировки и ожидания между точками событий  $k-1$  и  $k$  вычисляется в (8).

Ограничение (1) может быть модифицировано для случая, когда для объекта задается верхняя граница на количество посещений  $m'_i$  для каждой буровой установки вместо общего числа посещений:

$$\sum_{k \in K_u} x_{uik} \leq m'_i, \quad i \in I, u \in U_i. \quad (11)$$

Критерий оптимизации для представленной модели может быть записан в следующем виде: минимизировать

$$f = \sum_{u \in U} \sum_{k \in K_u, k > 1} t_{uk}, \quad (12)$$

$$t_{uk} \geq \sum_{i \in I_u \cup \{id_u\}} s_{uij} x_{u,i,k-1} - M(1 - x_{ujk}), \quad (13)$$

$$u \in U, j \in I_u, k \in K_u, k > 1.$$

Длительность перемещений между точками событий  $k-1$  и  $k$  вычисляется через ограничение (13), а целевая функция (12) суммирует длительности перемещений между всеми задействованными точками событий.

Используя дополнительные переменные  $t_{uk}^s \geq 0$  и  $t_{uk}^f \geq 0$ , можно переписать ограничения (9) и (10) в эквивалентной форме

$$t_{uk}^f \geq t_{uk}^s + \sum_{i \in I_u} d_{ui} y_{uik}, \quad u \in U, k \in K_u, \quad (14)$$

$$t_{uk}^s \geq t_{u,k-1}^f + t_{uk} - M(1 - \sum_{i \in I_u} x_{uik}), \quad u \in U, \quad k \in K_u, \quad k > 1, \quad (15)$$

$$t_{uk}^f \leq \sum_{i \in I_u} b_i x_{uik}, \quad u \in U, \quad k \in K_u, \quad (16)$$

$$t_{uk}^s \geq \sum_{i \in I_u} a_i x_{uik}, \quad u \in U, \quad k \in K_u. \quad (17)$$

Результаты предварительного вычислительного эксперимента показали, что модель (1)-(7), (12)-(17) является более предпочтительной для коммерческих пакетов прикладных программ (CPLEX, GUROBI) чем модель (1)-(10), (12)-(13). Модель содержит  $\sum_{u \in U} \left( \sum_{i \in I_u} m_i \right) \cdot |I_u|$  булевых и столько же целочисленных переменных.

### 3.2 ЦЛП модель на основе классического подхода для задач маршрутизации

Предлагаемая здесь модель основана на основных принципах построения моделей, используемых в подходах к решению задач маршрутизации [5]. Используется принцип, подобный работе [1], но допускается несколько посещений объекта одной и той же буровой установкой.

Для каждого объекта  $i \in I$  создаем  $m_i$  его копий, что позволит смоделировать посещение объекта буровой установкой несколько раз за счет посещения копий не более одного раза. Все копии одного объекта имеют идентичный набор скважин. Новое множество объектов обозначим через  $I'$ . Пусть  $I'_i$  соответствует всем копиям исходного объекта  $i$ ,  $I' = \cup_{i \in I} I'_i$ . Полагаем длительности перемещения между копиями одного и того же объекта из  $I'_i$  равными нулю, а длительности перемещения между копиями различных объектов – длительностям перемещения между этими объектами.

Введем фиктивный объект  $f_s$ , соответствующий начальной и конечной точке маршрута любого транспортного средства и обозначим  $I'_f := I' \cup \{f_s\}$ . Положим длительности перемещения  $s_{u,f_s,i'} := s_{u,id_u,i}$  и  $s_{u,i',f_s} := 0$  для  $i' \in I'_i$ ,  $i \in I$ . Будем считать, что буровые установки могут посещать фиктивный объект  $f_s$ , то есть  $U_{f_s} = U$ . Обозначим через  $I'_u := \cup_{i \in I_u} I'_i \cup \{f_s\}$  для всех  $u \in U$  и  $U_{i'} = U_i$  для всех  $i' \in I'_i$ ,  $i \in I$ .

Введем булевы переменные  $x_{ui'j'}$  так, что  $x_{ui'j'} = 1$ , если транспортное средство  $u$  посещает объект-копию  $i'$  и перемещается к объекту-копии  $j'$ , и  $x_{ui'j'} = 0$  иначе. Пусть вещественные переменные  $t_{ui'}^s$  задают момент начала работ для буровой установки  $u$  на объекте-копии  $i'$ , и целочисленные переменные  $y_{ui'}$  определяют число скважин объекта-копии  $i'$ , обслуживаемых буровой установкой  $u$ .

Тогда модель частично целочисленного линейного программирования может быть записана следующим образом: минимизировать

$$f = \sum_{u \in U} \sum_{i' \in I'_f} \sum_{j' \in I'_f} s_{ui'j'} x_{ui'j'}, \quad (18)$$

$$\sum_{j' \in I'_f} x_{ui'j'} = \sum_{j' \in I'_f} x_{uj'i'}, \quad u \in U, \quad i' \in I'_u \setminus \{f_s\}, \quad (19)$$

$$\sum_{u \in U_{j'}} \sum_{i' \in I'_u} x_{ui'j'} \leq 1, \quad j' \in I', \quad (20)$$

$$\sum_{i' \in I'_i} \sum_{u \in U_i} y_{ui'} = n_i, \quad i \in I, \quad (21)$$

$$y_{ui'} \geq \sum_{j' \in I'_u} x_{uj'i'}, \quad i' \in I', \quad u \in U_{i'}, \quad (22)$$

$$y_{ui'} \leq n_i \sum_{j' \in I'_u} x_{uj'i'}, \quad i' \in I', \quad u \in U_{i'}, \quad (23)$$

$$t_{ui'}^s + y_{ui'} d_{ui} + s_{u,i',j'} \leq t_{u,j'}^s + b_{\max}(1 - x_{ui'j'}), \quad (24)$$

$$i' \neq j' \in I', \quad i : i' \in I'_i, \quad u \in U_{i'} \cap U_{j'},$$

$$s_{u,f_s,j'} \leq t_{u,j'}^s + b_{\max}(1 - x_{u,f_s,j'}), \quad j' \in I', \quad u \in U_{j'}, \quad (25)$$

$$t_{ui'}^s \geq \sum_{j' \in I'_u} a_i x_{uj'i'}, \quad i \in I, \quad i' \in I'_i, \quad u \in U_i, \quad (26)$$

$$t_{ui'}^s + y_{ui'} d_{ui} \leq \sum_{j' \in I'_u} b_i x_{uj'i'}, \quad i \in I, \quad i' \in I'_i, \quad u \in U_i, \quad (27)$$

$$\sum_{i' \in I'_u} x_{u,f_s,i'} = 1, \quad u \in U, \quad (28)$$

$$\sum_{i' \in I'_u} x_{u,i',f_s} = 1, \quad u \in U. \quad (29)$$

Ограничение (19) гарантирует, что в маршруте каждая копия объекта имеет одного предшественника и одного последователя. Неравенства (20) задают условие, что буровые установки посещают объекты не более одного раза. Ограничения (21)–(23) позволяют учесть выполнение работ по бурению всех скважин на объектах и использование ровно одной буровой установки для бурения кадой скважины. Ограничения (24)–(25) задают время начала работ на объектах для буровых установок. Ограничения (26)–(27) гарантируют допустимость маршрутов в контексте временных окон. Равенства (28)–(29) показывают, что транспортные средства начинают и заканчивают маршрут в депо.

Модель содержит  $\sum_{u \in U} \left( \sum_{i \in I_u} m_i \right)^2$  булевых переменных и  $\sum_{u \in U} \sum_{i \in I_u} m_i$  целочисленных переменных.

## 4 Экспериментальное исследование

Вычислительный эксперимент проводился на тестовых примерах двух серий:

- 1) задачи блочной структуры (от 1 до 9 блоков);
- 2) задачи серии  $S50$  с числом объектов  $n = 50$  из [1]; отметим что эти задачи характеризуются достаточно узкими временными окнами.

В каждом случае рассматривалось два варианта: допускается не более одного посещения буровой установкой объекта и не более двух посещений. Для решения задач использовался коммерческий пакет Gurobi. Ограничение по времени - 3 часа, количество потоков - 4. Результаты представлены в таблицах. На серии  $S50$  модель на основе точек событий (EP-модель) демонстрирует результаты несколько хуже, чем модель на основе классического подхода из маршрутизации (VRP-модель). Это проявляется и в нижних оценках и в рекордных значениях.

Преимуществом модели на основе точек событий является более медленный рост размерности в зависимости от числа возможных посещений объекта. Однако недостатком ее является то, релаксация целочисленности переменных  $x_{ujk}$  может приводить к значению целевой функции с близкими к нулю значениями. Это обусловлено ограничением (13), где вычисляется компонента  $t_{uk}$  целевой функции, представляющая длительность перемещения транспортного средства в точку событий. Если в оптимальном решении линейной релаксации переменные  $x_{ujk}$  принимают близкие к нулю значения, то переменные  $t_{uk}$  могут оказаться равны или близки к нулю. Данное свойство прослеживается в результатах эксперимента на тестовых примерах размерности  $n = 50$  из [1]. В задачах блочной структуры оптимальное решение линейной релаксации из-за блочной структуры исходных данных содержит небольшое число ненулевых компонент  $x_{ujk}$  и их значения значительно отличимые от нуля значения. На задачах блочной структуры большой размерности EP-модель в сравнении с VRP-моделью демонстрирует преимущество по значению целевой функции в линейной релаксации и времени счета.

### 4.1 Настройка параметров Gurobi

На эффективность решения задач оптимизации решателем Gurobi влияет выбор значений его параметров. Ниже описывается процедура оптимизации набора параметров с помощью локального поиска, аналогичная алгоритму ParamILS из [3]. Основная его идея это формирование случайных порядков для просмотра параметров и использование окрестности, где изменяется значение одного из них. Сравнение проводится по рекордному значению целевой функции и ее нижним границам.

Введем следующие обозначения:

$K$  – число настраиваемых параметров;

$P = (1, \dots, K)$  – вектор параметров;



Таблица 1. Сравнение моделей на задачах блочной структуры (1 посещение).

$k$	$ I $	$ U $	ЦФ	Релаксация		Время	
				ЕР	VRP	ЕР	VRP
1	6	3	27	7,5	6	0,46	0,18
2	12	6	54	15	12	22,98	3,06
3	18	9	81	22,5	18	92,45	6,22
4	24	12	108	30	24	926.52	25.78
5	30	15	135	37.5	30	6879.78	370.57
6	36	18	162	45	36	21569.78	1129.74
7	42	21	189	52.5	42	25698.87	>36000
8	48	24	216	60	48	29688.92	>36000
9	54	27	243	67.5	54	>36000	>36000

Таблица 2. Сравнение моделей на задачах блочной структуры (2 посещения).

$k$	$ I $	$ U $	ЦФ	Релаксация		Время	
				ЕР	VRP	ЕР	VRP
1	6	3	21	7,5	6	0,24	0,78
2	12	6	42	15	12	9,89	117,32
3	18	9	63	22,5	18	83,97	8465,36
4	24	12	84	30	24	472,37	>36000
5	30	15	105	37.5	30	5561,34	>36000
6	36	18	126	45	36	10562,78	>36000
7	42	21	147	52.5	42	17894,56	>36000
8	48	24	168	60	48	21411,25	>36000
9	54	27	189	67.5	54	>36000	>36000

Таблица 3. Сравнение моделей на задачах серии *S50* (1 посещение).

<i>I</i>	Рекорд		Релаксация		LB	
	EP	VRP	EP	VRP	EP	VRP
50_1	66	63	1,633	42,83	27	61,36
50_2	80	74	0	49,58	44,759	72,08
50_3	84	79	0,814	50,58	30	72,95
50_4	66	61	0,639	37,41	20	51,02
50_5	89	83	0	52,56	24,884	77,06
50_6	66	64	0	45,33	38,536	60,02
50_7	68	66	1,635	45,13	36,354	61,91
50_8	72	65	1,631	43,38	7	60,48
50_9	70	<b>67</b>	0	45,85	43,48	67
50_10	74	72	0,704	38,26	34,785	64,96

Таблица 4. Сравнение моделей на задачах серии *S50* (2 посещения).

<i>I</i>	Рекорд		Релаксация		LB	
	EP	VRP	EP	VRP	EP	VRP
50_1	64	63	1,633	42,83	27	53,18
50_2	81	74	0	49,58	42	65,81
50_3	82	79	0,814	50,58	31	69,74
50_4	66	64	0,639	37,41	17,49	43,26
50_5	86	84	0	52,56	21,48	68,66
50_6	67	64	0	45,33	29,5	58,00
50_7	67	66	1,635	45,13	33	53,82
50_8	70	67	1,631	43,38	6,71	50,14
50_9	70	67	0	45,85	37,29	60,92
50_10	72	74	0,704	38,26	25,59	51,10

$\{1, \dots, T_k\}$  – множество значений параметра  $k$ ,  $k = 1, \dots, K$ ;  
 $f$  и  $Bound$  – значения целевой функции и ее нижней оценки, найденные решателем;  
 $Fiter$  и  $Biter$  – лучшие значения целевой функции и ее нижней оценки при заданном порядке параметров;  
 $Fmin$  и  $BestBound$  – лучшие найденные значения целевой функции и ее нижней оценки;  
 $Value(k)$  – текущее значение  $k$ -го параметра,  $k = 1, \dots, K$ ;  
 $BestValueIter(k)$  – лучшее значение параметра  $k$  при заданном порядке параметров;  
 $BestValue(k)$  – лучшее значение  $k$ -го параметра,  $k = 1, \dots, K$ .

### Алгоритм локального поиска

Положить  $Fmin = 1e + 6$ ,  $BestBound = 0$ ,  
 $BestValue(k) = default$  для  $k = 1, \dots, K$ .

Повторять

Обновить  $Fmin$ ,  $BestBound$  и  $BestValue(k)$ ,  $k = 1, \dots, K$ ,  
 по результатам предыдущей итерации.

Сгенерировать вектор  $PN = (PN(1), \dots, PN(k))$ , определяющий  
 порядок назначения параметров.

Для  $k = 1, \dots, K$  выполнить  
 $Value(k) = default$ ,  
 $BestValueIter(k) = default$ ;

Положить  $Fiter = 1e + 6$ ;  $Biter = 0$ ;

Для  $k = 1, \dots, K$  выполнить

Для  $t = 1, \dots, T_{PN(k)}$  выполнить

$Value(PN(k)) = t$ ;

Найти  $f$  и  $Bound$  путем решения модели  
 с параметрами  $Value$  и временем  $MI Ptime$ ;

Если  $f < Fiter$  или ( $f = Fiter$  и  $Bound > Biter$ ), то  
 $Fiter = f$ ;  
 $Biter = Bound$ ;  
 $BestValueIter(PN(k)) = t$ ;

$$Value(PN(k)) = BestValueIter(PN(k));$$

Пока  $Fiter = Fmin$  и  $Biter \leq BestBound$ .

Эксперименты проводились для параметров: *threads*, *presolve*, *gomorypasses*, *method*, *minrelnodes*, *mipfocus*. Для серии задач *S50* с 50 объектами *MIPtime* полагалось равным 1000 секунд. Наибольшей производительности в результате такой локальной оптимизации параметров удалось достичь при *threads* = 12, *mipfocus* = 1 и остальных значениях, взятых по умолчанию.

## Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект N 21-41-09017. Для проведения вычислительно эксперимента использовался сервер Омского филиала Института математики им. С.Л. Соболева.

## Список литературы

- [1] Кулаченко И.Н., Кононова П.А. Гибридный алгоритм решения задачи маршрутизации буровых установок. Дискретн. анализ и исслед. опер., Т. 28, Вып. 2, 2021, С. 35–59.
- [2] Borisovsky, P., Ereemeev, A., Kovalenko, Y., Zaozerskaya, L. Rig routing with possible returns and stochastic drilling times. In: Pardalos, P., Khachay, M., Kazakov, A. (eds) Mathematical Optimization Theory and Operations Research. MOTOR 2021. Lecture Notes in Computer Science, vol 12755. P. 51–66, Springer, Cham. (2021)
- [3] Hutter, F., Hoos, H.H., Leyton-Brown, K. Automated Configuration of Mixed Integer Programming Solvers. In: Lodi, A., Milano, M., Toth, P. (eds) Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems. CPAIOR 2010. Lecture Notes in Computer Science, vol 6140. pp. 186–202. Springer, Berlin, Heidelberg. (2010)
- [4] Ierapetritou, M.G., Floudas, C.A.: Effective continuous-time formulation for short-term scheduling: I. Multipurpose batch process. Ind. Eng. Chem. Res. **37**(11) 4341–4359 (1998)
- [5] Cordeau, J.-F., Desaulniers, G., Desrosiers J., Solomon, M.M., Soumis, F. VRP with time windows. In: The vehicle routing problem / edited by P. Toth, D. Vigo, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, SIAM, pp. 157–193 (2002)